
A visualização espacial e a aprendizagem da Matemática: Um estudo no 1º ciclo do Ensino Básico

Maria de Fátima Pista Calado Mendes Gordo
Escola Superior de Educação de Setúbal

Este artigo apresenta alguns aspectos de um trabalho de investigação realizado no âmbito da elaboração de uma Tese de Mestrado em Ciências da Educação (Gordo, 1993). Este trabalho incluiu a produção e implementação de um conjunto de actividades para alunos do 1º ciclo, realizada no ano lectivo de 1992/93.

O problema do estudo

A investigação efectuada insere-se na área da Educação Matemática, mais concretamente da aprendizagem da Matemática. Pretendeu-se estudar a relação entre o desenvolvimento da visualização espacial e a construção de conceitos matemáticos, em crianças do 1º ciclo do Ensino Básico. Para isso, foi elaborado e implementado junto das crianças um conjunto de actividades que se considera que desenvolvem a visualização espacial.

Especificamente, este estudo teve os seguintes objectivos:

- produzir e implementar uma proposta de intervenção que desenvolva as capacidades de visualização espacial em alunos do 1º ciclo do Ensino Básico;
- identificar e analisar os efeitos da implementação desta proposta de intervenção na aprendizagem da Matemática.

Neste artigo procurar-se-á apresentar a fundamentação teórica do estudo,

assim como os resultados da intervenção realizada.

Justificação do estudo

Numa síntese da investigação apresentada no âmbito do Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education, Hershkowitz (1990) analisa alguns aspectos psicológicos da aprendizagem da Geometria, mencionando investigações recentes nesta área. Na discussão final é apontada a necessidade de estudar as crianças do Ensino Primário no que diz respeito à aprendizagem da Matemática. É também referida pela autora a necessidade “de investir esforços na investigação da evolução dos conceitos geométricos, do pensamento geométrico e no desenvolvimento das capacidades visuais” (p. 93).

Bishop (1989) faz uma revisão da literatura sobre a visualização na Educação Matemática, na qual considera três aspectos diferentes. O primeiro aspecto diz respeito ao objecto que é visualizado e às correspondentes imagens visuais. Um segundo aspecto relaciona-se com a actividade de visualizar, tem a ver com processos e capacidades. Como consequência destes dois aspectos, um terceiro aspecto de revisão engloba uma perspectiva educativa, interligado com o ensino específico de procedimentos, com o papel dos materiais e do ambiente social.

O autor mencionado afirma que, apesar de ter havido progressos na investigação sobre visualização nos seus três aspectos, são necessários mais estudos sobre a visualização na sala de aula. É ainda reforçada a ideia de que se deve dar ênfase à representação visual, em todos os momentos da aula de Matemática.

Outros educadores matemáticos referem que o papel da visualização na aprendizagem da Matemática não está claramente definido, o que implica mais investigação sobre as várias vertentes desta problemática (Fennema e Behr, 1980).

As capacidades espaciais: Diferentes perspectivas

Tanto na Matemática como em Psicologia são utilizados diversos termos para referir as capacidades espaciais, ou seja, as capacidades de nos apercebermos e interpretarmos o mundo que nos rodeia.

Não existe um acordo sobre os termos mais correctos, que variam consoante os contextos. Como refere Bishop (1983, p. 181), “é claro, pelo menos para o educador matemático, que não pode haver uma ‘verdadeira’ definição de capacidade espacial: nós devemos procurar definições e descrições de capacidades e processos que nos ajudem a resolver os nossos próprios problemas particulares”.

Para Tartre (1990, p. 216), capacidades espaciais são “as capacidades mentais relacionadas com a compreensão, manipulação, reconhecimento ou interpretação de relações visualmente”. Esta definição é coerente com a de muitos outros investigadores, apesar dos termos utilizados não serem necessariamente os mesmos. Por exemplo, Del Grande (1987, p. 126) usa o termo percepção espacial referindo-se à “capacidade para reconhecer e discriminar estímulos no e do espaço e para interpretar esses estímulos, associando-os com experiências anteriores”.

Vários autores (Hershkowitz, 1990), sugerem que as capacidades espaciais não são capacidades mentais simples, envolvem processos mentais complexos e, como tal, existem várias tentativas de as agrupar segundo características específicas.

Uma das primeiras categorizações é a de Frostig e Horne que, depois de inúmeros estudos e produção de materiais, identificaram cinco capacidades espaciais diferentes (referido em Del Grande, 1987):

- coordenação visual motora
- percepção figura-fundo
- constância perceptual
- percepção do posição no espaço
- percepção das relações espaciais.

Passa-se a especificar cada uma destas categorias, tentando dar um exemplo de um comportamento que as evidencia.

A coordenação visual motora é a “capacidade para coordenar a visão com os movimentos do corpo” (Del Grande, 1990, p. 14). Nos primeiros anos de vida, uma criança precisa de fazer um grande esforço mental e motor para controlar os seus movimentos quando, por exemplo, tenta construir uma torre com peças de encaixar. Ela não consegue ainda coordenar facilmente os movimentos das mãos com a visão. Esta dificuldade de controlo vai sendo ultrapassada à medida que a criança se desenvolve. Se persiste, ir-se-á reflectir noutros comportamentos, visto que a criança não consegue libertar totalmente a sua atenção.

A percepção figura-fundo é o “acto visual de identificar uma figura

específica (o foco) num pano de fundo, numa gravura” (Del Grande, 1987, p. 128). Por exemplo, ao focarmos a nossa atenção numa figura temos de ser capazes de a individualizar, apesar de, eventualmente, outros estímulos irrelevantes nos possam distrair a atenção. O Anexo 2 apresenta um exemplo de uma actividade relacionada com esta capacidade.

Vurpillot analisou a capacidade de decompor unidades perceptuais e de as tornar a reunir sob novas formas, em crianças com idades compreendidas entre os quatro e os sete anos. O mesmo autor, cita investigações que demonstraram que 70% das crianças de quatro anos estudadas foram capazes de identificar figuras encaixadas em diagramas simples (referido em Del Grande, 1987).

A constância perceptual é a “capacidade de reconhecer figuras geométricas apresentadas numa variedade de tamanhos, tonalidades, texturas e posições no espaço e de discriminar figuras geométricas semelhantes” (Del Grande, 1990, p. 15). Por outras palavras, é a capacidade de reconhecer um objecto fora do seu contexto original ou segundo um ponto de vista diferente (Hoffer, 1977). Por exemplo, uma criança com constância perceptual consegue reconhecer um triângulo rectângulo, independentemente da posição que este ocupa no plano; ou então identificar um cubo, mesmo que o olhe segundo um ângulo de visão não usual. O Anexo 1 apresenta um outro exemplo.

A percepção da posição no espaço é a “capacidade para relacionar um objecto do espaço consigo próprio” (Del Grande, 1990, p. 17). A criança começa por ser o centro do seu próprio mundo e, assim, relaciona a posição dos objectos consigo própria. Quando uma criança não tem a percepção da posição no espaço pode fazer inversões na escrita de palavras ou de números.

A percepção das relações espaciais é a “capacidade para ver dois ou mais objectos em relação consigo próprio ou com cada um deles” (Del Grande, 1990, p. 17). Por exemplo, esta capacidade é evidenciada quando uma criança reconhece que dois quadrados são geometricamente iguais se um deles é a imagem do outro através de uma translação. O Anexo 3 inclui uma actividade relacionada com esta capacidade.

Aos cinco tipos de capacidades espaciais acima descritas, Hoffer (1977) acrescentou mais duas: a discriminação visual e a memória visual. Ao conjunto destas sete capacidades deu o nome de capacidades de percepção visual.

A discriminação visual é a “capacidade para identificar semelhanças e diferenças entre objectos” (Hoffer, 1977, p. 88). Quando uma criança classifica um conjunto de objectos segundo um certo atributo, cor, forma, tamanho, por exemplo, está a utilizar a sua discriminação visual.

A memória visual é a “capacidade para evocar, de maneira precisa, um

objecto que deixa de estar visível e relatar as suas semelhanças e diferenças com outros objectos que estão ou não à vista” (Hoffer, 1977, p. 89). A maior parte das pessoas consegue reter entre cinco a sete itens sobre um objecto, durante um curto período de tempo. O mesmo investigador refere que, para conseguirmos reter uma maior quantidade de itens, teremos de os armazenar na nossa memória sob a forma de pensamento simbólico.

Outra categorização diferente para as capacidades espaciais é a que considera dois tipos de capacidades: a visualização e a orientação espaciais (McGee, Connor e Serbin citados por Tartre, 1990).

A visualização espacial envolve a capacidade de imaginar como se apresentará um objecto representado numa gravura se for rodado, torcido, invertido, dobrado ou desdobrado (McGee referido em Tartre, 1990).

A orientação espacial envolve a capacidade para detectar combinações de objectos segundo um padrão e a capacidade para manter precisas as percepções, face à mudança de orientação (Bishop, 1983).

A diferença fundamental entre visualização e orientação espaciais relaciona-se com o facto de que a visualização envolve sempre movimento ou alteração mental de um objecto, enquanto que, na orientação espacial, o que se altera é a perspectiva perceptual do observador (Tartre, 1990).

Uma última categorização digna de interesse é a proposta por Bishop (1980), com o objectivo de eliminar a confusão sobre o que são e quais são as capacidades espaciais. Esta distinção está intimamente relacionada com a última mencionada mas, segundo o mesmo autor, é mais extensiva e refinada. Os dois tipos de capacidades são a capacidade de interpretar informação figurativa e a capacidade de processamento visual.

A capacidade de interpretar informação figurativa “envolve a compreensão de representações visuais e de vocabulário espacial usados no trabalho geométrico, em gráficos, cartas e diagramas de todos os tipos” (Bishop, 1980, p. 184). Esta capacidade relaciona-se com a forma do material que funciona como estímulo.

A capacidade de processamento visual “envolve a visualização e a translação de relações abstractas e informação não figurativa para termos visuais. Inclui também a manipulação e transformação de representações e imagens visuais” (Bishop, 1980, p. 184). Esta capacidade relaciona-se, não com a forma, mas com o processo.

As capacidades espaciais e a Educação Matemática

A actividade matemática é um processo construtivo que necessita de um ambiente que proporcione aos alunos oportunidades para desenvolver, entre outras, as suas capacidades cognitivas. Desde há muito tempo que os educadores se interessam em estudar que factores podem contribuir para o desenvolvimento e construção dos conceitos matemáticos. Alguns desses factores são os que estão relacionados com as imagens visuais que têm como vantagens o seu poder integrador e a sua utilidade para a concretização de ideias abstractas (Bishop, 1989).

O estudo das capacidades espaciais tem sido o alvo de numerosas investigações feitas tanto por psicólogos como por educadores matemáticos. Estes últimos preocupam-se sobretudo em investigar se existe interacção entre essas capacidades e as várias áreas da Educação Matemática e, se tal acontece, qual a sua natureza. Como refere Bishop (1989), as capacidades espaciais são importantes por causa do tipo de processos mentais envolvidos e que podem ser transferidos para outras áreas da Matemática.

Os resultados das investigações efectuadas são bastante diversificados, sendo também as mais variadas áreas da Matemática estudadas.

Considerando a Matemática em termos globais, vários investigadores tentaram mostrar através dos seus trabalhos que as capacidades espaciais se relacionam positivamente com o sucesso em Matemática (Battista, Wheatley e Talsma; 1982, e também Connor e Serbin referidos por Tartre, 1990). Fennema e Tartre (1985) concretizam essa correlação no intervalo 0,3 a 0,6 através de resultados de testes realizados.

Fennema e Behr (1980, p. 329) põem a hipótese de que “a visualização espacial é bastante importante na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos de escolaridade, por causa da ênfase dada à concretização e às representações icónicas, que têm componentes espaciais”.

Outras investigações procuraram estabelecer relações entre as capacidades espaciais e a aprendizagem de áreas específicas da Matemática. Assim, os estudos levados a cabo por De Guiré, referidos por Chaim, Lappan e Hershkowitz (1988), não são conclusivos quanto à relação entre a visualização e as capacidades algébricas ou aritméticas, mas mencionam, apesar disso, que existe uma forte relação com o sucesso em Geometria.

São mencionados alguns efeitos negativos da visualização em situações de aprendizagem dos números racionais, descobertos por Behr e Post e referidos por Chaim, Lappan e Hershkowitz (1988). A informação visual pode, assim,

funcionar como distractor no pensamento lógico-matemático de algumas crianças. Esta opinião é corroborada por Hershkowitz (1990), que refere o facto dos distractores visuais actuarem da mesma maneira em indivíduos com características diferentes.

Outro tipo de estudos aborda a questão das diferenças sexuais nas capacidades espaciais e são referidos por Battista, Wheatley e Talsma (1982). Concretamente, o estudo longitudinal efectuado por Fennema e Tarte (1985) investigou de que maneira rapazes e raparigas com discrepâncias entre os resultados de testes espaciais e verbais utilizavam as suas capacidades de visualização na resolução de problemas. Apesar das diferenças apontadas elas não se verificaram em termos das capacidades de encontrar a solução correcta de problema. No entanto, os jovens que tinham as capacidades de visualização espacial muito desenvolvidas, usaram mais vezes essas capacidades na resolução de problemas do que aqueles que tinham baixa capacidade de visualização. As raparigas tinham mais tendência para fazerem figuras ao resolverem as actividades propostas que os rapazes, mas isso não significa que tenham sido mais capazes de encontrar soluções correctas.

As capacidades espaciais e a aprendizagem da Geometria

Muitos investigadores partem do pressuposto de que existe uma relação entre a aprendizagem da Geometria e as capacidades espaciais do indivíduo. No entanto, é difícil de averiguar qual a natureza dessa relação, visto que “elementos perceptuais visuais fazem parte integrante dos conceitos e não podem ser separados” (Chaim, Lappan e Hershkowitz, 1988, p. 5).

É necessário explicitar, antes de se passar às referências dos diversos estudos sobre o assunto, qual o conceito de Geometria que serve de pano de fundo a essas investigações. A Geometria é considerada como a ciência do espaço e, também, de certa maneira, como um exemplo de uma estrutura lógico-matemático. Existe o consenso de que “estes dois aspectos estão relacionados, porque alguns dos níveis da Geometria encarada como ciência do espaço são necessários para a aprendizagem da Geometria como uma estrutura lógica” (Hershkowitz, 1990, p. 70).

Consideramos ainda que a aprendizagem da Geometria é um processo de desenvolvimento que passa por diferentes fases, começando por se dar mais ênfase à ciência do espaço passando gradualmente para a compreensão da

construção dos conceitos e as relações existentes entre eles.

Tendo como suporte a categorização das capacidades espaciais já referida por Bishop, que as separa em dois tipos, a capacidade de interpretar informação figurativa (IFI) e a capacidade de processamento visual (VP), vamos tentar agrupar as investigações que estudam o mesmo tipo de capacidades espaciais e a sua relação com a aprendizagem da Geometria.

Bishop (1983, p. 185) refere que a capacidade denominada por IFI é “provavelmente responsável por muitas das relações entre as capacidades espaciais e as geométricas encontradas na literatura”, e que aparenta ser mais fácil de treinar e desenvolver que a VP.

Um estudo que pretendia desenvolver algumas capacidades espaciais relacionadas com IFI foi o efectuado por Gaulin (1985), com professores do Ensino Elementar. Este estudo, sob a forma de um curso, deu especial ênfase a materiais que facilitassem tanto o desenvolvimento da visualização espacial como da intuição geométrica, explorando também vários tipos de representações gráficas (a duas dimensões) de sólidos policúbicos. O mesmo autor refere que o conhecimento e a experiência com diferentes tipos de representações de formas tridimensionais favorece o desenvolvimento da IFI e, eventualmente, alguns aspectos da VP.

Existem muitas investigações que, tal como a mencionada anteriormente, se preocuparam com a relação entre objectos a três dimensões (3D) e suas representações a duas dimensões (2D). A transformação 3D-2D é uma capacidade muito necessária na aprendizagem da Geometria e suas aplicações, atraindo muitos investigadores. Em termos globais, nos estudos sobre este assunto, foram encontradas muitas dificuldades, tanto na transformação de objectos a 3D para a sua representação a 2D, como na operação inversa, independentemente de se ter trabalhado com crianças, adolescentes ou professores do ensino primário (Hershkowitz, 1990).

Foram feitas algumas tentativas para desenvolver as capacidades espaciais implícitas nas transformações 3D-2D através de experiências adequadas. São relevantes as efectuadas, nomeadamente, na Holanda, em cujo currículo existe uma nova unidade visual. Aí são usadas técnicas variadas: comparações entre longe e perto no mundo real e o grande e pequeno na gravura, pontos que desaparecem e o horizonte, objectos cobertos, linhas escondidas, linhas que se afastam, sombras, imaginar-se que se está num determinado lugar, em frente, de lado, por cima (Herskowitz, 1990).

Outra experiência de realçar, que tem por objectivos o treino e o desenvolvimento sistemáticos das capacidades espaciais, integrando actividades orga-

nizadas num currículo, é a levada a cabo pelo “Agam Program” com crianças dos três aos sete anos. Este programa é diferente de quase todos os outros por ser de natureza preventiva, enquanto que a maior parte dos estudos relacionados com o desenvolvimento de capacidades de pensamento visual são de natureza correctiva (Razel & Eylon, 1990). Além dos resultados obtidos no desenvolvimento das capacidades espaciais os efeitos do programa foram transferidos para outras áreas do domínio cognitivo, nas quais não tinha sido feito nenhum treino específico. A avaliação feita a este projecto mostra que tem havido “um aumento significativo, tanto nas capacidades espaciais como no conhecimento geométrico” (Hershkowitz, 1990, p. 80).

Considerando novamente a categorização feita por Bishop das capacidades espaciais, é importante referir também alguns estudos sobre a capacidade de processamento visual (VP). Este autor sugere que tal capacidade inclui a visualização mas é mais ampla.

As investigações efectuadas dizem respeito especialmente à visualização, considerando a definição de McGee já referida anteriormente (Tartre, 1990).

Estudos realizados por Battista (1990), com o objectivo de investigar o papel da visualização espacial nas diferenças de resultados obtidos em Geometria na escola secundária, sugeriram que os rapazes e as raparigas diferem na visualização espacial. No entanto, essa diferença não se verificou nem nas capacidades de raciocinar logicamente nem na utilização de estratégias de resolução de problemas geométricos. No entanto, o mesmo autor conclui que a visualização espacial é um factor importante na aprendizagem da Geometria, apesar de contribuir de maneira diferente nos resultados obtidos pelos rapazes e pelas raparigas.

Uma outra investigação, que tem alguns pontos em comum com a anterior, foi efectuada por Battista, Wheatley e Talsma (1982), tendo como questão fundamental a importância da visualização espacial e do desenvolvimento cognitivo na aprendizagem da Geometria em futuros professores do ensino elementar. Este estudo teve a forma de um curso, pretendendo-se também saber até que ponto a abordagem da Geometria daquela forma promove o desenvolvimento das capacidades espaciais de futuros professores do ensino elementar. Quanto aos resultados da investigação efectuada, eles não são conclusivos, visto que um conjunto de factores, como por exemplo o facto dos participantes serem, na sua maioria mulheres, pode ter reduzido a correlação entre as capacidades de visualização espacial e a aprendizagem da Geometria.

Metodologia do estudo

O delineamento metodológico da investigação envolveu a utilização de diversas formas de recolha de dados. Por um lado, privilegiou-se a observação dos alunos na realização das actividades propostas e, por outro, foram realizados alguns testes a partir dos quais foi feita uma análise quantitativa dos dados.

Porque um dos objectivos do estudo era avaliar os efeitos da implementação do conjunto de actividades de visualização espacial, comparando dois grupos de alunos de duas turmas diferentes, optou-se por uma metodologia essencialmente quantitativa.

Para a concretização do estudo trabalhou-se com crianças do 3º ano de escolaridade do 1º ciclo do Ensino Básico de duas escolas do concelho do Seixal, distrito de Setúbal. A escolha deste nível de ensino teve a ver com a idade das crianças e o seu estágio de desenvolvimento. Foi também tido em consideração o facto das crianças deste ano de escolaridade já saberem ler, visto ser necessário que a maior parte das actividades fossem propostas através de um texto escrito.

Numa primeira fase foi elaborado por mim o conjunto de actividades que pretenderam desenvolver as capacidades de visualização espacial nas crianças. As actividades propostas foram baseadas numa categorização das capacidades espaciais referida por Del Grande (1990), (ver atrás em “Capacidades Espaciais”). Ainda nesta fase, foram preparados os vários instrumentos necessários à investigação. Os testes de avaliação de conhecimentos de Matemática (TACM), que os alunos resolveram antes e depois da implementação da proposta de intervenção, foram elaborados nesta altura. As professoras, em conjunto com a investigadora, identificaram quais os conteúdos que constariam nesses testes de maneira a avaliar os conhecimentos de Matemática dos alunos em duas alturas diferentes do estudo. Basicamente, os testes incluíram os conteúdos previstos pelo programa de matemática para o 3º ano de escolaridade.

Foi aplicado o teste prévio de conhecimentos de Matemática (1º TACM), a todos os alunos das duas turmas. Como se esperava que as turmas não fossem comparáveis, este teste teve como objectivo o emparelhamento dos alunos das duas turmas segundo a classificação nele obtida em conjunto com o sexo. Os elementos de cada par, integrados nas suas turmas, formaram dois grupos, sendo assim, numa das fases do estudo, um grupo experimental e outro de controlo.

As crianças da turma envolvida na experiência, fizeram um teste de visualização espacial (1º TVE), tendo como objectivo analisar o seu grau de desenvolvimento relativamente às mesmas capacidades antes da implementação do estudo propriamente dito. O Anexo 1 exemplifica uma actividade incluída neste teste.

Numa terceira fase, a turma a que pertencia o grupo experimental realizou as actividades, com vista a serem alcançados os objectivos definidos previamente. A professora funcionou algumas vezes como proponente das actividades, em conjunto com a investigadora, que simultaneamente foi observadora e recurso.

Numa quarta fase, ambas as turmas efectuaram o segundo teste de avaliação de conhecimentos de Matemática (2º TACM), cuja finalidade foi avaliar os efeitos de transferência de conhecimentos nesta disciplina, depois da experiência realizada. Além deste teste as crianças envolvidas na proposta pedagógica realizaram novo conjunto de actividades que envolviam a visualização espacial (2º TVE), desta vez para analisar o seu grau de desenvolvimento relativamente às mesmas capacidades, depois da intervenção a que foram sujeitas. À semelhança do que tinha acontecido no 1º TVE, a resolução deste teste demorou duas sessões.

O estudo mencionado realizou-se no 1º e 2º períodos do ano lectivo de 92-93. No início, as sessões em que foram realizadas as actividades, tiveram lugar quase todos os dias, passando depois para duas ou três vezes por semana. No total, foram efectuadas 14 sessões, com a duração de duas horas cada.

Actividades propostas

O conjunto de actividades foi proposto às crianças pela investigadora, tendo sido bastante diversificado e, como foi já mencionado, está relacionado com o conjunto de capacidades incluídas na visualização espacial. Algumas assumiram a forma de fichas de trabalho e outras foram propostas oralmente, havendo uma ficha de apoio¹.

É importante referir que, em quase todas as actividades, pela sua especificidade, estão subjacentes várias capacidades, apesar de haver uma que predomina. Adoptamos assim o critério de referir unicamente a capacidade predominante e de não as repetir. Apresentamos, em anexo alguns exemplos de actividades propostas às crianças (Anexos 2 e 3).

O número de actividades por sessão foi bastante variável. Tendo em conta

o nível etário das crianças e desconhecendo de início o ritmo de trabalho dos alunos que, aliás, nem sempre era o mesmo, foi difícil, à partida, programar o trabalho de cada sessão. Muitas vezes foi importante fazer alguns esclarecimentos oralmente e também propor outras actividades, no seguimento de dúvidas e questões postas pelas crianças.

Foram utilizados materiais diversos na resolução das várias propostas de trabalho, sendo alguns deles construídos pelos próprios alunos como, por exemplo, o geoplano.

A execução das actividades pelos alunos não obedeceu a nenhuma ordem. Pretendeu-se que, em cada sessão, as crianças realizassem tarefas diversificadas, não correspondendo necessariamente cada uma delas ao desenvolvimento da mesma capacidade de visualização espacial.

De um modo geral foram atingidos os objectivos do estudo, tendo os alunos correspondido bastante bem ao que lhes foi proposto. As actividades suscitaram bastante adesão e entusiasmo por parte dos alunos, apesar de ter havido algumas que menos lhes interessaram, quer por dificuldade excessiva, quer pela sua especificidade.

Análise dos resultados

A análise dos resultados incluiu duas vertentes distintas:

- o desenvolvimento da visualização espacial;
- os efeitos de transferência na aprendizagem da Matemática.

Procedeu-se a uma análise inferencial com o objectivo de testar se as diferenças dos resultados obtidos em cada uma das capacidades, nos dois testes, eram estatisticamente significativas.

Não havendo garantia que a população tivesse uma distribuição normal, utilizou-se o teste de Wilcoxon, equivalente não-paramétrico do t-teste para amostras dependentes.

Postulou-se como Hipótese Nula a não existência de diferenças significativas entre as classificações obtidas mesmo aluno nos dois testes, relativas a cada uma das capacidades em estudo. Pôde-se rejeitar a Hipótese Nula, com uma probabilidade superior a 95% em todos os casos, excepto no que diz respeito à capacidade de percepção das relações espaciais.

Como se suspeitava que as turmas não eram comparáveis em termos dos resultados do 1º TACM, utilizou-se um teste estatístico para confirmar, ou não, essa suspeita. Assim, e desconhecendo-se se a população donde foram extra-

idas as turmas tinha uma distribuição normal optou-se por um teste não paramétrico. Como o que se pretendia era verificar se as duas turmas poderiam ser consideradas provenientes da mesma população, e dado que os dois grupos eram independentes, de tamanhos diferentes e que os dados pressupunham uma escala, pelo menos ordinal, usou-se o teste de Mann-Whitney (Levin, 1987).

Considerou-se como Hipótese Nula que as duas turmas tinham a mesma distribuição em relação aos resultados obtidos pelas mesmas no 1º teste de avaliação de conhecimentos de matemática. Foi rejeitada a Hipótese Nula, optando-se assim pelo emparelhamento dos alunos.

O emparelhamento dos elementos das duas turmas foi feito segundo a nota obtida no 1º TACM em conjunto com a variável sexo. Apesar de uma das turmas ter 23 alunos e a outra 21 só foi possível agrupar 13 pares, equiparáveis nas variáveis “nota no 1º TACM” e “sexo”. Cada par era constituído por um elemento de cada uma das turmas.

Para testar os efeitos de transferência dos conhecimentos de Matemática foi aplicado um teste (2º TACM, Anexo 1) às duas turmas envolvidas no estudo e tratados os resultados relativos aos pares de alunos (grupo experimental e grupo de controlo). Pelas razões anteriormente referidas optou-se pelo teste de Wilcoxon.

Postulou-se como Hipótese Nula a não existência de diferenças significativas entre as classificações obtidas pelos dois grupos, que pôde ser rejeitada ao nível de significância $p < 0,01$.

Conclusões e recomendações

Aplicação das actividades

Os registos escritos efectuados pela investigadora decorrentes das observações das diversas sessões e ainda os trabalhos efectuados pelos alunos ao longo das mesmas, permitiram algumas conclusões que passamos a enunciar.

1. No desenvolvimento da proposta de trabalho ao longo das 14 sessões, verificou-se uma evolução positiva na resolução das actividades pelos alunos. No entanto, houve alunos que ainda evidenciavam dificuldades na execução de algumas propostas.

2. Os alunos revelaram um grande interesse pela execução das actividades

sugeridas, havendo mesmo um grande entusiasmo quando a sua resolução implicava a utilização de materiais manipuláveis, como por exemplo o geoplano e o tangram.

3. Aprender a observar ou melhor, aprender a “ver” de maneira diferente da habitual foi uma constante deste trabalho, constituindo uma fonte de motivação. Os alunos habituaram-se a reparar nos aspectos subtis, secundários, embebidos em gravuras que foi necessário observar. O detalhe adquiriu importância para eles.

4. O carácter lúdico de que se revestiram as actividades foi essencial para a forte aderência às mesmas.

5. O ambiente competitivo que existia entre os alunos foi desmistificado com o tipo de trabalho proposto. Nalguns casos, os alunos que costumavam liderar o trabalho na sala de aula com a professora, não eram os que obtinham maior sucesso na resolução das actividades de visualização espacial, o que implicou uma redistribuição dos papéis assumidos pelas crianças na sala de aula.

6. Os alunos mais fracos tiveram oportunidade de se envolverem activamente no trabalho, havendo alturas em que eram estes alunos os primeiros a descobrir uma solução que melhor satisfazia as exigências do que lhes era pedido.

7. O trabalho em grupo teve uma evolução bastante favorável. Enquanto que, no início, as crianças tinham bastantes dificuldades em trabalhar em conjunto, não conseguindo discutir ideias entre si nem aceitar as dos colegas, ao longo da experiência verificou-se uma alteração neste tipo de atitudes.

Uma questão se pode colocar: será que os resultados obtidos com esta experiência se poderiam estender a outros domínios da Matemática quando abordados de forma diferente? Até que ponto o carácter lúdico das actividades e o facto de os alunos as encararem como não fazendo parte do currículo obrigatório contribuíram para a eficácia da intervenção?

Dada a facilidade de resolução da maioria das actividades poder-se-á conjecturar sobre a aplicação deste conjunto de actividades a alunos mais novos, nomeadamente ao nível do 2º ano de escolaridade.

Será que o novo desafio proposto às crianças, “aprender a ver”, a descobrir, lhes abriu novas perspectivas e novas maneiras de encarar, não só aquele tipo de actividades mas também a Matemática e a escola em geral?

Até que ponto a alteração dos papéis assumidos por algumas crianças no decurso das várias sessões lhes permitiu renovar o interesse pelos colegas, pelas aulas e até pela escola?

Desenvolvimento da visualização espacial

Tomando como base o tratamento estatístico dos resultados obtidos pelos alunos nos dois testes efectuados, um que antecedeu o trabalho (1^o TVE) e outro que o precedeu (2^o TVE), e ainda os registos feitos pela investigadora das observações de cada sessão, decorrem algumas conclusões.

1. Os alunos apresentaram diferenças estatisticamente significativas entre os resultados obtidos nos dois testes efectuados (1^o e 2^o TVE), no que diz respeito a quase todas as capacidades de visualização espacial consideradas. Somente nas actividades relativas à capacidade de percepção das relações espaciais os resultados não foram significativos. Poderemos concluir que, em relação à capacidade referida, as actividades propostas não contribuíram para o seu desenvolvimento.

Considerando as restantes capacidades de visualização espacial, podemos afirmar que a proposta de intervenção possibilitou o seu desenvolvimento, tendo em conta que os alunos apresentaram melhores resultados no teste que realizaram no final.

2. É possível desenvolver as capacidades de visualização espacial das crianças através de um conjunto de actividades que favoreçam o seu desenvolvimento.

3. Foi evidenciada ao longo das sessões e também na comparação entre os dois TVE, uma progressão no desempenho dos alunos em relação à resolução das actividades propostas. Podemos afirmar que a aprendizagem é facilitadora do desenvolvimento da visualização espacial.

4. Relativamente à percepção das relações espaciais, considerando que é a capacidade para ver ou imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco, poderemos questionar a sua não evolução. Talvez o nível etário dos alunos não lhes permitisse uma descentração do seu próprio corpo, de forma a resolverem eficazmente algumas das actividades. Por outro lado, quase todos os alunos, no início da experiência, conseguiram resolver uma das actividades incluída nesta capacidade, o que não se alterou no último teste realizado.

Torna-se importante reflectir em questões relacionadas com a aprendizagem em Matemática e com os aspectos visuais subjacentes a essa aprendizagem. Até que ponto a visualização espacial é desenvolvida se considerarmos as actividades privilegiadas nos currículos de Matemática?

Efeitos de transferência na aprendizagem da Matemática

Da análise dos resultados obtidos nos testes de avaliação de conhecimentos de Matemática (2º TACM) pelos alunos seleccionados das duas turmas e emparelhados; e ainda dos registos efectuados pela investigadora ao longo das várias sessões surgem algumas conclusões que passamos a enunciar.

1. Houve diferenças estatisticamente significativas nos resultados obtidos pelos dois grupos de alunos no 2º TACM. Os alunos da turma envolvida na experiência obtiveram melhores resultados no teste referido. Somos, assim, levados a concluir que o conjunto de actividades de visualização espacial implementado teve efeitos de transferência nos conhecimentos de Matemática.

2. A aquisição de alguns conceitos, nomeadamente os relacionados com a geometria, foi facilitada pelo tipo de actividades que as crianças tiveram oportunidade de executar.

Uma questão pode ser colocada: qual a natureza dos efeitos de transferência detectados? Será que eles são mais evidentes em determinados domínios da Matemática? Seria necessário analisar os dados recolhidos segundo outra perspectiva, no sentido de dar resposta a este tipo de questões e também alargar a duração da experiência. Foram feitas algumas investigações nesse sentido, considerando que a geometria é a área da Matemática que mais se relaciona com o desenvolvimento das capacidades espaciais, não sendo conclusiva a relação com a aritmética (Chaim, Lappan e Hershkowitz, 1988). Outra experiência com objectivos semelhantes mas num âmbito mais alargado, "Agam Program", concluiu que houve efeitos de transferência para outras áreas da Matemática (Razel e Eylon, 1990), o que é corroborado nesta investigação agora levada a cabo.

O estudo efectuado vem reforçar a ideia de Fennema e Behr (1980) que justificam a importância das capacidades espaciais na Matemática, nos primeiros anos de escolaridade, tendo em conta a ênfase dada aos materiais manipulativos e às representações do tipo icónico.

Recomendações

Considerando que esta investigação contribuiu para a consciencialização de que as capacidades de visualização espacial podem ser desenvolvidas através de um conjunto de actividades que tem como suporte um determinado quadro teórico, torna-se pertinente sugerir a inclusão de temas relacionados nos programas de Matemática do 1º ciclo.

Este estudo decorreu no contexto de uma experiência realizada na sala de aula com alunos do 3º ano de escolaridade do 1º ciclo do Ensino Básico. Foi um estudo efectuado em horário escolar, num determinado período e com um número limitado de sessões. No entanto seria importante efectuar investigações semelhantes cujas intervenções estivessem espalhadas ao longo do ano lectivo, no sentido de averiguar os seus efeitos.

Será também pertinente recomendar que sejam feitos estudos com o objectivo de nos apercebermos mais concretamente dos efeitos de transferência das actividades propostas na aprendizagem da Matemática. Para isso, será necessário levar a cabo investigações de maior duração, de forma a analisar também a consistência dessas transferências efectuadas em termos da construção de conceitos matemáticos.

No estudo efectuado não foi analisada a influência da variável sexo, apesar de haver outras investigações que apontam para uma diferenciação neste campo (Battista, Wheatley e Talsma, 1982). Seria interessante analisar estes factores na experiência efectuada, verificando a consistência das afirmações anteriores.

É importante recomendar a inclusão de temas a estudar relacionados com a visualização espacial e a aprendizagem da Matemática na formação de futuros professores do Ensino Básico, no sentido de uma maior contribuição no aprofundamento das questões anteriormente formuladas e na tomada de consciência de diversas formas de abordar diferentes domínios da Matemática com as crianças. Ainda com a mesma finalidade, deve-se estender a discussão destes temas relacionados com a visualização à formação contínua de professores.

Também os autores de livros de texto de Matemática devem incluir actividades e sugerir a utilização de materiais que possam desenvolver as capacidades de visualização espacial dos alunos.

A visualização espacial encontra-se presente em muitas áreas da Matemática. É, por isso, importante investigar nessas áreas, de forma a tentar perceber qual a sua influência na aprendizagem específica de conceitos.

A Educação Matemática encontra-se perante um grande desafio. É essencial reflectir como poderão ser integradas as diferentes abordagens da disciplina de Matemática e as diversas formas de despertar o interesse dos alunos, contribuindo para o seu desenvolvimento, não só na Matemática mas como indivíduos em geral.

O trabalho com alunos do 1º ciclo foi muito gratificante e importante para a investigadora. Permiteu-lhe conhecer aspectos essenciais da aprendizagem

e do trabalho com crianças deste nível etário, que de outra forma eram difíceis de serem percebidos. Assim, recomenda-se que responsáveis pela formação inicial de professores, efectuem investigações neste ciclo, no sentido de se aprofundarem conhecimentos sobre a sua realidade.

Notas

¹O conjunto das actividades elaboradas no âmbito deste estudo encontra-se em processo de publicação pela Escola Superior de Educação de Setúbal.

Referências

- Battista, M. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47-60.
- Battista, M., Wheatley, G. & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 332-340.
- Bishop, A. (1980). Spatial abilities and mathematics education - A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.
- Bishop, A. (1983). Space and geometry. Em R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). Nova Iorque: Academic Press.
- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 7-16.
- Chaim, B., Lappan, G. & Hershkowitz, R. (1988). Spatial ability and visual factors - the many sided coin. Geometry Working Group, XII PME Conference, documento fotocopiado.
- Del Grande, J. (1987). Spatial perception and primary geometry. Em M. Lindquist & A. Shulte, (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12*, (pp. 126-135). Reston: NCTM.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37, 14-20.
- Fennema, E. & Behr, M. (1980). Individual differences and the learning of mathematics. Em R. Shumway (Ed.), *Research in Mathematics Education* (pp. 324-355). Reston: NCTM.
- Fennema, E. & Tarte, L. (1985). The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 184-206.
- Gaulin, C. (1985). The need for emphasizing various graphical representations of 3-dimensional shapes and relations. Em L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2. (pp. 53-71). Utreque, Holanda: State University of Utrecht.
- Gordo, M. F. (1993). *A visualização espacial e a aprendizagem da Geometria. Um estudo no 1º ciclo do Ensino Básico*. (Tese de mestrado, Universidade Nova de Lisboa). Lisboa: APM.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. Em P. Neshier & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.

-
- Hoffer, A. (1977). *Geometry and visualization*. Palo Alto, Califórnia: Creative Publications.
- Levin, J. (1987). *Estatística aplicada a Ciências Humanas*. S. Paulo, Brasil: Editora Harbra.
- Razel, M. & Eylon, B. (1990). Development of visual cognition: Transfer effects of the Agam Program. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 11, 459-485.
- Tartre, L. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 216-229.

Maria de Fátima Pista Calado Mendes Gordo, Escola Superior de Educação de Senúbal, Lugar de Estefanilha, 2900 SETÚBAL.

ABSTRACT. This research focuses on mathematics education and took place on a 3rd grade class of Primary School. The aim is to study spatial visualization and the relationship between its development and the construction of mathematical concepts by children. Specifically, the research had the following objectives: a) to produce and implement a proposition of intervention in order to develop skills in spatial visualization in Primary School pupils; b) to identify and analyze the effects of the implementation of this proposition in the learning of mathematics. For the methodology, several instruments were used for data collection. These data are of qualitative and quantitative nature: written reports of work sessions with children and with the class teacher; tests and worksheets solved by the children. For the data analysis two non-parametric statistic tests were used as well together with the description of the work done during the sessions. Generally, considering the research aims I was able to conclude that the pupils developed spatial visualization by solving the problems that integrated the proposition of intervention. The pupils involved in the experiment had achieved better learning of mathematical concepts.