

O sentido de resolução de problemas

Ana Maria Boavida
Universidade Nova de Lisboa

Neste artigo apresentar-se-á parte de um trabalho de investigação, em fase de desenvolvimento, a realizar no âmbito da elaboração de uma Tese de Mestrado em Educação e Desenvolvimento. Esta Tese, orientada pela Professora Doutora Maria Teresa Ambrósio¹, situa-se no domínio da Educação Matemática e em particular na área da Epistemologia da Matemática e Resolução de problemas.

O trabalho de investigação tem por principal finalidade pesquisar, explorar e compreender interações entre perspectivas filosóficas sobre a natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem sustentadas por um grupo de professores de Matemática e os referenciais pedagógicos com que concebem a *Resolução de Problemas* relativamente ao currículo escolar de Matemática.

Introdução e descrição geral da investigação

“A aprendizagem da negociação e a aprendizagem da resolução de problemas são duas dimensões importantes que não podem ser esquecidas em qualquer formação de base e em qualquer disciplina.” (M. Bernard, 1990)

Em anos recentes um número cada vez maior de relatórios e currículos recomendam a *resolução de problemas* como uma das

¹A quem se agradece a leitura comentada do texto escrito desta comunicação.

mais importantes áreas tanto da Educação em geral como da Educação Matemática em particular. Na verdade, em vários campos, parece estar largamente difundida a ideia de que o desenvolvimento, pelos alunos, da capacidade de resolver problemas é o principal objectivo da Educação Matemática.

Também actualmente diversos investigadores têm salientado que controvérsias acerca do ensino da Matemática não podem ser resolvidas sem se reflectir sobre os problemas da natureza da Matemática(1). Nomeadamente Hersh(2), em particular relativamente ao formalismo, chama a atenção para o facto de os argumentos pedagógicos em que inicialmente se basearam as críticas a esta posição filosófica nas Escolas Secundárias serem inconclusivos, se se deixar inquestionado o dogma de que a Matemática real é precisamente a derivação formal de axiomas formalmente estabelecidos. Com efeito, diz este investigador, "se este dogma filosófico for inquestionável, a crítica ao formalismo nas Escolas parece comprometer a qualidade do que se ensina, uma vez que parecerá que se quer oferecer aos alunos algo de diferente daquilo que a Matemática é realmente..."(3).

Esta comunicação incidirá sobre um trabalho de investigação em curso, inserido no âmbito da realização de uma Tese de Mestrado em Educação e Desenvolvimento e cuja temática se situa no domínio da Educação Matemática, em particular na área da Epistemologia da Matemática e *resolução de problemas*. Esta Tese pretende ser uma contribuição para a clarificação de como os professores de Matemática interpretam a *resolução de problemas* no contexto escolar em geral e no contexto do desenvolvimento dos alunos em particular. A sua elaboração assenta no reconhecimento da pluralidade dos modos de aprender, da diversidade dos espaços onde o conhecimento se constrói, do carácter único da interacção da pessoa com o meio em que vive, da complexidade do fenómeno do sucesso ou insucesso em Matemática e da importância de uma cultura Matemática de base como condição necessária, no actual contexto histórico e social, à construção da Pessoa(4).

Neste âmbito o objectivo da presente investigação é a pesquisa, exploração e compreensão de interacções entre *representações pessoais* de alguns professores sobre a natureza da Matemática e

do seu ensino e aprendizagem e os referenciais pedagógicos com que concebem a *resolução de problemas* relativamente ao currículo de Matemática.

Como campo de estudo estão seis professores de Matemática portugueses, que leccionam esta disciplina no 3º ciclo do ensino básico ou no ensino secundário. É neste campo que se situa a problemática de investigação, centrada em torno de duas grandes questões:

- Que sentido (5) atribuirão os professores em estudo aos termos *problema e resolução de problemas* no âmbito do ensino e aprendizagem da Matemática?
- Que interacções existirão entre *representações pessoais* desses professores sobre a natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem, e a forma como concebem a *resolução de problemas* relativamente ao currículo escolar de Matemática?

A pesquisa não pretende encontrar ou testar um modelo de ensino ou programa de intervenção que possibilite que os professores ensinem os alunos a resolverem problemas. Procura antes explorar possíveis ligações entre Epistemologia da Matemática, a problemática pedagógica da *resolução de problemas* no domínio da Educação Matemática, os processos de estruturação e produção do conhecimento científico considerados por cada professor como mais adequados ao ensino e aprendizagem da Matemática e o que se pretende do ensino enquanto processo de desenvolvimento pessoal.

No plano metodológico este estudo foi organizado em torno de dois eixos diferentes mas complementares.

Um eixo teórico em que se procura reflectir sobre actuais direcções na filosofia da Matemática e se procura compreender os significados dos termos *problema e resolução de problemas* a partir da literatura de investigação neste domínio.

Um outro eixo foi o de recolha, interrogação, análise e interpretação de dados de terreno. Estes dados foram recolhidos através de entrevistas semi-estruturadas realizadas junto de seis professores de Matemática de diversas Escolas do distrito de Setúbal. Tendo por referência o quadro teórico, procurou-se junto desses professores compreender e estudar a existência de diferentes *representações pessoais* sobre os temas em estudo.

Estes dois eixos não originaram pesquisas rigidamente sequenciais

e separadas no tempo. Constituem antes preocupações simultâneas e integradas cuja interacção conduz quer ao aprofundamento de questões teóricas quer a uma nova fase de análise e interpretação dos dados recolhidos.

Nesta comunicação indicar-se-ão algumas das etapas da investigação referida e levantar-se-ão algumas questões suscitadas pelo percurso dessas etapas.

Assim, e em primeiro lugar, justificar-se-á a pertinência do estudo enquadrando-o em actuais perspectivas para a Educação Matemática referidas quer a nível nacional quer internacional, e indicar-se-á o sentido atribuído neste estudo ao conceito de *representação pessoal*.

Em segundo lugar reflectir-se-á sobre novas direcções na Filosofia da Matemática. Esta reflexão é tanto mais pertinente quanto se pensa que, não há muitos anos, "... a filosofia da Matemática experimentou, fazendo uma analogia entre a Matemática e a Ciência, o que Kuhn poderia caracterizar como uma mudança revolucionária ou a criação de um novo paradigma" (6).

Em seguida apresentar-se-ão algumas das relações estabelecidas por dois investigadores entre Filosofia da Matemática e ensino da Matemática, particularmente na área da *resolução de problemas*, e procurar-se-á reflectir sobre estas relações.

Finalmente descrever-se-á de uma forma muito sucinta o tipo de investigação adoptada e a metodologia de recolha de dados de terreno escolhida.

Porquê esta investigação?

Por um lado por razões de ordem pessoal. O ensino e aprendizagem da Matemática colocam-me, desde há muito, interrogações diversas sobre as quais pretendo reflectir de uma forma organizada. Estas interrogações prendem-se, nomeadamente, com o porquê de tão altos níveis de insucesso em Matemática (insucesso esse que recuso aceitar passivamente como inerente à própria disciplina ou apenas justificado por "maus" ambientes sociais e económicos, incapacidades, preguiça ou falta de atenção dos alunos) e com a criação, na Escola, de condições favoráveis à construção, por cada Pessoa, de uma cultura matemática de base possibilitadora

de um crescimento em autonomia.

Por outro lado, por razões de ordem conjuntural. Actualmente em Portugal vive-se, a nível do ensino não superior, um tempo de importantes mudanças curriculares. Em particular, os novos currículos do ensino básico referem que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas deve constituir um eixo organizador do ensino da Matemática. Também a Associação de Professores de Matemática numa publicação editada pela primeira vez em 1988, indica a *resolução de problemas* "como uma linha de força que, "atravessando" todo o currículo, oriente a definição dos seus objectivos, a proposta de metodologias, a selecção dos conteúdos e processos de avaliação" (7).

Contudo, não é apenas em Portugal que se reconhece e afirma a importância da *resolução de problemas*. Com efeito, quer a nível nacional quer internacional, diversos relatórios, Associações e projectos referem que em Educação Matemática o lugar dominante deve ser ocupado pela *resolução de problemas*, servindo esta como fonte e como campo de aplicação de conceitos matemáticos (8).

Uma revisão de literatura em Educação Matemática indica que, neste domínio, a *resolução de problemas* é um dos mais populares tópicos de pesquisa(9). Neste âmbito, foram feitos, entre outros, inúmeros estudos tanto sobre as características dos resolvidores de problemas e das tarefas-problema, como sobre a eficácia de métodos de ensino desenhados para desenvolver o pensamento global e processos de raciocínio, "skills" específicos e heurísticas gerais ou específicas (10). No entanto, porque o objectivo da maior parte destes estudos era comparar a eficácia destes métodos, houve a tendência para controlar a variável professor (11). Como resultado, pouca atenção tem sido dada à forma como o professor concebe a *resolução de problemas* relativamente ao currículo de Matemática (12).

Ora numa época em que o pêndulo educativo balança de uma ênfase nas técnicas de cálculo para uma ênfase no pensamento crítico e na *resolução de problemas*, em que as salas de aula são frequentemente consideradas sistemas socialmente organizados (13) e não somatórios de acontecimentos discretos, torna-se particularmente pertinente valorizar o professor enquanto sujeito activo que age com intencionalidade própria, que interpreta de forma

pessoal e única as situações que se lhe apresentam, e que toma decisões de acordo com o sentido que atribui a essas situações.

Neste contexto, começou a emergir recentemente como área de interesse o estudo dos processos de pensamento dos professores, estando esta área a receber cada vez mais atenção por parte dos investigadores. A tentativa de compreensão destes processos tem originado vários estudos em que se utilizam diversas designações relacionadas com a sua origem, natureza e organização. Entre elas estão "belief", "belief system", concepção e *representação* (14).

Em particular no domínio da Educação Matemática, a análise de como concebem os professores a Ciência que ensinam parece acentuar-se. Assim, estudam-se perspectivas, preferências e concepções dos professores sobre a natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem e, embora reconhecendo-se que estes aspectos interagem de uma forma complexa com muitos outros factores, procuram explorar-se possíveis relações entre eles e as intenções pedagógicas e acções de ensino do professor (15).

Na área da *resolução de problemas*, este estudo parece particularmente pertinente (16). Por exemplo, Thompson (17), num dos estudos que fez, refere que uma das maiores diferenças observadas nas práticas dos professores estudados se relacionava com o papel e lugar da *resolução de problemas* no currículo de Matemática.

Uma das linhas de análise que parece ser adequada à compreensão de como conceptualizam os professores de Matemática a *resolução de problemas* no âmbito da Educação Matemática é o estudo das suas *representações pessoais* sobre os termos *problema* e *resolução de problemas*, bem como sobre a natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem.

De facto, o ter em conta as *representações pessoais* dos professores representa uma abordagem dos fenómenos que não se interessa exclusivamente pelos factos e comportamentos directamente observáveis. Supõe que a realidade é sempre apercebida de forma pessoal e única por cada sujeito, e reconhece a pluralidade de interpretações possíveis dessa mesma realidade. Valoriza-se assim o professor enquanto sujeito interpretativo em detrimento do professor enquanto sujeito informativo, isto é, receptor

e transmissor de saberes já constituídos.

As *representações pessoais* são entendidas neste trabalho de investigação como o processo e o produto da actividade mental de cada sujeito, constituindo construções dinâmicas do real permanentemente actualizadas, elaborações pessoais que têm a sua fonte no afectivo, no cognitivo, no quotidiano e no social; como principais elementos de interpretação da realidade, são sistemas subjacentes a todo o processo de construção do saber (18).

Novas direcções na filosofia da Matemática

Desde há muito que a filosofia da Matemática tem sido uma importante área de reflexão. No entanto, no virar deste século experimentou uma grande mudança, com raízes no início do século XIX, e que se prendeu com o facto de terem sido descobertas em Matemática contradições, eufemisticamente designadas por paradoxos, que punham em causa a consistência desta ciência (19).

Nesta altura a questão filosófica dominante tornou-se: quais são os fundamentos da Matemática?

Contudo, apesar de terem surgido diversas escolas fundacionistas (20), “hoje não se está mais perto de fundamentos “seguros”, indubitáveis e consistentes para a Matemática do que há um século atrás” (21), tendo vindo a assistir-se nas últimas décadas a uma insatisfação crescente relativamente a estas abordagens fundacionistas.

Nesta conjuntura começa a olhar-se actualmente a Matemática por um prisma diferente do da procura de fundamentos seguros, colocando-se a questão de em que novas direcções se deve deslocar a filosofia da Matemática.

A resposta a esta questão dada por Davis, Hersh, Tymoczko, Kline e muitos outros filósofos sugere que se pode começar por reexaminar as práticas actuais dos matemáticos.

Ver-se-á que há aí muitos “... factores relevantes que foram esquecidos pelos fundacionistas: provas informais, desenvolvimentos históricos, possibilidade de erro matemático, explicações matemáticas (em contraste a provas), comunicação entre os matemáticos, a utilização de computadores e muitos outros” (22). Ver-se-á que a Matemática cresce por meio de uma série de grandes avanços

intuitivos, que são posteriormente estabelecidos, não numa etapa, mas através de uma série de correcções, de esquecimentos, de erros, até que a demonstração corresponda às normas de aceitabilidade de uma dada época. Nenhuma prova é definitiva. Novos contra-exemplos deitam por terra provas antigas(23).

Esta posição filosófica que procura recharacterizar a experiência matemática a partir da análise da prática actual dos matemáticos é designada por Tymoczko (24), que segue Lakatos e Putnam, por “quasi-empiricismo”.

Este autor refere que, embora o que designa por realismo e por construtivismo pareçam posições incompatíveis na filosofia da Matemática, nenhuma delas é incompatível com o “quasi-empiricismo”(25).

Para Lakatos, discípulo de Polya e seguidor da teoria de conhecimento de Popper, as teorias “quasi-empíricas”, distinguem-se francamente do que se designa por teorias euclidianas. Enquanto que as tradicionais filosofias relacionadas com a pesquisa dos fundamentos em Matemática, tinham por objectivo reorganizar a Matemática numa base euclideana, ou seja “estabelecer de uma vez por todas a certeza dos métodos matemáticos” (26), Lakatos inclui a Matemática nas teorias “quasi-empíricas” considerando o conhecimento matemático intrinsecamente conjuntural, falível, produzido pela actividade humana e em expansão como aliás todo o outro conhecimento (27).

Olhar a Matemática como uma actividade humana que apesar de falível é fiável, mais do que considerá-la como um corpo de certezas eternas e universais, representa uma alternativa, nova e mais global, às anteriores perspectivas filosóficas fundacionistas.

De facto estas perspectivas, na sua busca de fundamentos “seguros” para a Matemática, tentaram espartilhar esta ciência em visões compartimentadas e parciais, omitindo muitos dos aspectos mais relevantes da actividade matemática real.

E se “compreender a ciência é não fundá-la dogmaticamente em qualquer dos princípios absolutos... mas compreendê-la enquanto prática social do conhecimento, uma tarefa que se vai cumprindo em diálogo com o mundo” (28) este novo olhar parece particularmente pertinente para um avanço nessa compreensão.

Com efeito, este olhar qualitativamente diferente dos anteriores, ajuda a compreender que o conhecimento matemático, como todas as formas de conhecimento, representa as “experiências pessoais de cada um interagindo com ambientes particulares, períodos históricos e culturais...”(29).

Deste modo, abrem-se as portas à hipótese do conhecimento matemático ser construído em cada Pessoa num sistema não apenas lógico e cognitivo, imune a influências extralógicas, afetivas e emocionais, mas num sistema em que todos estes factores coexistem simultaneamente interagindo entre si; abrem-se as portas para que este conhecimento seja construído num processo indissociável da actividade social e psicológica da Pessoa, onde objectivos funcionais no campo da Matemática são atingidos fazendo intervir outros sub-sistemas de um domínio exterior a este campo (30).

Reflectir sobre a problemática da filosofia da Matemática conduz, pois, a analisar um conjunto muito amplo de diversas outras questões, entre as quais poderão estar as seguintes:

- Este novo olhar sobre a Matemática ajudará a clarificar de que modo a Educação Matemática poderá contribuir, de uma forma cada vez mais adequada, para o desenvolvimento de cidadãos intervenientes, autónomos, capazes de comunicar e cooperar com os outros, capazes de utilizar criticamente o conhecimento matemático noutras áreas do saber e na Vida?

- Poder-se-ão estabelecer relações entre perspectivas filosóficas sobre a natureza do conhecimento matemático e a forma como os professores concebem o ensino da Matemática, em particular a *resolução de problemas* ?

Filosofia da Matemática e ensino da Matemática

Algumas relações

A reflexão sobre as questões anteriores conduz a pesquisar possíveis relações entre perspectivas filosóficas particulares e perspectivas de ensino, o que não significa que uma determinada perspectiva filosófica tenha que ser exclusivamente sustentada por cada pessoa, como o fazem notar Davis e Hersh citando Dieudonné e Cohen (31).

É sobre estas relações que Lerman e Ernest reflectem em dois artigos intitulados, respectivamente, "Problem-Solving or Knowledge-Centred: the influence of philosophy on mathematics teaching" e "Problem Solving: its Assimilation to the Teacher's Perspective" (32).

No primeiro, Lerman "sugere que a perspectiva de alguém sobre o ensino da Matemática é uma consequência lógica do seu compromisso epistemológico relativamente ao conhecimento matemático..."(33). Para isso analisa as escolas de pensamento sobre filosofia da Matemática e considera que há aí dois movimentos, distintos e logicamente opostos, que emergem: o programa euclideano, uma tentativa para dotar a Matemática de fundamentos firmes, e o programa "quasi-empírico" no sentido de Lakatos, ou seja o reconhecimento de que a Matemática progride heurísticamente e através da retransmissão da falsidade. Segundo Lerman cada um destes movimentos "...transporta consigo uma metodologia específica que determina a perspectiva de ensino" (34). Refere, portanto, que " como consequência podem identificar-se duas perspectivas de ensino..." que designa respectivamente por "Matemática como corpo de conhecimento e Matemática através da *resolução de problemas*" e relaciona estas perspectivas com os movimentos anteriormente indicados (35).

Assim, "a adopção de uma abordagem euclideana implica a tendência para olhar o ensino da Matemática como uma forma de mostrar aos alunos a natureza dedutiva desta ciência" (36). Neste sentido, não há um objectivo particular para que um problema seja resolvido. São os métodos correctos de dedução que têm importância central e devem ser aprendidos em primeiro lugar. Se se possibilitar que os alunos aprendam e testem estes métodos através de exercícios repetidos, então a Matemática será conhecida por eles com sucesso. Lerman refere que, agindo deste modo, o professor impede que os alunos vejam que os conceitos matemáticos se desenvolveram não por acaso mas como resposta a problemas não resolvidos.

Aceitar-se a perspectiva alternativa sobre a natureza da Matemática, ou seja adoptar o programa "quasi-empírico" conduz, quanto a Lerman, a uma metodologia de ensino da Matemática radicalmente diferente da apresentada anteriormente, e que ele

designa por “Matemática através da *resolução de problemas*”. Aqui, o método básico será o da procura de soluções para problemas, devendo os alunos ser encorajados a propor ideias, colocar hipóteses, sugerir métodos, testar as suas hipóteses e tentar generalizar os próprios métodos. Assim, segundo Lerman, os conceitos matemáticos aparecerão aos olhos dos alunos como relevantes para os problemas a resolver (37).

Na área da *resolução de problemas*, Ernest, no artigo atrás referido, conjectura que o significado que o professor atribui a *resolução de problemas* e o lugar que lhe dá na organização das actividades de ensino é em larga medida função da “filosofia pessoal desse professor sobre a Matemática” (38).

Este investigador estabelece a referida conjectura começando por salientar que as três principais filosofias da Matemática, sustentadas, embora de uma forma implícita ou desarticulada, pelos professores de Matemática são o que designa por absolutismo, absolutismo progressista e falibilismo (39).

O absolutismo vê a Matemática como um corpo de conhecimento objectivo, fixo e certo; o absolutismo progressista também vê a Matemática como sendo constituída por conhecimento certo e objectivo accitando, no entanto, que há conhecimento matemático novo que está constantemente a ser produzido pela actividade humana; a filosofia falibilista da Matemática é largamente devida a Lakatos mas é também partilhada por Davis, Hersh e Tymoczko (40).

Em seguida, Ernest relacionando estas três diferentes posições filosóficas com a *resolução de problemas* relativamente ao currículo de Matemática, estabelece que:

- “Um professor com uma visão absolutista da Matemática verá a *resolução de problemas* como a execução de tarefas não rotineiras e com resposta certa, impostas pelo professor” e que se seguem à transmissão de conteúdos matemáticos (41);

- “o professor com uma visão absolutista progressista, verá a *resolução de problemas* como um meio de desenvolver e utilizar as estratégias e os processos matemáticos bem como um meio de revelar as verdades e estruturas da Matemática”; os alunos serão guiados na resolução dos problemas, implícita ou explicitamente, contidos em contextos cuidadosamente escolhidos (42);

• “um professor com uma visão falibilista da Matemática verá a *resolução de problemas* como a pedagogia a empregar na sala de aula. Particularmente será vista como um processo socialmente mediado de formulação de problemas e construção da sua solução, processo esse requerendo a discussão e negociação de sentidos, estratégias e provas” (43).

Breve reflexão sobre as relações estabelecidas

Analisando o que foi dito por Lerman e por Ernest, parece poder estabelecer-se uma relação de causalidade quase linear entre perspectivas filosóficas do professor sobre a natureza da Matemática e os referenciais pedagógicos com que concebe o ensino e aprendizagem da Matemática e em particular a *resolução de problemas*.

No contexto escolar, esta relação de causalidade linear é contudo questionável. Este questionamento prende-se, fundamentalmente e em geral, com o reconhecimento do carácter sistémico da realidade educativa. Em particular, prende-se com a hipótese de que o sentido que cada professor atribui à *resolução de problemas* e o lugar que lhe concede relativamente ao currículo de Matemática pode envolver muito mais do que factores matemáticos, e portanto não pode ser quase que determinada pela adopção de uma ou outra perspectiva filosófica em especial.

De facto há actualmente diversos investigadores que partilham o reconhecimento do carácter sistémico da realidade educativa (44). A aplicação do conceito de sistema ao estudo do acto educativo, evidencia que em cada Escola, cada classe é um sistema de relações aberto, hipercomplexo e de carácter único, tendo uma dinâmica própria influenciada não apenas pelo professor mas também pelos alunos, pela Escola e pelo contexto social em que ela se insere. Particularmente, as práticas pedagógicas que o professor adopta e/ou implementa integram não apenas os seus compromissos epistemológicos relativamente à natureza da Matemática, mas também as suas experiências passadas e expectativas futuras, a sua interpretação do currículo escolar de Matemática e a forma como concebe a Educação e a Educação Matemática.

Em particular, olhar a *resolução de problemas* como mais um

tópico a "somar" ao currículo de Matemática, tópico esse constituído pela execução de tarefas de resposta certa que se seguem à transmissão de conteúdos matemáticos feita pelo professor, ou pensar a *resolução de problemas* como um contexto de ensino e aprendizagem em que os conceitos matemáticos surgem como relevantes para os problemas a resolver e em que os alunos são encorajados a colocar e testar hipóteses, sugerir métodos e tentar generalizar os seus próprios métodos ("mathematics through problem solving", utilizando a designação de Lerman), requer que o papel do professor como fornecedor de informações ceda lugar à ênfase no aluno como gerador de ideias. Thompson (45) refere que a abordagem da Matemática via *resolução de problemas* ("problem solving approach") é caracterizada pela imprevisibilidade e incerteza.

Assim, todos estes aspectos podem entrar em conflito não apenas com a necessidade de controlo da classe por parte do professor mas também com aquilo que ele crê constituir a sua função de professor e ainda com as próprias expectativas dos alunos desenvolvidas em ambientes de ensino em que esta abordagem da Matemática não foi a adoptada.

No entanto, se por um lado é de rejeitar a relação de causalidade linear entre o conjunto das *representações pessoais* dos professores sobre a natureza da Matemática e o conjunto dos sentidos que atribuem a *resolução de problemas* no âmbito do currículo de Matemática, por outro lado, é de reconhecer a existência de interacções acentuadas entre estes dois conjuntos.

É, aliás, a compreensão deste "intrigante fenómeno" que constitui um dos desafios interessantes do trabalho de investigação em curso.

Este trabalho de investigação tem porém colocado algumas questões na área da *resolução de problemas*, em particular a nível teórico. Uma revisão de literatura nesta área não deixa, por exemplo, muito claro o que teoricamente significa *resolução de problemas* enquanto abordagem para a Matemática escolar. Não deixa igualmente muito claro qual o sentido que professores de Matemática "reais" em Escolas "reais" atribuem aos

termos *problema e resolução de problemas*.

Assim, entre as múltiplas questões relacionadas com a problemática da *resolução de problemas* em Educação Matemática sobre quais é pertinente reflectir poderão estar as seguintes:

- Em que consistirá ensinar e aprender Matemática via *resolução de problemas* ? Em que é que esta abordagem da Matemática se distinguirá do ensino vulgarmente designado por tradicional?

- A filosofia contemporânea da Matemática poderá fornecer alguns princípios orientadores para uma mudança de direcção no ensino da Matemática de modo que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas seja efectivamente um eixo organizador do ensino desta disciplina?

- Qual o sentido que professores "reais" atribuirão aos termos *problema e resolução de problemas* no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática?

- Como interpretarão professores "reais" a *resolução de problemas* no âmbito do currículo escolar de Matemática ?

- Como interagirão *representações pessoais* desses professores sobre a natureza da Matemática e do seu ensino e aprendizagem com o sentido que atribuem a *resolução de problemas*?

No âmbito do trabalho de investigação em curso estas três últimas questões começaram já a ser investigadas junto de professores portugueses do 3º ciclo do ensino básico ou do ensino secundário.

O que se segue constitui uma descrição muito sucinta do que foi feito neste sentido relativamente ao tipo de investigação adoptada e à metodologia de recolha de dados de terreno escolhida.

Algumas Opções Metodológicas

Um estudo interpretativo, exploratório e de inspiração etnográfica(46) afigurou-se o mais apropriado para abarcar a complexidade das situações a investigar, abordá-las com mais profundidade e permitir uma maior sensibilidade a diferenças individuais.

Uma vez que se pretende essencialmente descrever e compreender comportamentos e sistemas pessoais em situações particulares, mais do que produzir conhecimentos passíveis de generalização, não se partiu de hipóteses a testar, mas procurou-se sobretudo partir de questões, explorar possíveis respostas e formular novas questões.

Como instrumento de recolha de dados, optou-se por entrevistas qualitativas semi-estruturadas, por parecer que seriam as que melhor conservariam uma interacção, focada nos temas em estudo, entre o entrevistador e os professores a entrevistar, permitindo contudo o emergir de experiências e compreensões individuais, ou seja a expressão do mundo interior dos entrevistados.

No estudo principal foram realizadas, a partir de Março de 1991, doze entrevistas em dois momentos, oscilando a duração de cada uma entre sessenta e noventa minutos. Assim, cada professor foi entrevistado duas vezes, sendo estas entrevistas integralmente áudio registadas e transcritas.

Anteriormente a estes dois momentos de entrevistas foi ainda realizado um estudo prévio cuja base foram três entrevistas feitas a professores não envolvidos no estudo principal.

Para a realização das entrevistas foram elaborados dois guiões, um para cada momento. Estes guiões constituíram sobretudo uma referência e não um plano rígido a seguir. As questões aí incluídas foram tendencialmente perguntas abertas tendo-se recorrido nalguns casos a “episódios” com o sentido que lhe é atribuído por Cooney (47). No segundo momento de entrevistas pediu-se também aos professores que realizassem duas tarefas que os remetiam para a análise de documentos que lhe eram fornecidos.

Após a realização das duas entrevistas foi entregue a cada entrevistado a sua transcrição total sendo-lhe pedido que a lesse tendo em vista o comentário ou eventual esclarecimento das declarações efectuadas a propósito das várias questões.

Os critérios seguidos na escolha dos participantes no estudo foi o de serem professores de Matemática do terceiro ciclo do ensino básico ou ensino secundário, com pelo menos dois anos de tempo de serviço e com experiências profissionais e habilitações académicas diversificadas.

Os dados de terreno obtidos estão a ser objecto de análise de conteúdo. A leitura "flutuante" feita na fase de pré-análise sugeriu temas amplos, alguns dos quais, em virtude dos caracteres comuns, foram agrupados em classes denominadas categorias (48). São estes temas e categorias que servirão de base à análise transversal (49) do corpus.

Breve síntese

Do que foi dito, ressalta que há na literatura de investigação em Educação Matemática referências diversas que salientam que há fortes relações entre as perspectivas filosóficas dos professores sobre a natureza da Matemática e os referenciais pedagógicos com que concebem em particular a *resolução de problemas*, no âmbito do ensino e aprendizagem da Matemática.

A investigação, de que foram apresentadas algumas etapas, procura explorar, aprofundar e compreender estas interferências (que nem sempre são conscientes nem completamente coerentes) junto do grupo de professores em estudo.

Esta investigação torna-se particularmente pertinente, por um lado, quando se pensa que a Filosofia da Matemática tem vindo a mudar de direcção nestes últimos anos. Abordagens filosóficas consideradas inquestionáveis e sem alternativas há algum tempo têm vindo a ser substituídas por uma nova forma mais global de olhar o conhecimento matemático. Por outro lado, quando se constata que actualmente têm vindo a tomar força novas orientações para o ensino da Matemática, acentuando-se a ideia de que a Educação Matemática deve deslocar a ênfase da aquisição, pelos alunos, de regras e técnicas mecânicas para a produção, por esses alunos, de conhecimento matemático.

Neste contexto, a *resolução de problemas* aparece não apenas como o grande objectivo da Educação Matemática, mas como uma "via educativa de ensino e aprendizagem da Matemática, que parece corresponder melhor às necessidades do desenvolvimento da criança e do jovem, à natureza e exigências internas e externas da Matemática, às solicitações sociais" (50).

Assim, numa perspectiva educativa global, se se considerar que a *resolução de problemas* é uma metodologia válida para o ensino e aprendizagem da Matemática, e se se aceitar que a sua concepção e

implementação na sala de aula pode ser fortemente influenciada pelas perspectivas filosóficas dos professores, então importa explorar possíveis interações entre paradigmas epistemológicos e teorias de ensino. Contudo, nesta exploração não pode negligenciar-se o facto de as Escolas e salas de aula constituírem sistemas abertos, hipercomplexos e socialmente organizados. Assim, os modelos pedagógicos que o professor adopta ou implementa não podem ser vistos exclusivamente como consequências lógicas e directas das suas perspectivas filosóficas particulares relativamente à Matemática.

Notas

(1) Entre esses investigadores encontram-se:

- HERSH (R.), 1986, "Some Proposals for Reviving the Philosophy of Mathematics" in *NEW DIRECTIONS IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS*, an Anthology Edited by Thomas Tymoczko, Birkhäuser Boston, pp.9-28;
- LERMAN (S.), 1983, "Problem-solving or Knowledge-centred: the Influence of Philosophy on Mathematics Teaching" in *INTERNACIONAL JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION IN SCIENCE AND TECHNOLOGY*, vol. 14, pp.59-66;
- RENÉ THOM, citado por LERMAN, *ibid*, p.60;
- ERNEST (P.), 1991(a), *THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS EDUCATION*, the Falmer Press;
- ERNEST (P.), 1991(b), "Problem Solving: its Assimilation to the Teacher's Perspective" in *INFORMATION TECHNOLOGY AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING RESEARCH*, NATO Advanced Research Workshop, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal, 27-30 April 1991, NATO Advanced Study Institute Programme, policopiado.

(2) HERSH (R.), 1986, *Ibid*. p.13.

(3) *Ibid*.

(4) Por Pessoa entende-se o Sistema-Pessoa referido por LERBET (G.) 1981, *UNE NOUVELLE VOIE PERSONNALISTE: LE SYSTÈME-PERSONNE*, U.N.M.F.R.E.O., Maurecourt, pp.22-53. Este sistema compreende um {je, moi, soi} (Ego) e um mundo próprio que Lerbet designa por "milieu de vie".

(5) Orofiamma (R.), citando René Barbier, considera o conceito de "sentido" na tripla acepção de significado, direcção e sensibilidade (signification, direction e sensation). Ver OROFIAMMA (R.), 1990, "Les competences de 3^è dimension, nouvelle intelligence des situations professionnelles?" in *LES COMPETENCES DE 3^è DIMENSION, OUVERTURE PROFESSIONNELLE ?*, Conservatoire National des Arts et Metiers, Centre de formation de formateurs, p.32.

É nesta tripla dimensão que o conceito é aqui considerado. Neste contexto, o sentido atribuído por cada pessoa a um objecto, fenómeno ou procedimento, decorre das suas *representações* interiorizadas, faz parte integrante do seu mundo próprio e

- visa estabelecer uma coerência entre ela própria e o mundo que a rodeia.
- (6) TYMOCZKO (T.), 1986, "Introduction" in *NEW DIRECTIONS IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS*, An Anthology Edited by Thomas Tymoczko, Birkhäuser Boston, p.xiv.
- (7) ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 1990, *RENOVAÇÃO DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA*, 3ª Edição, Associação de Professores de Matemática, Lisboa, p.32.
- (8) Entre esses Relatórios, Projectos e Associações estão:
- Relatório *MATHEMATICS COUNTS*, elaborado em 1982 pelo Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools da Grã Bretanha;
 - Projecto holandês de HEWET, 1985, Treffers & Goffree;
 - Projecto UNIVERSITY OF CHICAGO SCHOOL MATHEMATICS PROJECT, 1987,Trim;
 - Associação de Professores de Matemática na publicação editada em 1988, *RENOVAÇÃO DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA, DOCUMENTOS PARA DISCUSSÃO*, Associação de Professores de Matemática, Lisboa;
 - National Council of Teachers of Mathematics na publicação *CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS*, Reston, Virginia, EUA, NCTM.
- (9) LESTER (F.)
- 1980, "Research on Mathematical Problem Solving", in *RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION*, R. J. Shumway (Ed.) Reston, Nacional Council of Teachers of Mathematics, pp.288,290;
 - 1983, "Trends and Issues in Mathematical Problem-Solving Research", in *ACQUISITION OF MATHEMATICS CONCEPTS AND PROCESSES*, ed. by Richard Lesh, Marsha Landau, Academic Press Inc., Harcourt Brace Jovanovich Publishers, p.230.
- (10) LESTER (F.), 1980, 1983, *ibid*;
- THOMPSON (A.), 1985, "Teachers' Conceptions of Mathematics and the Teaching of Problem Solving", in *TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING: MULTIPLE RESEARCH PERSPECTIVES*, Edward Silver Editor, p.281.
- (11) THOMPSON (A.), 1985, *ibid*;
- SILVER (E.), 1985, "Research on Teaching Mathematical Problem Solving: Some Underrepresented Themes and Needed Directions", in *TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING: MULTIPLE RESEARCH PERSPECTIVES*, Edward Silver Editor, pp.248,262.
- (12) GROUWS (D.), 1985, "The Teacher and Classroom Instruction: Neglected Themes in Problem-Solving Research", in *TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING: MULTIPLE RESEARCH PERSPECTIVES*, Edward Silver Editor, p.297;
- COONEY (T.), 1985, "A Beginning Teacher's View of Problem Solving", *JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION*, vol. 16, nº 5, National Council of Teachers of Mathematics, p.324.
- (13) O conceito de sistema está, segundo Canário, no "cerne de um novo paradigma

científico, a sistémica”, segundo Rosnay “ uma nova maneira de ver, de compreender e de agir” (CANÁRIO, 1989, O ESTABELECIMENTO DE ENSINO NO CONTEXTO LOCAL, Conferência proferida na Universidade de Verão “Le Management en Éducation”, Universidade de Toulouse, 4-10 Julho 1989, policopiado, p.6).

Rosnay refere que de acordo com a definição mais corrente “um sistema é um conjunto de elementos em interação dinâmica” embora uma definição mais completa possa ser a seguinte: “um sistema é um conjunto de elementos em interação dinâmica, organizada em função de uma finalidade” (ROSNEY (J.), 1977, O MACROSCÓPIO, Editora Arcádia, Lisboa, pp.78, 85)

A análise da realidade educativa a partir do conceito de sistema evidencia que o funcionamento pedagógico de uma Escola, e em particular de uma classe (entendida como um sistema formado por cada professor com os seus alunos que se reúne periodicamente em cada sala de aula), não é a resultante do somatório de práticas individuais. Estas inserem-se em processos de acção colectiva que não dependem apenas da acção de cada professor.

(14) Schoenfeld em 1985, refere-se aos “mathematical belief systems” como sendo uma visão individual matemática do mundo, ou seja “...a perspectiva com a qual se aborda a Matemática e as tarefas matemáticas”. Este autor é citado por LESTER & GAROFALO, 1987, in THE INFLUENCE OF AFFECTS, BELIEFS AND METACOGNITION ON PROBLEM SOLVING BEHAVIOUR: SOME TENTATIVE SPECULATION, Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association, Washington DC, 20-24 April, 1987, p.7.

Alba Thompson, 1985, op. cit. p.282, para estudar os processos mentais dos professores, utiliza o conceito de concepção. Para esta autora, as concepções ou sistemas conceptuais, podem estruturalmente ser descritos como organizações complexas de “beliefs”, “disbeliefs” e conceitos num dado domínio. Funcionalmente, os sistemas conceptuais actuam como filtros através dos quais a informação é processada e interpretada.

O conceito de *representação* é utilizado com diversos sentidos e em diversos domínios: em psicologia, psicologia social, psicologia da educação, didáctica, epistemologia, etc. Vários autores referem aliás a sua diversidade de sentidos e usos. No entanto, Denis destaca que, apesar desta diversidade, há na noção de *representação* um nó semântico comum: a ideia de que as *representações* são entidades cognitivas, em certa medida permanentes, susceptíveis de conhecer actualizações transitórias e cuja propriedade geral é a de serem a base do funcionamento das condutas (DENIS (M.), 1989, IMAGE ET COGNITION, PUF, p.33). Por vezes o termo *representação* é usado para designar concepção. MEIRIEU (P.) refere, por exemplo, que “no domínio da aprendizagem, *representação* designa a concepção que o sujeito tem num dado momento de um objecto ou fenómeno”. MEIRIEU (P.) APPRENDRE...OUI. MAIS COMMENT, 1990, 5ª edição, E S F éditeur, Paris, p.189.

(15) Entre os inúmeros artigos de investigação sobre esta temática encontram-se os seguintes:

- THOMPSON (A.), 1985, op. cit.;

- JONES (D.), 1988, A REVIEW OF SELECTED RESEARCH RELATED TO THE REVELANCE OF MATHEMATICS TEACHERS' BELIEFS TO TEACHER EDUCATION AND INSTRUTUCTIONAL PRACTICE, University of Georgia, February, 1988, Draft;
- ERNEST (P.), 1991 (a), (b) op. cit.;
- (16) SILVER (E.), 1985, op. cit., p.256.
- (17) THOMPSON (A.), 1985, op. cit. p.291.
- (18) O significado atribuído a este conceito tem raízes em estudos de diversos autores , entre os quais se encontram:
- KERLAN, 1987, "La Notion de Représentation: une Exigence Pédagogique et Culturelle" in ÉDUCATION PERMANENTE, n° 90, pp.69-80;
- JANVIER (C.), 1987, "Conceptions and Representation: the Circle as an Example", in PROBLEMS OF REPRESENTATIONS IN THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS, ed. by Claude Janvier, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, London,;
- ANDRADE (A.), 1988, LE SENS DES MATHÉMATIQUES, Contribution à une Compréhension Personnalisée de leur Apprentissage. Mémoire présentée pour obtention du Diplôme d'Études Approfondies (Sciences de l'Éducation), Tours, Polycopiado;
- ABRIC (J. C.), 1989, "L'Étude Experimentale des Représentations Sociales", in LES REPRÉSENTATIONS SOCIALES , sous la direction de Denise Jodelet, PUF;
- DENIS (M.), 1989, op. cit.;
- CHOMBART DE LAUWE (M. J.), FEUERHAHN (N.), 1989, "La Représentation Sociale dans le Domaine de l'Enfance", in LES REPRÉSENTATIONS SOCIALES , sous la direction de Denise Jodelet, PUF;
- RUIVO (J.), 1990, O QUE É UM BOM PROFESSOR, Dissertação apresentada para conclusão do Mestrado em Ciências da Educação na Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade Nova de Lisboa, Polycopiado;
- SANTOS (M. E.), 1991, MUDANÇA CONCEPTUAL NA SALA DE AULA — UM DESAFIO PEDAGÓGICO, Livros Horizonte, Lisboa.
- (19) KLINE (M.), 1989, MATHÉMATIQUES: LA FIN DE LA CERTITUDE, Christian Bourgois Éditeur, pp.7-21. Em especial na p.15, Kline refere que estas contradições foram eufemisticamente designadas por paradoxos uma vez que este termo evitava o facto das contradições perverterem a lógica da Matemática.
- (20) Entre estas escolas destacam-se as logicista, intuicionista e formalista. Sobre esta temática ver, por exemplo KLINE (M.), 1989, *ibid* pp.559-643 e DAVIS (P.), HERSH (R.), 1988, "Da Certeza à Falibilidade", in A NATUREZA DA MATEMÁTICA, CADERNOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, pp.45-72.
- (21) TYMOCZKO (T.), 1986, op. cit. p.xv.
- (22) TYMOCZKO (T.), 1986, op. cit. p.xvi.
- (23) KLINE (M.), 1989, op. cit. p.570.
- (24) TYMOCZKO (T.), 1986, op. cit. p.xvi.
- (25) TYMOCZKO, 1986, *ibid*, p.xiv, designa por realismo a posição filosófica que

- supõe a realidade do universo matemático, realidade essa independente dos matemáticos que descobrem verdades acerca dela. O construtivismo é para este autor a posição filosófica que insiste que toda a realidade matemática é condicionada pelas construções actuais e potenciais dos matemáticos que inventam a Matemática
- (26) Esta citação atribuída a HILBERT é referida por LAKATOS (I.) 1986, "A renaissance of Empiricism in The Recent Philosophy of Mathematics" in *NEW DIRECTIONS IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS*, AN Anthology Edited by Thomas Tymoczko, Birkhäuser, Boston, p.35
- (27) LAKATOS (I.) 1986, *ibid*, pp.29-48
- (28) SANTOS (B.) 1989, *INTRODUÇÃO A UMA CIÊNCIA PÓS MODERNA*, OP. CIT. PP.11, 12
- (29) RESTIVO, citado por BIBBY (N.) e ABRAHAM, 1989, "Social History of Mathematical Controversies: Some Implications for the Curriculum" in *MATHEMATICS, EDUCATION AND SOCIETY*, Document Series nº35, Paris, Unesco, p.56.
- (30) Os termos Pessoa e sistema são aqui utilizados no sentido indicado nas notas (4) e (12) respectivamente. O conceito de conhecimento é o referido por LEGROUX (J.), 1981, *DE L'INFORMATION À LA CONNAISSANCE*, U.N.M.F.R.E.O., Maurecourt, Mesonance e LERBET (G.), 1984, *APPROCHE SYSTÉMIQUE ET PRODUCTION DE SAVOIR*, U.N.M.F.R.E.O., Maurecourt, Mesonance, pp.89-92.
- (31) DAVIS (P.), HERSH (R.), 1988, "De certeza à falibilidade" in *A NATUREZA DA MATEMÁTICA, CADERNOS DE EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA*, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, p.47.
- (32) LERMAN (S.), 1983, "Problem-solving or Knowledge-centred: the Influence of Philosophy on Mathematics Teaching" in *INTERNACIONAL JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION IN SCIENCE AND TECHNOLOGY*, vol. 14, pp.59-66;
- ERNEST (P.), 1991(b), "Problem Solving: its Assimilation to the Teacher's Perspective", *op. cit.*
- (33) LERMAN (S.), 1983, *ibid*, p.59. No texto original Lerman escreve:
 "I suggest that one's perspective of mathematics teaching is a logical consequence of one's epistemological commitment in relation to mathematical knowledge, and not merely one of expediency in response to societal pressures, or of pedagogical convenience".
- (34) LERMAN (S.), 1983, *ibid*, p.62.
- (35) LERMAN (S.), 1983, *ibid*, p.59. No original estas designações correspondem a "Mathematics as a body of knowledge" e "Mathematics through problem-solving" (pp.62,65). O autor utiliza, contudo, nalgumas partes do texto designações alternativas a estas. Assim, na p.59 aparece "knowledge-centred" como alternativa a "Mathematics as a body of knowledge" e na p.60 como alternativa a "Mathematics through problem-solving" encontra-se "mathematics as a way of thinking".
- (36) LERMAN (S.), 1983, *Ibid*, p.62.
- (37) *Ibid*, pp.63-65.

- (38) ERNEST (P.), 1991(b), op. cit. Este autor não nega contudo a importância vital de muitos outros factores entre os quais inclui os conhecimentos matemáticos do professor, as suas atitudes e confiança e o contexto social em que trabalha. Define filosofia pessoal do professor sobre a Matemática como sendo a sua concepção da natureza da Matemática como disciplina (p.8).
- (39) ERNEST (P.), 1991 (b), op. cit. p.9
- (40) Ibid. O desenvolvimento destas ideias é feito por Ernest nas pp.8,9.
- (41) ERNEST (P.), 1991 (b), op. cit. p.10.
- (42) Ibid, pp. 10,11.
- (43) Ibid, p.11.
- (44) Entre esses investigadores encontram-se:
 BATES (F.), CANÁRIO (R.), LERBET (G.),e ROSNAY (J).
 Neste âmbito publicaram, entre outras, as seguintes obras:
- BATES (F.) e outros, 1981, "L'école, système de comportements" in SOCIOLOGIE DE L'ÉCOLE - POUR UNE ANALYSE DE L'ÉTABLISSEMENT SCOLAIRE", textes choisis et présentés par Alain Beaudot, Dunod, Paris;
 - CANÁRIO (R.), 1989, op. cit.
 - LERBET (G.), 1984, op.cit. ;1986, DE LA STRUCTURE AU SYSTÈME, ed. Universitaires, Paris
 - ROSNAY (J.) 1977, op.cit. ; 1981, "L'approche systémique appliquée à l'établissement scolaire", propos recueillis par Danielle Zay e Alain Beaudot, in SOCIOLOGIE DE L'ÉCOLE - POUR UNE ANALYSE DE L'ÉTABLISSEMENT SCOLAIRE, textes choisis et présentés par Alain Beaudot, Dunod, Paris.
- (45) THOMPSON (A.),1985, " Teachers' Conceptions of Mathematics and the Teaching of Problem Solving" in TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING: MULTIPLE RESEARCH PERSPECTIVES, Edward A. Silver, Editor, p.287.
- (46) GOETZ (J.) E LECOMPTE (M.), 1984, ETNOGRAPHY AND QUALITATIVE DESIGN IN EDUCATIONAL RESEARCH, Academic Press, Inc, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, nas pp.7-12 distinguem o que designam por pesquisas experimentais e etnográficas. Nomeadamente referem que os étnógrafos tentam descrever sistematicamente as características das variáveis e dos fenómenos, gerar e aperfeiçoar categorias conceptuais, descobrir e validar associações entre esses fenómenos; podem escolher os fenómenos a estudar porque são semelhantes ou porque diferem sistematicamente dentro de dimensões particulares; abordam a questão da subjectividade tentando incorporá-la; estudam tipicamente fenómenos que ocorrem naturalmente, mais do que os que podem ser manipulados anteriormente sob condições frequentemente controladas pelo investigador.
- (47) COONEY(T.), 1985, op. cit. p. 326, designa por episódios, "situações hipotéticas que são utilizadas para discussões em profundidade acerca da Matemática e do seu ensino".
- (48) O significado atribuído às expressões "leitura flutuante", "fase de pré-análise",

"tema" e "categoria" é o que confere BARDIN (L.), 1977, ANÁLISE DE CONTEÚDO, Edições 70, Lisboa, pp.75-119.

(49) Análise transversal tem o sentido que lhe é atribuído por Bardin, 1977, *ibid*, p.66.

(50) ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 1990, *op. cit.*, p.32.

Bibliografia

ABRANTES (P.) 1988, "Mudam-se os tempos, mudar-se-ão as vontades?" in EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA, nº 8, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, pp.1,2.

ABRANTES (P.) 1989, "Um (bom) problema (não) é (só)..." in EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA, nº8, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, pp.7,8,9,10,35.

AMBRÓSIO (T.) 1988, LIMITES METODOLÓGICOS NA INVESTIGAÇÃO DOS PROCESSOS AUTO-ORGANIZATIVOS DOS SISTEMAS SOCIAIS E HUMANOS, Comunicação no Colóquio de AIPELF, Lisboa, Abril, pp.1-7.

ANDRADE (A.) 1988, LE SENS DES MATHÉMATIQUES, Contribution à une Compréhension Personnalisée de leur Apprentissage. Mémoire présentée pour obtention du Diplôme d'Études Approfondies (Sciences de l'Éducation), Tours, Policopiado, 147 p.

A.P.M. 1988, RENOVAÇÃO DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA, Documentos para discussão, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, 89 p.

BAKER (N.) 1981, "Les représentations sociales dans la relation maître-élève: une lecture de l'effet des attentes de l'enseignant" in OBJECTIVITÉ ET SUBJECTIVITÉ DANS LES PROCESSUS PEDAGOGIQUES, Université de Geneve, Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Éducation, édité par Anne-Nelly Perret-Clermont, pp. 39-59.

BARDIN (L.) 1977, ANÁLISE DE CONTEÚDO, Edições 70, 226 p.

BATES (F.) e al 1981, "L'école, système de comportements" in SOCIOLOGIE DE L'ÉCOLE-POUR UNE ANALYSE DE L'ÉTABLISSEMENT SCOLAIRE", textes choisis et présentés par Alain Beaudot, Dunod, Paris, pp. 53-67.

BORASI (R.) 1986, "On the nature of problems", in EDUCATIONAL STUDIES IN MATHEMATICS, Vol 17 (2), pp 125-141.

BOUVIER (A.) 1981, LA MYSTIFICATION MATHÉMATIQUE, Lyon, Hermann, 158 p.

CANÁRIO (R.) 1989(a), O DETERMINISMO E O NATURALISMO COMO OBSTÁCULOS À INOVAÇÃO PEDAGÓGICA, Conferência proferida no Colóquio "A História e as Ciências Sociais na formação de professores", realizada na E.S.E.P. de 1 a 4 de Junho de 1989, policopiado, pp. 1-18.

CANÁRIO (R.) 1989(b), O ESTABELECIMENTO DE ENSINO NO CONTEXTO LOCAL, Conferência proferida na Universidade de Verão "Le Management en Éducation", Universidade de Toulouse, 4-10 Julho 1989, policopiado, 53 p.

COONEY (T.) 1985, "A Beginning Teacher's View of Problem Solving", JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, vol. 16, nº 5, National Council of Teachers of Mathematics, pp.324-336.

CROZIER (M.), FRIEDBERG (E.) 1977, L'ACTEUR ET LE SYSTÈME, LES

- CONTRAINTES DE L'ACTION COLLECTIVE, Seuil, Paris .
- CRUZ (N.) 1989, UTILIZAÇÃO DE ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NO DESENVOLVIMENTO DA CAPACIDADE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS—UM ESTUDO COM ALUNOS DE FÍSICA E QUÍMICA DO 10º ANO, Tese de Mestrado realizada na Faculdade de Ciências de Lisboa, Departamento de Educação, 230 p.
- DAVIS (P.), HERSH (R.) 1986, A EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA, 3ª edição, Rio de Janeiro, Livraria Francisco Alves Editora S.A., 481p.
- DAVIS (P.), HERSH (R.) 1988, "Da Certeza à Falibilidade", in A NATUREZA DA MATEMÁTICA, CADERNOS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Lisboa, Associação de Professores de Matemática, pp.45-72.
- DENIS (M.) 1989, IMAGE ET COGNITION, Paris, Presses Universitaires de France.
- DIEUDONNÉ (J.) 1990, A FORMAÇÃO DA MATEMÁTICA CONTEMPORÂNEA, Lisboa, Publicações Dom Quixote, 292 p
- DUPONT (C.) 1989, "L' étude des représentations, un enjeu pour les éducateurs" in LES SCIENCES DE L' ÉDUCATION, pp. 51-68.
- DURAND (D.) 1983, LA SYSTÉMIQUE, Presses Universitaires de France, 2ª edição, Paris, 126 p.
- ERNEST (P.) 1991(a), THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS EDUCATION, the Falmer Press, 329 p.
- ERNEST (P.) 1991(b), "Problem Solving: its Assimilation to the Teacher's Perspective" in INFORMATION TECHNOLOGY AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING RESEARCH, NATO Advanced Research Workshop, Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal, 27-30 April 1991, NATO Advanced Study Institute Programme, policopiado, 16 p.
- GHIGLIONE (R.), MATALON (B.) 1978, LES ENQUÊTES SOCIOLOGIQUES, THEORIES ET PRATIQUE, Armand Colin, Paris, 301 p.
- GOETZ (J.), LECOMPTE (M.) 1984, ETNOGRAPHY AND QUALITATIVE DESIGN IN EDUCATIONAL RESEARCH, Academic Press, Inc, Harcourt Brace Jovanovich, Publishers.
- GUIMARÃES (H.) 1988, ENSINAR MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PRÁTICAS, Tese apresentada para obtenção do Grau de Mestre em Educação, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, policopiada, 290 p.
- GUIMARÃES (H.) 1989, "Por uma Visão não Instrumentalista da Matemática" in EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA, nº 12, Lisboa, A.P.M., pp.11,12,40.
- HOWSON (A.G.), KAHANE(J.-P.), Ed. 1989, MATHEMATICS AND COGNITION: A RESEARCH SYNTHESIS BY THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, ICMI Study Series, Cambridge University Press, 180 p.
- HUSÉN (T.) 1989, "Integração da formação geral e formação profissional- uma perspectiva internacional" in FORMAÇÃO PROFISSIONAL I.
- JANVIER (C.) 1987, "Conceptions and Representation: the Circle as an Example", in PROBLEMS OF REPRESENTATIONS IN THE TEACHING AND LEARNING

- OF MATHEMATICS, ed. by Claude Janvier, Lawrence Erlbaum Associates Publishers, London, pp.147-158.
- JODELET (D.) , Ed. 1989, LES REPRÉSENTATIONS SOCIALES, Sociologie d'aujourd'hui, Paris, Presses Universitaires de France.
- JONES (D.) 1988, A REVIEW OF SELECTED RESEARCH RELATED TO THE REVELANCE OF MATHEMATICS TEACHERS' BELIEFS TO TEACHER EDUCATION AND INSTRUTUCTIONAL PRACTICE, University of Georgia, February, 1988, Draft, policopiado, 33 p.
- KEITEL (C.) e al, Ed. 1989, MATHEMATICS, EDUCATION AND SOCIETY, Science and Technology Education, Document Series n°35, Paris, Unesco, 193 p.
- KERLAN (A.) 1987, "La Notion de Représentation: une Exigence Pédagogique et Culturelle" in ÉDUCATION PERMANENTE, n° 90, pp.69-80.
- KLINE (M.) 1989, MATHÉMATIQUES: LA FIN DE LA CERTITUDE, Christian Bourgois Éditeur, 664 p.
- KUHN (T.) 1989, A TENSÃO ESSENCIAL, Lisboa, Edições 70, 420p.
- LAKATOS (I.) 1984, PREUVES ET RÉFUTATIONS-ESSAI SUR LA LOGIQUE DE LA DÉCOUVERTE MATHÉMATIQUE, Paris, Hermann, 218 p.
- LAMPERT (M.) 1988, TEACHERS' THINKING ABOUT STUDENTS' THINKING ABOUT GEOMETRY: THE EFFECTS OF NEW TEACHING TOOLS, Technical Report, Educational Technology Center, Cambridge, 34 p.
- LEGROUX (J.) 1981, DE L'INFORMATION À LA CONNAISSANCE, U.N.M.F.R.E.O., Maurecourt, Mesonance, 378 p.
- LERBET (G.) 1981, UNE NOUVELLE VOIE PERSONNALISTE: LE SYSTÈME-PERSONNE, U.N.M.F.R.E.O., Maurecourt, 178 p.
- LERBET (G.) 1984, APPROCHE SYSTÉMIQUE ET PRODUCTION DE SAVOIR, Editions Universitaires, U.N.M.F.R.E.O., 273 p.
- LERBET (G.) 1986, DE LA STRUCTURE AU SYSTÈME ESSAI SUR L'ÉVOLUTION DES SCIENCES HUMAINES, U.N.M.F.R.E.O., Éditions Universitaires, 175 p.
- LERBET (G.) 1990, LE FLOU ET L'ECOLIER-LA CULTURE DU PARADOXE, U.N.M.F.R.E.O., Editions Universitaires, 171 p.
- LERMAN (S.) 1983, "Problem-solving or Knowledge-centred: the Influence of Philosophy on Mathematics Teaching" in INTERNACIONAL JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION IN SCIENCE AND TECHNOLOGY, vol. 14, pp.59-66.
- LESTER (F.) 1980, "Research on Mathematical Problem Solving", in RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, R. J. Shumway (Ed.) Reston, Nacional Council of Teachers of Mathematics, pp.286-323.
- LESTER (F.) 1983, "Trends and Issues in Mathematical Problem-Solving Research", in ACQUISITION OF MATHEMATICS CONCEPTS AND PROCESSES, ed. by Richard Lesh, Marsha Landau, Academic Press Inc., Harcourt Brace Jovanovich Publishers, pp. 229-261.
- LESTER & GAROFALO 1987, THE INFLUENCE OF AFFECTS, BELIEFS AND METACOGNITION ON PROBLEM SOLVING BEHAVIOUR: SOME TENTATIVE SPECULATION, Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association, Washington DC, 20-24 April, 1987,

- 22 p.
- MEIRIEU (P.) 1990, APPRENDRE...OUI. MAIS COMMENT, 5ª edição, E S F éditeur, Paris, 191 p.
- MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO 1989, PROGRAMAS DE MATEMÁTICA, Para Aplicação em Regime de Experiência Pedagógica, 1º, 2º, 3º ciclos.
- N.C.T.M. 1989, CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia, EUA, NCTM, 258 p.
- NIMIER (J.) 1988, LES MODES DE RELATIONS AUX MATHÉMATIQUES, Paris, Méridiens Klincksieck, 304 p.
- OROFIAMMA (R.) 1990, "Les competences de 3^è dimension, nouvelle intelligence des situations professionnelles?" in LES COMPETENCES DE 3^è DIMENSION, OUVERTURE PROFESSIONNELLE ?, Conservatoire National des Arts et Metiers, Centre de formation de formateurs.
- PATTON (M.) 1980, QUALITATIVE EVALUATION METHODS, Sage, Londres.
- PIAGET (J.) e al 1980, LÓGICA E CONHECIMENTO CIENTÍFICO, Porto, Livraria Civilização - Editora, 522 p.
- POLYA (G.) 1965, COMMENT POSER ET RÉSOUDRE UN PROBLÈME, Deuxième édition, Paris, Dunod, 237p.
- PONTE (J.P.) 1988, "Matemática, insucesso e mudança: problema possível, impossível ou indeterminado?", in APRENDER, Revista da Escola Superior de Educação de Portalegre, nº 6, Novembro, pp.10-19.
- POPPER (K.) 1987, SOCIEDADE ABERTA, UNIVERSO ABERTO, Lisboa, Dom Quixote, 112 p.
- POPPER (K.) 1988, "O indeterminismo não basta: Um posfácio" in UNIVERSO ABERTO-PÓS-ESCRITO À LÓGICA DA DESCOBERTA CIENTÍFICA, Lisboa, Publicações Dom Quixote, pp.115-128.
- POPPER (K.) 1989, EM BUSCA DE UM MUNDO MELHOR, Fragmentos, Lisboa, 233 p.
- POSTIC (M.) 1984, A RELAÇÃO PEDAGÓGICA, Coimbra, Coimbra Editora Limitada, 295p.
- RAYMOND (A.) e al THE INFLUENCE OF INNOVATIVE INSTRUCTIONAL PROCESSES ON MATHEMATICAL BELIEF SYSTEMS" apresentada em Abril de 1991 no Annual Meeting of the American Educational Research Association, policopiado, 23 p.
- REVUZ (A.) 1980, EST-IL IMPOSSIBLE D' ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES, PUF, Paris, 153 p.
- ROGERS (C.) 1985, TORNAR-SE PESSOA, Lisboa, 7ª edição, Moraes Editores, 342 p.
- ROSNAY (J.) 1977, O MACROSCÓPIO, Editora Arcádia, Lisboa, 270 p.
- ROSNAY (J.) 1981, "L'approche systémique appliquée à l'établissement scolaire", propos recueillis par Danielle Zay e Alain Beaudot, in SOCIOLOGIE DE L'ÉCOLE - POUR UNE ANALYSE DE L'ETABLISSEMENT SCOLAIRE, textes choisis et présentés par Alain Beaudot, Dunod, Paris, pp. 141-154.

-
- RUIVO (J.) 1990, O QUE É UM BOM PROFESSOR, Dissertação apresentada para conclusão do Mestrado em Ciências da Educação na Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade Nova de Lisboa, Policopiado, 201 p.
- SANTOS (B.) 1989, INTRODUÇÃO A UMA CIÊNCIA PÓS MODERNA, Porto, Edições Afrontamento, 199 p.
- SANTOS (M. E.) 1991, MUDANÇA CONCEPTUAL NA SALA DE AULA — UM DESAFIO PEDAGÓGICO, Livros Horizonte, Lisboa, 261 p.
- SCHOENFELD (A.) 1987, "Problem Solving in Context(s)", Paper a ser publicado em R.Charles & E. Silver (Eds.), TEACHING AND EVALUATING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, 15 p.
- SCHOENFELD (A.)1989, "Teaching Mathematical thinking and Problem Solving" in TOWARD THE THINKING CURRICULUM : CURRENT COGNITIVE RESEARCH, Yearbook of the Association for Supervision and Curriculum Development, A.S.C.D., pp. 83-103.
- SILVER (E.) , Ed. 1985, TEACHING AND LEARNING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING: MULTIPLE RESEARCH PERSPECTIVES, Edward Silver Editor, Lawrence, Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale, New Jersey, 469 p.
- TYMOCZKO (T.), Ed. 1986, NEW DIRECTIONS IN THE PHILOSOPHY OF MATHEMATICS, An Anthology Edited by Thomas Tymoczko, Birkhäuser Boston, 323 p.
- UPINSKY (A.)
1985, LA PERVERSION MATHÉMATIQUE L' OEIL DU POUVOIR, Monaco, Editions du Rocher, 318p.