

A comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental envolvendo o pensamento algébrico

Written mathematics communication of future teachers from the early years of elementary school involving algebraic thinking

Jane Lopes de Souza Goma

Secretaria Estadual de Educação de São Paulo
Brasil
janelopees@gmail.com

Ana Lúcia Manrique

Programa de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil
analuciamanrique@gmail.com

Maria Helena Martinho

Centro de Investigação em Educação, Universidade do Minho
Portugal
mhm@ie.uminho.pt

Resumo. Este artigo apresenta resultados de uma investigação sobre a comunicação matemática escrita de futuras professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental¹ em relação ao pensamento algébrico. A partir das quatro dimensões da comunicação matemática escrita – clareza, fundamentação, lógica e profundidade –, identificadas pelo referencial teórico adotado, foram organizados e interpretados os dados recolhidos. Os materiais analisados foram os registos escritos pelos participantes quando da realização de uma tarefa. Os registos apresentam, em relação à dimensão *clareza*, ideias definidas, mas utilizam vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorrem a representações pouco adequadas. Em relação à dimensão *fundamentação*, os registos não apresentaram ideias formalizadas. Na dimensão *lógica*, os registos tiveram concentrações predominantes nos níveis baixo e médio, por apresentarem uma organização lógica superficial ou imprecisa. Quanto à dimensão *profundidade*, observa-se que os registos não apresentam explicações algébricas sobre a situação. De um modo global, o estudo revelou que as futuras professoras participantes não conseguiram expressar com precisão construções algébricas para explicar determinadas situações, por vezes no próprio contexto das tarefas.

Palavras-chave: comunicação matemática escrita; pensamento algébrico; futuros professores; álgebra nos anos iniciais.

Abstract. This article presents results of a research that aimed at investigating the written mathematical communication of future teachers of the first years of elementary school, in relation to algebraic thinking. From the four dimensions of written mathematical communication – clarity, reasoning, logic, and depth –, identified by the adopted theoretical framework, an organization and interpretation of the data was carried out. The analyzed materials were the records written by the participating preservice teachers when they solved a task. The results reveal that, in relation to the *clarity* dimension, the registers present definite ideas, but they use vocabulary that is not very precise or understandable and they resort to inappropriate representations. Regarding the *reasoning* dimension, the records did not present formalized ideas. In the *logical* dimension, the records had predominant concentrations in the low and medium levels, as they present a superficial or imprecise logical organization. As for the *depth* dimension, it is observed that the records do not present algebraic explanations about the situation. The data indicates that future teachers are not able, in general, to accurately express algebraic constructions to explain certain situations, sometimes in the context of the tasks.

Keywords: written mathematical communication; algebraic thinking; prospective teachers; early algebra.

Recebido em janeiro de 2020

Aceite para publicação em setembro de 2020

Introdução

É objetivo deste trabalho, de natureza exploratória, estudar a comunicação matemática escrita de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental¹ em relação ao pensamento algébrico. Em particular, procurou-se identificar, nas resoluções de uma tarefa, quatro dimensões da comunicação matemática escrita – clareza, fundamentação, lógica e profundidade – propostas por Pires, Costa e Leite (2018). O estudo foi realizado no contexto brasileiro através de um estudo exploratório, de natureza qualitativa, envolvendo um conjunto de quinze estudantes de um curso de Pedagogia (formação de professores) ministrado numa instituição de ensino superior privada, da cidade de São Paulo.

A investigação tem revelado que o processo de comunicação que ocorre nas aulas de Matemática influencia a aprendizagem dos alunos (Araújo & Borralho, 2018; Guerreiro et al., 2015). Passos (2008) afirma que os futuros professores precisam de desenvolver hábitos de comunicação para que, posteriormente, coloquem os seus alunos em ação de modo que possa haver negociação de significados, contribuindo para a aprendizagem da Matemática. A comunicação trabalhada no contexto da formação de professores também foi objeto de estudo de Araújo e Borralho (2018). Estes autores defendem que, habitualmente, as aulas

não são “dialógicas”, sendo pouco comum observar aulas em que o conteúdo matemático é discutido com a participação ativa de todos, alunos e professores.

Enfatizando a possibilidade da comunicação nas aulas de Matemática, Ponte et al. (1997) sublinham o papel do professor na condução do discurso na sala de aula e na seleção de tarefas que facilitem e promovam o pensamento (matemático) dos alunos. Nesse processo, o próprio professor precisa de questionar e ouvir os seus alunos (Menezes et al., 2014), potenciando resultados positivos para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Cumpre, porém, notar que a investigação em comunicação matemática ao longo das últimas décadas (Planas, Morgan, & Schütte, 2018) tem privilegiado a oralidade em detrimento da expressão escrita (Martinho & Rocha, 2018). Vários autores defendem a importância da utilização quer da componente escrita quer da oral na comunicação matemática, em particular, na explicação e justificação de ideias matemáticas (Martinho & Rocha, 2018; *National Council of Teachers of Mathematics - NCTM*, 1991, 1994, 2017; Phillips & Crespo, 1996). A comunicação destas ideias é sempre uma tarefa exigente. No entanto, é-o ainda mais na escrita, dado que os alunos têm aí oportunidade de reler, repensar e clarificar os seus textos (Hoffman, 2012; Pantaleon et al., 2018; Phillips & Crespo, 1996; Pimm, 1987). Segundo Linhart (2014), apesar de muitos alunos não gostarem de escrever e não verem utilidade nessa tarefa, quando escrevem e refletem sobre a sua escrita reconhecem ter evoluído na compreensão dos conteúdos envolvidos.

Neste sentido, o estudo relatado neste artigo incidiu sobre a comunicação matemática escrita em torno da resolução de uma tarefa em Álgebra. Uma das razões para a escolha desse tópico decorre do facto de, em dezembro de 2017, ter sido homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que instituiu a unidade temática Álgebra desde os anos iniciais do ensino fundamental brasileiro. Até então, a Álgebra era ensinada apenas nos anos finais. Entendeu-se, dessa forma, que o desenvolvimento de elementos do pensamento algébrico desde os anos iniciais pode equilibrar conceitos e procedimentos no ensino de Matemática e recuperar o valor instrumental da Álgebra (Coelho & Aguiar, 2018). Além disso, trabalhar o pensamento algébrico desde os anos iniciais permite uma nova compreensão do papel da Álgebra no contexto escolar. Esta estrutura curricular favorece a apropriação da linguagem algébrica pelos alunos como um meio de representar ideias, e não apenas como um conjunto de regras.

Essa compreensão pode conduzir o professor dos anos iniciais, quando elabora e desenvolve as suas atividades, a trabalhar com vista a uma maior intencionalidade e interação entre as diferentes áreas do saber matemático, entre as quais a Álgebra. Nesse sentido, é relevante que os professores compreendam os conceitos e métodos cobertos pela unidade temática Álgebra dos anos iniciais do ensino fundamental, e usem estratégias de instrução que promovam aprendizagens para desenvolver o pensamento algébrico.

Mais especificamente, no âmbito da formação de professores, que constitui o contexto deste estudo, Ponte e Branco (2013), ao tratarem do desenvolvimento do pensamento algébrico de educadores de infância e de futuros professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico, salientam que “é fundamental que os futuros professores, na sua formação inicial, reconheçam a importância do pensamento algébrico neste nível de escolaridade, valorizando a generalização, as relações e o uso de símbolos” (p. 135).

O presente artigo estrutura-se da seguinte forma: as duas próximas secções constituem a fundamentação teórica, cobrindo os tópicos da comunicação matemática escrita e do pensamento algébrico. As duas secções seguintes constituem a parte empírica do artigo, introduzindo a metodologia adotada e apresentando e discutindo os resultados obtidos. A última secção conclui e enumera algumas pistas para trabalho futuro.

A comunicação matemática escrita

A comunicação pode ser encarada quer como organização e transmissão de informação quer como um processo de interação social (Ponte et al., 2007). Nesta segunda perspetiva, a comunicação, vista como um processo dinâmico de interação, é capaz de fomentar e facilitar o desenvolvimento social. É consensual que a capacidade de comunicar, oralmente e por escrito, se torna fundamental para a aprendizagem dos alunos (Costa & Pires, 2016; Martinho & Rocha, 2018; Menezes et al., 2014; NCTM, 2017).

As formas de comunicação matemática escrita são abordadas em Martinho e Rocha (2018), sublinhando-se o modo como a escrita matemática se diferencia de outros tipos de escrita. Quando um aluno escreve precisa de organizar as ideias e refletir sobre o que já sabe. Esse processo ajuda-o a tomar consciência de suas dificuldades. As mesmas autoras referem que importa encarar a escrita como processo de aprendizagem a dois níveis, dado que os alunos aprendem matemática enquanto escrevem e também aprendem a escrever matematicamente. Uma experiência concreta é relatada por Barbosa e Vale (2018) que recorrem ao uso de *gallery walk* como estratégia de ensino e aprendizagem e que ela própria é promotora da comunicação escrita e oral. Estas autoras entendem que as práticas comunicativas, podendo assumir diferentes formas (verbal, visual, gestual, icónica, simbólica) devem ser desenvolvidas para prevenir eventual má interpretação na mensagem que se quer passar. Nesse sentido, sublinham a importância dessas práticas no ensino da Matemática. Enfatizam, ainda, que, com alguns alunos, a aprendizagem é mais efetiva se a informação for verbal (com palavras, escritas ou faladas).

Pantaleon et al. (2018) realizaram um estudo com futuros professores sobre a comunicação matemática escrita na realização de provas matemáticas. Concluíram que os futuros professores revelaram dificuldade na apresentação dos argumentos, de forma sistemática e lógica, numa prova realizada em Geometria. No mesmo estudo concluíram

que, numa prova de Álgebra, os argumentos utilizados pelos futuros professores revelaram-se pouco claros, insuficientes e incompletos.

Freitas (2006) focou-se igualmente no universo dos futuros professores de Matemática. Com o objetivo de investigar a forma como os estudantes do Curso de Licenciatura participam e trabalham numa disciplina de Matemática, elaborou uma proposta que privilegia o registo escrito dos pensamentos e ideias dos participantes. Recorre, assim, ao uso de diferentes recursos comunicativos, em especial da escrita discursiva, como estratégia de ensino na disciplina de Geometria Plana e Desenho Geométrico. A sua investigação visou confirmar ou refutar se a escrita discursiva e reflexiva, não estritamente simbólica ou formal, beneficia e potencializa a formação do professor de Matemática.

Hoffman (2012) investigou o uso de diferentes formas de comunicação em aulas de Matemática por meio de uma sequência de atividades numa sala de aula com alunos do 5.º e 6.º ano do ensino fundamental. A autora considera as formas ou meios de comunicação que contemplam a oralidade, a leitura, a escrita e a representação pictórica. Observa que a força da exploração da oralidade favoreceu tanto os processos de leitura como as produções escritas, e sugere a necessidade de interação entre os alunos possibilitando o trabalho de leitura e de escrita em Matemática. Destaca, ainda, que a prática da escrita obriga quem escreve a explicar plenamente a situação de modo a torná-la inteligível. Trata-se de um processo moroso, que requer uma prática constante, mas que nas aulas de Matemática pode contar com a mediação do professor. Também Cândido (2001) defende que integrar a comunicação escrita nas aulas de Matemática dos anos iniciais contribui para a melhoria do processo de aprendizagem. Para a autora, essa comunicação permite identificar uma nova dimensão da prática escolar – o papel da oralidade e da escrita durante a aquisição do conhecimento.

Em relação à avaliação dessa aprendizagem, Santos e Semana (2014) estudam estratégias que podem contribuir para a elaboração de *feedback* e, conseqüentemente, para o desenvolvimento da escrita matemática. Estas autoras focam-se em quatro elementos: compreensão do problema, explícita ou implicitamente; apresentação de diferentes abordagens, explicitação e justificação das etapas realizadas; fundamentação da resposta, nível e tipo de fundamentação; e as representações utilizadas. No que concerne ao nível de fundamentação da resposta, destacam a correção, a clareza e o grau de justificação.

Por sua vez, Costa e Pires (2016) aludem a um trabalho organizado e fundamentado em torno da comunicação escrita em Matemática de alunos da educação básica. Nesse trabalho, destacam-se quatro dimensões da comunicação relevantes para a compreensão de um determinado tema de estudo:

- (i) clareza das ideias registadas, suportada em vocabulário e representações adequados;
- (ii) fundamentação dos processos seguidos, centrada nas justificações escritas das opções tomadas;
- (iii) lógica, manifestada no raciocínio e coerência dos

registos escritos; e (iv) profundidade, associada ao domínio de aspetos importantes e complexos do assunto a tratar. (p. 407)

Do mesmo modo, a partir dessas quatro dimensões, Pires et al. (2018) propõem um instrumento de análise da comunicação escrita, apresentado na Tabela 1.

Tabela 1. Dimensões e níveis de análise da comunicação escrita (Pires et al., 2018, p. 29)

Clareza		
O aluno expressa, por escrito, as suas ideias, recorrendo a vocabulário correto e a representações adequadas.		
Nível baixo	Nível médio	Nível elevado
O aluno apresenta ideias imprecisas, utiliza vocabulário incorreto ou incompreensível e recorre a representações inadequadas.	O aluno apresenta ideias precisas, mas utiliza vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorre a representações pouco adequadas.	O aluno apresenta ideias precisas, utiliza vocabulário preciso e correto e recorre a representações adequadas.
Fundamentação		
O aluno justifica, de forma escrita, os seus processos ou ideias, apresentando argumentos plausíveis.		
Nível baixo	Nível médio	Nível elevado
O aluno justifica os seus processos ou ideias de forma imprecisa	O aluno justifica razoavelmente os seus processos ou ideias	O aluno justifica adequadamente os seus processos ou ideias
Lógica		
O aluno manifesta raciocínio e coerência nos registos escritos, apresentando conexões entre as ideias registadas.		
Nível baixo	Nível médio	Nível elevado
O aluno revela pouco raciocínio e coerência nos registos escritos, não mostrando conexão entre as ideias.	O aluno revela algum raciocínio e coerência nos registos escritos, a par de alguma conexão entre as ideias.	O aluno revela raciocínio e coerência nos registos escritos, manifestando conexão entre as ideias.
Profundidade		
O aluno revela, de forma escrita, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto a ser trabalhado.		
Nível baixo	Nível médio	Nível elevado
O aluno revela, frequentemente, não dominar aspetos importantes sobre o assunto.	O aluno revela, algumas vezes, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto.	O aluno revela, frequentemente, dominar os aspetos mais complexos sobre o assunto.

Para estudar a comunicação matemática escrita de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental em relação ao pensamento algébrico, foram utilizadas as dimensões e respetivos níveis propostos por Pires et al. (2018).

Já os sujeitos da pesquisa foram escolhidos por se entender que o professor que ensina Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental deva elaborar atividades que possam instigar a capacidade de generalizar e abstrair, capacidades que contribuem para a estruturação do pensamento algébrico, e por entender que a formação inicial deva oferecer momentos de reflexão a esse respeito.

Pensamento algébrico

Segundo Verschaffel et al. (2007), o pensamento algébrico é o reconhecimento daquilo que é geral numa dada situação matemática e a expressão dessa generalização. Kaput (2008) identifica dois aspetos principais no que se refere ao pensamento algébrico: 1) Fazer e expressar generalizações em sistemas cada vez mais formais e convencionais de símbolos; e 2) Raciocinar com formas simbólicas, incluindo as manipulações sintaticamente guiadas por elas.

Por outro lado, Canavarro (2009) sublinha certos aspetos no pensamento algébrico que se afastam de uma concepção mais convencional da Álgebra, associada apenas à manipulação de símbolos e à aplicação de um conjunto de regras definidas. Argumenta, ainda, que para exprimir ideias algébricas pode-se recorrer não só à notação convencional como também a outros registos como a linguagem natural, diagramas, gráficos e esquemas, bem como outros elementos pictóricos. Qualquer destas formas pode também ser usada para expressar uma generalização. Assim, a perspetiva associada ao pensamento algébrico destacaria a importância da atribuição de significados e da compreensão.

Nesse sentido, Blanton e Kaput (2005, p. 413) entendem o pensamento algébrico como um “processo em que o aluno generaliza ideias matemáticas a partir de um conjunto particular de dados, estabelece essa generalização através de um discurso argumentativo e expressa-a de forma cada vez mais formal de acordo com a sua idade”. Nessa mesma referência destacam-se dois aspetos essenciais do pensamento algébrico: a generalização e a expressão de generalizações em sistemas de símbolos convencionais (de forma gradual); ação guiada sintaticamente dentro do sistema de símbolos organizado.

Esses autores ainda destacam as seguintes vertentes do pensamento algébrico: a aritmética generalizada, o uso da aritmética como um domínio para exprimir e formalizar generalizações; a generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais; e a generalização de sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações, envolvendo operações em classes de objetos. Sustentam, também, que a modelação é o domínio para expressar e formalizar essas generalizações.

Canavarro (2009) refere alguns exemplos relacionados com a vertente aritmética generalizada: explorar propriedades e relações de números inteiros; explorar propriedades das operações com números inteiros; explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidades; tratar o número algebricamente; e resolver expressões numéricas com um número desconhecido em falta (sentido de incógnita). Na mesma referência, a autora sustenta que em Álgebra a própria noção de incógnita, frequentemente utilizada em aritmética, é generalizada no conceito mais abrangente de variável.

Já em relação à generalização algébrica de padrões, Mestre (2014) argumenta ser a capacidade de indicar uma característica comum ao considerar alguns elementos de uma sequência, analisando se a característica aparece em todos os elementos e apresentando

uma expressão direta. Ou seja, a generalização algébrica conduz o sujeito a reconhecer a existência de um dado comum, ao analisar casos particulares, e a mudar sua atenção desses casos particulares para qualquer caso possível.

Aspetos metodológicos

Este estudo tem caráter qualitativo, pois está em consonância com o que é referido por Lüdke e André (2013): “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contacto direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (p. 14). Nesse sentido, este estudo pretendeu ser um trabalho exploratório de identificação de uma área de trabalho.

Considerando o objetivo deste artigo, para analisar a comunicação matemática escrita de futuros professores, recorreu-se a uma instituição de ensino superior privada, da cidade de São Paulo, que oferece o curso de Pedagogia, ou seja, forma professores para lecionar nos anos iniciais do ensino fundamental. A turma escolhida era constituída por alunas do período diurno a frequentar o 8.º semestre, ou seja, o quarto ano da formação inicial. É importante destacar que a grande maioria das alunas trabalhava em salas de aula dos anos iniciais como professoras de apoio. Na universidade, as alunas estudavam metodologias de ensino de conteúdos matemáticos numa disciplina denominada Teoria e Prática de Ensino de Matemática. E, nessa disciplina, a professora trabalhava com tarefas de forma semelhante à forma de realização da coleta de dados. A escolha da turma deu-se pela disponibilidade da professora em ceder duas das suas aulas para a realização do estudo.

Assim, em outubro de 2019 realizou-se um encontro com 15 futuras professoras. O encontro, com a duração de duas horas, centrou-se na resolução de uma tarefa adaptada (com alterações da língua portuguesa) de Mestre (2014) (Figura 1), denominada “Cubos com autocolantes”, que propiciava compreender aspetos do pensamento algébrico no sentido de estender o raciocínio para além do domínio inicial. A investigadora, primeira autora deste artigo, conversou com as alunas do curso, às quais solicitou autorização para recolher as suas produções. No encontro, as alunas organizaram-se em pequenos grupos para resolverem a tarefa e discutirem as suas interpretações, como era comumente realizado nas demais aulas da disciplina. Após as discussões realizadas nos grupos, as futuras professoras resolveram individualmente a tarefa proposta. A professora e a investigadora foram circulando pelos grupos para esclarecer alguma dúvida e incentivar a resolução e a escrita desse processo. Foram recolhidas apenas as produções individuais.

Na adaptação, diferentemente de Mestre (2014) que trabalhou com materiais concretos, recorre-se à representação apenas desse material na forma impressa. Pois, enquanto os sujeitos da pesquisa de Mestre (2014) eram crianças dos anos iniciais, os sujeitos desta investigação eram futuras professoras dos anos iniciais. *A priori*, esperava-se a construção

de representações e, conseqüentemente, respostas utilizando maior teor de abstração que pudessem descrever uma situação que generalizasse para qualquer quantidade de autocolantes. Além disso, também se tinha a expectativa de que as futuras professoras, no que se refere à generalização algébrica de padrões, pudessem, por meio de suas respostas, explicar a situação proposta e apresentar uma generalização que descrevesse uma situação geral matemática. De maneira geral, a tarefa apresentada neste trabalho trouxe um contexto que, ao ser problematizado, poderia promover a elaboração de generalizações algébricas, não necessariamente utilizando símbolos ou notações algébricas.

Cubos com autocolantes

Joana irá construir um jogo com cubos e autocolantes. Ela une os cubos por uma das faces e forma filas de cubos. Depois cola um autocolante em cada uma das faces.

A imagem a seguir mostra a construção que Joana faz com 2 cubos. Nessa construção ela usa 10 autocolantes.



1. Descubra quantos autocolantes a Joana usará numa construção com:

- a) Três cubos.
- b) Quatro cubos.
- c) Dez cubos.
- d) Cinquenta e dois cubos.

2. Consegue descobrir qual é a regra que permite saber quantos autocolantes a Joana usa numa construção com qualquer número de cubos? Explique como pensou.

Figura 1. Tarefa utilizada no encontro (adaptada de Mestre (2014))

Diante dessas expectativas, a escolha da tarefa foi motivada pelo facto de não requerer, necessariamente, que o participante recorresse a uma linguagem simbólica algébrica, pois a tarefa poderia ser utilizada com alunos dos anos iniciais. Com um carácter "aberto", solicitando o máximo registo escrito das suas resoluções, a tarefa foi proposta de modo a favorecer momentos de autonomia e criatividade. Foi, pois, necessário ler, interpretar e encontrar um caminho para possíveis resoluções.

Para atender ao objetivo do estudo, utiliza-se a análise de conteúdo, com a finalidade de, ao ter contacto com as produções do grupo de futuras professoras, organizar e seleccionar o material a ser analisado.

Bardin (2016) propõe uma organização dos dados em diferentes fases, a partir de três polos cronológicos, a saber: 1) a pré-análise; 2) a exploração do material; e 3) o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

A pré-análise “corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise” (Bardin, 2016, p. 125). A autora nota que, nessa primeira fase, de modo geral, existem três missões: a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentam a interpretação final.

Das atividades que se realizam sob essa metodologia, a autora aponta para uma primeira: a “leitura flutuante”, que consiste em estabelecer contacto com os documentos a serem analisados e em conhecer o texto deixando-se invadir por impressões e orientações. Uma segunda atividade corresponde à “escolha dos documentos” e a esse respeito, conforme a autora, o universo de documentos de análise pode ser determinado *a priori*. Dado esse universo, a autora salienta a necessidade de proceder à “constituição de um corpus”, isto é “o conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos” (Bardin, 2016, p. 128). Uma terceira atividade é a formulação de hipóteses e objetivos; a autora observa que uma hipótese se refere a uma afirmação provisória a ser verificada, recorrendo a procedimentos de análise. A seguir, apresentam-se com mais detalhe as dimensões da comunicação matemática escrita e seus níveis em relação com o pensamento algébrico.

Na análise de resultados foi utilizado um código formado pela primeira letra da palavra estudante (E), seguida pelos números 1, 2, 3 ... até o 15, para manter o anonimato das futuras professoras. O código referente ao registo escrito de cada participante foi definido pela ordem de entrega da resolução da tarefa, de modo que a primeira estudante (E1) foi a primeira a concluir a tarefa.

As análises e interpretações recorrem aos níveis *baixo, médio e elevado*, apresentados em cada uma das quatro dimensões associadas à comunicação escrita: *clareza, fundamentação, lógica e profundidade*, propostas por Pires et al. (2018), por meio das quais buscou-se identificar características do pensamento algébrico que as participantes da pesquisa mostraram na sua produção escrita.

Apresentação dos resultados

A Tabela 2 apresenta uma classificação em dimensões e níveis dos registos escritos das respostas fornecidas pelas 15 participantes do encontro. Essa classificação foi realizada a partir da leitura e análise dos registos escritos das alunas em relação à resolução da tarefa proposta. Levou-se em consideração, para a codificação das produções nas diferentes di-

mensões e níveis, as evidências apresentadas no processo de generalização algébrica do padrão proposto na tarefa.

Tabela 2. Dimensões e níveis dos registos escritos

Dimensões	Registos escritos das alunas		
	Nível Baixo	Nível Médio	Nível Elevado
Clareza	E9; E11; E15	E2; E3; E5; E7; E8; E10; E12; E13; E14	E1; E4; E6
Fundamentação	E2; E3; E5; E9; E11; E12; E14; E15	E1; E4; E7; E8; E10; E13	E6
Lógica	E2; E3; E5; E9; E11; E12; E14; E15	E1; E4; E7; E8; E10; E13	E6
Profundidade	E1; E2; E3; E4; E5; E7; E8; E9; E10; E11; E12; E13; E14; E15	E6	

Nos registos escritos referentes à tarefa, identifica-se que, em relação à dimensão *clareza* da comunicação matemática escrita, houve uma maior concentração no nível médio, indicando que, embora a maioria dos registos tenha apresentado certa coerência no raciocínio e na organização das ideias, a comunicação matemática escrita manteve-se no contexto restrito da tarefa, ou seja, no caso particular.

Acerca da dimensão de *fundamentação* da comunicação matemática escrita, pondera-se que os registos não apresentaram ideias formalizadas, apesar de se identificar que, mesmo dentro do contexto das tarefas, alguns registos apresentassem fundamentações corretas. Ainda se observa que há forte concentração de ideias imprecisas, que não permitiram identificar o raciocínio, que se caracteriza como nível baixo de *fundamentação*. Apenas um dos registos, o da aluna E6, parece ter atingido um nível de compreensão que indica uma organização precisa e com certa complexidade.

Na dimensão *lógica* da comunicação matemática escrita, observa-se que os registos, tal como na dimensão de *fundamentação*, tiveram concentrações predominantes nos níveis baixo e médio. Apenas um dos registos foi caracterizado como nível elevado, uma vez que a organização lógica evidenciou certa complexidade e precisão, o que não se observou nos demais registos em que apenas parcialmente foi possível perceber uma organização lógica, mesmo que superficial. Noutras respostas nem mesmo a organização se encontrava de forma precisa, o que inviabilizou qualquer compreensão da lógica seguida, casos em que se caracterizou como nível baixo da dimensão *lógica*.

No que tange à dimensão *profundidade* da comunicação matemática escrita, nota-se que nenhum dos registos indica um nível elevado nessa dimensão. Pelo contrário, observa-se uma densa concentração no nível baixo e apenas no registo da participante E6 encontra-se

a organização de ideias que, embora não fuja do contexto da tarefa e nem apresente complexidade no que diz respeito ao assunto matemático, consegue precisar a ideia; assim, este identifica-se como nível baixo de *profundidade* da comunicação matemática escrita.

Alguns destes resultados são semelhantes aos apresentados por Pantaleon et al. (2018), quando refere que as alunas conseguiram descrever em certa medida o que é compreendido e o significado de uma representação pictórica, mas o argumento apresentado não é claro porque é insuficientemente detalhado e completo.

A seguir, apresentam-se algumas análises que buscaram destacar os níveis de desempenho relacionados com cada uma das dimensões propostas por Pires et al. (2018). No texto analítico, considerando as quatro dimensões, recorre-se à apresentação de comentários e figuras que exemplificam os registos escritos das participantes que nos permitem identificar elementos do pensamento algébrico.

A tarefa, como dito anteriormente, explora uma construção envolvendo diferentes números de cubos unidos por uma das suas faces e nele são colocados autocolantes nas faces visíveis. A intenção foi a perceção, pelas futuras professoras, da relação entre o número de cubos numa construção e o número de autocolantes, objetivando a apresentação de uma expressão direta da regra geral dessa relação, por meio da comunicação escrita.

Na análise dos registos das participantes verifica-se que muitas resoluções se enquadram no nível de desempenho baixo.

A Figura 2 mostra imprecisões em relação às resoluções apresentadas nos registos da participante E15 nos itens b) e d) da questão 1 da tarefa. Essas imprecisões parecem evidenciar as dificuldades de expressar o pensamento algébrico, sobretudo em aspetos relacionados com a representação das quantidades e operações com expressões simbólicas e relações funcionais. A participante E15 não parece ter percebido a regularidade proposta na tarefa.

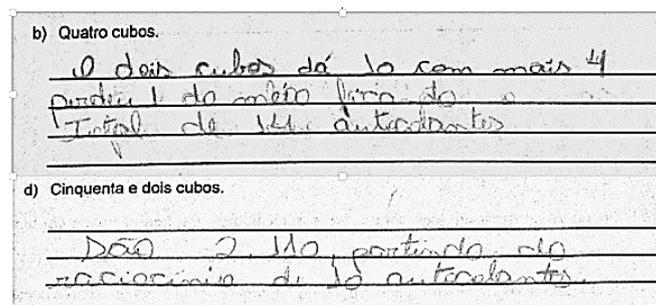


Figura 2. Resolução da participante E15 (itens b e d)

Em relação à dimensão *clareza* da comunicação matemática escrita dos registos escritos, verifica-se que a participante E15 encontra-se no nível baixo, pois apresenta ideias imprecisas e utiliza vocabulário incorreto e incompreensível para justificar as suas ideias,

como, por exemplo, os dois cubos dão 10. A participante E15 iniciou a resposta ao item b) permitindo inferir que, como um cubo tem seis lados e como um lado é colado a outro cubo, têm-se cinco lados em cada cubo das extremidades. Mas não completou o raciocínio para os dois cubos que ficam entre os dois cubos dos extremos, ou seja, não completou o raciocínio para toda a sequência de cubos.

É de notar a dificuldade que a participante apresentou em precisar suas ideias. E sob a nossa perspectiva de análise, o registo escrito de E15 evidencia um comprometimento da expressão de aspetos essenciais do pensamento algébrico, sobretudo, quando se refere à generalização na qual não apresenta clareza na regularidade ao unir as faces dos cubos pelas laterais.

Na dimensão *fundamentação* da comunicação matemática escrita em nível baixo, identificam-se alguns registos de participantes que apresentam processos de resolução imprecisos no que se refere às justificações. A título de exemplo, o registo da participante E15 em relação ao item d) apresenta aspetos que buscam remeter a uma representação simbólica das quantidades e operações e relações funcionais. No entanto, apresenta uma justificativa imprecisa e incompreensível, revelada por expressões como “partindo do raciocínio de 10 autocolantes”.

Quanto à dimensão *lógica* da comunicação matemática escrita, que se refere à coerência e à ligação entre ideias expressas nos processos desenvolvidos, identificam-se, em nível baixo, algumas respostas por, de modo geral, incluírem elementos que indicam diversas inconsistências e incoerências.

É possível observar nas respostas dadas pela participante E15 que não houve ligação entre as ideias e nem respostas adequadas para os itens da questão 1 da tarefa proposta. Essas inconsistências e incoerências em relação à lógica permitem-nos identificar limitações em relação ao pensamento algébrico, por não expressarem generalizações. Mais ainda, dado que as respostas não correspondem a um raciocínio ou a uma ação sistemática, torna-se inviável explicar uma resolução para o problema proposto. Por exemplo, a expressão “(...) dá 10 com mais quatro perdeu 1 do meio ficando o total de 14”, embora a aluna tenha percebido o que seja constante e o que varia em função do número de cubos, a frase apresenta incoerência na escrita e intui-se que o raciocínio está focado numa situação de 3 cubos alinhados e não de 4.

Em relação à dimensão *profundidade* da comunicação matemática escrita, os registos escritos apontaram uma concentração no nível baixo. De modo geral, embora tenha havido desenvolvimento razoável de operações algébricas em alguns itens dos registos, a falta de domínio do objeto matemático envolvido tornou-se evidente quando os itens das questões exigiam maior profundidade, em particular, quando se pretendeu uma generalização da situação desenvolvida. Nesse sentido, através da comunicação escrita desta aluna, é possível inferir que revela um pensamento algébrico insuficientemente desenvolvido, pois não

possibilitou sair do contexto da tarefa para operar com uma expressão direta que a representasse.

Trata-se agora da comunicação matemática escrita em nível médio, na dimensão *clareza*, que diz respeito à apresentação de ideias com algum entendimento, mas que recorre a vocabulário pouco preciso e representações pouco adequadas, na qual identifica-se alguns registos.

A resolução da participante E10 (Figura 3) apresentou uma ideia precisa relativamente a alguns itens da questão 1 da tarefa. No entanto, recorreu a representações pouco adequadas considerando que, se ampliar o contexto da tarefa, a estratégia adotada exigiria um trabalho que se revelaria custoso. Os demais registos enquadrados nesse nível relativamente à clareza, se não da mesma maneira, mas de forma muito parecida, apresentam a mesma dificuldade para uma possível generalização da situação. O registo da participante E10 apresentou um raciocínio sintaticamente orientado em relação ao pensamento algébrico, numa perspetiva orientada à generalização algébrica, como se observa nos registos presentes na Figura 3.

1. Descubra quantos autocolantes a Joana usará numa construção com:

a) Três cubos.

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 5 \\ - 2 \times 5 + 4 \\ \hline 10 - 4 = 14 \end{array}$$

b) Quatro cubos.

$$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 4 \ 5 \\ 5 \times 2 + 4 \times 2 \\ 10 + 8 \\ \hline 18 \end{array}$$

c) Dez cubos.

$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 5 \\ 8 \times 4 = 32 \\ 5 \times 2 = 10 \\ \hline 42 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \times 3 + 5 \times 2 \\ 32 + 10 \\ \hline 42 \end{array}$
---	--

Figura 3. Resolução da participante E10 (itens a, b e c)

Na dimensão *fundamentação* da comunicação matemática escrita, em nível médio, é possível identificar alguns registos. Por exemplo, na Figura 4 apresenta-se o registo escrito da mesma participante, E10, em resposta a uma questão que pedia que se determinasse a quantidade de autocolantes para as faces visíveis de 52 cubos.

d) Cinquenta e dois cubos.

$$50 \times 4 + 2 \times 5$$

$$= 200 + 10$$

$$= 210$$

Figura 4. Resolução da participante E10 (item d)

O que se observou na resposta foi a resolução por meio de uma expressão numérica, fazendo uso dos campos aditivos e multiplicativos, que permitiu chegar a um resultado justificado e satisfatório, possível de verificar ao longo das alíneas anteriores. Observa-se que é possível identificar que a participante recorreu a características comuns em alguns elementos da sequência da tarefa e conseguiu elaborar uma expressão numérica. Os demais registos agrupados no nível médio de *fundamentação* apresentam estratégias parecidas, que, embora tenham evidenciado uma relação funcional, nos revelam uma tendência do grupo para utilizar operações aritméticas, dispensando a possibilidade de outras estratégias.

Acerca da dimensão *lógica* da comunicação matemática escrita, os registos que se identificam em nível médio foram de poucas participantes. Observa-se que nesses registos houve algum raciocínio e coerência que permitiram a conexão entre as ideias da situação proposta na tarefa.

Como se pode observar nas Figuras 3 e 4, foi estabelecido um raciocínio que permitiu responder, de maneira coerente, aos itens propostos na questão 1 da tarefa, utilizando esquemas apropriados, que são compreensíveis ao leitor. Os demais registos identificados nesse nível apresentaram de algum modo registos que, assim como os de E10, revelam que as operações realizadas, na maioria das vezes aritméticas, se relacionavam com as questões da tarefa, sem, no entanto, apresentarem uma formalização algébrica que permita identificar uma expressão direta, como era esperado na questão 2 da tarefa.

De uma maneira em geral, essa aluna consegue trabalhar e se comunicar matematicamente, contudo, falha em termos da capacidade de escrita da expressão direta. Pela forma como estrutura a escrita, é possível inferir que consegue perceber a comunalidade (Mestre, 2014) sem, no entanto, ser capaz explicitar uma expressão algébrica.

No que concerne à *profundidade*, nos registos analisados muito raramente foi identificado aspetos que possam ser classificados como complexos, como seria, nomeadamente, uma tentativa de construção de notações algébricas que permitissem explicar algebricamente a situação. O que se tem nos registos analisados é apenas o apresentado pela participante E6, que recorrendo à língua materna conseguiu expressar, ainda que se

referindo ao contexto da situação, um processo que permitiu contabilizar todos os autocolantes visíveis (Figura 5).

d) Cinquenta e dois cubos.

$$\begin{array}{l} \text{Cinquenta e dois cubos, terá } 50 \times 4 = 200 \\ 2 \times 5 = 10, \text{ os cubos centrais ficam} \\ \text{com } 200 \text{ corinhas, e os cubos} \\ \text{da ponta } 10 \text{ corinhas.} \\ \text{Total } 210 \end{array}$$

Figura 5. Resolução da participante E6 (item d)

No que se refere à *profundidade*, esse registo descreve uma particularidade em relação aos cubos do meio em que as faces ficam ocultas em dois lados paralelos, e percebeu que o mesmo não ocorre com os dois cubos das extremidades. Mesmo assim, não descreve uma regra geral em nenhuma das questões propostas, ou uma expressão direta que generalizasse para qualquer quantidade de cubos.

Nota-se que a maneira como a participante E6 tenta determinar uma regra de formação que, embora correta, não se distancia do contexto da situação, nos revela uma possível dificuldade de aplicação em outros contextos. No entanto, é perceptível uma generalização algébrica relacionada ao contexto.

A comunicação matemática escrita em nível elevado exige dos sujeitos a precisão de ideias, processos e justificações adequadas nas respostas, raciocínio e coerência nos registos escritos, de modo a revelar a conexão de ideias, além de possibilitar a identificação de aspetos complexos de um determinado assunto. Nos registos que foram analisados, praticamente não foram encontradas características que correspondessem a essas exigências.

b) Quatro cubos.

$$5 + 4 + 4 + 5 = 18$$

c) Dez cubos.

$$\begin{array}{l} 5 + 8 \cdot 4 + 5 \\ \text{então:} \\ 8 \cdot 4 + 10 \\ 32 + 10 = 42 \end{array}$$

Figura 6. Resolução da participante E4

Relativamente à *clareza* na comunicação matemática escrita, apenas os registos das participantes E4 e E6 enquadram-se de alguma forma no nível elevado. Observa-se na Figura 6 o registo da participante E4 que apresenta ideias precisas e corretas, além de recorrer a representações aritméticas adequadas. Também é possível compreender suas conjecturas que se consideram adequadas diante do que se pressupõe a dimensão *clareza*. No entanto, cabe ressaltar que, como já mencionado nos outros níveis e em outras dimensões, não se tem, de forma evidente, um registo que permita identificar uma generalização matemática da situação, mas sim o uso recorrente de operações aritméticas.

Quanto ao nível elevado da *fundamentação* na comunicação matemática escrita, não foram classificados registos nesse nível. Considera-se que os registos da participante E6 estão no nível elevado ao se observar que, para responder aos itens da questão 1, por exemplo, embora tenha utilizado a língua materna e a linguagem matemática de forma simultânea (Figura 5), apresentou justificações que se consideram adequadas e que fundamentaram as suas ideias. Embora não tenham saído do contexto da tarefa, esses registos permitem identificar uma certa capacidade de discernir elementos comuns e mudar a atenção dos casos individuais para a totalidade de casos possíveis.

Em relação ao nível elevado da dimensão *lógica* da comunicação matemática escrita nos registos analisados, o que se observa é que, tal como na dimensão da *fundamentação*, a maior parte dos registos escritos não apresentou raciocínio e coerência, dado que nem sempre ficou evidente a conexão entre as ideias expressas e a tarefa proposta. Na verdade, na maior parte das vezes, foi evidenciada a falta de lógica por resultados imprecisos ou demasiado trabalhosos, a depender da situação que se propunha. Em relação à generalização algébrica, isso se tornou evidente, pois não se observou nos registos meios que fundamentassem uma expressão geral para um contexto diferente do da tarefa. Relativamente ao nível elevado da dimensão *lógica*, apenas nos registos de E6 foi possível identificar coerência e um raciocínio que manifestasse conexão entre as ideias.

A quarta e última dimensão proposta por Pires et al. (2018) refere-se à *profundidade* na comunicação matemática escrita. Esta diz respeito ao domínio de aspetos mais complexos sobre um determinado assunto e seu uso frequente. Ressalta-se não ter sido possível encontrar nos registos elementos que a evidenciassem. Note que era na questão 2 que se esperava uma expressão matemática que permitisse calcular os autocolantes visíveis em função da quantidade de cubos. O que se obteve foi uma representação em linguagem natural que, embora correta, não fugiu do contexto da tarefa, conforme já mencionado anteriormente.

Em rigor, poucos registos evidenciaram-se em nível elevado nas dimensões propostas por Pires et al. (2018). Considera-se relevante destacar que, quanto à generalização algébrica, as análises dos registos da tarefa evidenciaram, de modo geral, que não houve

uma descontextualização do conhecimento matemático em jogo, ou seja, não apresentam de forma explícita uma expressão direta que generalizasse para diferentes situações.

Embora até aqui não se tenha mencionado os aspetos e vertentes do pensamento algébrico, ressalta-se que, nas análises realizadas em todas as dimensões de comunicação matemática escrita, se pode observar o apelo intuitivo para alguns itens. De forma predominante, observa-se aspetos relacionados com a vertente da generalização algébrica. Alguns registos, que foram classificados no nível médio de comunicação matemática escrita, deixam transparecer o domínio de relações funcionais, sem, no entanto, serem generalizáveis essas relações.

Conclusão

As análises da comunicação escrita em resposta à tarefa proposta foram realizadas considerando as dimensões e seus níveis apresentados por Pires et al. (2018). Em relação a essas análises, conclui-se que, embora a maior parte dos registos tenha apresentado certa coerência no raciocínio e na organização das ideias, a dimensão *clareza* da comunicação matemática escrita manteve-se apenas no contexto da tarefa. Nas respostas, as futuras professoras utilizaram, por vezes, vocabulário pouco preciso e incompreensível e recorreram a representações pouco adequadas. Acerca da dimensão *fundamentação* da comunicação matemática escrita, pondera-se que os registos não apresentaram ideias formalizadas, apesar de se identificar que, mesmo dentro do contexto das tarefas, alguns registos tenham fundamentações corretas. Ainda se observa que há uma forte concentração de ideias imprecisas, que não permitiram identificar o raciocínio. Na dimensão *lógica* da comunicação matemática escrita, observa-se que a maior parte dos registos não apresenta uma organização precisa, o que inviabilizou qualquer compreensão do raciocínio adotado. No que tange à dimensão *profundidade* da comunicação matemática escrita, nota-se que não se tem nos registos nada que indique um nível elevado nessa dimensão de comunicação escrita.

A experiência analisada neste trabalho, envolvendo futuras professoras nos anos iniciais do ensino fundamental, revela dificuldades profundas no desenvolvimento da generalização algébrica e sua operacionalização face a situações concretas. De facto, as futuras professoras apresentam dificuldades, de um modo geral, em expressar com precisão construções algébricas para explicar determinadas situações. Por vezes, quando restritas ao contexto da tarefa, as participantes revelaram algum domínio, porém, não apresentaram profundidade em suas resoluções, nem pareceram dominar os aspetos mais complexos da tarefa proposta.

É importante destacar que a comunicação escrita tem um papel fundamental no ensino e na aprendizagem da Matemática, e a utilização desse tipo de comunicação é um meio importante para que os alunos possam refletir sobre sua forma de compreender, ajudando-

os a fazer conexões e a clarificar os conceitos matemáticos (Pantaleon et al., 2018; Philips & Crespo, 1996).

Dessa forma, entende-se que a função de ensinar matemática envolve muito mais que saber conteúdos matemáticos, é necessário que o professor organize e estruture um conjunto de ações que propiciem a um aluno aprender matemática. Ou seja, o professor necessita de uma base de conhecimentos, que se manifesta por meio de conhecimentos formais e experienciais, transformando-os num ato de ensinar (Roldão, 2007). Nesse sentido, este trabalho com o seu caráter exploratório procurou refletir sobre possíveis conhecimentos profissionais docentes relacionados com o pensamento algébrico de futuras professoras dos anos iniciais do ensino fundamental brasileiro. Mais estudos serão úteis para confirmar ou infirmar estes resultados. Nesse sentido, sugerem-se pesquisas organizadas em torno de sequências de tarefas, tendo como referência as dimensões da comunicação matemática escrita, como meio de fomentar a construção do pensamento algébrico, tanto na formação de professores, como em sala de aula com os estudantes da educação básica. Sugere-se também mais investigação centrada no processo de escrita, sendo a própria escrita objeto de estudo e reflexão.

Agradecimentos

Este trabalho é financiado pela PUC-SP e Capes – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, Bolsa PROSUC e pelo CIED – Centro de Investigação em Educação, projetos UID/CED/1661/2013 e UID/CED/1661/2016, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT.

Notas

¹ Anos Iniciais do Ensino Fundamental, no Brasil, correspondem ao 1.º Ciclo do Ensino Básico, em Portugal.

Referências

- Araújo, A. F., & Borralho, A. (2018). Comunicação Matemática: Uma contribuição nas práticas letivas. In F. Soares & B. Dassié (Orgs.), *Atas VII Encontro de Educação Matemática* (pp. 1-12). Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Barbosa, A., & Vale I. (2018). O contributo de uma Gallery Walk para promover a comunicação matemática. *Educação e Matemática*, 149-150, 2-8.
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. São Paulo: Edições 70.
- Blanton, J. J., & Kaput, M. L. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412-446.
- Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 81-118.
- Cândido, P. (2001). Comunicação em Matemática. In K. Smole & M. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas* (pp. 15-28). Porto Alegre: Artmed Editora.
- Coelho, F. U., & Aguiar, M. (2018). A história da álgebra e o pensamento algébrico: Correlações com o ensino. *Estudos Avançados*, 32(94), 171-187. <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0013>

- Costa, E., & Pires, M. V. (2016). Comunicar por escrito em matemática: Um estudo com alunos do 5º ano. In M. H. Martinho, R. A. Tomás Ferreira, I. Vale & H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 405-419). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Guerreiro, A., Tomás Ferreira, R. A., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: A perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(44), 279-295.
- Freitas, M. T. A. (2006). *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática* (Tese de Doutoramento). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- Hoffman, B. V. S. (2012). *O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental* (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Brasil.
- Kaput, J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Linhart, J. M. (2014). Teaching writing and communication in a mathematical modeling course. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 24(7), 594-607.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. (2013). *Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas* (2.ª ed.). São Paulo: E.P.U.
- Martinho, M. H., & Rocha, H. (2018). A escrita matemática e a intuição em Geometria. *Educação e Matemática*, 150, 34-38.
- Menezes, L., Ferreira, R. A. T., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais de professores de Matemática* (pp. 135-161). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Mestre, C. M. M. V. (2014). *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar* (tradução do inglês). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (tradução do inglês). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática* (tradução do inglês). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pantaleon, K. V., Juniati, D., Lukito, A., & Mandur, K. (2018). The written mathematical communication profile of prospective math teacher in mathematical proving. *Journal of Physics: Conf. Series*, 947, 1-6. doi:10.1088/1742-6596/947/1/012070
- Passos, C. L. B. (2008). A comunicação nas aulas de matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. *Interacções*, 8, 18-36.
- Phillips, E., & Crespo, S. (1996). Developing written communication in mathematics through math penpal letters. *Learning of Mathematics*, 16(1), 15-22.
- Pimm, D. (1987) *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pires, M. V., Costa, E. A. da., & Leite, C. P. (2018). Contributos para análise da comunicação (matemática) escrita dos alunos. *Educação e Matemática*, 149-150, 28-32.
- Planas, N., Morgan, C., & Schütte, M. (2018). Mathematics education and language: Lessons and directions from two decades of research. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger & K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education. Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (pp. 196-210). New York: Routledge.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Departamento de Ensino Secundário-Ministério da Educação.
- Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, M. H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.
- Ponte, J. P., & Branco, N. (2013). Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, 50, 135-155.

-
- Roldão, M. C. (2007). Formar para a excelência profissional – Pressupostos e rupturas nos níveis iniciais da docência. *Educação e Linguagem*, 10(15), 18-42.
- Santos, L., & Semana, S. (2014). Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment practices. *Educational Studies in Mathematics*, 88, 65-87.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Charlotte, NC: NCTM & Information Age Publishing.