

## "Aplicações e modelação" nos currículos de Matemática: contornos do debate actual

Susana Carreira  
Bolseira do INIC

Para uma rápida panorâmica do debate que se vem lançando, nos últimos anos, em torno da introdução das "Aplicações e Modelação" no ensino da Matemática, começarei por algumas ideias contidas no estudo elaborado pela International Commission on Mathematical Instruction -- "School Mathematics in the 1990s" (ICMI, 1986). Conforme refere o documento elaborado por esta comissão, "tem havido, em anos recentes, bastante discussão acerca das aplicações, da tentativa de tornar o ensino da Matemática relevante e do ensino da modelação matemática" (p. 61). O mesmo estudo assinala, no entanto, que não é genuinamente nova a preocupação em promover um ensino da Matemática apostado em torná-la aplicável. Assim, e de acordo com o mesmo relatório, o que de facto se prefigura como um dos desafios para a década de 90, ultrapassa a simples procura de situações de aplicação a serem tratadas produtivamente pelos alunos. Será necessário, prioritariamente, procurar compreender as razões pelas quais décadas de esforço investido na tentativa de introduzir as aplicações da Matemática nos sistemas educacionais, conduziram a tão incipientes avanços. De acordo com os autores do estudo, a resposta a esta questão passa por uma investigação mais aprofundada dos propósitos e justificações para a introdução de vários tipos de actividades de aplicação da Matemática nos currículos. Entretanto, a par da recomendação no sentido de se

enveredar por uma investigação mais incisiva neste domínio, é reiterada como uma das metas principais da educação matemática nos anos 90, a tentativa de ajudar os alunos a desenvolver a competência de aplicar os seus conhecimentos de Matemática.

O mesmo documento analisa aquelas que são as alternativas paradigmáticas para a inclusão das aplicações no tecido curricular, equacionando as suas consequências educacionais e alertando para as dificuldades que suscitam.

Uma primeira alternativa, confina as aplicações da Matemática ao espaço próprio das aulas de Matemática. Esta perspectiva traz como consequência uma motivação imediata dos alunos, mas defronta-se com a possibilidade de ver envolvida uma soma razoável de conhecimentos extra-matemáticos, especialmente quando se perseguem contextos de trabalho verdadeiramente significativos.

Numa segunda alternativa, a Matemática é aplicada noutras disciplinas. Seguindo por esta via, haverá possibilidades de tornar confluentes o ensino da Matemática e o de outras disciplinas, como a Física, a Biologia e a Geografia. Há, no entanto, que lidar com problemas de coordenação e poderá acontecer que as exigências das outras disciplinas se revelem desfasadas relativamente à preparação e maturidade matemática dos alunos.

Por último, a Matemática pode surgir aplicada em projectos interdisciplinares. Trata-se de uma alternativa capaz de promover um objectivo educacional há muito defendido. Contudo, as dificuldades aqui não serão menores, sobretudo se se pensar na importância da cooperação, neste tipo de actividades, e no choque que isso pode significar com os padrões tradicionais de organização curricular.

As três alternativas aqui apontadas são bem a ilustração da complexidade que se depara aos educadores matemáticos, na concepção de um ensino capaz de proporcionar aos alunos oportunidades de aplicarem os seus conhecimentos matemáticos na resolução de problemas que se estendem para fora da Matemática. O debate, porém, permanece vivo e reveste-se actualmente de novas e múltiplas interpelações. Por um lado, é realçada a importância de aumentar o "poder matemático dos alunos" (NCTM, 1989) e este passará, naturalmente, pela capacidade de utilizar ferramentas matemáticas na resolução de problemas extra-matemáticos. Por outro

lado, é cada vez mais veiculada, a necessidade de formar cidadãos capazes de apreciar o papel que a Matemática desempenha na sociedade actual e de ajuizar criticamente os aspectos essenciais da sua vida que se relacionam com a Matemática (NCTM, 1989, APM, 1988). Um interessante panorama do alcance que as aplicações da Matemática atingiram na vida contemporânea e das implicações que daí decorrem para a educação dos jovens do século XXI, é oferecido no relatório "Everybody counts - A report to the nation on the future of mathematics education" (NRC, 1989). Aí se faz notar que as aplicações da Matemática não se esgotaram na Física teórica, se bem que esta tenha sido eleita como a "jóia da coroa". Porventura de um modo surpreendente, as aplicações da Matemática têm vindo a ter eco, desde os anos sessenta, em toda a plêiade das ciências naturais, sociais e comportamentais. Constata-se ainda, que os avanços tecnológicos, que conformam a vida moderna, contêm em si as impressões digitais da Matemática.

É, pois, reconhecido como um traço distintivo da sociedade moderna, a matematização que subjaz em inúmeras actividades correntes da vida dos cidadãos. Daí que se justifique plenamente a preocupação em desenvolver nos alunos a capacidade de usarem a Matemática para uma compreensão mais eficaz das situações problemáticas que emergem do mundo que os rodeia (NCTM, 1989). Passada ao plano da formulação curricular, uma tal preocupação, estipula a ênfase na compreensão de modelos matemáticos, estruturas e simulações, aplicáveis a muitas outras disciplinas.

E se a questão da implementação de tais recomendações comporta, como destaca o estudo do ICMI, exigências e complexidades, os argumentos teóricos que demandam um lugar para as aplicações e modelação no currículo de Matemática tendem a multiplicar-se.

Niss (1989) identifica cinco grandes razões para que o currículo de Matemática, nas suas diversas formas e vocações, desenvolva um espaço destinado à introdução das aplicações e modelação:

1. Fomentar entre os alunos atitudes, actividades e competências que estimulem a criatividade e a resolução de problemas.
2. Criar, desenvolver e aperfeiçoar um potencial crítico nos alunos relativamente ao uso da Matemática em situações extra-matemáticas.

3. Preparar os alunos para se tornarem capazes de realizar actividades de aplicação da Matemática e modelação em matérias escolares de outras disciplinas e também, noutros campos, como indivíduos ou cidadãos, no presente e no futuro.

4. Estabelecer uma visão representativa e equilibrada da Matemática, do seu carácter e do papel que esta desempenha no mundo, tendo em conta que as aplicações da Matemática e a modelação noutras áreas constituem um dos aspectos dessa visão.

5. Auxiliar os alunos na aquisição e compreensão de conceitos matemáticos, noções e métodos, resultados e tópicos, quer como forma de lhes dar maior corpo, quer para motivar o estudo de certas disciplinas matemáticas.

De um ponto de vista bastante próximo deste, Blum (1991) organiza os argumentos que, ao longo da história, têm sido repetidamente invocados para a introdução curricular das aplicações e modelação. Quatro categorias são examinadas:

Argumentos pragmáticos - a Matemática como auxiliar em situações reais específicas.

O foco da argumentação reside na ideia de que não basta aos alunos o domínio de conhecimentos de Matemática pura, para que daí resulte automaticamente a capacidade em lidarem com situações extra-matemáticas. Impõe-se, portanto, que o ensino da Matemática desenvolva o contacto com tais situações reais.

Argumentos formativos - as aplicações em problemas da vida real constituem um contributo para a formação geral dos alunos.

Considera-se que todo um conjunto de competências gerais e atitudes pode ser desenvolvido com o recurso às aplicações, com especial destaque para o processo de tradução entre aspectos da realidade e questões matemáticas, através de actividades de resolução de problemas.

Argumentos culturais - as aplicações como fonte de reflexão e componentes fundamentais para uma visão adequada da Matemática.

Defende-se, neste sentido, que as ligações entre a vida real e a Matemática originam matéria de reflexão a um meta-nível, levando a uma maior consciência do lugar e do papel da Matemática na sociedade.

Argumentos psicológicos - as aplicações constituem um auxiliar na

aprendizagem da Matemática.

A tónica desta argumentação assenta no princípio de que os conteúdos matemáticos podem ser motivados e consolidados através de exemplos oportunos de aplicação, indo por vezes mais longe, ao defender que grandes áreas da Matemática adquirem toda uma estrutura mediante a sua inserção em contextos de aplicação.

Pese embora a pertinência e crescente aceitação dos argumentos teóricos que estipulam os contornos deste debate, a unanimidade é algo que parece estar ainda fora do horizonte na discussão internacional. Ao desenvolver a sua perspectiva geral do debate teórico, Kaiser-Messmer (1991) identifica duas correntes fundamentais:

- a corrente pragmática, largamente aceite nos países de língua inglesa;

- a corrente científico-humanista, largamente aceite nos países de línguas românicas.

A tendência pragmática coloca o acento tónico em objectivos de carácter pragmático ou utilitarista, entendendo que os alunos deverão realizar as suas próprias experiências de resolução de problemas reais, encetando processos de modelação, que concorrerão para uma consciência da larga aplicabilidade da Matemática.

Numa linha diferente, a tendência científico-humanista, valoriza a Matemática como ciência e os ideais humanistas da educação. A ênfase é canalizada para a capacidade dos alunos em estabelecerem relações entre a Matemática e o mundo real. Trata-se, antes de mais, de construir uma atitude adequada em relação à Matemática, que deverá fazer parte da formação do indivíduo.

As duas correntes, divergem, segundo Kaiser-Messmer, em questões decisivas, a mais proeminente das quais será o destaque que cada uma destas empresta à Matemática como ciência e à sua estrutura interna. Assim, os expoentes da corrente pragmática preconizam uma abordagem interdisciplinar das situações da vida real, conducente à inclusão das aplicações e modelação em ilhas isoladas que são adicionadas às restantes actividades curriculares. A ala mais extremista desta corrente sugere, no entanto, uma mudança mais radical, que pressupõe todo o currículo organizado em torno de unidades de ensino exclusivamente de natureza extra-matemática, rejeitando a estrutura da Matemática como linha condutora da

organização curricular. Em contraste com esta proposta, a abordagem científico-humanista apela ao ensino da Matemática dentro de contextos, o que significa o desenvolvimento da Matemática a partir do mundo real, como forma de permitir a interpenetração da Matemática e das suas aplicações. Esta corrente, contraria o aspecto redutor que seria a limitação da compreensão apenas aos aspectos do mundo real e da vida dos alunos. Ao invés, favorece a compreensão do contexto, no qual se incluem também, os aspectos internos da Matemática. Ao contrário da corrente anterior, esta última, encara a Matemática e a sua estrutura como elementos determinantes que não poderão ser abandonados na concepção do seu ensino.

Por último, será por certo iluminador da distinção entre as duas propostas em confronto, o tipo de actividades que cada uma delas privilegia -- aspecto este, aliás, que não deixa de ser um dos pontos fortes do debate. Ainda segundo Kaiser-Messmer (1991), a tendência pragmática confere grande valor às actividades de modelação e ao processo de construção de modelos, através de um ciclo que vai da vida real, passa pela Matemática e volta ao confronto com a realidade, implicando a resolução de problemas durante o percurso. Uma versão diferente emana da tendência científico-humanista, que dá maior importância ao processo de matematização em actividades apropriadas. A matematização é aqui fortemente ligada à ideia de estruturação e deverá envolver, não apenas fragmentos do mundo real, como também da própria Matemática. Este processo é encarado, quer como forma de introdução de novos conceitos (matematização conceptual), quer como forma de aplicar a Matemática na resolução de problemas (matematização aplicada). Em linhas gerais, esta abordagem determina mudanças sobretudo ao nível da introdução de conceitos e da sua exploração, de tal forma que os alunos se tornem capazes de os usar na sua vida presente e futura.

### Que papel para o computador?

A consciência da difusão das novas tecnologias de informação, nos mais variados sectores de actividade do mundo actual, constitui, por si só, uma forma de pressão para a presença do computador no espaço educativo. Mas se esta aparente compulsividade terá de ser, inevitavelmente, encarada pelos educadores matemáticos (Velo, 1987), não menos descartada poderá ser a reflexão em torno do papel que o computador pode desempenhar na mudança do ensino da Matemática.

Em 1980, o NCTM propunha, em "An agenda for action", que os computadores e calculadoras fossem integrados de formas imaginativas no currículo de Matemática, não os circunscrevendo ao papel da verificação de resultados ou da realização de exercícios práticos. Uma década volvida sobre tal recomendação, persistem ainda, em muitos quadrantes, suspeitas quanto à relevância do computador na educação matemática, não obstante as inúmeras conferências e artigos publicados sobre a matéria (Huntley, 1991). Dúvidas e desconfianças são, em grande medida, o espelho de anteriores desaires -- de que é exemplo a experiência do ensino assistido por computador -- mas também, da fragilidade do contexto educativo perante o embate da revolução tecnológica. De facto, como salienta Ponte (1991), uma das alterações essenciais que se desencadeiam na educação matemática, como fruto da tecnologia informática, consiste na desvalorização da manipulação mecânica, em que o computador revela a sua excelência. A utilização do computador requer, sobretudo, a capacidade de controlar e supervisionar processos automatizados e não, a necessidade de os executar. No entanto, parece ser decisivo um certo domínio básico de conceitos e procedimentos mecânicos, para uma eficiente tomada de decisões e controlo dos processos realizados pela máquina. A grande questão que ainda está por resolver, reside na descoberta de "formas de equilíbrio e articulação que possam servir da melhor maneira o processo de ensino/aprendizagem" (Ponte, 1991, p. 8).

É certo que as interrogações persistem e que os testemunhos da investigação são ainda pouco seguros, mas também é notável a catalisação de esforços em torno da realização da "espantosa promessa destes novos ambientes para o trabalho intelectual" (Fey,

1991, p. 45).

Interessa, em particular, analisar aqui a corporificação desta promessa num novo ambiente intelectual marcado pelas actividades de aplicação e modelação. A primeira das influências directas da utilização do computador, foi já referida e diz respeito a uma séria reformulação das capacidades a desenvolver nos alunos. Uma imperiosa evidência da importância de tal reformulação é apresentada por Arora e Rogerson (1991), ao fazerem notar que o próprio significado da palavra solução sofreu uma modificação radical após o advento do computador. Actualmente, a disponibilidade de novos instrumentos computacionais representa uma porta aberta para uma abordagem da resolução de problemas mais pragmática, criativa e investigativa, na sala de aula (Arora e Rogerson, 1991).

À pergunta: "como poderão os computadores apoiar actividades de modelação matemática?", Clements (1991) responde que os processos envolvidos neste tipo de actividades poderão ser significativamente facilitados se forem providenciadas aos alunos as seguintes ferramentas:

- (a) um sistema para a realização de cálculo numérico;
- (b) um sistema para a representação gráfica de funções e outras entidades matemáticas;
- (c) um sistema para a resolução de equações diferenciais com o mínimo de esforço computacional;
- (d) um sistema simples para a realização de manipulações algébricas rotineiras.

Da sua justificação para esta resposta, ressalta a valorização de algumas actividades inerentes ao processo de modelação, em desfavor da resolução do problema matemático. Se bem que resolver um problema matemático seja algo que aparece embutido no processo de modelação, Clements não lhe confere um estatuto idêntico ao de formular matematicamente um problema real, reinterpretar uma solução matemática e avaliar um modelo em termos da realidade.

Voltando um pouco atrás, e retomando as duas tendências dominantes definidas por Kaiser-Messmer, parece bastante óbvio que a posição manifestada por Clements vem engrossar as hostes da corrente pragmática. Para os que se situam nesta linha de

pensamento, o computador irá obviar as dificuldades que os alunos sentem frequentemente em manipulações algébricas e cálculo, evitando o fracasso que os impediria de progredir na sua experiência e lhe retiraria todo o significado.

Este, contudo, não é de modo algum, um caminho de sentido único. A Matemática fornece modelos abstractos para fenómenos naturais, bem como algoritmos para a sua implementação em computador (NRC, 1989). O momento presente é o de uma estreita ligação entre as aplicações, os computadores e a Matemática, num sistema poderosíssimo para o nascimento de ideias até agora impossíveis de imaginar. Um pormenor a não descurar é o facto de se ter acrescentado ao vocabulário da modelação, a expressão modelo computacional. "Os modelos computacionais de sistemas naturais, tecnológicos ou sociais, empregam princípios expressos matematicamente para desvendarem cenários sob diversas condições -- cenários que, anteriormente, só podiam ser estudados por meio de longas (e por vezes arriscadas) experiências e construções de protótipos" (NRC, 1989, p. 36).

Esta forte conexão entre modelos computacionais e modelos matemáticos abstractos, encerra, não só uma forma de validar um modelo matemático para a resolução de um problema real, como ainda, um meio profícuo de geração de novos e inesperados problemas matemáticos. Depreende-se, portanto, que o domínio e a compreensão de métodos e conceitos matemáticos pode, realmente, ganhar um peso determinante em actividades de aplicação da Matemática. Esta é, sem dúvida, uma conclusão importante a corroborar a perspectiva científico-humanista atrás descrita. Os modelos computacionais podem efectivamente gerar a necessidade de utilização de um vasto leque de métodos matemáticos e serem o motor da própria aprendizagem da Matemática. Uma nova ideia-chave surge, então, para a compreensão do papel do computador nas aplicações e modelação: "só uma pessoa que compreenda a Matemática em que se baseiam os modelos computacionais, pode usar esses modelos eficaz e eficientemente" (NRC, 1989, p. 37).

### Pressupostos gerais de uma investigação em "Aplicações e Modelação"

A transposição dos argumentos teóricos enunciados, para o campo da investigação, requer um conjunto preciso de opções e pressupostos a explicitar. Vários são os princípios que balizaram a investigação, ainda em curso, que me propus desenvolver na área da introdução das aplicações e modelação no currículo de Matemática, tendo por base o 10º ano de escolaridade e o ensino da Trigonometria.

Um destes princípios gerais tem a ver com as razões que podem mobilizar actividades de aplicação e modelação para o currículo de Matemática. Uma das hipóteses apontadas é a que dirige o interesse destas actividades para a aquisição e consolidação de conceitos e métodos matemáticos pelos alunos. A investigação que iniciei procura fornecer dados para avaliar a solidez empírica deste argumento e o alcance que poderá atingir a potenciação do processo de aprendizagem, por via da introdução de situações problemáticas do mundo real no ensino da trigonometria. Em particular, urge investigar a natureza dos efeitos concretos que se evidenciam na forma de aprender Matemática, quando se valorizam as ligações com o real e nelas se encontram contextos relevantes para a manipulação e compreensão de conceitos de trigonometria.

Como facilmente se constata, emerge daqui um outro pressuposto fundamental para o delineamento da investigação. Trata-se da forma como foi equacionado o papel das actividades de aplicação e modelação em tópicos de trigonometria. Com efeito, a perspectiva adoptada tende para uma adesão à corrente científico-humanista, na medida em que pretende interligar a aplicação de conhecimentos de trigonometria na resolução de problemas reais e a compreensão e estruturação de conceitos, métodos e modelos próprios desta área da Matemática.

No que se refere à implementação curricular destes princípios orientadores, foram inspiradoras as recomendações do NCTM (1989) para o currículo de Matemática dos graus 9 a 12, onde se propõe um conjunto de situações de aprendizagem em que se destacam:

- a aplicação da trigonometria à resolução de situações problemáticas envolvendo triângulos;

- a exploração de fenómenos periódicos do mundo real, utilizando as funções seno e coseno;
- a utilização de funções circulares na modelação matemática de fenómenos reais;
- o tratamento gráfico de funções trigonométricas;
- a resolução de equações e a verificação de identidades trigonométricas.

A utilização do computador -- como agente promissor de abordagens criativas e desafiadoras na resolução de situações problemáticas e como instrumento para a construção de modelos computacionais usáveis na busca de soluções e exploração de modelos matemáticos — foi igualmente uma das traves mestras consignadas na intervenção pedagógica. O suporte informático utilizado foi a folha de cálculo electrónica, a qual exhibe, como ferramenta aberta que é, potencialidades para a construção de modelos, ao proporcionar formas múltiplas de representação de objectos matemáticos, em especial no campo das relações funcionais.

Cabe ainda referir dois outros aspectos que focalizam o estudo realizado em questões associadas aos processos cognitivos desenvolvidos pelos alunos, no quadro das situações de aprendizagem propostas. Por um lado, o propósito deste estudo demarca-se de qualquer tentativa para determinar se os alunos intervenientes aprenderam *mais* ou aprenderam *menos* trigonometria com o tipo de abordagem introduzida. A questão é portanto outra: como se caracterizaram os processos desenvolvidos pelos alunos e de que modo tais processos deixam transparecer uma forma válida de fazer e aprender Matemática. Na base da conceptualização deste estudo repousa a ideia de que o desenvolvimento de muitas noções matemáticas depende de um ambiente matematicamente rico, deliberadamente criado para esse fim. Como tal, interessa descrever e compreender aquilo que os alunos são capazes de atingir e de otimizar no seu processo de aprendizagem, na presença de "amplificadores de competências" (Lesh, 1985). Poderão, neste caso, ser entendidos como amplificadores de competências, a possibilidade de estabelecer relações entre conceitos matemáticos e situações extra-matemáticas, a oportunidade de recorrer a modelos computacionais para a construção e aplicação de modelos

matemáticos, e ainda, a existência de condições para a criação de significados, recorrendo a diferentes formas de representação dos mesmos.

O segundo aspecto a sublinhar vai ao encontro do tipo de processos cognitivos que são alvo de atenção privilegiada nesta investigação. De acordo com Schwartz (1991), existem duas categorias de atitudes face ao ensino e aprendizagem da resolução de problemas: aquela que procura o emprego de heurísticas gerais, aplicáveis a vários domínios intelectuais, e uma outra, em que se pensa que a resolução de problemas deve ser abordada no contexto de domínios particulares, onde estratégias locais se revelam valiosas. A última destas posições é aquela que determinou a concentração dos meus objectivos de investigação em torno de processos de raciocínio directamente relacionados com actividades de aplicação e modelação em trigonometria.

### **O problema do estudo e as questões da investigação**

O problema geral do estudo pode exprimir-se na seguinte questão:

**Em que medida o processo de aprendizagem dos alunos em trigonometria é significativamente influenciado e amplificado pela introdução de propostas de trabalho que dão ênfase à exploração de situações do mundo real, ao desenvolvimento de relações pertinentes entre o conhecimento matemático e o conhecimento do real e à utilização da folha de cálculo electrónica como instrumento de modelação?**

Pela amplitude de que se reveste o problema a investigar, a sua decomposição em sub-problemas constituiu uma opção fundamental para a clarificação e profundidade desejadas. Assim, foram identificados os três sub-problemas seguintes:

1. Como se caracterizam os processos cognitivos desenvolvidos pelos alunos na resolução de problemas ligados a situações do mundo real, onde é fomentada a construção e aplicação de modelos matemáticos?

2. Que papel pode ter a folha de cálculo electrónica em actividades

de modelação?

3. De que forma a aquisição e consolidação de conceitos e métodos de trigonometria são influenciadas pela sua contextualização em situações extra-matemáticas?

Cada um destes três sub-problemas é ainda passível de um desdobramento em diversas questões de âmbito mais particularizado destinadas a refinar a análise dos dados recolhidos e concorrendo para a delimitação do próprio estudo. Serão as seguintes, as questões a conduzir a procura de elementos consertadores para cada um dos sub-problemas definidos:

Sub-problema 1:

1.1. De que forma os alunos seleccionam informações relevantes de entre os dados que têm ao seu dispôr?

1.2. A elaboração de esquemas ilustrativos adquire importância na emergência de conceitos válidos para a compreensão do problema a estudar?

1.3. Que tipo de acções são levadas a cabo pelos alunos para a criação de novo conhecimento e de que modo novas informações são integradas em modelos prévios?

1.4. São desenvolvidos processos organizadores e estruturadores da informação a reter?

1.5. Os alunos evidenciam critérios de avaliação e validação dos modelos que constróem ou de que dispõem para a resolução de problemas?

Sub-problema 2:

2.1. A construção, análise e interpretação de tabelas na folha de cálculo constitui um elemento determinante na procura de soluções?

2.2. A construção, análise e interpretação de gráficos na folha de cálculo constitui um elemento determinante na procura de soluções?

2.3. O modelo computacional, resultante da implementação do modelo matemático na folha de cálculo, constitui um elemento de validação do modelo matemático?

2.4. O modelo computacional é gerador de informação para a compreensão da situação real e/ou do modelo matemático?

2.5. A folha de cálculo é utilizada como instrumento auxiliar de cálculo?

Sub-problema 3:

3.1. Os alunos aplicam conhecimentos de trigonometria previamente adquiridos na resolução das questões colocadas?

3.2. Sucedem oportunidades para reinterpretação e reformulação de conhecimentos de trigonometria?

3.3. Até que ponto o conhecimento do real condiciona e/ou determina a aquisição de novos conhecimentos de trigonometria?

3.4. Como se manifestam os alunos acerca do interesse das actividades propostas e das dificuldades enfrentadas na aprendizagem da trigonometria?

### **Características gerais do projecto de intervenção**

O estudo foi realizado em duas turmas do 10º ano de escolaridade de uma escola secundária dos arredores de Lisboa, integrada no Projecto Minerva em ligação com o Pólo da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Uma das turmas pertencia à área de Informática e a outra à área de Electrónica. A intervenção experimental decorreu no 3º período lectivo de 1990/91 e abrangeu um total de 24 aulas. Colaboraram no projecto de intervenção as duas professoras de Matemática destas turmas.

O projecto pedagógico envolveu um misto de aulas onde os alunos utilizaram o computador na realização de actividades de aplicação e modelação em trigonometria, e de aulas de apresentação de conceitos teóricos, resolução de problemas e exercícios de consolidação de conhecimentos.

As actividades realizadas pelos alunos, com o recurso ao computador, foram seleccionadas de entre um conjunto previamente elaborado, tendo em conta o tempo disponível para a sua concretização e a oportunidade da sua utilização relativamente aos conceitos e métodos a estudar. Todas as actividades apresentadas aos alunos foram objecto de apreciação, crítica e aperfeiçoamento, quer pelas duas professoras envolvidas, quer por um conjunto de 3 professores de Matemática do ensino secundário e 3 professores do ensino superior da área da educação matemática, exteriores ao projecto.

Numa das turmas foram introduzidas três actividades e na outra, o

tempo disponível permitiu que se realizassem, além destas três, uma quarta actividade. Foram utilizados oito computadores e os alunos trabalharam, maioritariamente, em grupos de três, havendo apenas alguns grupos de quatro. A calendarização das aulas com e sem computador, foi estabelecida no início da experiência e entregue aos alunos que, desde logo, puderam ter uma visão geral do trabalho que se pretendia concretizar.

As quatro actividades que foram desenvolvidas durante esta experiência têm uma estrutura idêntica, iniciando-se com a apresentação de uma situação da vida real, que serve de base de trabalho para um conjunto de questões posteriores. Foram dedicadas, em média, três aulas à realização de cada uma destas actividades.

Para uma breve descrição do teor das actividades, poder-se-á indicar que as duas primeiras actividades incidiram fundamentalmente em questões de trigonometria relacionadas com triângulos rectângulos. A primeira, propunha a construção de um protótipo de uma embalagem de sais de banho de forma piramidal, em que se procurava a combinação ideal de três parâmetros: volume, área total e estabilidade. A segunda actividade procurava a análise da relação entre o alcance atingido por um lançamento feito com uma cana de pesca e a inclinação da linha tensa, após o lançamento. Apelava-se ainda à interpretação de gráficos que pretendiam traduzir diferentes comportamentos da cana em função da existência de peixe no anzol. As duas actividades seguintes motivaram a utilização do círculo trigonométrico, o estudo de funções circulares, a soma de funções sinusoidais e a resolução de equações e inequações trigonométricas. Assim, a terceira actividade tinha como fundamento a descrição da posição de um passageiro que viaja na roda gigante da feira popular, em função do tempo, e a última actividade apelava ao estudo de um fenómeno acústico, resultante da sobreposição de diferentes ondas sonoras, a que se dá o nome de batimentos.

Cada um dos grupos elegeu um elemento que seria o "perito" na utilização da folha de cálculo e que teve algumas horas extra de formação com esta ferramenta, proporcionada pela professora da turma. Foi pedida a cada grupo a apresentação de um relatório sobre o trabalho efectuado em cada uma destas actividades, o qual foi elaborado pelos alunos fora do tempo lectivo. Foi oferecido aos alunos um conjunto de indicações e pistas para a construção dos seus

relatórios, onde se explicitavam igualmente os critérios de avaliação dos mesmos. Permitiu-se aos alunos, por uma questão de tempo, "encomendarem" às professoras a impressão de material construído na folha de cálculo, designadamente tabelas e gráficos, que julgassem necessários para incluir nos seus relatórios.

No decurso das aulas que envolveram a utilização do computador, a professora da turma apoiou e supervisionou o trabalho dos grupos. No início de cada aula, frequentemente, a professora fez o ponto da situação e apontou aos alunos as tarefas a desenvolver em seguida. Pontualmente, a professora procedeu a explicações e esclarecimentos para toda a turma, sobretudo quando detectou dificuldades generalizadas.

### **A metodologia da investigação**

A recolha de dados para o estudo a desenvolver foi conduzida tendo em vista uma análise qualitativa e exploratória das questões da investigação.

Assim, procuraram-se desenvolver formas complementares de obtenção de dados, com vista a um aprofundamento dos resultados obtidos e à sua conjugação para a emergência de quadros interpretativos e explicativos do processo de aprendizagem dos alunos.

Uma componente fundamental da metodologia da investigação foi a observação do trabalho realizado pelos alunos, nas aulas que envolveram as actividades referidas com a presença do computador. Em cada turma foi seleccionado um grupo de alunos, o qual foi observado sistematicamente ao longo de toda a experiência. O registo das observações foi feito sob a forma de um "diário de bordo", onde ficaram igualmente gravadas, no final de cada aula, as impressões que colhi, as primeiras interpretações de alguns dos factos observados e, sobretudo, os aspectos inesperados que mais captaram a minha atenção. Os dois grupos observados foram grupos de quatro alunos e o critério adoptado para a sua escolha foi o da heterogeneidade dos elementos quanto ao aproveitamento escolar em Matemática desde o início do ano lectivo.

Foram ainda observadas, e feitos registos dessas observações, as

---

restantes aulas que decorreram na sala de aula habitual, isto é, sem computadores e com outro tipo de organização e conteúdo.

Os alunos que compunham os grupos observados tiveram ainda sessões de trabalho em tempo extra-lectivo, onde realizaram outras actividades de aplicação e modelação com o computador. Cada grupo foi dividido em dois subgrupos de dois alunos e a cada subgrupo foi proposta mais uma actividade, sendo todas elas diferentes. Estas sessões de trabalho tiveram a duração de 3 a 4 horas, tendo sido observadas e audio-gravadas, e posteriormente transcritas. Ao contrário da observação desenvolvida na sala de aula, onde a minha intervenção foi deliberadamente exígua, nas sessões extra-lectivas procurei interagir com os alunos, colocando questões e provocando a discussão dos seus procedimentos.

Foi ainda importante a recolha de dados, opiniões, diagnósticos e impressões das professoras acerca do decurso da experiência e das reacções dos restantes grupos em cada turma. Para o efeito, foram estipuladas reuniões semanais onde dialoguei com as duas professoras e onde, simultaneamente, se aferiram pormenores de planificação e eventuais inflexões na estratégia a adoptar.

Foi também desenvolvido, em conjunto com as duas professoras, um teste final de avaliação. Procurou dar-se ao teste um formato que se enquadrasse nos vários aspectos do trabalho desenvolvido nas aulas. Assim, o teste foi realizado em duas horas e incluiu dois blocos de questões. Um dos blocos contemplou a exploração de uma situação da vida real relacionada com a velocidade da corrente de ar nos pulmões durante a respiração. O outro bloco incidia sobre questões de natureza puramente matemática, abrangendo tópicos associados ao cálculo, à simplificação de expressões, à resolução de equações e à interpretação de igualdades trigonométricas. Na primeira hora, os alunos trabalharam em grupo e exclusivamente no primeiro bloco de perguntas; na segunda hora, os alunos trabalharam individualmente e em questões relativas aos dois blocos. Na resolução do teste, os alunos não usaram o computador.

Constituem fontes de dados, além do registo das observações das aulas, dos protocolos das sessões extra-lectivas e dos resultados dos testes, os relatórios produzidos pelos alunos, os ficheiros que construíram na folha de cálculo e, ainda, as respostas a um

questionário que foi dado a todos os alunos no final da experiência. Neste questionário procurou-se auscultar as impressões dos alunos acerca das actividades propostas, das suas dificuldades e do que sentiram ser o seu processo de aprendizagem em trigonometria.

Na fase em que este estudo se encontra não é ainda possível avançar conclusões fundamentadas. Contudo, a minha percepção do acompanhamento dos alunos no terreno permite-me apresentar duas reflexões gerais de carácter preliminar:

- O processo de construção de modelos matemáticos pode revestir-se, para muitos alunos, de dificuldades acentuadas e requerer do professor uma atenção particular, no sentido de proporcionar pistas que sejam desbloqueadoras do insucesso causado por repetidas tentativas frustradas. Em contrapartida, parece revelar-se produtiva e mais acessível à maior parte dos alunos, a aplicação de modelos matemáticos já construídos na exploração de uma situação real e até na construção de novos modelos com base nos modelos dados.

- A possibilidade de trabalhar em situações de aprendizagem onde os alunos podem aceder a informações projectadas pelos três tipos de modelos: (a) o modelo real (representação que os alunos têm da situação real), (b) o modelo matemático (estruturas e relações matemáticas que traduzem aspectos do modelo real) e (c) o modelo computacional (implementação do modelo matemático na folha de cálculo), constitui um poderoso sistema para a aquisição e evolução de quadros conceptuais dinâmicos e estimuladores de processos de raciocínio de alto nível.

### Referências

- APM. (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Arora, M.S. e Rogerson, A. (1991). Future trends in mathematical modelling and applications. In M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in Mathematics teaching - A review of arguments and instructional aspects. In M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- Clements, R.R. (1991). The integrated microcomputer software environment for the support of mathematical-modelling teaching. In M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- Fey, J.T. (1991). *Tecnologia e Educação Matemática - Uma revisão de*

- desenvolvimentos recentes e problemas importantes. In J. P. Ponte (org), *O computador na Educação Matemática*. Cadernos de Educação Matemática, Nº 2. Lisboa: APM.
- Huntley, I.D. (1991). Computing Mathematics - A new direction for applied Mathematics?. In M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- ICMI. (1986). *School Mathematics in the 1990s*. London: Cambridge University Press.
- Kaiser-Messmer, G. (1991). Application-oriented Mathematics teaching: A survey of the theoretical debate. In M. Niss et al. (eds), *Teaching of mathematical modelling and applications*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- Lesh, R. (1985). Conceptual analysis of problem-solving performance. In E. Silver (ed), *Teaching and learning mathematical problem-solving: multiple research perspectives*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- NCTM. (1980). *An agenda for action*. Reston: NCTM.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Niss, M. (1989). Aims and scope of applications and modelling in Mathematics curricula. In W. Blum et al. (eds), *Applications and modelling in learning and teaching Mathematics*. Chichester: Ellis Horwood Limited.
- NRC. (1989). *Everybody counts - A report to the nation on the future of Mathematics Education*. Washington D.C.: NRC.
- Ponte, J.P., (org). (1991). *O computador na educação matemática*. Cadernos de Educação Matemática, nº 2. Lisboa: APM.
- Schwartz, J.L. (1991). *Can we solve the problem solving problem without posing the problem posing problem?*. Comunicação apresentada na NATO Advanced Research Workshop: Information Technology and Mathematical Problem Solving Research, Viana do Castelo, (no prelo).
- Veloso, E. (1987). *O computador na aula de Matemática*. Lisboa: APM.