
A Didáctica da Matemática em França

Michèle Artigue, Université Paris VII

Régine Douady, Université Paris VII

Emergência de um campo científico

A Didáctica da Matemática “estuda os processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos desta ciência, em particular, em situação escolar e universitária. Propõe-se descrever e explicar os fenómenos relativos às relações entre o seu ensino e a sua aprendizagem. Não se limita a procurar um bom método para ensinar uma dada noção” (Douady, 1984) mesmo se esperando, a prazo, ser capaz de fornecer resultados que permitam melhorar o funcionamento do ensino.

Esta nota de síntese consagra-se essencialmente à Didáctica da Matemática em França. Aqui a expressão *Didáctica da Matemática* surgiu relativamente tarde, no início dos anos setenta, com o desejo de distinguir a investigação didáctica da investigação pedagógica e, num espaço de uma dezena de anos, constituiu-se científica e institucionalmente como uma disciplina.

Num primeiro parágrafo, descrevemos o contexto do seu aparecimento; o segundo é dedicado à emergência dos conceitos que hoje constituem o esqueleto do seu campo teórico. No terceiro, tentamos mostrar como são utilizados estes conceitos nos actuais trabalhos e precisar as orientações seguidas na investigação. Por fim, no último parágrafo, abordamos os problemas levantados pela introdução maciça da Informática.

I — Introdução

Não são novos os problemas colocados pelo ensino da Matemática, bem como os esforços para os tentar resolver. Assim, foi instituída, desde o quarto congresso internacional dos matemáticos (que ocorreu em Roma, 1908), uma comissão internacional para o ensino das matemáticas (CIEM), sob a presidência do matemático alemão F. Klein¹, que reuniu dezanove países. Importa salientar que uma boa parte das questões levantadas na época não perderam em nada a sua actualidade. Citemos, nesse sentido, algumas questões extraídas de A. G. Howson:

What have been the results of attempting to remove the barrier between such topics as algebra and geometry, or teach the two simultaneously?

What position should the secondary schools take with respect to the nature of applications and the relations of applied to pure mathematics?²

Nos anos cinquenta, após um período de sonolência entre as duas guerras mundiais, retomaram-se activamente os trabalhos, para se chegar, nos anos sessenta, a um notável consenso internacional sobre a reforma da Matemática Moderna (UNESCO, 1967). Esta reforma, inserida num vasto plano de renovação dos ensinos científicos, foi uma reforma de matemáticos orientada pelos conteúdos. Tratava-se de levar o ensino a beneficiar da transformação profunda que tinha afectado, no espaço de um século, o edifício das matemáticas, de ensinar, em todos os níveis de ensino, em conformidade com o espírito bourbakista, uma Matemática das estruturas que ia do simples para o complexo.

A esta reforma foram pouco associados psicólogos e investigadores em ciências da educação; porém, a Matemática Moderna, que devia ser viva simultaneamente no seu conteúdo e no seu ensino, colocou a ênfase no papel da actividade do aluno na abstracção dos conceitos matemáticos, desenvolvendo uma pedagogia da acção e da descoberta (cf. os trabalhos de Dienes, 1970; Picard, 1973; Papy, 1964-70).

Na época, estes pontos de vista respeitantes à importância das estruturas e ao papel da acção foram reforçados pelos trabalhos de J. Piaget (1960). De facto, para J. Piaget, as estruturas da inteligência correspondem às estruturas sobre as quais assenta o edifício matemático (estruturas algébricas, estruturas de ordem, estruturas topológicas) e, na criança, a organização destas estruturas passa por uma abstracção das acções ou operações efectuadas sobre os

objectos³.

Esta reforma gerou uma intensa actividade ao nível do ensino da Matemática. Multiplicaram-se os encontros e as publicações: foi criada, em 1968, a revista *Educational Studies in Mathematics*, por iniciativa de H. Freudenthal; realizou-se em Lião, 1969, o primeiro congresso sobre o ensino da Matemática que reuniu mais de 600 participantes provenientes de 42 países.

Em França, tomaram-se diversas iniciativas: conferências, cursos para os professores organizados pela Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) a partir de 1958, criação, em 1963, de uma emissão de televisão: "Les chantiers mathématiques", dirigida por G. Th. Guilbaud e A. Revuz, criação, em 1967, de uma comissão ministerial para a renovação do ensino da Matemática sob a presidência do professor do Collège de France A. Lichnerowicz... Estas iniciativas conduziram, em 1969, à criação dos primeiros IREM. Estes institutos de investigação sobre o ensino da Matemática, de início em número de quatro (Paris, Lião, Estrasburgo, Bordéus), existirão, a partir de 1974, em quase todas as academias.

Apesar da denominação, na sua origem estes institutos tiveram, essencialmente, uma vocação de formação⁴. Tratava-se, por um lado, de formar os professores em Matemática Moderna e de permitir, assim, que se adaptassem às modificações dos programas; por outro lado, tratava-se de promover, organizar a inovação pedagógica no quadro destes novos programas e de difundir os resultados.

Com efeito, eles vão constituir a base institucional a partir da qual, nos anos setenta, irá emergir, em França, uma investigação em Didáctica da Matemática devendo, sem dúvida, muito da originalidade da sua orientação às suas condições de funcionamento. De facto, os IREM reagrupam professores de diversos níveis, obrigando, assim, a investigação que surgiu no seu seio a não se isolar num *ghetto* universitário mas, pelo contrário, a permanecer em contacto estreito com a instituição escolar, as salas de aula, os práticos do ensino.

As dificuldades originadas pela implementação dos novos programas, os problemas colocados pela avaliação, (cf. *Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire* realizado e publicado pelo INRP em 1979 e 1980), a difusão das inovações, demonstraram rapidamente a insuficiência dos pontos de vista subjacentes à reforma. Mostraram também os limites de investigações centradas na acção e na inovação como as conduzidas durante muitos anos pelo INRDP (1966-76) e a necessidade da Didáctica da Matemática, embora explorando os conhecimentos elaborados em campos vizinhos:

Psicologia, Epistemologia, Sociologia, Linguística, Ciências da Educação, constituir um campo teórico especificamente adaptado às suas problemáticas e aos métodos de investigação que desenvolve.

Além da importância atribuída aos conteúdos, estes dois pólos:

- vontade de tratar os problemas colocados pela aprendizagem da Matemática em *situação escolar* e experimentação nas salas de aula;
- vontade de elaborar um *campo teórico específico*,

são, sem dúvida, os pontos que mais caracterizam a actual orientação da Didáctica da Matemática em França.

É esta vontade que se traduz, em França, por volta de 1974, na criação da expressão *Didáctica da Matemática*,⁵ a criação, em 1972, da escola de observação J. Michelet dependente do IREM de Bordéus, a formação de equipas de investigação no CNRS, na Universidade ou mais informalmente no seio dos IREM.

Em França, a partir de 1975, o desenvolvimento institucional da Didáctica da Matemática é relativamente rápido:

- são criados, em 1975, três cursos de 3^{ème} cycle, em Paris, Lião, Estrasburgo e Bordéus (reunido por Marselha). Estabelece-se um quarto (Grenoble-Lião) em 1985;
- é criado, em 1978, um seminário nacional. Após essa data reúne-se quatro vezes por ano no ENS (rue d'Ulm);
- é criada, em 1980, a revista *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, com o apoio do CNRS;
- é organizado em Chambrousse, em Julho de 1980, o primeiro curso de verão de Didáctica da Matemática. Este curso é seguido por dois outros em Orleães em 1982 e 1984, que reúnem mais de cem participantes;
- é criada em 1981, no CNRS, uma RCP sob o título "Didamat: Didactique et acquisition des concepts mathématiques dans l'enseignement obligatoire". Sucede-lhe, em 1984, o GRECO "Didactique et acquisition des connaissances scientifiques";
- finalmente, são defendidas durante este período numerosas teses de cursos de terceiro ciclo e nove teses de doutoramento.

Como foi já referido anteriormente, no estrangeiro, após os anos sessenta, nota-se igualmente uma tendência geral para o desenvolvimento das investigações sobre a aprendizagem e o ensino da Matemática (após 1977 reúne-se todos os anos o grupo "Psychology of Mathematics Education", derivação do ICME, e no congresso de Adelaide em 1984 surgiu um novo grupo "Theory of Mathematics Education").

As investigações, frequentemente suscitadas pela implementação de reformas respeitantes quer ao ensino, quer à formação de professores, são, mais tarde, conforme os casos e os países, preferencialmente associadas à disciplina de Matemática, às Ciências da Educação ou ainda à Psicologia Cognitiva. Mas parece que, em poucos países, se conseguiu que constituíssem uma disciplina científica verdadeiramente autónoma e reconhecida (cf. por exemplo, Kilpatrick, 1981; Schubring, 1983). Segundo este ponto de vista, a França está relativamente favorecida e a sua situação é, sem dúvida, próxima da República Federal Alemã. Na RFA, o primeiro passo em direcção à institucionalização da Didáctica da Matemática foi dado pelo matemático Felix Klein que salientou, desde o início do século, a necessidade das Universidades integrarem o ensino da Didáctica da Matemática e das ciências da natureza. Apoia os primeiros trabalhos neste domínio (a primeira habilitação em Didáctica da Matemática foi obtida por R. Schimmak em 1911) (Schubring, 1980). Mas a sua emergência real, enquanto disciplina não marginal, remonta a 1969. Actualmente, a RFA dispõe de duas revistas especializadas:

- a *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (criada em 1969);
- a *Journal für Didaktik der Mathematik* (criada em 1980).

A Sociedade de Didáctica da Matemática (GDM) agrupa cerca de 400 membros e, desde 1968, que os didactas se reúnem num congresso anual. Por último, existem departamentos de Didáctica em várias universidades desempenhando o IDM de Bielefeld, fundado em 1973, um papel centralizador.

II — A emergência dos conceitos da Didáctica

O contexto

Desde há uma dezena de anos que a Didáctica da Matemática em França tenta, assim, constituir-se como um campo científico autónomo. Um dos primeiros passos dados nessa direcção foi a demarcação da óptica matemática centrada nos conteúdos e a afirmação de que o objecto da Didáctica era o estudo de um sistema constituído por três componentes: o aluno — o professor — o saber ensinado. Trata-se, evidentemente, de um sistema aberto e Y. Chevallard (Chevallard e Joshua, 1982) introduziu o termo *noosfera*⁶ para representar o espaço de interacções entre o sistema e a sociedade no qual está mergulhado. Nesta óptica, destaca-se que a Didáctica está situada no centro de

múltiplas interacções e deve, portanto, sem negligenciar os resultados das disciplinas vizinhas, desenvolver as suas próprias problemáticas e metodologias. Na época actual, entre essas disciplinas, os didactas não negam, nomeadamente, a importância das contribuições da psicologia, epistemologia, linguística, sociologia. Limitar-nos-emos aqui a citar três dessas contribuições que marcam talvez de forma particular a Didáctica em França.

A contribuição da epistemologia genética de Piaget. Nos trabalhos de Didáctica, são bastante frequentes, em França, as referências a Piaget, embora, actualmente, os didactas retenham de Piaget, essencialmente que:

- o sujeito elabora os seus conhecimentos numa interacção constante com os objectos de onde atinge certas propriedades;
- o progresso do conhecimento resulta de processos dinâmicos que requerem modelos de regulação (teoria da equilibração majorante, Piaget, 1975).

Contudo, os investigadores no seu conjunto sublinham a insuficiência da perspectiva de Piaget do ponto de vista didáctico. Acusam-na, essencialmente, de ter privilegiado uma categorização dos estádios de pensamento dando prioridade às estruturas lógicas e prestando pouca atenção aos conteúdos e também de ter procurado abstrair-se, nos seus trabalhos, da aquisição dos conhecimentos escolares (cf. por exemplo Vergnaud, 1981; Rogalski, 1983).

Uma contribuição da epistemologia: A noção de obstáculo. A noção de obstáculo epistemológico foi introduzida por G. Bachelard (1977) em *La formation de l'esprit scientifique*. Para este filósofo, em Física, a passagem de um estado de espírito pré-científico a um estado de espírito científico passa pela rejeição do conhecimento usual e depara-se com um certo número de obstáculos. Na verdade, G. Bachelard exclui a Matemática deste processo: “a história da Matemática”, escreve, “é uma maravilha de regularidade. Conhece períodos de paragem. Não conhece períodos de erro”. Porém, foi possível evidenciar ao nível epistemológico (por exemplo no artigo de G. Glaeser, 1981, sobre a epistemologia dos números negativos) e, sobretudo, ao nível do ensino (Brousseau, 1983) fenómenos relativamente próximos de alguns dos descritos por Bachelard. Por exemplo, certos conhecimentos espontâneos, mesmo se adquiridos na escola, opõem-se tenazmente a construções conceptuais visadas pelo ensino; é o caso dos seguintes saberes adquiridos no domínio dos inteiros: “todo o inteiro tem um sucessor e se é não nulo, um antecessor”. “O produto de dois números inteiros não nulos é maior ou igual que cada um deles”. Generalizados prematuramente pelos alunos ao conjunto dos decimais, aquando da extensão do domínio numérico considerado, opõem-se duradou-

ramente a uma utilização correcta destes últimos (Grisvard e Léonard, 1983).

Certamente que está fora de questão considerar qualquer dificuldade como um obstáculo didáctico. Hoje parece haver um consenso bastante vasto quanto ao facto de que um obstáculo está necessariamente associado a “uma forma de conhecer, uma concepção característica, coerente senão mesmo correcta, um conhecimento antigo e que teve sucesso em todo um domínio de acção” (Brousseau, 1983).

Neste sentido, para o didacta, a determinação dos obstáculos torna-se uma tarefa importante. Com efeito, pode admitir-se que a construção dos conhecimentos, mesmo quando apresenta períodos de continuidade que podem ser longos, apresenta também e necessariamente descontinuidades. Deste modo e globalmente, determinar os obstáculos é distinguir as descontinuidades necessárias das descontinuidades conjecturais, é determinar aquelas que traduzem a necessária rejeição de um conhecimento ou de uma forma de conhecer que funcionaram eficazmente durante um período de tempo considerável.

A contribuição da escola de Genebra de Psicologia Social. Recentemente, nas publicações didácticas, multiplicaram-se as referências aos trabalhos de psicologia social da escola de Genebra (Doise e Mugny, 1981; Perret-Clermont, 1979). Estes trabalhos, relativos ao papel da interacção social na construção do conhecimento, debruçaram-se, de início, sobre o desenvolvimento das estruturas operatórias. Alargados pelos seus autores (Schubauer-Léoni e Perret-Clermont, 1980; Schubauer-Léoni e outros, 1984) a problemas de aprendizagem matemática — o das escritas aditiva e subtractiva no início da escolaridade elementar — são actualmente explorados por numerosos didactas na construção e análise de situações de sala de aula ou de situações de comunicação em grupos pequenos. Em particular, é o caso dos trabalhos da jovem equipa do CNRS de Grenoble (Balacheff, 1982; Laborde, 1982).

A emergência de conceitos

Neste parágrafo, debruçar-nos-emos sobre o sistema didáctico, componente por componente, destacando, em cada caso, os conceitos que nos parecem ter aí as suas raízes essenciais.

Sub-sistema *saber ensinado*. De início, tanto em França como no estrangeiro, os esforços efectuados para tentar melhorar o ensino da Matemática ao longo dos últimos vinte anos incidiram antes de mais nesta componente de sistema didáctico. Pretendiam uma resposta para o envelhecimento, isto é, para o

carácter obsoleto dos saberes ensinados. Os resultados não estiveram à altura dos esforços desenvolvidos. A este facto não é estranha, sem dúvida, uma centração demasiado exclusiva sobre os saberes ensinados, mas, por si só, ela não é suficiente para explicar todas as dificuldades encontradas. A implementação das reformas suscitou numerosas resistências; para além disso, e muito rapidamente, alguns dos novos objectos de ensino introduzidos revelaram-se mal adaptados, outros adquiriram vida própria, sendo alvo de perversões não previstas pelos autores das reformas. Para o didacta, estes fenómenos não acontecem por acaso, não são específicos dos movimentos da reforma dos últimos vinte anos. São a consequência:

- da complexidade dos mecanismos pelos quais os saberes instituídos⁷ se transmutam em objectos de ensino;
- do facto dos objectos de ensino estarem submetidos a uma economia que lhes é própria, a economia do sistema didáctico.

A Didáctica deve considerá-los ao nível teórico e é a esta necessidade que responde o conceito de *transposição didáctica*, interpretação em Didáctica da Matemática de um conceito mais amplo proposto por M. Verret (1975). Com efeito, a transposição didáctica designa o processo pelo qual um elemento do saber instituído se transforma depois num conhecimento a ensinar, num objecto de ensino (Chevalard, 1985). A análise da transposição didáctica da noção de distância elaborada por Y. Chevallard e B. Joshua (1982), é, a este respeito, exemplar. Os autores seguem passo a passo o caminho que conduziu, da noção axiomatizada por Fréchet para resolver problemas de análise funcional, ao objecto actualmente ensinado em 4^{ème} ⁸, no âmbito da geometria plana, salientando as intervenções de diferentes componentes do sistema didáctico, em particular da sua noosfera e analisando os seus efeitos.

Porém, ao nível dos saberes ensinados, a investigação em Didáctica não deve ter, unicamente, em conta a especificidade dos objectos do ensino. Deve também preocupar-se com a decomposição que deve operar-se sobre estes objectos. Esta decomposição não deve ser demasiado exhaustiva. Como escreve G. Vergnaud: “não seria razoável estudar separadamente a aquisição da multiplicação, da divisão, das fracções, relações, números racionais, proporções, funções lineares e multilineares, espaços vectoriais e análise dimensional, porque as relações encontradas pelos alunos nos problemas de multiplicação e de divisão envolvem todos estes conceitos”. Assim, surge a noção de “campo conceptual” que aquele autor define como “um espaço de problemas ou de situações problema cuja resolução implica conceitos e procedimentos de diversos tipos em estreita conexão.” (Vergnaud, 1981). Para a Didáctica o

interesse e importância desta noção compreender-se-á ainda melhor se se considerar o sub-sistema “sujeito que aprende”. Com efeito, sabe-se bem que a criança não constrói o seu saber através de pequenos blocos isolados em períodos de tempo curtos e bem determinados. O estudo da psicogénese dos conteúdos dos conhecimentos não pode, portanto, efectuar-se sem uma decomposição do conhecimento em domínios suficientemente amplos e coerentes tais como os das estruturas multiplicativas, aditivas, estudadas precisamente por G. Vergnaud e pela sua equipa (Vergnaud, 1982; Vergnaud e outros, 1980).

Sub-sistema *sujeito que aprende*. Neste âmbito, como já anteriormente indicámos, é constante a referência às teorias de Piaget e, em particular, à teoria da equilibração majorante, mesmo se considerada insuficiente. Nesta óptica, uma noção fundamental é a de “concepção do sujeito”, associada a um estado de conhecimento do sujeito, num dado instante, relativamente a um dado conceito.

Distingue-se num conceito matemático:

- a noção matemática tal como é definida, numa determinada época, no contexto do saber instituído;
- o conjunto dos significantes associados ao conceito; representações simbólicas e icónicas;
- a classe dos problemas em cuja resolução adquire o sentido;
- os instrumentos: teoremas, técnicas algorítmicas específicas do tratamento do conceito.

Paralelamente, nas concepções dos sujeitos distinguem-se estas diversas componentes e, em particular:

- a classe das situações-problema que dão sentido ao conceito para o aluno;
- o conjunto dos significantes que ele é capaz de lhe associar, nomeadamente, as imagens mentais, as expressões simbólicas;
- os utensílios, teoremas, algoritmos de que dispõe para manipular o conceito.

G. Vergnaud introduziu, precisamente a este propósito, a noção de *teorema em acção*⁹ para designar “as propriedades das relações discernidas e utilizadas pelo sujeito na situação problema; o vocábulo *em acção* significa que ele não é necessariamente capaz de as explicitar ou justificar” (Vergnaud, 1981).

Até ao momento, as investigações sobre as concepções do sujeito foram o quadro implícito ou explícito de um importante número de investigações em Didáctica da Matemática. Após terem incidido, essencialmente, sobre o ensino

primário e a génese de diferentes domínios numéricos, desenvolveram-se a nível do ensino secundário e do ensino superior. Este desenvolvimento foi acompanhado de uma diversificação dos campos conceptuais estudados em direcção à geometria e à análise (cf. as exposições de síntese de Laborde, 1984; Robert e outros, 1984).

Estas investigações passam pela construção de modelos de conhecimento do sujeito a partir de factores observáveis recolhidos experimentalmente: procedimentos de resolução de problemas, formulações, erros, bloqueios... (designam-se por “modelos espontâneos”, os modelos que pretendem representar o estado do conhecimento do sujeito antes de qualquer aprendizagem específica). Nas investigações importa ter em conta que esta noção de modelo abrange objectos de natureza bastante diferente que vão desde a construção axiomática global à representação de técnicas de resolução de um problema muito preciso.

Por exemplo, R. Douady (1980) construiu um modelo axiomático em que a estrutura matemática é a de $\mathbf{R}^+$, conjunto dos reais positivos, e cujos axiomas pretendem traduzir a estrutura e a evolução dos conhecimentos dos alunos no decurso do longo processo didáctico visado pela sua investigação.

Numa investigação sobre a representação de volume, ao nível do primeiro ciclo do ensino secundário, G. Ricco, G. Vergnaud e A. Rouchier (1983), determinaram, a partir de procedimentos observados em diversas situações, dois modelos da noção de volume:

Um modelo aditivo do volume como grandeza unidimensional decomponível em placas, em linhas, em colunas [e] um modelo geométrico do volume como conjunto de arestas ou conjunto de superfícies...

A. Robert (1982) construiu, a partir de descrições de alunos do ensino superior, quatro modelos de representação da convergência de séries numéricas: modelos primitivos correspondendo a descrições monótonas ou estacionárias, modelos dinâmicos correspondendo à utilização de um verbo de evolução no tempo e no espaço, modelos estáticos correspondendo à tradução em linguagem corrente da definição formal em (E, n) e modelos mistos conjugando uma expressão dinâmica e estática.

Por fim, H. El Bouazzaoui (1981) cita a título de exemplo de modelo de resolução, na situação em que “um aluno A, que tem um conjunto E_1 de canetas, deve pedir, por escrito, a um outro aluno B, uma tampa para cada uma das suas canetas”, o facto de “desenhar tantas tampas quantas as canetas”; depois

continua: “um outro consiste em contar as canetas e escrever o número encontrado. Há ainda outros modelos de resolução e a sua aparição depende das possibilidades do sujeito.”

No entanto, como já referimos, esta abordagem teórica, se bem que oriunda da perspectiva de Piaget, em particular, quando postula que todo o conhecimento se constrói por uma interacção constante entre o sujeito e o objecto, distingue-se dela, nomeadamente, pela forma de considerar as relações entre o sub-sistema *sujeito que aprende* e o sub-sistema *saber ensinado*. Por um lado, aqui os conteúdos não são considerados como o substrato sobre o qual se vai desenvolver a investigação de uma organização e de uma hierarquização de estruturas mentais gerais, e a noção do campo conceptual está lá, precisamente para, de alguma forma, reabilitar os conteúdos do conhecimento. Por outro lado, a perspectiva didáctica imprime um outro sentido ao estudo das relações entre os dois sub-sistemas.

Com efeito, para o didacta, o principal problema é o do estudo das condições nas quais se constitui o saber, mas tendo em vista a sua optimização, o seu controle e a sua reprodução, essencialmente em situação escolar. Isto vai conduzir a atribuir uma importância especial ao objecto da interacção entre os dois sub-sistemas que é a situação problema e à gestão pelo professor desta interacção. A este nível o conceito essencial é o de *situação didáctica* oriundo de G. Brousseau.

Situações didácticas. Designa-se por situação didáctica “o conjunto de relações estabelecidas explícita e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo meio (que compreende eventualmente instrumentos e objectos) e um sistema educativo (o professor) com a finalidade dos alunos se apropriarem de um saber constituído ou em vias de constituição” (Brousseau, 1982).

Assim, para o didacta, determinar de que modo a utilização de variáveis de comando da situação poderá provocar, na sala de aula, mudanças de estratégia, como se poderá controlar ao longo de um processo, pela manipulação destes comandos, uma génese escolar do conceito, parecem ser muito mais importantes do que procurar precisar ao mínimo detalhe as etapas do desenvolvimento psico-genético.

O didacta constrói e analisa esta génese escolar e artificial dos conceitos apoiando-se numa teoria que reflecte um ter em conta didáctico de aspectos considerados fundamentais na construção do conhecimento científico.

G. Brousseau, desde o início dos anos 1970, tem tentado construir uma

teoria das situações didáticas. Esta teoria baseia-se numa classificação que, independentemente dos conteúdos, traduz as diferentes relações que as situações didáticas podem estabelecer face ao objecto de conhecimento. Distingue, assim, situações de acção, de formulação, de validação, e, posteriormente, numa época mais recente, situações de institucionalização. Para G. Brousseau, uma génese escolar dos conceitos deve, se possível, compreender estas quatro etapas, reflexos de etapas chave na construção do saber científico.

Às situações de acção, de formulação, de validação, associam-se três formas de dialéctica que, como escreve R. Douady (1984), têm funções diferentes:

- *dialéctica da acção*: o aluno é confrontado com uma situação que lhe coloca um problema. Na procura de uma solução, produz acções que podem levar à criação de um saber-fazer. Pode explicitar ou validar, mais ou menos, as suas acções, mas a situação de acção não o exige;
- *dialéctica da formulação*: diferentes condições tornam necessária uma troca de informações e a criação de uma linguagem para assegurar essa troca. Na situação de formulação, o aluno pode justificar as suas posições mas a situação não o exige...;
- *dialéctica da validação*: as trocas não dizem apenas respeito às informações mas também às declarações. É necessário provar o que se afirma não apenas através da acção. É este o objectivo da situação de validação.

Quanto às situações de institucionalização, são “aquelas pelas quais estabelecemos convencional e explicitamente o estatuto cognitivo de um conhecimento ou de um saber” (Brousseau, 1981).

Em França, além dos trabalhos de G. Brousseau e da sua equipa, situam-se neste quadro teórico numerosos trabalhos de investigação, onde se incluem os já citados de N. Balacheff e de C. Laborde. Os trabalhos de N. Balacheff dizem respeito a situações de validação e, mais geralmente, a processos de prova (Balacheff, 1982, 1984). Num primeiro nível de análise, distinguem dois tipos de prova: as provas pragmáticas, apoiadas na acção, e as provas intelectuais, que excluem o recurso a uma acção efectiva sobre os objectos. Neste âmbito, as demonstrações surgem como provas intelectuais particulares, que se apoiam num corpo de enunciados previamente institucionalizados (definições, axiomas, teoremas...). C. Laborde, que estuda o problema da formulação em Matemática, mostra, através do estudo de situações de interacção, que as dificuldades de formulação não se reduzem a dificuldades de linguagem, mesmo se estas existirem. Assim, as instruções que um aluno emissor dá a um aluno receptor para que este reproduza uma figura (um rectângulo cortado por

segmentos), os elementos da figura que ele privilegia na descrição, a forma como os designa, reflectem a análise que faz do problema e evoluem ao longo da tarefa, ao mesmo tempo que a sua concepção da figura (Laborde, 1982).

Importa salientar, contudo, que desde há muitos anos que os problemas colocados pela linguagem matemática e sua utilização pelos alunos interessam aos investigadores. Inicialmente, os trabalhos incidiram sobretudo na componente “lógica” daquela linguagem e desenvolveram-se, em particular, em centros nos quais esta disciplina estava solidamente implantada (cf. por exemplo, os trabalhos de Adda, 1977; Lacombe, 1984 e Dumont, 1980 em Paris VII). Actualmente, desenvolvem-se em múltiplas direcções (cf. os trabalhos da equipa de Estrasburgo sobre a legibilidade de textos matemáticos, Gagatsis, 1982; Ralolofonoina, 1983; os trabalhos de A. Cauty, 1982, 1984 sobre a simbologia das conceptualizações matemáticas).

R. Douady, em trabalhos recentes (1984), tem desenvolvido uma abordagem das situações didácticas sensivelmente diferente da de G. Brousseau. No essencial, para elaborar uma génese escolar dos conceitos, o que Douady retém da construção dos conhecimentos científicos é:

- num conceito matemático convém distinguir o seu carácter de instrumento do seu carácter de objecto. Por instrumento entende “o seu funcionamento científico nos diversos problemas que permite resolver”, por objecto, compreende “o conceito matemático considerado como objecto cultural que tem o seu lugar num edifício mais vasto, que é o saber instituído socialmente reconhecido num dado momento”;
- um conceito desempenha, frequentemente, o papel de instrumento implícito antes de se tornar um objecto do saber constituído;
- em geral pode ser mobilizado em diversos contextos (físico, geométrico, numérico, gráfico...) entre os quais se estabelecem correspondências que podem ser motoras da progressão do saber.

Daqui surgem as noções de *dialéctica instrumento/objecto* e de *jogo de contextos*¹⁰ sobre os quais assenta a estrutura *Actividades — Institucionalização — Exercícios* construída por aquela investigadora. Nesta estrutura, o aluno é confrontado, numa primeira etapa, com um problema para o qual a utilização de um objecto conhecido como instrumento explícito, permite estabelecer um processo de resolução mas não permite terminá-lo. Durante uma fase de acção, ele vai portanto utilizar implicitamente novos instrumentos para tentar resolver o problema colocado. A integração destes novos instrumentos nos saberes antigos efectua-se no decurso de uma segunda etapa, em processos dialécticos de formulação e de validação. A terceira etapa consiste numa fase de expli-

tação durante a qual são identificados certos elementos novos como objectos de saber. A estas três etapas, que constituem o pólo *actividades* da estrutura, juntam-se, necessariamente, por razões de eficácia, uma fase de *institucionalização* e uma fase de *exercícios* nas quais o aluno tem ocasião de fazer funcionar e de pôr à prova os novos conhecimentos adquiridos. A partir daí, estes são susceptíveis de desempenhar um papel de conhecimento antigo a aplicar, transformar ou reorganizar num novo ciclo da dialéctica instrumento-objecto.

Em virtude da perturbação que a imperfeição das correspondências inter-contextos provoca, o jogo de contextos é utilizado como motor de desequilíbrios, devendo a investigação da compensação desses desequilíbrios (no sentido de Piaget) permitir o progresso no sentido da resolução do problema colocado. Encontram-se aqui os diferentes actos da construção dos conhecimentos já descritos por G. Brousseau, acção — formulação — validação — institucionalização. Contudo, não são eles que vão condicionar a classificação das situações, mas a sua análise e a sua elaboração.

Nas duas abordagens teóricas de situações didácticas que acabámos de apresentar, os processos de aprendizagem aceitam, em larga medida, que cabe ao aluno, a responsabilidade pela construção do seu saber. As situações de ensino tradicionais raramente funcionam desta forma. Há aí uma contradição que é apenas aparente, como o veremos no parágrafo seguinte. Para o didacta, a análise dos fenómenos didácticos está intimamente ligada à sua produção. Assim sendo, os quadros teóricos elaborados para a análise de situações devem poder servir de guia à construção de géneses escolares do saber de acordo com os quadros teóricos desenvolvidos por outra via. Mesmo sem desprezar que não tenham sido elaborados explicitamente para esse fim, os conceitos da teoria didáctica (noções de variável didáctica, de abertura de uma situação, de salto de informação¹¹...) que retomaremos no parágrafo seguinte, provam, sem dúvida possível, a sua eficácia na análise de situações didácticas, qualquer que seja a sua natureza. Muito particularmente é o caso da noção de contrato didáctico introduzida por G. Brousseau e Y. Chevallard por volta de 1980.

O contrato didáctico. A noção de contrato didáctico está decerto ligada à de contrato pedagógico desenvolvida por numerosos autores (Filloux, 1974). À noção de contrato pedagógico, o termo didáctico acrescenta a referência ao conteúdo. O aspecto relacional do contrato é analisado não em si mesmo, mas no que implica face aos conteúdos e ao seu ensino.

O contrato didáctico “é o que determina, em pequena parte explicitamente,

mas sobretudo implicitamente, o que cada parceiro vai ter de gerir e aquilo que, de uma forma ou de outra, será responsável perante o outro” (Brousseau, 1982).

Tê-lo em conta é, muitas vezes, evitar uma certa ingenuidade na análise dos fenómenos didácticos, ingenuidade essa que consistiria em produzir interpretações puramente cognitivas onde o cognitivo é modulado por exigências de coerência externas frequentemente determinantes. Na origem, algures, foram distorções entre análises a priori de situações de ensino e observações destas situações, análises de erros, o estudo de alunos com dificuldades em Matemática, que evidenciaram a importância dos fenómenos ligados ao contrato na análise didáctica (Schneider, 1979; Brousseau, d. o.¹²). Por exemplo, relativamente ao ensino do objecto “equações” no ensino secundário, O. Schneider mostrou que a passagem da resolução de equações não paramétricas, à resolução de equações paramétricas, correspondia a uma modificação radical do contrato didáctico. No entanto, esta modificação permanecia implícita pelo facto do novo objecto se apresentar na continuidade do antigo. Esta ideia permitiu explicar as dificuldades colocadas por este ensino, os erros tenazes dos alunos e perspectivar os meios de os ultrapassar. Actualmente, desenvolvem-se as investigações sobre o contrato. Recentemente, G. Brousseau, isolou um determinado número de efeitos: efeito Topaze, efeito analógico, efeito Jourdain, efeito Papy, utilizados regularmente pelos professores para permitir o respeito tácito do contrato didáctico¹³, mas susceptíveis de originar enganos no funcionamento do conhecimento (Brousseau, 1984).

A questão do insucesso escolar subentende todos os problemas pelos quais se interessa a Didáctica da Matemática. Tem origens múltiplas. Mesmo se a Didáctica se centrar em certos aspectos: os ligados aos três pólos da relação didáctica: professor — aluno — saber (Adda, 1975; Brousseau, 1981), tem em conta as contribuições de investigações próximas que privilegiam aspectos mais sociológicos, psicológicos ou psicanalíticos... (Laville, 1984; Nimier, 1983; Schiff, 1982; Baruk, 1985; Jaulin-Mannoni, 1977).

Assim, a Didáctica da Matemática enquadra-se actualmente numa perspectiva sistémica. Importa, contudo, sublinhar que uma tal perspectiva, dada a complexidade dos objectos estudados e as suas interacções, dificilmente se presta às exigências de rigor científico enaltecidas, por outro lado, pelos didactas. Isto explica, sem dúvida, que, apesar da existência deste quadro sistémico, os primórdios da investigação didáctica tenham sido marcados, relativamente a empreendimentos inovadores, por bolsas de investigação mais pontuais. Este facto explica também, sem dúvida, que nessas investigações

tenham sido, sobretudo, utilizadas metodologias (entrevistas individuais, testes de papel e lápis, questionários) que punham entre parênteses, durante a experimentação, a complexidade do meio e susceptíveis, quer para a fase de recolha de dados quer para a sua análise, de tratamentos científicos reconhecidos (estudos clínicos ou estatísticos).

Contudo, desde o início que existiram investigações utilizando experimentações em situação de sala de aula, nomeadamente no ensino primário, devido à existência de centros como a escola J. Michelet em Bordéus e, mais geralmente, devido à maior flexibilidade da instituição escolar a este nível. Parece que foram, no entanto, mais dificilmente exploradas ao nível de publicações. Assim, de entre os primeiros 24 artigos publicados pela revista *Recherches en Didactique des Mathématiques* (de 1980 a 1983), apenas sete correspondem a trabalhos deste tipo. A evolução dos trabalhos nestes últimos anos, revela, porém, um esforço no sentido de ter em conta esta complexidade, quer ao nível teórico quer experimental, em particular através da noção de engenharia didáctica.

III — Engenharia didáctica e investigação

Por volta de 1982 surgiu em França o termo engenharia didáctica para designar e atribuir um estatuto a uma categoria de produtos didácticos elaborados por investigadores, alguns deles há já vários anos. Trata-se de situações de aprendizagem adaptadas aos quadros teóricos desenvolvidos pela investigação e destinadas a desempenhar para os alunos o papel de géneses artificiais de conceitos matemáticos em que os investigadores pretendem controlar as condições de aprendizagem e de apropriação. A fim de compreender a importância das situações de aprendizagem, iremos precisar o trabalho do professor e do aluno face ao saber, objecto do que está em jogo na relação professor — aluno. O professor recebe da instituição um programa do qual recorta os saberes a ensinar, saberes esses que recebe descontextualizados. De modo a propô-los aos seus alunos, o professor deve restaurar-lhes, com ou sem a ajuda de manuais ou outros documentos, um contexto aceitável para a sala de aula. A tarefa desses alunos será então tratar a situação (problemas abertos ou de aplicação, cursos,...) de acordo com um contrato explícito ou implícito mas ligado à sala de aula e chegar a uma redescontextualização do saber investido na situação. Esta é uma condição necessária de reinvestimento, adaptação ou transformação para tratar uma nova questão. Para o investigador,

as características das situações (problemas ou situações didáticas) que recontextualizam os saberes retidos, são de primordial importância para atribuir sentido aos comportamentos dos alunos, para os prever ou orientar de forma intencional. Com efeito, face a um problema, os índices que os alunos retêm para o resolver, as decisões que tomam e portanto os procedimentos que desenvolvem, reflectem por sua vez:

- a) as suas concepções das noções em jogo;
- b) as suas práticas e hábitos de tratamento da informação fornecida;
- c) a sua interpretação do que espera o professor.

A psicologia cognitiva ilumina o ponto a), a transposição didáctica os pontos a) e b), o ponto c) e, de certa maneira, o ponto b) são da competência do contrato didáctico.

A engenharia didáctica engloba o conjunto destes elementos. Ao considerar a sala de aula como objecto de estudo, os didactas propõem-se detectar os fenómenos de ensino, de aprendizagem, as relações entre eles e explicá-los. Este processo passa pela sua reprodução e, portanto, pelo estudo das condições de reprodutibilidade (Artigue, 1984). Um dos meios consiste em construir um processo de aprendizagem de um dado conteúdo, apoiando-se em hipóteses teóricas, em fazer uma análise a priori de possíveis efeitos, em observar os efeitos produzidos e compará-los com as previsões. É assim que, muito rapidamente, a noção de engenharia didáctica é transportada para o centro da investigação onde surgiu como um instrumento privilegiado para abarcar a complexidade da sala de aula.

Por outro lado, os instrumentos produzidos pelas necessidades da engenharia podem intervir de forma proveitosa para explicar os comportamentos dos alunos numa dada situação de aprendizagem fora de qualquer campo de experiência. Citemos alguns exemplos:

- A noção de *salto de informação* permite explicar, em caso de ausência, o aparecimento de procedimentos grosseiros, custosos, pouco fiáveis, mas que resultam de adaptações a uma nova situação relativamente próxima de uma situação conhecida. Isto faz-se em detrimento de procedimentos possíveis e de maior êxito e, por vezes, pior ainda, em detrimento de uma boa conceptualização. É que o esforço de adaptação (sobre-custo em relação a um procedimento familiar) é sentido por alguns alunos como menos penoso do que o de pôr completamente em causa o procedimento habitual. Assim é o que acontece com uma aprendizagem de números em que a grandeza dos números manipulados aumenta muito lentamente (por exemplo a multiplicação por um número com um algarismo, depois dois,...;

a manipulação de decimais com um algarismo depois da vírgula, depois dois, depois três..., procedimento que, mais do que conceptualizar a densidade de ordem nos decimais, conduz a transferir para os decimais as propriedades de ordem dos inteiros).

- Para construir sequências didáticas, para favorecer ou bloquear um procedimento, são muito importantes as noções de *variável didáctica* (variável em relação à qual o professor pode agir e em que uma alteração de valor pode levar a uma alteração de procedimento) e de *domínio de validade* de um procedimento. Podem também ser utilizadas para explicar, em situação padrão, o aparecimento mais ou menos maciço de certos procedimentos ou a falta de alguns outros possíveis a priori.

- *Jogo de contextos*: podem escolher-se problemas prevendo mudanças de contextos possíveis para os alunos, exploráveis por estes. Pode-se também tentar explicar os comportamentos dos alunos à luz da existência ou não de mudanças de contextos susceptíveis de originar desequilíbrios.

- *Dialéctica instrumento-objecto*: um aluno que apenas tem de resolver pequenos exercícios de aplicação ou mesmo grandes problemas decompostos, contudo, numa sucessão de pequenas questões elementares, nunca estará envolvido numa dialéctica instrumento-objecto. Terá este facto influência no significado que atribui às noções que deve ter adquirido, nas acções em que poderá envolver-se ou nos controlos que estas noções lhe poderiam garantir?

Como vemos, as questões são numerosas. Nestes últimos anos a evolução teórica da investigação está intimamente ligada às questões levantadas por este tipo de trabalhos.

Citemos algumas:

- as relações entre a construção individual e a construção colectiva dos conhecimentos;
- o papel do professor;
- a diversidade dos percursos cognitivos dos alunos;
- o problema do tempo didáctico e da multiplicidade de relógios envolvidos no sistema didáctico;
- por fim, os problemas de reprodutibilidade que condicionam as possibilidades de capitalização da investigação.

Em todos estes domínios, as investigações actuais são ainda embrionárias.

Vulgarmente, nos trabalhos que envolvem uma engenharia didáctica distinguem-se dois níveis:

- o da micro-engenharia, que diz respeito a ensinamentos muito limitados no tempo (algumas sessões);
- o da macro-engenharia, para a qual a escala do tempo é, antes de mais, da ordem do ano.

Até hoje, por razões facilmente compreensíveis, a maior parte das investigações feitas nesse espírito situam-se ao nível da micro-engenharia didáctica — poder-se-ão referir, por exemplo, os trabalhos de M. Artigue e J. Robinet (1982) que estudam concepções de círculo nos alunos da escola elementar, os de A. Bessot e M. Eberhard (1983) sobre a medida na escola elementar, ou a tese de J. Robinet (1984) que apresenta diversas realizações de engenharia didáctica, do ensino elementar ao superior.

Não é menos verdade que, do ponto de vista da pertinência das investigações, são fundamentais os trabalhos de macro-engenharia, muito mais difíceis de conduzir e controlar. Neste âmbito o leitor pode reportar-se aos trabalhos do INRP no ensino elementar que levaram à publicação das obras da colecção ERMEL (a partir de 1977), à investigação já citada de G. Brousseau (1981) sobre a construção de números decimais, à tese de R. Douady (1984) cuja parte experimental diz respeito à progressão de uma classe ao longo de todo o curso primário, aos trabalhos em curso de Y. Chevallard e A. Mercier sobre o ensino da álgebra no collège (a ser publicado).

A engenharia didáctica por mais preciosa que seja como instrumento de investigação, enfrenta limites. Além das dificuldades de execução e de controle das variáveis envolvidas, coloca-se uma questão deontológica. A realização de sequências de aprendizagem concebidas para fins experimentais, implica alunos reais e professores reais, em salas de aula reais. Com todos os problemas institucionais regulados, fica uma pequena margem de manobra à experiência. Os alunos envolvidos devem aprender pelo menos tanto como em situação padrão. Este facto coloca o problema da avaliação das aquisições dos alunos e o da adequação dos critérios de avaliação ao processo de aprendizagem, não somente em termos de competências a curto prazo como também em termos de durabilidade, disponibilidade, adaptabilidade.

IV — Investigação em Didáctica da Matemática e da Informática

Para terminar, salientemos as perspectivas abertas à investigação pelo desenvolvimento do instrumento informático e pela sua implantação maciça

nos estabelecimentos de ensino de todos os níveis. Estas perspectivas enquadram-se em duas ópticas:

- a informática como objecto de ensino;
- a informática como instrumento de ensino da Matemática.

Em França, a ausência de informáticos profissionais no ensino secundário, a falta de disponibilidade de especialistas desta disciplina, as relações privilegiadas existentes entre Matemática e Informática, conduziram a que um certo número de professores de Matemática se encarregassem da alfabetização informática e que alguns didactas desenvolvessem investigações neste domínio:

- investigações relativas à aprendizagem de linguagens de programação tais como LOGO, Pascal, LSE, relativas à aquisição de conceitos informáticos fundamentais como os de variáveis, estruturas iterativas (cf. por exemplo Rogalski, 1985; Rouchier e outros, d.o.; Mendelson, em publicação; Laborde e Mejias, 1985);
- mas também investigações sobre as representações de sistemas informáticos criadas pelos alunos, sobre as semelhanças e diferenças nas aquisições conceptuais entre Matemática e Informática (Samurcay, 1985).

Este ter em conta da Didáctica da Informática pelos didactas da Matemática manifesta-se a nível institucional: extensão das nomeações de DEA, existência deste tema de investigação no GRECO *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* do CNRS...

Mas é o segundo ponto de vista, o da informática como instrumento, que mais concerne à Didáctica da Matemática.

Tanto em França como no estrangeiro, as preocupações, neste âmbito, não são recentes (cf. por exemplo as actas do colóquio internacional UNESCO sobre a modernização do ensino matemático nos países europeus em 1969 e, em França, a circular W. Mercoureff de 1970). Todos estes textos insistem na urgência e na importância, para o ensino, de apanhar o comboio da revolução informática. De facto, neste domínio, os dez últimos anos foram marcados em França por uma certa efervescência no seio dos professores que se traduz:

- pela realização de numerosos programas educativos de computador e “imagiciels”¹⁴ (essencialmente respeitantes ao ensino secundário, nomeadamente no INRP, nos IREM e no CNAM) (INRP, 1984);
- pela organização de numerosos tipos de ensino que integram a utilização de calculadoras e, em menor número, de micro-computadores (INRP, 1975).

Do ponto de vista tecnológico, a França tem, sem dúvida, vários anos de

atraso em relação a alguns países anglo-saxónicos. Todavia, do ponto de vista da investigação e do controle de produções, a diferença é menor: começam agora, tanto em França como no estrangeiro, a desenvolver-se trabalhos que tentam determinar uma problemática e processos de avaliação precisos (Paour, Cabrera e Roman, 1985; Samurcay e Rouchier, 1985; CIEM, 1985).

As questões que se colocam são multiformes:

- Questões ligadas ao conteúdo: as possibilidades numéricas e gráficas do instrumento informático permitem abordar novos conteúdos. Permitem ainda ensinar de forma diferente os conteúdos tradicionais, privilegiando aproximações numéricas e gráficas, facilitando um processo experimental, práticas estas actualmente pouco desenvolvidas.

Põem ainda em causa os equilíbrios nos quais se apoia a organização do ensino: dever-se-á conservar uma organização em que o essencial do tempo está consagrado à aprendizagem técnica de algoritmos, quando o computador se pode encarregar da sua execução? Dever-se-á, por exemplo, conceder o mesmo peso relativo à Matemática discreta e à Matemática contínua? Que repercussões poderão ter eventuais modificações introduzidas, nas concepções dos alunos, na organização das aprendizagens?

- Questões ligadas à gestão da sala de aula: a utilização do instrumento informático pode modificar sensivelmente as relações existentes, no sistema didáctico, no seio do terno: “professor — aluno — saber”; ao nível:

- das relações aluno — situações problema (possível intensificação das interacções aluno — situação e do controle destas interacções, modificação dos processos de validação...);
- das relações professor — alunos (em particular, mediação pelo objecto informático, no que respeita aos momentos de avaliação...);
- da gestão do tempo (decomposição sequencial e mais marcada do tempo, possibilidade de gerar automaticamente, a partir de uma trama, um grande número de exercícios, possibilidade de uma gestão mais individualizada do tempo didáctico...).

Quais poderão ser os efeitos destas transformações na construção dos conhecimentos? Como gerir de forma óptima esses efeitos?

- Questões associadas a possíveis repercussões da aprendizagem especificamente informática na aprendizagem matemática: efeitos da aprendizagem das estruturas iterativas na da recorrência e da recursividade, da escrita de algoritmos nas capacidades de organização de dados e de raciocínio, da aprendizagem de LOGO na concepção de objectos geométricos...

Por fim, importa ainda salientar investigações muito recentes que visam

explorar o instrumento informático ao nível da formação em Didáctica da Matemática; a elaboração e utilização de programas educativos de computador serve para fazer, explicitamente, funcionar os conceitos fundamentais da teoria das situações didácticas.

Em França a investigação desenvolve-se em todas as direcções que acabam de ser evocadas, tentando demarcar-se de uma abordagem puramente empírica e, nesta nova perspectiva, utilizar o melhor possível os conhecimentos da Didáctica Teórica (Butlen, 1985; Gallou, 1985).

Conclusão

A Didáctica da Matemática e, mais recentemente, da Informática, é um campo de estudo em pleno desenvolvimento. Os conceitos têm ainda um significado essencialmente relacionado com o seu funcionamento e, por isso mesmo, são susceptíveis de evolução. Contudo, o esforço teórico desenvolvido nestes últimos anos permite uma descontextualização e uma capitalização dos resultados da investigação. Este esforço é uma condição de progresso: os investigadores estão, assim, mais bem equipados para abordar, formular os problemas e estudá-los. Trata-se também de uma condição de cristalização de ideias e de transmissibilidade. Deste modo, a existência, pela quarta vez este ano, de uma escola de verão de Didáctica da Matemática testemunha a constituição de um corpo de conhecimentos transmissíveis em desenvolvimento.

Paralelamente a esta evolução do campo científico, há a referir uma evolução institucional. A Didáctica começa a intervir directa ou indirectamente na formação inicial (futuros professores primários, alunos de Capes, estudantes de doutoramento do terceiro ciclo de Didáctica, eles próprios professores), na formação contínua (Plano Collège), na elaboração de novos programas para todos os níveis de ensino, por intermédio do trabalho de reflexão da COPREM. Sem dúvida alguma, para alimentar a investigação de problemas significativos, é fundamental a interacção com os locais de formação inicial ou contínua. Aliás, a originalidade da investigação em França é estabelecer laços estreitos entre investigação e formação.

Devemos, contudo, assinalar o perigo ou a decepção duma utilização selvagem (sem domínio das condições de desenvolvimento) dos resultados da engenharia didáctica. Em contrapartida, estes resultados, compilados com certas precauções (explicitação de objectivos, de variáveis didácticas, de

razões de escolha, acompanhados de alguns exemplos de realizações e de apelos ao diálogo com eventuais utilizadores) são susceptíveis de fornecer aos professores meios para uma melhor organização do seu ensino, de justificar escolhas empíricas, de rejeitar outras...

Em resumo, pensamos que a Didáctica da Matemática além de ter como objectivo a explicação dos fenómenos do ensino e da aprendizagem, tem um importante papel a desempenhar na formação de professores. Tudo isto permite-nos perspectivar com optimismo repercussões frutuozas no ensino de massas.

Notas

¹ Esta comissão agrupa actualmente uma centena sob a presidência de J. P. Kahane, matemático francês, e organiza de quatro em quatro anos, congressos que reúnem diversos milhares de participantes.

² Em inglês no texto original — NT.

³ Importa salientar que os trabalhos pedagógicos da época utilizaram diversas vezes estas ideias de uma forma ingénua: a abstracção das estruturas matemáticas parecia decorrer directamente da manipulação de objectos ou de ter em conta estruturas isomorfas.

⁴ Inicialmente as missões dos IREM eram as seguintes:

- contribuição para a formação inicial dos professores;
- formação contínua dos professores (reciclagem);
- contribuição para a experimentação pedagógica;
- elaboração de documentação e difusão.

(Notas da reunião de 5/9/1986 no Ministère de l'Education Nacional).

⁵ A expressão *Didáctica da Matemática* foi adoptada por Felix Klein por volta de 1910.

⁶ “Noosphère” no texto original — NT.

⁷ “Savoirs savants” no texto original — NT.

⁸ No sistema de ensino português o nível 4^{ème} corresponde ao 8º ano de escolaridade — NT.

⁹ “Théorème en acte”, no texto original — NT.

¹⁰ “Jeu de cadres” no texto original — NT.

¹¹ “Saut informationnel” no texto original — NT.

¹² d. o. — data omissa no artigo original — NT.

¹³ O contrato didáctico habitual apoia-se fundamentalmente na ideia de que existiria um mecanismo produtor de novo conhecimento pelo simples exercício de conhecimentos antigos e regras de dedução. Situa-se, assim, numa perspectiva continuista de construção dos conhecimentos, com a ideia tácita de que a aprendizagem se produzirá se o professor e o aluno cumprirem as suas obrigações. Este facto entra em conflito com as teorias evocadas na nossa discussão anterior sobre a emergência dos conceitos. Os efeitos isolados por G. Brousseau parecem constituir meios de manter a relação didáctica quando não se

pode garantir a criação de novos conhecimentos a partir do tratamento habitual dos antigos.
¹⁴ Optámos por não traduzir “imagiciels” por não encontrarmos um termo correspondente em português — NT.

Referências

- Adda, J. (1975). L'incompréhension en mathématiques et les malentendus. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 311-326.
- Adda, J. (1977). *Initiation en langage mathématiques. Analyse d'une expérience d'enseignement*. Paris: Ed. APMEP.
- Artigue, M. (1984). *Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques*. Thèse d'État, primeira parte, não publicada, Université Paris VII.
- Artigue, M. e Robinet, J. (1982). Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(1), 5-64.
- Bachelard, G. (1977). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Lib. J. Vrin.
- Balacheff, N. (1982). Preuve et démonstrations en mathématiques au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(3), 261-304.
- Balacheff, N. (1984). Processus de preuves et situations de validation. Em *Actes de la troisième école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble: IMAG.
- Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine (De l'erreur en Mathématiques)*. Ed. Seuil.
- Bessot, A. e Eberhard, M. (1983). Une approche didactique des problèmes de la mesure. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(3), 293-324.
- Brousseau, G. (1981). *Le cas Gael. Monographie d'un enfant en difficulté*. Bourdeaux: IREM de Bourdeaux.
- Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(1), 37-125.
- Brousseau, G. (1982). Ingénierie didactique. Em *Actes de la Seconde École d'Été de Didactique des Mathématiques*. IREM d'Orleans.
- Brousseau, G. (1982). Les objets de la didactique des mathématiques. Em *Actes de la Seconde École d'Été de Didactique des Mathématiques*. IREM d'Orleans.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Brousseau, G. (1984). *Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. Grenoble: IMAG.
- Brousseau, G. (d. o.). L'échec et le contrat. *Recherche*, 41.
- Butlen, D. (1985). *Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au cours élémentaire*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université Paris VII.
- Cauty, A. (1982). *Étude de certains aspects linguistiques et didactiques de l'énonciation mathématique*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université Paris VII.
- Cauty, A. (1984). Tropes et figures du discours mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 5(1), 81-128.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: Editions La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. e Joshua, M. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(2), 157-239.
- CIEM (1985). *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Supporting papers du Colloque de Strasbourg. Strasbourg: Ed. IREM.

- Dienes, Z. (1970). *Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématiques*. OCDL.
- Doise, W. e Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris: Inter-Editions.
- Douady, R. (1980). Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire. Enfants de six à onze ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1(1), 77-111.
- Douady, R. (1984). *Didactique des Mathématiques*. Article Mathématiques, Encyclopédia Universallis.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire*. Thèse d'État, não publicada, Université Paris VII.
- Dumont, B. (1980). *L'influence du langage et du contexte dans des épreuves du type "logique"*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université Paris VII.
- El Bouazzaoui, H. (1981). *Étude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relation entre divers caractères de ces situations et le sens, la compréhension et l'apprentissage de ces notions*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université de Bordeaux I.
- Filloux, J. (1974). *Du contrat pédagogique*. Paris: Dunod.
- Gagatsis, A. (1982). *Discrimination des scores au test de closure et évaluation de la compréhension des textes mathématiques*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université de Strasbourg.
- Gallou, E. (1985). *Symétries orthogonale et angles*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Grenoble.
- Glaeser, G. (1981). Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(3), 303-346.
- Grisvard, C. e Leonard, F. (1983). Résurgence des règles implicites dans la comparaison des nombres décimaux. *Bull. APMEP*, 340, 450-459.
- Howson, A. (1984). Seventy five years of the International Commission on Mathematical Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 15 (1), 75-95.
- INRDP (1966-76). Publications mathématiques de la Collection *Recherches Pédagogiques*, 2327, 2331, 2333, 2339, 2340, 2342, 2345, 2348, 2350, 2354, 2356, 2364, 2375, 2380.
- INRP. (1975). Calculateurs programmables dans les collèges et le Lycées, Expérimentation menée par les IREM et l'INRP. *Recherches Pédagogiques*, 75.
- INRP. (1984). *Imagiciels*.
- INRP. (à partir de 1977). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*. SERMAL, Hatier.
- Jaulin-Mannoni, F. (1977). Recherches sur les fondements d'une pédagogie authentique. *Rapport CORDES*. Documentation CNRS.
- Kilpatrick, J. (1981). Research on mathematical learning and thinking in the United States. Em *Actes du 5º Colloque PME*, 2. (pp.18-29). Grenoble.
- Laborde, C. (1982). *Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique: Langue naturelle et écriture symbolique*. Thèse d'Etat, não publicada, Université de Grenoble I.
- Laborde, C. (1984). Exposé sur la géométrie. Em *Actes de la Troisième École d'Été de Didactique des Mathématiques*. Grenoble: IMAG.

- Laborde, C. e Mejias, B. (1985). The construction process of an iteration by middle school pupils: An experimental approach. Em L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1), (pp. 40-47). Utreque, Países Baixos: State University of Utrecht.
- Lacombe, D. (1984). Spécificités du langage mathématique et difficultés pédagogiques résultantes “dans si” et discours dans l’éducation et la vulgarisation scientifiques. Em *Actes des 6^{èmes} journées sur l’éducation scientifique* (pp. 139-152). Chamonix.
- Laville, C. (1984). Mathématiques et Métapsychologie: Trois points de vue sur le fonctionnement de la pensée dans le domaine mathématique. Le sujet et l’objet. *Confrontations* (pp. 171-196). Ed. CNRS.
- Mendelsohn, P. (em publicação). *De l’apprentissage des concepts informatiques du déplacement de la “tortue” LOGO à la coordination d’objets graphiques*.
- Nimier, R. (1983). *Mathématiques et affectivité*. Thèse d’État, não publicada, Université Paris X.
- Paour, J., Cabrera, F. e Roman, M. (1985). Educatibilité de l’intelligence dans un environnement micro-informatique à programmer: Intentions et conditions d’une recherche. *Enfance*, 2(3), 147-148.
- Papy, G. (1964-70). *Mathématiques modernes I, II, III*. Didier.
- Perret-Clermont, A. (1979). *La construction de l’intelligence dans l’interaction sociale*. Berna: P. Lang.
- Piaget, J. (1975). *L’équilibration des structures cognitives*. Paris: PUF.
- Piaget, J. e outros (1960). *L’enseignement des mathématiques*. DN.
- Picard, N. (1973). *Abstraction de concepts mathématiques par des enfants de six à onze ans*. Thèse d’État, não publicada.
- Ralolofonoina, I. (1983). *Condition d’apprentissage mathématique par la lecture*. Thèse de troisième cycle, não publicada, Université de Strasbourg.
- Ricco, G., Vergnaud, G. e Rouchier, A. (1983). Représentations du volume et arithmétisation. Entretiens individuels avec les élèves de 11 à 15 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(1), 27-69.
- Robert, A. (1982). *L’acquisition de la notion de convergence de suites numériques dans l’enseignement supérieur*. Thèse d’Etat, não publicada, Université Paris VII.
- Robert, A. e outros (1984). Exposé de synthèse sur les problèmes de l’enseignement de l’analyse. *Actes de la troisième école d’été de didactique des mathématiques*. Grenoble: IMAG.
- Robinet, J. (1984). *Ingénierie didactique de l’élémentaire au supérieur*. Thèse d’Etat, primeira parte, não publicada, Université Paris VII.
- Rogalski, J. (1983). Quelques éléments de théorie piagétienne et didactique des mathématiques. *Cahier de Didactique*, 2. IREM Paris Sud.
- Rogalski, J. (1985). Alphabétisation informatique, Problèmes conceptuels et didactiques. *Bulletin APMEP*, 347, 61-74.
- Rouchier, A. e outros (d. o.). *Concepts informatiques et programmation. Une première analyse en classe de seconde*.
- Samurcay, R. (1988). Relations between concept acquisition in mathematics and in computer science. Em H.-G. Steiner e A. Vermandel (Eds.), *Foundations and methodology of the discipline mathematics education (didactics of mathematics), Proceedings of the 2nd TME-Conference* (pp. 73-79). Bielefeld, Alemanha: Institut für Didaktik der Mathematik e Antuérpia, Holanda: University of Antwerp.

- Samurçay, R. e Rouchier, A. (1985). De faire à faire faire: Planification d'actions dans la situation de programmation. *Enfance*, 2(3), 241-254.
- Schiff, M. (1982). *L'intelligence gaspillée. Inégalité sociale, injustice scolaire*. Ed. Seuil.
- Schneider, O. (1979). *Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de seconde*. IREM d'Aix-Marseille.
- Schubauer-Leoni, M. e Perret-Clermont, A. (1980). Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1(3), 297-350.
- Schubauer-Leoni, M., Grossen, M., Saada, E. e Brun, J. (1984). Formulations écrites et résolution de problèmes additifs. Analyse de leur élaboration et de leur contenu. *Interactions Didactiques*, 5. Universités de Neuchâtel et de Genève.
- Schubring, G. (1980). *Development of mathematics education as a professional discipline in the Federal Republic of Germany*. Manuscrito não publicado.
- Schubring, G. (1983). Comparative study of the development of mathematics education as a professional discipline in different countries. Em *Proceedings of the Forth International Congress on Mathematical Education* (pp. 482-489). Boston: Birkhauser.
- UNESCO (1967). *Tendances nouvelles de l'enseignement des mathématiques*. Paris.
- Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches française en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2(2), 215-231.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. Em T. P. Carpenter, J. M. Moser e T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, Nova Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. Em R. Lesh e M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processus*. Nova Iorque: Academic Press.
- Vergnaud, G. e outros (1980). *Acquisition des structures multiplicatives, Rapport de fin de contrat ATP, Processus et conditions de travail de l'élève*.
- Verret, M. (1975). *Le temps des études*. Paris: Librairie M. Champion.

Michèle Artigue, IREM Paris 7, Tour 56/55 - 3^{ème} étage, 2, place Jussieu, 75251 PARIS CEDEX 05, FRANÇA.

Régine Douady, IREM Paris 7, Tour 56/55 - 3^{ème} étage, 2, place Jussieu, 75251 PARIS CEDEX 05, FRANÇA.

Artigo originalmente publicado sob o título “La didactique des mathématiques en France”, *Revue Française de Pédagogie*, 76, 69-88, 1986.

Tradução elaborada por Juvita Baptista e revista pelo Grupo Português de Teoria de Educação Matemática.