La metáfora ecológica en el estudio de la noosfera matemática

Juan D. Godino, Universidad de Granada

Este trabajo extiende, con algunas ideas adicionales, la ponencia que tuve ocasión de presentar en la mesa redonda que, con el título *Cultivons la Mathématique*, se celebró en París (en Julio de 1992), durante el Primer Congreso Europeo de Matemáticas. El título de dicha mesa redonda me llevó de un modo natural a tratar de desarrollar la metáfora implícita en el mismo: la matemática puede ser considerada como una “planta” que crece y se desarrolla en ciertos habitats y que necesita “cuidados” para que mantenga su vitalidad.

El análisis de la problemática que plantea el uso de las matemáticas en las distintas instituciones, las relaciones de los propios objetos matemáticos entre sí y con otros campos de conocimiento puede facilitarse comparando esta problemática con la de la ecología, considerada como la disciplina científica que se interesa por las relaciones entre los organismos y sus entornos pasados, presentes y futuros. “Estas relaciones incluyen las respuestas fisiológicas de los individuos, la estructura y dinámica de las poblaciones, las interacciones entre especies, la organización de las comunidades biológicas y el procesamiento de la energía y la materia en los ecosistemas” (Revista *Ecology*; American Ecological Society)

Desde el trabajo de Lakoff y Johnson (1980) sobre el papel relevante de los conceptos metafóricos en la estructuración del sistema conceptual humano, el uso de la metáfora ha quedado justificado como medio para comprender y experimentar una realidad en términos de otra. Pensamos que la metáfora ecológica, propuesta por Chevallard (1989) para el análisis didáctico y por Morin (1992) para las ideas en general, puede constituir un recurso de gran utilidad para comprender la génesis, el desarrollo y las funciones de los saberes

matemáticos en las instituciones humanas. El análisis de la ecología institucional de un saber nos lleva a conocer sus habitats, o sea los “lugares” donde se encuentra, los objetos con los cuales entra en asociación, las estructuras de soporte y las funciones de estas interrelaciones, esto es, los nichos ecológicos de los saberes matemáticos.

En este trabajo nos interesamos por la problemática del uso de las matemáticas, sus características y condiciones de desarrollo en la cultura y la sociedad actual, sirviéndonos de pauta la metáfora ecológica y en particular del concepto de econicho. Un enfoque moderno de este concepto, basado en la teoría general de sistemas (Patten y Auble, 1980), permite aplicarlo a objetos no vivos, sustituyendo los criterios de “viabilidad”, persistencia o existencia indefinida, por cualquier noción de utilidad, disponibilidad, acoplamiento o compatibilidad.

Hasta aquí hemos interpretado la *ecología de las ideas matemáticas* como una metáfora que ayuda a comprender la génesis, desarrollo y funcionamiento de los objetos matemáticos (conceptos, teorías, métodos, etc). Pero hay que resaltar que existe una corriente en epistemología y sociología del conocimiento que va más allá de un planteamiento metafórico para estas cuestiones. El trabajo de Morín (1992), *Las ideas, su hábitat, su vida, sus costumbres, su organización* constituye un ejemplo relevante. Este autor considera tan inadecuada la creencia en la realidad física de las ideas, como el negarles un tipo de realidad y existencia objetiva. Para este autor, las ideas en general (y por tanto las nociones matemáticas), además de constituir instrumentos de conocimiento, tienen una existencia propia y característica.

Los números son reales, aún cuando no existan en tanto que tales en la naturaleza. Su tipo de realidad, trascendente, cuasi pitagórica según un punto de vista, no ha dejado de atormentar al espíritu de los matemáticos (Morin, 1992, p. 111).

Las creaciones del espíritu, aunque son producidas por el hombre y dependen de la actividad humana que las producen, adquieren una realidad y una autonomía objetiva; configuran lo que Popper denomina el “tercer mundo” y Morin (usando el término de Teilhard de Chardin) describe como *noosfera*. La noosfera emerge con vida propia a partir del conjunto de las actividades antrosociales. En consonancia con esta “nueva realidad” surge la posibilidad de una ciencia, la *noología*, que sería la ciencia de la vida de los “seres del espíritu”, considerados como entidades objetivas.

Pero esto no excluye en absoluto considerar igualmente estas “cosas” desde el punto de vista de los espíritus/cerebros humanos que las producen (**Antropología del conocimiento**) y desde el punto de vista de las condiciones culturales de su producción (**Ecología de las ideas**) (Morin, 1992, p. 115).

Todos estos puntos de vista son complementarios.

Esta nueva perspectiva epistemológica lleva a distintos pensadores a considerar las ideas como entidades dotadas de una actividad propia y a plantearse las siguientes preguntas:

¿Cómo actúan las ideas unas sobre otras? ¿Existe una especie de selección natural que determina la supervivencia de ciertas ideas y la extinción de otras? ¿Qué tipo de economía limita la multiplicación de ideas en una región del pensamiento? ¿Cuáles son las condiciones necesarias para la estabilidad (o la supervivencia) de un sistema o subsistema de este género (Bateson, 1977, “Ecología del espíritu”; citado por Morín (1992), p. 112).

El *locus* o lugar de la realidad matemática es para White (1983) la tradición cultural, es decir, el continuum de conducta expresada por símbolos. Dentro del cuerpo de la cultura matemática ocurren acciones y reacciones entre los distintos elementos.

Un concepto reacciona sobre otros; las ideas se mezclan, se funden, forman nuevas síntesis (White, 1983, p. 274).

Ecología de los saberes matemáticos

La aplicación de la metáfora ecológica al estudio de la evolución de los saberes implica considerarlos como “organismos” u “objetos” que interactúan y desempeñan un “role” en el seno de instituciones donde se reconoce su existencia cultural, las cuales vienen a ser su “habitat”. Parece claro que no es posible pensar en los saberes independientemente de las personas que los piensan y usan. Pero la identificación de la existencia de un saber precisa de un reconocimiento colectivo, esto es, se trata de un emergente de un sistema de prácticas sociales reconocidas. Una tipificación de acciones habitualizadas por tipos de actores es una institución (Berger e Luckmann, 1968); las instituciones son, pues, los hábitat de los saberes.

Una de las posibilidades que ofrece el paradigma ecológico consiste en su capacidad de dar sentido a nuevas cuestiones que de otro modo parecen evidentes o sin interés. Asimismo, lleva a centrar nuestra atención en aspectos contextuales e interacciones que con frecuencia pasan inadvertidos. A título de ejemplo indicamos, a continuación, algunas de estas cuestiones.

- a) ¿Cuáles son los hábitats que ocupan actualmente los saberes matemáticos? ¿Cuáles son los distintos usos que se hace de las matemáticas en dichos hábitats?
- b) ¿Existen instituciones en las que las matemáticas podrían ser utilizadas más intensa y adecuadamente?
- c) ¿Qué tipo de restricciones del entorno (factores limitativos) dificultan que las matemáticas ocupen los nichos ecológicos vacíos?
- d) ¿Cómo se relacionan las matemáticas con los restantes saberes presentes en las distintas instituciones?
- e) ¿Es posible identificar sub-especies (sub-saberes) como consecuencia de fenómenos de adaptación al entorno?
- f) ¿Existen relaciones especiales de competición, simbiosis, y de dominancia y control entre saberes y sub-saberes que condicionen la difusión idónea de las matemáticas?
- g) En general, en el conjunto de la sociedad, la matemática no es suficientemente apreciada, por lo que tiene una existencia precaria. ¿Cuáles son los factores que determinan esta “matofobia”?

Trataremos de proponer algunas respuestas parciales a estas cuestiones cuya pertinencia podrá ser objeto de debate de otros trabajos.

Interesa destacar, en primer lugar, la identificación de tres tipos de “sub-especies” matemáticas, como consecuencia de procesos de adaptación a distintas instituciones. Se trata de las matemáticas puras, aplicadas y escolares. La convivencia entre estas sub-especies no está ausente de problemas que dificultan una difusión óptima de las matemáticas. La transposición didáctica (Chevallard, 1985) se presentaría como el fenómeno de adaptación al entorno escolar de las matemáticas puras y aplicadas. Entre éstas dos últimas también cabría diferenciar fenómenos de adaptaciones mutuas que podríamos denominar como “transposiciones modelizadoras”. Estas subespecies coexisten, a veces, en las mismas instituciones. En la universidad, por ejemplo, lo habitual es que los profesores sean, a la vez investigadores implicados en la producción de nuevos conocimientos.

Un aspecto problemático que identificamos se refiere al fenómeno de “dominancia y control” que la institución MP (matemáticos puros) ejerce

sobre MA (matemáticos aplicados) y ME (matemáticos educadores) y que tiene consecuencias negativas. La matemática aplicada es vista con frecuencia por los “matemáticos puros” como algo de inferior categoría. Se ignora con frecuencia y se infravalora la dosis de creatividad requerida en el proceso de modelización de los problemas de la realidad y de la necesaria contextualización educativa.

Dentro de los diversos habitats de las matemáticas, el primero en orden de importancia en cuanto a su extensión, es la Educación Matemática entendida como un sistema que incluye no sólo la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino el diseño curricular, la elaboración de materiales didácticos, la investigación didáctica, etc. En los diversos niveles educativos y diferentes especializaciones profesionales, las matemáticas se hallan omnipresentes en la educación, aunque con frecuencia se reproducen en estas instituciones los fenómenos de dominancia y control de la teoría sobre las aplicaciones a los que hemos hecho referencia. Dentro del doble carácter útil — objeto del saber matemático (Douady, 1986) la educación enfatiza con frecuencia los aspectos conceptuales (objetos) frente a las aplicaciones.

Tanto en la enseñanza como en la investigación o las aplicaciones, las matemáticas conviven e interactúan con otros saberes, lo que ha dado lugar a fenómenos de adaptación y surgimiento de nuevos campos o “especies”, como por ejemplo, la econometría, psicometría, etc. (Benzecri, 1982). En ellos suelen plantearse nuevos problemas de “competición”, especialmente de tipo profesional, de las ciencias originarias sobre las matemáticas. Entre estas adaptaciones, en ocasiones, surgen “deformaciones” o empleos incorrectos. Esto es especialmente notorio en el caso de la Estadística, lo cual ha dado lugar incluso a una línea de investigación sobre esta problemática que recibe el nombre de Etnoestadística (Gephart, 1991)

Otro aspecto conflictivo se refiere a la dificultad de comunicación entre el matemático y el especialista en otras ciencias, de cara a la realización de trabajos en cooperación, debido al empleo de lenguajes científicos diferentes en cada especialidad. Los usuarios de las matemáticas son los que plantean los problemas, pero es el matemático quien tiene las herramientas para su solución. En los procesos de planteamiento del problema al matemático por parte del usuario y de comunicación de las soluciones alcanzadas por el matemático, aparece un doble proceso de transposición didáctica de una a otra materia, en el cual pueden producirse desajustes que perturben la adecuada utilización de las herramientas matemáticas.

En otras ocasiones se espera que la respuesta a un problema matemático sea

inmediata, que se responda sobre la marcha, sin una reflexión creativa (Barnett, 1988). En la práctica escolar, cada problema tiene una solución, con frecuencia única, y, en todo caso, el profesor conoce esta solución. La sociedad no valora al profesional matemático porque se entiende que la enseñanza de las matemáticas, desde la escuela a la universidad, debería capacitar a los ciudadanos y distintos profesionales a resolver sus problemas matemáticos. Esto es irreal e impide un “cultivo” idóneo de las matemáticas. Usualmente hay diversas técnicas matemáticas adaptadas para un problema dado. Además, cada una de ellas está basada en una serie de hipótesis de carácter teórico sobre los datos que en la realidad nunca se cumplen de forma exacta. El profesional matemático debe valorar, entre los diversos métodos disponibles, el grado de ajuste entre las hipótesis y los datos disponibles. La modelización matemática es con frecuencia altamente compleja y precisa de una destreza técnica sofisticada, así como un cierto nivel de creatividad. Esto sólo se puede conseguir en sujetos con un cierto nivel de especialización y dedicación profesional.

Por otro lado, la aplicación de muchas técnicas matemáticas rutinarias es hoy día una tarea ímproba, debido a la gran cantidad de información que se necesita procesar en estas aplicaciones. Es imprescindible el recurso al ordenador. Ello plantea de nuevo la “convivencia” con otra ciencia: la informática. La influencia mutua entre ambas disciplinas está llena de potencialidades pero también de interrogantes.

Un ejemplo de análisis micro-ecológico en matemáticas

Un ejemplo de análisis ecológico de objetos matemáticos, desde el punto de vista de la transposición didáctica, es el realizado en la tesis de tercer ciclo de Rajoson (1988), realizada bajo la dirección de Y. Chevallard.

En este trabajo se introducen las nociones claves del análisis ecológico del saber desarrolladas e ilustradas alrededor de las tres preguntas siguientes:

- ¿Porqué el problema de Moivre¹ no aparece en la enseñanza secundaria?
- ¿Porqué el procedimiento de Herón — el algoritmo de Newton — de cálculo de raíces cuadradas vive bien hoy en la noosfera, y no “vive” sino con dificultad y de un modo fugitivo en la clase?
- ¿Porqué la simetría deslizante — tanto el objeto como el término — no existe apenas en la enseñanza secundaria francesa y, sin embargo, existe bastante bien en la enseñanza inglesa o americana? (ecología diferencial o

comparada del saber).

El trabajo se centra en la descripción de los distintos “ecotopos” y “nichos ecológicos” de los objetos matemáticos correspondientes y de las restricciones que determinan su presencia con mayor o menor intensidad de su uso en las distintas formaciones epistemológicas (saber sabio, profesional, didáctico, ...)

Entre las nociones introducidas destacamos el concepto de dominancia. Un objeto matemático tendrá un carácter dominante si es reconocido como un útil potente, bien adaptado a la resolución de problemas importantes; como consecuencia toma la forma de una teoría. Una teoría puede perder su posición dominante si otra teoría alternativa entra en competición con ella y la hace aparecer como “comida”, o sea como una herramienta venida a menos, obsoleta y menos eficaz.

La íntima relación entre los distintos objetos matemáticos, puesta de manifiesto por el hecho de que de un concepto o método precisa de otros más elementales, y a su vez sirve de base para la construcción de otros nuevos queda recogida en la idea de ecosistema y *cadena trófica* (un ser sirve de “alimento” para otros y se alimenta a su vez de otros. La *ecología didáctica* será el estudio de las restricciones tróficas que la enseñanza de un objeto matemático debe satisfacer.

Problemática de la popularización de las matemáticas

Recientemente se ha acuñado el término de popularización para referirse a un conjunto de actividades cuyo fin es tratar de “salvar el vacío entre la ciencia y la comprensión de la misma por el público” (Howson y Kahane, 1990). Se trata de procurar compartir las matemáticas con un público lo más amplio posible, animar a las personas a ser “matemáticamente activos”, de inducir un reconocimiento y una actitud favorable hacia la actividad matemática. Los autores citados distinguen el concepto de popularización de la enseñanza de la matemática por sus características específicas:

- se trata de actividades hechas libremente, no sujetas a la “obligatoriedad” de la enseñanza; no suponen un trabajo duro, sino libertad y placer;
- se propone para una audiencia más amplia; debe afectar a todos los colectivos de personas, desde los propios investigadores a los jubilados;
- se procuran utilizar todas las modalidades de comunicación;
- afecta a todos los tópicos matemáticos.

La necesidad de llevar a cabo actividades de popularización surge de la

realidad presente de rechazo, aversión y mala imagen que tienen las matemáticas entre el público en general. “La imagen popular de las matemáticas es que es difícil, fría, ultra-racional, importante y fuertemente masculina” (Ernest, 1992). Esta situación es negativa, tanto desde el plano personal como colectivamente. En todos los países se tiene necesidad de incrementar las profesiones de carácter científico y una mala imagen de las matemáticas supone un handicap para ese objetivo.

Las actividades de popularización son interpretables desde la perspectiva de la ecología de los saberes, como intentos de que las matemáticas se utilicen en el seno de instituciones lo más variadas posibles y de un modo adaptado a las características de las mismas. Se trata, por tanto, de promover el uso de las matemáticas en el seno de todos los nichos ecológicos potenciales, mediante las selecciones y adaptaciones necesarias. Se debe proponer a cada colectivo de personas unas actividades matemáticas adecuadas a sus intereses y posibilidades. Esto implica el reonomio de una mayor variedad de tipos de relaciones al saber matemático que las tradicionales *saber o no saber* matemáticas, construidas por los propios sujetos por medio de una gama muy diversa de actividades matemáticas. La popularización surge, por tanto, como emblema de una nueva formación epistemológica, de un nuevo “saber” que “compite”, en cierto modo, por el mismo espacio que la Didáctica de la Matemática.

En términos generales, los objetivos de la popularización nos parecen valiosos y necesarios; pero la perspectiva ecológica nos lleva, antes de proponer acciones indiscriminadas, a reflexionar sobre los factores “bióticos” y “abióticos” que determinan la “matofobia”. El problema de fondo que trata de remediar la popularización, el rechazo social de las matemáticas, no puede resolverse con el tipo de actividades que se proponen. Comprender las matemáticas es algo tan complejo, conlleva tantos matices y niveles (Sierpiska, 1989) que nos parece ingenuo pretender lograrlo simplemente con las actividades de popularización. El análisis de las condiciones de las que depende una actitud favorable hacia las matemáticas, así como su comprensión por los distintos colectivos de personas, es el objeto de estudio de una disciplina científica: la Didáctica de la Matemática. La dificultad para cumplir estos objetivos es patente si observamos el estado embrionario en que se encuentra esta disciplina en la mayoría de los países.

Parece claro que el fracaso en conseguir desde la escuela el objetivo de la difusión se debe atribuir al modo particular de existencia que la *noosfera educativa* ha sugerido hasta la fecha para las matemáticas escolares, a través de los procesos de transposición didáctica. Sin embargo, las acciones que se

proponen como contrapunto para conseguir el objetivo de popularización no parecen claras. ¿Acaso *ver* matemáticas cristalizadas en los productos, ilustrar los libros de texto, proponer pasatiempos y “rompecabezas” en los periódicos, es suficiente para “hacer asequible y grata a una multitud” la actividad matemática?

En nuestra opinión, las acciones de popularización no siempre tienen la orientación adecuada. No siempre es posible hacer amenas las matemáticas ya que no tienen porqué serlo; no es una tarea grata transponer una matriz o desarrollar en serie de potencias una función, como tampoco es ameno y divertido un taladro eléctrico. Hay que crear las situaciones en las que el uso de esos objetos sea lo más razonable: no es necesario hacer popular el martillo para que alguien lo use si tiene que clavar un clavo. A nadie le agrada ser vacunado. Sin embargo, las madres responsables vacunan periódicamente a sus hijos porque saben que la ciencia médica ha demostrado la eficacia de estas vacunas frente a enfermedades con graves consecuencias. En el caso de la medicina, la popularización de la misma no ha consistido en hacerla grata, sino en ponerla al alcance de todos mediante centros de salud y profesionales médicos y dar a conocer su eficacia. Para las matemáticas, el problema clave está en que el alumno (el ciudadano) recibe en la escuela un saber complejo, incomprensible y, además, inútil desde su propia perspectiva.

Algunas propuestas de acción

Las instituciones de enseñanza (escuelas, universidades, etc.) pueden ser vistas, en esta perspectiva, como habitats especiales de los saberes, como “semilleros” donde se cultivan estos “organismos”, ya que los usuarios de la matemática en los distintos campos de la sociedad reciben su formación en estos centros. Las matemáticas deben ser contextualizadas, adaptadas a las condiciones particulares de estos habitats; de lo contrario se corre el riesgo de provocar un rechazo generalizado.

Para el desarrollo de una “convivencia simbiótica” de las matemáticas con otros saberes se precisa del desarrollo de un lenguaje común que haga posible el mutuo entendimiento y la comunicación. Esto requiere varios tipos de acciones entre las que resaltamos:

- Una formación de todos los ciudadanos y profesionales que relacione las matemáticas con los problemas de su propio entorno e intereses y le permita distinguir las situaciones en las que precisa la colaboración del experto

matemático. La instrucción matemática debe proporcionar a cada ciudadano un sentido para captar situaciones matemáticas y una capacidad para discernir cuando la técnica necesaria para adoptar decisiones precisa la colaboración de un profesional matemático.

- La creación de consultorías matemáticas en el seno de las universidades, en simbiosis con las consultorías informáticas, y quizás también en las instituciones de enseñanza media, que permitirían crear hábitos que facilitarían la integración y el uso cooperativo de los distintos conocimientos.
- La formación de equipos interdisciplinarios en las unidades de investigación y desarrollo, con la presencia de matemáticos en los mismos, es asimismo una acción clave para que las matemáticas se usen intensa y adecuadamente.

Finalmente, consideramos que es fundamental apoyar el desarrollo de los estudios didácticos, ya que estos analizan e identifican las condiciones de las estructuras de sostenimiento (Alley, 1985) de estos “organismos” en las distintas instituciones en las que pueden sobrevivir. La Didáctica, el colectivo de personas que reflexionan crítica y sistemáticamente sobre la producción y comunicación de los saberes, desempeñan el papel de “fertilizantes” para que los saberes desarrollen con plenitud sus potencialidades.

Notas

¹ “Problema de Moivre”: Determinar la probabilidad de obtener una suma de puntos igual a k al lanzar n dados de f caras.

Referências

- Alley, T. R. (1985). Organism-environment mutuality epistemics, and the concept of an ecological niche. *Synthesis* 65, 411-444.
- Alsina, C. e outros. (1989). Hacia unas matemáticas populares. *SUMA*, 4, 83-120.
- Barnet, V. (1988). Statistical consultancy. A basis for teaching and research. Em R. Davidson e J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics* (pp. 303-307). Victoria: University of Victoria.
- Benzecri, J. P. (1982). *Histoire et préhistoire de l'analyse des données*. Paris: Dunod.
- Berger, P. e Luckmann, T. (1968). *La construcción social de la realidad*. Buenos Aires: Amorrortu.
- Chevallard, Y. (1989). *Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique. Université Joseph Fourier -Grenoble I.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

-
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Ernest, P. (1992). The popular image of mathematics. *Philosophy of Mathematics Education Newsletter*, 4 & 5, 19.
- Gephart, R. P. (1988). *Ethnostatistics: Qualitative foundations for quantitative research*. Sage University Paper Series on Qualitative Research Methods (Vol. 2). Beverly Hills, Califórnia: Sage.
- Howson, A. G. e Kahane, J. P. (1990). *The popularization of mathematics. A study overview*. ICMI Study Series. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lakoff, G. e Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago.
- Morin, E. (1992). *El método. Las ideas*. Madrid: Cátedra.
- Patten, B. C. e Auble, G. T. (1980). Systems approach to the concept of niche. *Synthese*, 43, 155-181.
- Rajoson, L. (1988). *L'analyse ecologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique: Trois études de cas*. Thèse 3^{ème} Cycle, não publicada, Faculté des Sciences de Luminy, Université d'Aix Marseille II.
- Sierpiska, A. (1990). Some remarks on understanding in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 10(3), 24-36.
- White, L. A. (1983). *La ciencia de la cultura. Un estudio sobre el hombre y la civilización*. Barcelona: Paidós.

Juan D. Godino, Dpto. de Didáctica de la Matemática, Escuela Universitaria de Formación del Profesorado, 18071 Granada, ESPAÑA.