O computador da aprendizagem da geometria: uma experiência com alunos do 10º ano de escolaridade

Manuel Joaquim Félix da Silva Saraiva
Universidade da Beira Interior

Com este estudo pretendeu-se analisar as potencialidades educativas do programa educacional LOGO.GEOMETRIA, numa versão especialmente preparada para apoiar a aprendizagem da Geometria Vectorial e Analítica, utilizado numa perspectiva pedagógica que valorizou as actividades de exploração e descoberta, para promover nos alunos :

a) A construção de conceitos e de relações matemáticas;

b) a capacidade de formulação e resolução de problemas;

c) a compreensão da necessidade e utilidade das demonstrações;

d) novas atitudes e concepções relativamente à Matemática e ao seu papel na aprendizagem desta disciplina.

Os trabalhos de campo realizaram-se entre Março e Junho de 1990. Estiveram envolvidos quarenta e três alunos (duas turmas, uma de Informática via ensino e uma de Agro-Pecuária via técnico-

profissional). As actividades foram desenvolvidas ao longo de dez semanas, duas horas por semana e por turma, no ambiente de sala de aula. Foram utilizados oito microcomputadores
tipo PC.

Metodologia

As grandes opções metodológicas

A abordagem da investigação assentou nas características básicas próprias das investigações de tipo qualitativo

O ambiente natural é a fonte directa dos dados e o investigador é o seu principal instrumento. O contacto estreito do investigador com a situação onde ocorrem os fenómenos resulta do facto destes serem muito influenciados pelo seu contexto;

os dados recolhidos são predominantemente descritivos. são fornecidos essencialmente por descrições de pessoas, de situações e de acontecimentos;

existe todo o interesse em compreender a perspectiva dos participantes e o 'significado' que eles dão às coisas;

a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. A grande preocupação do investigador não é encontrar evidências que testem hipóteses definidas antes do início do estudo, mas antes partir da análise dos dados num processo de baixo para cima: no início há questões de interesse amplo que no fim se tornam mais directas e específicas.

Proposta Pedagógica

O investigador forneceu a proposta original para o projecto e criou as actividades. Estas foram depois discutidas com os dois professores e modificadas de acordo com as indicações obtidas durante o desenrolar da experiência.

O estudo compreendeu duas fases (a primeira de introdução ao LOGO.GEOMETRIA e a segunda relativa à Geometria Vectorial e Analítica), ambas baseadas nos seguintes princípios gerais:

• a aprendizagem é um processo onde os conhecimentos são construídos pelo próprio aluno a partir das suas experiências, relacionando-as com os seus conhecimentos anteriores;

• a Geometria é uma das melhores oportunidades para aprender como é a realidade matemática e é um bom veículo para se fazer descobertas;

• um aluno que nunca tenha ensaiado organizar um material de estudo a um nível local nunca o saberá fazer a um nível global;. a formulação e a resolução de problemas são importantes na formação matemática dos alunos;

• o LOGO.GEOMETRIA é uma ferramenta que facilita as actividades de exploração em Geometria plana;a atracção dos jovens, nos dias de hoje, pelo computador, poderá ser aproveitada se as propostas de trabalho a desenvolver
com o computador forem em si mesmas motivadoras e interessantes.

Os alunos resolveram fichas de trabalho (num total de dez, tantas quantas as aulas com o computador. Os alunos da turma de Agricultura só resolveram as primeiras seis) com situações para explorar e problemas para formular e resolver, organizados em grupos de 2/3/4 alunos por computador, sob a orientação dos respectivos professores. Após a resolução de cada actividade proposta, os alunos tinham que elaborar um relatório sobre o tra
balho feito e as dificuldades encontradas.

Instrumentos

Para além dos relatórios dos alunos acima referidos, foram também recolhidos dados através de um questionário feito aos alunos, no fim do ano lectivo, referente às suas opiniões sobre o trabalho desenvolvido nestas aulas com o computador. Foi, ainda, feita pelo investigador uma entrevista a cada um dos dois professores que participaram na experiência. Estas entrevistas foram realizadas entre o investigador e cada um dos professores em separado. Para tal foi elaborado um guião. Foram, também, feitos registos escritos num bloco de notas próprio para o efeito. Durante as aulas com o LOGO.GEOMETRIA o investigador ia registando o que via e ouvia (perguntas feitas pelos alunos sobre as actividades propostas; originalidade de processos na resoluçãodos problemas; dúvidas encontradas; ambiente de trabalho). Muitas vezes o investigador foi chamado por um dos professores para observar o trabalho interessante que determinado grupo de alunos estava a fazer, reforçando, deste modo, a quantidade de informação (de qualidade) recolhida. Estes registos eram completados com a discussão/reflexão que havia entre o investigador e os dois professores após cada aula com computadores.

Análise dos dados

Os dados recolhidos através dos relatórios foram sujeitos a leituras sucessivas e ao registo da interpretação dessas mesmas leituras de modo a que pudessem surgir os aspectos mais relevantes neles contidos. Cada relatório era lido actividade a actividade e de forma global (a actividade 1, por exemplo, de todos os relatórios era lida e analisada e só depois se passava para a actividade seguinte) de modo a garantir um maior enquadramento de cada um no seu todo. Procuravam-se ver os resultados, os processos de resolução apresentados por cada grupo e as potenciais questões levantadas pelos alunos de modo a fazer-se, para além de uma identificação, uma sua separação. Estas análises interpretativas por cada uma das turmas eram confrontadas uma com a outra e segundo este mesmo critério, à medida que ia sendo possível (as turmas tinham ritmos de trabalho diferentes). O diário de registos foi sempre um fornecedor de informação globalizante, permitindo relacionar muito do que os alunos escreviam e do que haviam feito aos olhos do investigador de modo a poder enriquecer a interpretação tirada do que este lia daquilo que os alunos tinham escrito. Após a leitura de cada relatório era feita a leitura do diário de registos de modo a poder-se ver o que fora registado do que se vira ter acontecido e o que fora comunicado por escrito pelos alunos. Desta forma os relatórios escritos eram melhor enquadrados na realidade vivida na aula. Este efeito era limitado pois os olhos do investigador só podiam estar virados para um grupo de cada vez. Porém, e como uma certa compensação desta fraqueza, recorde-se que os registos feitos tinham a força da informação recolhida junto dos professores durante e após cada sessão de trabalho.

As entrevistas aos professores no fim do ano lectivo foram ouvidas várias vezes e passadas para o papel. A sua análise foi feita à luz dos grandes grupos orientadores e definidores do guião, tendo havido uma preocupação em ligar as palavras ditas pelos professores e todos os aspectos inferidos dos relatórios e do diário de registos.

O questionário aos alunos teve um tratamento um pouco mais formal, com uma formação de categorias. O motivo deveu-se ao facto de se tratarem de opiniões onde essa categorização acabou por ser mais possível (duas opiniões categóricas com sentidos opostos podem ser colocadas em grupos perfeitamente diferenciados). Nesta categorização cada elemento só podia pertencer a uma das categorias definidas, cada um dos elementos (e todos) tinha de pertencer a uma das categorias definidas e deveria existir o máximo de objectividade nesta classificação. A classificação feita foi comparada com a de um outro juíz tomada com base no que os alunos escreveram. Algumas das tabelas elaboradas foram sujeitas ao teste do Qui-Quadrado no sentido de avaliar a significância das eventuais diferenças encontradas.

Neste artigo irei abordar a vertente do problema relativa à *compreensão da necessidade e utilidade das demonstrações.*

A demonstração na Matemática

"Todo o matemático sabe que uma demonstração não é verdadeiramente compreendida quando se está limitado a verificar passo a passo a correcção das deduções que lá figuram, sem tentar imaginar claramente as ideias que conduziram à construção dessa cadeia de deduções e não a outra" (Bourbaki, citado por Balacheff, 1988, p. 28). Elas poderão escapar a uma demonstração por muito impecável que o possa ser sob o ponto de vista lógico. O próprio Cantor ao interpelar Dedekind sobre a proposta de uma demonstração que este acabara de escrever afirmou "Eu estou a ver mas não sinto" (Cavailles, citado por Balacheff, 1988, p. 28). Esta perspectiva é, também, sustentada por Watson (1980), para quem a importância de uma demonstração não é apenas o convencer-nos que o teorema é verdadeiro — para confirmar que a intuição não nos pregou uma partida — mas para nos mostrar PORQUE é que o teorema é verdadeiro e em que condições.

Balacheff (1988) afirma que a validade de uma proposição não é

definitiva, podendo evoluir no tempo com a evolução dos saberes sobre os quais ela se apoia, podendo, mesmo, ser aceite por uma comunidade mas ser recusada por outra (p. 29). A aceitação por certos matemáticos e a não aceitação por outros, da demonstração da Conjectura das Quatro Cores anunciada por Kenneth Appel e Wolfgang Haken em 1976, é disso um exemplo. Aliás, a influência do computador na Matemática está a pôr em causa o próprio conceito de demonstração, pois esta pode passar a estar dependente da correcção e eficácia de um algoritmo computacional. N. Sankar (1988), após focar o papel fundamental que os verificadores de demonstrações têm para o desenvolvimento da Matemática, afirma que a investigação em verificação de demonstrações através do computador trará, eventualmente, uma luz considerável sobre a natureza da explicação e da notação matemáticas e fornecerá fontes frutuosas de novas conjecturas e de novas técnicas (p. 804).
Se o que envolve a feitura das demonstrações tem um carácter social muito forte, onde o próprio rigor está muito ligado ao fenómeno da comunicação humana, onde não se pode perder o significado do TODO na compreensão dos sucessivos passos sendo, mesmo, um fenómeno dinâmico, em evolução, como pensar as demonstrações no ensino/aprendizagem?

A demonstração no processo do ensino/aprendizagem

A aprendizagem das demonstrações pelos alunos faz-se, normal mente, através da imitação. O professor escreve no quadro o enunciado e a demonstração do teorema e o aluno copia-os para o caderno com a intenção e a necessidade de os reproduzir num teste escrito ou oral. O aluno, deste modo, é levado a uma atitude passiva na qual se torna um contemplador de uma estrutura acabada. Por este processo oculta-se aos alunos a demonstração "como um instrumento de prova, sobrevalorizando-se a demonstração como um tipo de discurso onde é dado valor essencialmente à estrutura" (Balacheff, 1988, p. 18). Para que a demonstração tenha sentido para os alunos é necessário que estes a sintam como um fiável instrumento de eficácia para estabelecer a validade de uma proposição. Os alunos terão de sentir que a demonstração "é necessária para fundamentar a generalidade da proposição que se demonstra, isto é, a possibilidade da sua aplicação a todos os casos particulares" (Fetísov, 1980, p. 18).

A obtenção de conjecturas, por parte dos alunos, deveria ter um maior peso no ensino/aprendizagem da Matemática do que aquele que tem tido nas nossas escolas. "A conjectura poderá trazer consigo a convicção de racionalidade" (Watson, 1980, p. 165). Claro que, depois, é necessário demonstrá-la, é necessário provar a sua veracidade, sob pena da conjectura nunca deixar de o ser. Através da experimentação para um ou vários casos pode-se avançar para um modelo, que por sua vez pode ser válido para um outro caso mas, até que ponto podemos ter a certeza que ele é válido para todos os casos? Só uma demonstração poderá dar uma razão que convença em definitivo.

A elaboração de demonstrações, por parte dos alunos, deverá ser acompanhada pela análise crítica das mesmas, onde haja uma constante exploração dos objectos matemáticos cuja verdadeira natureza esteja sempre a ser questionada. A elaboração de uma prova e a sua análise crítica são, assim, as duas faces de uma mesma moeda: a da validação de uma proposição.

O estatuto que o sistema escolar confere ao professor, detentor de um saber científico ou escolar, dá-lhe o poder de decidir do carácter efectivamente contraditório de uma determinada situação. Ele deverá agir de modo a levar o aluno a este reconhecimento, todavia, é preciso salvaguardar, tanto quanto possível, que o professor permaneça exterior às tomadas de decisão sobre a validade da prova e que as decisões sejam fundamentalmente do foro dos alunos.

Efeitos observados das actividades desenvolvidas

Nas actividades de ensino/aprendizagem que serviram de base a este estudo pretendeu-se criar um fio condutor que levasse os alunos a sentir a necessidade e utilidade de uma demonstração. A estratégia definida passou pelo pedido escrito de verificações de situações que pareciam evidentes, imediatas, pelo desafio da descoberta de leis e relações matemáticas e pelo pedido de explicação e justificação de factos e de fenómenos matemáticos em jogo. Esta estratégia foi complementada pela intervenção oral dos professores mantida ao longo das dez semanas de trabalho onde as perguntas "Então e isso é válido para todos os casos?", e "Parecer parece, mas será mesmo?" surgiram com bastante frequência nas aulas com o computador.

Os alunos envolvidos nesta experiência com o LOGO.GEOMETRIA manifestaram, na sua globalidade e inicialmente, uma tendência muito grande para a aceitação da evidência das figuras. "Isso vê-se logo", afirmaram eles muitas vezes. Os alunos tinham a convicção que estavam a resolver correctamente as actividades e eram apoiados, nesta sua convicção, por aquilo que o "écran" do monitor lhes mostrava. Foi devido à colocação da dúvida, por parte dos professores, que os alunos fizeram as verificações, tendo, para tal, recorrido aos procedimentos CONTEUDO e COINCID?. O LOGO.GEOMETRIA, mais uma vez, se mostrou útil na obtenção de respostas rápidas e fiáveis.

Esta tendência atenuou-se com o avançar dos trabalhos mas não desapareceu com ele. A resposta dada por um grupo de alunos da turma de Informática, na oitava aula com o computador, à actividade proposta, "Constrói três rectas r, s, e t, paralelas entre si. Que relação existe entre os seus declives? Qual é a sua justificação?", é disso um exemplo. Os alunos escreveram o seguinte: "Começámos por traçar três rectas paralelas entre si e através do comando DECLIVE verificámos que os declives das rectas eram iguais .logo, tendo os vectores directores as mesmas coordenadas, os declives das respectivas rectas são iguais".

Estes alunos justificaram a relação de igualdade dos três declives com base na igualdade das coordenadas dos vectores directores, um de cada recta, que o LOGO.GEOMETRIA lhes deu (note-se que o LOGO.GEOMETRIA constrói o mesmo vector director para cada família de rectas paralelas). Estes alunos "apenas" leram o que lhes apareceu no "écran" do monitor, não tendo sentido a necessidade de analisar se a igualdade dos declives se manteria para o caso dos três vectores directores não serem o mesmo vector, por exemplo. Eles ficaram-se pela constatação dos resultados que o computador lhes apresentou. Foi a força da evidência um obstáculo à prova, à demonstração?

Os alunos da turma de Agricultura satisfizeram-se com a descoberta de uma lei matemática com base nos poucos casos experimentados e nas relações encontradas para eles. Estes alunos utilizaram-nas noutras situações diferentes como leis provadas e demonstradas.

Os alunos da turma de Informática, a partir da sétima aula com o computador, começaram a fazer as suas experimentações para casos aleatórios fornecidos pelos construtores ACASO do LOGO.GEOMETRIA. Estes alunos passaram a generalizar a partir da análise destes casos aleatórios. Um exemplo deste facto é o relatório apresentado por um dos grupos de alunos desta turma relatando o que haviam feito na actividade, já atrás mencionada (página 10), onde se pedia que os alunos relacionassem os declives de três rectas paralelas. Estes alunos escreveram:

"Fomos construir três rectas paralelas entre si. R.ACASO "r para a primeira e PARAL para as outras. Depoisperguntámos ao computador quais eram os seus declives e ele deu-nos para todas o mesmo valor. Daí concluímosque rectas paralelas têm sempre o mesmo declive. Um exemplo disto é se considerarmos um vector director de uma das rectas e dividirmos a sua ordenada pela sua abcissa obtemos o declive da recta e como o vector director de uma das três rectas paralelas é o mesmo das outras duas (ou pelo menos colinear), podemos concluir que o quociente da ordenada pela abcissa terá de dar o mesmo valor".

Partindo da experimentação para um ou vários casos pode-se avançar para um modelo. A intuição diz-nos que a proposição conjecturada é verdadeira. Mas sê-lo-á?

A tomada de consciência da insuficiência da verificação inicial sobre alguns exemplos de que se partiu para a conjectura, levando a ir verificar, ainda, para um outro caso, marca um passo importante quanto à validação da generalização feita. Trata-se de uma resposta empírica que fundamenta a convicção de certos alunos.

Nas propostas de trabalho fornecidas aos alunos insistiu-se bastante na testagem das conjecturas. Isto deveu-se ao facto de se pensar, por um lado, que os alunos se iriam satisfazer com a descoberta das relações em jogo a partir da experimentação para um ou vários casos e, por outro lado, a intenção de elevar a exigência dos alunos quanto à validação de uma proposição. Seria como que "obrigar" os alunos a uma passagem transitória da veracidade da generalização feita para alguns casos, para uma prova para todos os casos.

Os alunos que testaram as suas conjecturas satisfizeram-se com a testagem para validar a proposição, não tendo desenvolvido uma demonstração para tal. Para estes alunos, a veracidade da proposição foi-lhes garantida, para além do caso inicial, pela confirmação da relação para o caso genérico que eles consideraram. Para eles, este exemplo genérico teve a força duma validação total para a relação encontrada. O relatório seguinte, referente à actividade "Constrói a recta r de equação geral 2x-5y+200=0. Relaciona o declive da recta r com as coordenadas de um seu vector director. Considera outros casos à tua escolha. Testa a tua conjectura.", é disto um exemplo:

"...depois da recta construída calculámos o seu declive (0.4). Depois construímos um vector director da recta e calculámos as suas coordenadas (-99.996,-40). A divisão da ordenada pela abcissa deu-nos o valor do declive da recta. Para nos certificarmos que era assim para qualquer recta construímos uma recta ao ACASO e procedemosdo mesmo modo, o que também nos deu igual".

Uma demonstração assenta na análise das propriedades dos objectos em jogo e não é um resultado directo da experiência. O contexto social desempenha um papel fundamental para a validação e comunicação dos processos de prova. Torna-se necessário que a responsabilidade da verdade na aula seja transferida do professor para os alunos, de modo que estes reconheçam e vivam a demonstração como um verdadeiro meio de prova.

Até que ponto foram importantes as discussões em grupo, as discussões entre cada grupo e o professor e, nalguns casos, as discussões entre toda a turma e o professor, para o aparecimento de demonstrações? O envolvimento dos alunos num processo de validação das conjecturas que foram descobrindo ficou-se a dever à presença do computador? Que papel terá desempenhado o facto dos alunos passarem a ter consciência que um mesmo problema podia ser resolvido por mais de um processo, muitos dos quais desconhecidos do próprio professor, porque originais e diferentes, obrigando a que este os analisasse conjuntamente com os alunos, de modo a validá-los?

Três grupos da turma de Informática apresentaram, nos seus relatórios referentes à actividade 2 da Ficha Nº 4 (onde se esperava que os alunos descobrissem a relação entre as coordenadas do ponto médio de um segmento de recta e as coordenadas dos seus pontos extremos, a partir de um dado segmento de recta e de outros segmentos construídos pelos alunos), uma demonstração (não pedida no enunciado) da relação a que tinham chegado. Esta exigência surgiu, decerto, muito como consequência do estilo de trabalho que foi seguido, onde a pergunta "E isso é válido para todos os casos?" era muito frequente por parte dos professores.

"Oh! sôtor, como é que poderíamos demonstrar que estarelação é sempre válida qualquer que seja a situação?",

perguntaram os alunos de um destes grupos ao professor. Os alunos acreditavam que a relação se mantinha sempre, quaisquer que fossem os segmentos de recta considerados, mas queriam validá-la, queriam fazer uma demonstração. O professor deu um "empurrão- zinho", "Então, considerem o ponto médio do segmento de recta genérico [AB] como tendo coordenadas genéricas (a,b) e depois, utilizando os vossos conhecimentos sobre vectores logo lá chegarão". O relatório que os alunos apresentaram foi o seguinte:

"$AM = MB \Leftrightarrow M - A = B - M \Leftrightarrow$
$(a,b) - (x1,y1) = (x2,y2) - (a,b) \Leftrightarrow$
$(a - x1, b - y1) = (x2 - a, y2 - b) \Leftrightarrow$
$a - x1 = x2 - a \wedge b - y1 = y2 - b \Leftrightarrow$
$a = (x1 + x2)/2 \wedge b = (y1 + y2)/2$".

A situação vivida nesta aula revelou que estes alunos exigiram uma prova convincente para validar, para dar mais força à sua convicção, à sua certeza relativamente à relação em causa. Por outro lado, pudemos constatar que estes alunos não foram capazes de fazer uma demonstração sem "o empurrãozinho" do exterior. O que teria acontecido na aula se não tivesse existido esta ajuda? O que fariam os alunos? Desistiriam ou persistiriam até conseguirem encontrar uma prova que os satisfizesse? A actuação do professor foi mais um obstáculo ao desenvolvimento de um processo de prova autónomo ou foi mais um motor? Teria sido preferível uma não intervenção do professor? E o factor tempo? Teriam, os alunos, sido capazes de completar a resolução da ficha de trabalho se tivessem continuado a insistir sózinhos na demonstração da relação encontrada?

Conclusões

Quanto à compreensão da necessidade e utilidade das demonstrações

O LOGO.GEOMETRIA desempenhou um papel muito importante de suporte e de meio visual, bem como de auxiliar de cálculo para a elaboração de demonstrações. Porém, a força da evidência das figuras foi, particularmente no início dos trabalhos, um obstáculo à necessidade da feitura de um prova para a validação de uma proposição. "Isso vê-se logo", afirmaram muitas vezes os alunos. O LOGO.GEOMETRIA através dos seus construtores ACASO permitiu que alguns alunos sentissem o exemplo genérico como um exemplo especial, não como apenas um outro caso, mas sim como um representante de toda uma classe de objectos.

Os alunos da turma de Agricultura formularam conjecturas e consideraram-nas automaticamente validadas com base nos poucos casos por eles experimentados. Muitos dos alunos da turma de Informática, a partir da sétima aula com o computador, começaram a fazer as suas experimentações para os casos aleatórios fornecidos pelo LOGO.GEOMETRIA. Para alguns alunos, porém, a testagem para um caso genérico teve a força de uma demonstração.

O ambiente da aula criado pelo LOGO.GEOMETRIA, pelo trabalho de grupo, pelo professor e pelas actividades propostas permitiu que bastantes alunos acabassem por sentir a necessidade e utilidade das demonstrações. O envolvimento dos alunos nos processos de prova foi de tal ordem que chegou a acontecer os alunos chamarem a si a validação final das suas demonstrações.

O professor com o seu constante questionar, "Então e isso é válido para todos os casos?", "Porque é que isso é assim?", "Utiliza aquela lei matemática!", foi muito responsável pelo "agarrar" do desafio da prova por parte dos alunos. Levar os alunos a sentir que ganham poder para resolver mais problemas se ficarem com a força da demonstração de uma dada proposição, pois podem recorrer a ela e utilizá-la (ela é válida) na resolução de outros problemas, é um passo importante para a aprendizagem das demonstrações. Os alunos têm de sentir a utilidade das provas, caso contrário continuarão a olhar para elas como qualquer coisa inútil e aborrecida.

Conclusões globais

Mason (1991) afirma que cada vez mais os factos e conhecimentos matemáticos estarão baseados numa intuição profundamente desenvolvida a partir do uso de programas computacionais, onde todo um vasto conjunto de conhecimento matemático sofisticado terá como suporte o rato — a mão — o olho — o "écran" do monitor, cuja generalidade não é expressa por letras mas experimentada pela força muscular. Ainda segundo este autor, cada vez mais o "software" permite que o utilizador manipule objectos no "écran" envolvendo ideias matemáticas como objectos geométricos (gráficos e curvas), ícons referentes a objectos matemáticos como grupos, transformações e fórmulas que até então só poderiam ser utilizadas através da Matemática formal — desta forma a Matemática formal aproxima-se muito mais do utilizador. A utilização destes programas na sala de aula de Matemática deixará mais tempo livre para os alunos se preocuparem com o pensamento matemático. O motivo principal para que esta realidade não aconteça é, para Dreyfus (1991), devido ao estatuto que o raciocínio visual tem na educação matemática. Para este autor a tradição manda que se encare este raciocínio apenas como um suporte para descobertas de novos resultados e de pistas para demonstrar, estando num pé de inferioridade em relação ao raciocínio algébrico. Esta maneira de pensar esconde o papel importante desempenhado pelo raciocínio visual muito particularmente no trabalho diário dos matemáticos. Além disso, e segundo Dreyfus (1991), estudos cognitivos recentes apontam para o potencial tremendo que as aproximações visuais têm para uma aprendizagem matemática. Torna-se, desta forma, um imperativo criar ambientes escolares com computadores para que este potencial do raciocínio visual tenha lugar.

Com a experiência realizada pretendeu-se capitalizar este potencial, porém, como foi possível conseguir manter envolvidos e empenhados no trabalho dos conteúdos curriculares os alunos destas duas turmas? Se é inegável a aproximação do aluno ao abstracto através da sua concretização pelo computador, parece ser insuficiente este motivo. Também parece ser insuficiente a simples presença do computador, embora esta tenha marcado todo o trabalho desenvolvido: os alunos da turma de Agricultura associaram as actividades desenvolvidas ao computador e os da turma de Informática referenciaram-no como tendo sido um auxiliar importantíssimo. Da observação de todo o trabalho realizado tudo parece indicar que a grande causa para tal motivação foi o facto dos alunos se terem sentido desafiados aula após aula, semana após semana com os problemas que tinham para resolver.

Os alunos sentiram-se responsabilizados pelo trabalho que estavam a fazer. Pelos relatos finais que os alunos fizeram podemos inferir que eles, no princípio dos trabalhos, acreditavam que o professor já sabia tudo, já sabia como é que os problemas se resolviam, que já sabia se era verdade ou não o que os alunos tinham feito. Porém, logo a partir das primeiras aulas com o LOGO.GEOMETRIA, o professor por várias vezes disse que não sabia porque é que um certo acontecimento se tinha verificado: muitas vezes o computador dava mensagens que o professor não entendia; outras vezes os alunos tinham introduzido mal o comando certo e entrava-se num certo impasse; outras vezes o professor dizia "que coisa engraçada, não me tinha ocorrido tal". Este comportamento dos professores não era a fingir, como muitas vezes acontece nas aulas, e os alunos sabiam-no, sentiam-no. Assim, os alunos foram ganhando uma maior confiança, uma maior certeza de que poderiam fazer coisas que o próprio professor desconhecia e que poderiam estar certas. Os alunos foram sabendo que podiam experimentar, que podiam inclusivamente chegar a resultados "disparatados" mas que o professor os iria analisar e discutir com eles. A Matemática começou a ser vista como podendo ter vários caminhos para chegar à solução de um problema e onde as demonstrações tinham o seu interesse, a sua utilidade e podiam ser feitas e compreendidas pelos alunos. Claro que em última análise era o professor quem validava, quem dizia que estava certo ou não, mas os alunos foram ganhando uma crença de que também eles podiam mostrar a verdade das coisas.

Por outro lado, neste ambiente de trabalho, os alunos começaram a procurar, mesmo, soluções originais para os problemas. O desafio era resolver bem, depressa e de maneira diferente de modo que nem o professor tivesse pensado naquela hipótese. Os alunos sabiam que as resoluções eram toleradas, aceites e até desejadas.

Esta dinâmica propagou-se a toda a turma e os alunos competiam entre si, de forma sã, para ver quem resolvia primeiro e melhor.

Os professores não fugiram a este processo, chegando a estar, mesmo, envolvidos em discussão construtiva com os alunos na procura de resoluções de situações desconhecidas, também, para eles.

Os alunos sentiram-se mais apoiados do que nas aulas sem computador, tendo este facto sido realçado por alguns deles.

Foi neste contexto que os alunos agarraram as propostas de trabalho e chamaram a si os problemas que havia para resolver tendo-os feito seus. Para a sua resolução basearam-se em resultados já seus conhecidos e em problemas semelhantes resolvidos anteriormente, incorporando de forma implícita as heurísticas e técnicas existentes.

O factor tempo foi um obstáculo à possibilidade de um trabalho mais profundo na formulação de problemas e na exploração dos relatórios feitos pelos alunos. O cumprimento do programa curricular impôs-se. A organização escolar por disciplinas e por aulas seguidas de cinquenta minutos impôs-se também. Para quem participou neste trabalho não é difícil imaginar que uma sessão pudesse ter a duração de uma manhã.

A necessidade de colocar o raciocínio visual no seu devido lugar na educação matemática levanta, contudo, a questão de saber qual é o equilíbrio correcto entre a utilização de instrumentos gráficos em computadores e calculadoras gráficas e o ensino da Matemática formal que inclui a produção dos mesmos gráficos à mão. Esta questão tem todo o cabimento e importância e foi equacionada, muito particularmente, quando se analisou a forma diferente como os vários grupos de alunos utilizaram o computador ora usando um raciocínio de aproximação por tentativas, de natureza mais algorítmica, ora usando um raciocínio mais analítico. Aparentemente estes alunos vêem de forma diferente a Matemática e consequentemente a utilização do próprio computador. Mas não é no confronto das diferentes perspectivas que os alunos evoluem?

Um grande desafio se coloca à educação matemática nos dias de hoje. Vai esta disciplina ser "esvaziada" pela entrada inevitável do computador no ensino? Se a Matemática é mais do que "contas e algoritmos" será necessário mostrá-lo aos alunos, por eles e por ela.

Referências

Balacheff, N. (1988). *Une Étude des Processus de Preuve enMathématique chez des Élèves de Collège.* Tese de doutoramento, Université Joseph Fourier — Grenoble 1, França.

Dreyfus, T. (1991). On the Status of Visual Reasoning in Mathematics and Mathematics Education. *Proceedings of the XV International Conference for PME*, 1, p. 33-48.

Fetísov, A. (1980). *Acerca da Demonstração em Geometria.* Moscovo: Editorial MIR.

Mason, J. (1991). Mathematical Problem Solving: Open, Closed and Exploraty in the UK. *ZDM, 91/1*, p. 14-19.

Sankar, N. (1988). Observations on the Use of Computers in Proof Checking. *Notices of the American Mathematical Society, 35*, Nº 6, p. 804-805.

Watson, F. (1980). The Role of Proof and Conjecture in Mathematics Teaching. *International Journal of Mathematics Education and Science Technology, 11*, Nº2, p. 163-167.