
Artefactos culturais na aprendizagem escolar da Matemática

Madalena Pinto dos Santos
Escola Básica 2 de Caxias

Neste artigo pretendo dar conta de algumas das ideias sobre as quais me debrucei na investigação desenvolvida durante a minha tese de Mestrado a qual se centrava sobre aspectos que realçam a natureza cultural da aprendizagem escolar da Matemática. No entanto, aqui, irei dedicar-me a uma questão particular — *como se processa, nos alunos, a apropriação dos artefactos matemáticos escolares?* — enquadrando-a numa dada perspectiva da aprendizagem (aprendizagem situada) e procurando relacioná-la com uma determinada postura sobre a natureza da Matemática (um saber que reside numa comunidade). Nesta investigação assumi, metodologicamente, uma abordagem qualitativa com algumas preocupações próximas dos estudos etnográficos. Em suma, adoptei claramente um ponto de vista cultural para olhar a aprendizagem escolar da Matemática.

De início, apresento a base conceptual que enquadrou o referido trabalho dando particular atenção aos aspectos relacionados com a questão deste artigo. Em seguida, descrevo de forma muito sucinta, os pontos fundamentais da opção metodológica assumida. Num terceiro momento, dou conta de alguns resultados obtidos a partir da análise de dados com especial relevo para o que diz respeito à apropriação dos artefactos culturais. Finalmente, saliento as conclusões que me parecem mais pertinentes relativamente ao processo de apropriação, pelos alunos, desses mesmos artefactos.

Opção conceptual

No trabalho que serviu de base a este artigo, procurava compreender como é que o saber matemático dos alunos se estrutura e desenvolve na relação com as actividades vividas no contexto da aula de Matemática. Para a compreensão desse fenómeno considerei fundamentais três conceitos — Cultura, Aprendizagem e Matemática. Nesta primeira parte procuro dar conta da forma como os encarei e de como eles têm estado presentes em alguns estudos sobre a aprendizagem escolar da Matemática.

Falando de *cultura*

A cultura é um produto da vida e da actividade social do homem (Vygotsky, 1930/91, p. 40).

O conceito de cultura e o reconhecimento da natureza cultural das actividades humanas tem vindo a estar cada vez mais presente na discussão de temas educacionais, em especial com a análise e integração dos trabalhos de Vygotsky e seus seguidores. Embora seja, por eleição, o corpo de estudo da antropologia, não parece, no entanto, muito fácil apresentar uma definição satisfatória de cultura. Aliás, R. D'Andrade (1984) alerta-nos para o facto de que “tecnicamente, as ‘definições’ antropológicas de cultura não são, de facto, definições” (p. 115). Mais à frente, clarifica esta sua afirmação dizendo que as tentativas de definir cultura têm sido mais no sentido de “descrever o que se passa aí — isto é, formular proposições substantivas acerca de um aspecto do mundo humano” (p. 115). Não pretendendo apresentar uma definição de cultura parece, no entanto, importante reflectir sobre alguns aspectos deste conceito que me parecem relevantes para pensar sobre a aprendizagem escolar da Matemática.

Por exemplo, M. Rosaldo (aluna do antropólogo C. Geertz) apresenta a cultura como:

uma questão não tanto de artefactos e proposições, regras, programas esquemáticos ou crenças, mas antes de cadeias associativas e imagens que podem ser razoavelmente interligadas.(...) A sua verdade reside não em formulações explícitas dos rituais da vida diária, mas nas práticas diárias de pessoas que ao actuar têm como garantido um conceito de quem são e de como compreendem os movimentos dos seus parceiros (M. Rosaldo, citada por Bruner e outros, 1987, p. 90).

Nesta afirmação a autora realça dois aspectos importantes da noção de cultura — (i) a valorização das representações (as imagens) e da forma como é utilizado (as cadeias associativas), e (ii) a chamada de atenção para a ideia de que a cultura não está no explícito mas sim no implícito dos rituais e práticas diárias. Assumindo como fundamental a prática diária em que as pessoas se envolvem e relacionando-a com a evolução de um determinado conceito de si Rosaldo vai de encontro à posição, defendida por diversos autores, de que “cultura e mente fazem-se uma à outra” (Shweder e outros, 1993, p. 511).

Embora exista uma tendência para se olhar a cultura como algo uniforme, alguns autores procuram salientar o carácter distribuído da cultura. Assim, Cole e outros (1993) realçam que,

a cultura é necessariamente um fenómeno distribuído, pois crescendo e sendo adquirida nas interacções diárias entre as pessoas, torna impossível que duas pessoas partilhem toda a cultura do grupo a que pertencem (p. 15).

Os antropólogos que contrariam, igualmente, a uniformidade da cultura, estão a pôr em causa a ideia de que a “cultura reproduz cultura, através da socialização” (Lave, 1988, p. 14). A socialização (do ponto de vista da antropologia) está a deixar de ser encarada como o mecanismo central para a reprodução do sistema social, sendo cada vez mais aceite a ideia de que os rituais são factores formativos mais fortes para manter a ordem social ou ainda, como sugere Ortner (1984, citada por Lave, 1988), as rotinas da vida diária.

Num campo diferente do antropológico — o da psicologia que se apoia no esquema conceptual de Vygotsky — a cultura surge como um mediador, um filtro, através do qual se percebe o mundo como significativo e coerente, mas que ao mesmo tempo constrange o nosso entendimento e a nossa actuação. Para este autor, o carácter mediador da utilização das ferramentas (físicas mas também psicológicas, como a linguagem) é algo fundamental na evolução humana permitindo distinguir as funções naturais (não mediadas) das culturais (mediadas). É pelas interacções entre sujeito e objecto, mediadas por meios auxiliares (por exemplo, a linguagem), que o percurso natural do homem (enquanto animal) vai evoluindo filogenicamente para um percurso cultural de seres humanos em virtude da sua capacidade de criar, transmitir e adquirir cultura. A mediação cultural permite, assim, usufruir não só da nossa experiência mas também da dos nossos antepassados, ou no dizer de Cole e outros. (1993) “(...)a cultura é, neste sentido, história no presente.” (p. 9). Os psicólogos soviéticos (que desenvolvem trabalho com base nas ideias vygotkianas), ao discutir a cultura, dão portanto um relevo especial ao papel mediador dos

artefactos (ideais e materiais). O seu funcionamento, para a organização do comportamento, é encarado simultaneamente como ferramenta e como constrangimento. Cole (1992) recorre a ideias de Luria, Vygotsky e Geertz para explicitar o que considera ser a função básica dos artefactos — “coordenar os seres humanos com o mundo físico e uns com os outros” (p. 9) — reconhecendo que num plano ideal, os artefactos contêm (numa forma codificada) o passado que lhes deu forma, ao mesmo tempo que medeiam o presente. Conclui assim, que “as crianças aprendendo a dominar aspectos do mundo, estão a aprender a dominar-se a si próprias” (p. 11).

Assumo assim uma ideia de cultura como “conjunto de artefactos e compreensões partilhadas, que é transmitida no implícito das rotinas/rituais diários, que permite a comunicação entre as pessoas, ao mesmo tempo que medeia a sua interacção” (Santos, 1996).

Cognição e cultura. Parece, portanto, sobressair a ideia de que existe uma relação muito forte entre cognição e cultura sobre a qual vale a pena reflectir. A integração de aspectos contextuais e culturais na análise de questões cognitivas levou, por exemplo, Butterworth (1992) a dizer que se está num momento de mudança de uma forma “fria” para uma forma “quente” de pensar a cognição:

A tendência actual é de se ver a cognição como sendo tipicamente situada num contexto social e físico, e raramente descontextualizada (p. 1).

Na perspectiva das teorias cognitivistas a atenção é orientada para o estudo do interior das mentes, defendendo que as estruturas cognitivas são pré-existentes, que os conceitos só podem ser aplicados depois de adquiridos e considerando que a transferência de conhecimentos se torna tanto mais fácil quanto mais eles tenham sido adquiridos de uma forma descontextualizada.

Na psicologia materialista (que segue as ideias de Vygotsky) parte-se do contexto do comportamento e da situação social em que ele tem lugar encarando-se o desenvolvimento cognitivo como um processo de descontextualização de conceitos conseguida através das interacções sociais. É, assim, negada uma separação estrita entre o individual e o social, sendo estes encarados como elementos mutuamente constitutivos. O desenvolvimento cognitivo é tratado como um processo de adquirir cultura, pois considera-se que é através do uso das ferramentas psicológicas (linguagem e outros sistemas de sinais¹) que a criança evolui dos processos naturais, ou funções mentais elementares (como a atenção involuntária) para os processos de ordem elevada ou funções mentais elevadas (como a atenção voluntária e a memória lógica). Nesta teoria, considera-se, ainda, que o desenvolvimento cognitivo tem

início no que é público e intersubjectivo, tornando-se cada vez mais individual e privado, e seguindo a “lei genética geral do desenvolvimento cultural”.

Cada função [psicológica elevada] aparece duas vezes: primeiro, no nível social e depois no nível psicológico; primeiro *entre* as pessoas (interpsicológico) e depois *dentro* da criança (intrapicológica) (Vygotsky, 1978, p. 57).

Tal como Santos (1996) salienta, pode ler-se nesta visão de dois níveis de funcionamento algum paralelismo com aquilo a que Mead (1934) se referia quando comparava “o pensamento com uma *conversa com o outro generalizado* (itálico do autor)” (Levine e outros, 1993, p. 596) sugerindo o *pensar* como uma versão interna de um diálogo, ou revisão de ideias que ocorreria primeiro na argumentação com os outros. Esta relação entre a actividade externa e interna não é vista por Vygotsky como uma transferência ou isomorfismo de um plano para outro, mas antes como uma relação genética (ou de desenvolvimento) em que os processos externos² são transformados em processos internos através da internalização.

Actualmente, nenhuma abordagem da cognição parece negar que os factores sociais sejam parte do meio em que o homem se desenvolve. No entanto, continua a ser diferente a importância que cada uma das várias perspectivas reconhece a esses factores. Wertsch (1985) por exemplo, classifica as teorias de desenvolvimento em duas grandes categorias, conforme a integração que fazem das componentes sociais:

- fenómenos individuais vs sociais, que considera partilharem dois aspectos fundamentais — (i) os fenómenos sociais são governados por um conjunto único de princípios explicadores, e (ii) assumem que pelo menos alguns aspectos do funcionamento psicológico individual são determinados por esses fenómenos;
- a perspectiva social, que explica o desenvolvimento cognitivo pela “apropriação” dos meios mediacionais e modos de actividade socioculturais.

Da mesma forma, Schoenfeld (1992, p. 349) refere-se especificamente a duas visões da cognição, que não sendo maioritárias se encontram em amplo desenvolvimento:

- Cognição distribuída, proposta por Pea (1989, segundo Schoenfeld, 1992) — nesta perspectiva Salomon (1993) considera a existência de duas linhas: (i) uma mais radical de Pea, Cole, Engeström e Moll, que argumenta ser desadequado localizar o conhecimento *na cabeça*; defende que o saber reside na comunidade, nos artefactos e nas interacções dos indivíduos com o ambiente; propõe como unidade de análise a actividade socialmente mediada num contexto cultural; (ii) outra linha em que se integram Perkins, Salomon, Hatch e Gardner,

Brown e outros, que considera as cognições individuais e a distribuída distintas mas em interacção interdependente e dinâmica.

• **Cognição situada**, em que se integra Lave (1988) que a denomina também por cognição na prática. Os pressupostos desta perspectiva baseiam-se na convicção de que as representações mentais não são completas e que o pensamento não opera sobre abstrações mas, pelo contrário, explora as características do mundo em que cada um está inserido. Lave procura caracterizar, empírica e teoricamente, “a actividade cognitiva situacionalmente específica — o que é, e porquê” (Lave, 1988, p. 3) e utiliza uma abordagem que se foca nas actividades diárias vividas pelos indivíduos em ambientes culturalmente organizados. Por isso, nas suas pesquisas, utiliza como unidade de análise “a pessoa total em acção, actuando com os ambientes dessa actividade” (Lave, 1988, p. 17) o que de alguma forma lembra a posição de Werstch³ ao defender que se analise(m) o(s) “indivíduo(s)-actuando-com-meios-mediadores” (1991, p. 12). Lave (1988), denomina o seu projecto de “antropologia social da cognição” em virtude de considerar que “aquilo a que nós chamamos cognição é de facto um fenómeno social complexo” (p. 1).

Escola e cultura. Se a relação entre cognição e cultura já é, hoje em dia, reconhecida (embora nem sempre explicitamente) a relação que se verifica entre escola e cultura, não sendo negada, parece quase esquecida quando se discute a aprendizagem escolar. De facto, a escola é uma das organizações sociais onde se tem como intenção explícita uma transmissão cultural. A sala de aula, por seu lado, é o local onde grande parte das actividades escolares diárias dos alunos se desenrolam de uma forma que se pressupõe de acordo com os objectivos da instituição escolar, assim como com os princípios gerais da educação definidos pela sociedade em que está inserida. Como H. Arendt (1968) afirma “a função da escola (...) é ensinar aos alunos o que o mundo é” (p. 195). Mas o “que o mundo é” engloba conhecimentos, valores, artefactos, emoções, formas de pensar e de sentir, ou seja, envolve cultura. O acto de ensinar (e o de aprender) está portanto associado não só a saberes mas também a concepções, valorizando determinadas formas de pensar. Na escola, as actividades proporcionadas e a sua organização, os recursos disponibilizados, as atitudes que são reforçadas ou ignoradas, as associações e interacções de saberes que são fomentadas, reflectem e transmitem uma dada perspectiva cultural. Portanto, um(a) professor(a) mesmo quando ensina um conteúdo que pensa ser específico e objectivo, está a ensinar uma parte do que o “mundo é”, ou seja, está a participar numa “forma deliberada e intencional de *transmissão cultural* (itálico do autor)” (Bishop, 1991, p. 5).

Esta relação escola—cultura é tornada bastante clara quando Cole, em 1990,

depois de apresentar as raízes da escolaridade formal ocidental, resume em cinco pontos aquilo que considera ser “a organização especial do comportamento peculiar da escolaridade formal” (p. 96):

- Existência de uma ligação estreita entre o desenvolvimento da escolaridade e o desenvolvimento dos grandes centros urbanos.
- Existência de um meio mediacional especial, a escrita. A escrita é usada para representar não só a linguagem como também, por exemplo, a Matemática.
- Os ambientes de actividade onde decorre a escolaridade são diferentes pois foram removidos dos contextos das actividades práticas, e as capacidades que mais tarde (numa futura actividade) virão a ser os meio são, na escola, os objectivos.
- Existência de uma estrutura social própria da escolaridade, um adulto interagindo com muitas crianças em simultâneo, sem nenhum laço de parentesco com elas.
- Existência de um sistema de valores peculiar associado com a escolaridade que coloca a pessoa educada acima dos seus pares.

Na cultura ocidental, ainda hoje orientada maioritariamente por um paradigma industrial e racional, a escolaridade formal pode ser entendida como “uma parte integrante da economia política e uma das instituições principais para a socialização das crianças” (Cole, 1990, p. 97). Por um lado, temos então a escolaridade como o reflexo da cultura da sociedade em que está inserida mas, por outro lado, pode também afirmar-se que existe uma cultura da escolaridade e, por vezes, até uma cultura de uma escola. De facto, as regras e procedimentos que regulam a vida escolar acabam por proporcionar aí uma “coerência e significado às actividades diárias e às interacções” (Popkewitz, 1988, p. 222). O carácter de rotina das actividades diárias escolares suscita expectativas e mostra como esse ambiente (a escola) está estruturado para essas actividades ao mesmo tempo que as condiciona também. É por isso que Lave (1988) refere, que “os espaços de casa ou da escola, estruturados culturalmente, podem ser pensados como formas constituintes de significação” (1988, p. 183)⁴. Olhar a Escola enquanto instituição é, portanto, chamar a atenção para os padrões de conduta e os valores que a sociedade espera que orientem as práticas escolares, não esquecendo que estes estão embebidos, não só nos padrões de comportamento normalizados, mas também na linguagem que está associada a essa escolaridade.

Falando de *aprendizagem*

Os estudos tradicionais sobre a aprendizagem encaram-na como um processo que se passa no interior da mente do indivíduo que aprende, quase ignorando o mundo em que ele vive. A base conceptual destas abordagens apoia-se fortemente nas ideias da psicologia de desenvolvimento de Piaget que considerava “a aprendizagem subordinada ao desenvolvimento” (Piaget, 1967, citado por A. Davis, 1991, p. 22). Numa outra perspectiva, Vygotsky (1978) e as tradições de investigação sociogenéticas, abordam o desenvolvimento cognitivo do ser humano como um produto essencialmente sociocultural (ou histórico-cultural). Embora não negando a linha natural (ou biológica) desse desenvolvimento, dão uma ênfase bastante maior à linha cultural⁵ do processo de desenvolvimento humano. Vygotsky discute, por exemplo, como é que a mente primitiva de uma criança se transforma na mente de um homem cultural adulto, adquirindo “novas capacidades, novas formas de pensamento, lógica e novas atitudes perante o mundo” (Vygotsky e Luria, 1993, p. 168). Vê, assim, o desenvolvimento cultural da criança como uma sociogénese das “formas elevadas de comportamento”, no qual a criança não só amadurece como se “rearma”, ou seja, adquire meios culturais (a linguagem e outras ferramentas psicológicas) que — não sendo exteriores à mente mas crescendo no seu interior — acabam por criar como que uma “segunda natureza”. Constitui-se, assim, a diferença mais pronunciada entre a evolução dos seres humanos e a dos animais:

os animais são incapazes de aprenderem no sentido humano do termo; a aprendizagem humana pressupõe uma natureza social específica e um processo pelo qual a criança cresce na vida intelectual daqueles que a rodeiam (Vygotsky e Luria, 1993, p. 171).

Assim, a aprendizagem seria, fundamentalmente, um processo de realizar algo que só pode ser feito com os outros o que justifica que Bruner apresente a perspectiva vygotskiana como “um modelo de como se aprende com os outros” (1985, p. 33).

Por outro lado, embora as questões sobre a aprendizagem sejam frequentemente associadas às questões da escolaridade, diversos investigadores de áreas tão distintas como a psicologia, a antropologia e a sociologia têm procurado compreender a aprendizagem através do estudo das actividades humanas em ambientes não escolares. Podem citar-se, como exemplos, os estudos sobre: (i) a natureza da aprendizagem dentro e fora das instituições formais (Lave, 1988), (ii) as formas não institucionalizadas de aprendizagem (Rogoff, 1990), (iii) as relações entre a aprendizagem e as práticas culturais, tais como a literacia (Scribner e Cole, 1981, referidos por Cole, 1990) e a numeracia (Saxe, 1991a) e (iv) as consequências das mudanças

tecnológicas, nos ambientes de trabalho, para a aprendizagem (Engeström, 1990, citado por Säljö, 1991a, p. 180).

Embora existam diferenças importantes entre algumas abordagens da relação aprendizagem-desenvolvimento, Bauersfeld (1992) apresenta a seguinte definição como uma convicção partilhada tanto por construtivistas radicais como pelos interaccionistas sociais, sendo até visível em algumas abordagens de teorias de sistemas:

Aprender é um processo de formação da vida pessoal, um processo de adaptação interactiva a uma cultura através da participação activa (a qual também produz e desenvolve paralelamente a própria cultura), mais do que uma transmissão de normas, saber e itens objectivos (1992, p. 20).

Uma ideia semelhante já era apresentada em 1989 por Davis quando afirmava “aprende-se *tornando-se parte de uma cultura viável*” (itálico do autor, p. 146).

Parece, portanto, existir uma inter-relação das noções de aprendizagem, cultura e participação. Uma das perspectivas que encara a aprendizagem como algo estreitamente ligado ao mundo sociocultural em que se vive é a da aprendizagem situada em que se integra J. Lave. Em 1991, Lave e outros concretizam de uma forma mais explícita a sua visão da aprendizagem, defendendo que para a compreender é importante “mudar o foco analítico do indivíduo como alguém que aprende, para uma ideia de aprendizagem como participação no mundo social, e do conceito de processo cognitivo para a visão de prática social” (p. 43). Nesta perspectiva, Lave e outros (1991) consideram que deve deixar de se ver a aprendizagem como um tipo de actividade mas antes olhá-la como um aspecto de qualquer actividade.

Falando de *Matemática*

Na nossa prática diária (de cidadãos, alunos de um curso de Matemática ou professores de Matemática) vemos a Matemática habitualmente associada a algo abstracto, preciso, rigoroso, universal, cuja “verdade” se demonstra e que é aplicável. Mas pensemos no percurso do significado da palavra Matemática (e da ciência) que D’Ambrósio (1990) nos apresenta no seu vocabulário crítico: Platão, cerca de 428-347 (a. C.), utiliza-a para significar aquilo que se aprende mas, no tempo de Aristóteles, 384-322 (a. C.) já se considera como um corpo de conhecimentos lidando com números, grandezas, figuras e suas medições. D’Ambrósio mostra que aquilo que hoje se entende por Matemática é uma evolução desse corpo de conhecimento originado na Grécia, da era antes de Cristo, que incorporou e

sistematizou saberes de outras culturas mediterrâneas mais antigas, foi transmitido pelos árabes e romanos e desenvolvido na Idade Média e Renascença até atingir a forma como hoje é vivida e pensada pelos matemáticos. A sua universalização para o que se chama mundo civilizado está ligada aos processos de conquista e colonização. Ora este retrato sugere uma relação forte com a evolução da nossa civilização ocidental o que contraria a forma como a história da Matemática "(...) é escrita de um ponto de vista vitorioso" (D'Ambrósio, 1990, p. 57) e sem a dimensão social que poderia esclarecer a natureza do conhecimento matemático.

Paralelamente ao desenvolvimento de investigações (embora poucas) no que poderia ser denominada como a antropologia do saber matemático, têm também decorrido fortes discussões sobre a natureza da Matemática, como nos dá conta Pateman (1989) e Ernest (1991a). Questões como: "A Matemática é descoberta ou inventada? Como é que essa descoberta ou invenção se relaciona com a ideia de realidade?" (Pateman, 1989, p. 15) têm provocado debates tão fortes que quase me arriscaria a dizer que eles são mais uma prova de como esta ciência é um produto cultural e humano.

Diversos autores têm reflectido sobre a natureza da Matemática realçando o carácter humano da evolução desta ciência. Por exemplo, Davis e Hersh afirmavam em 1981 que,

a definição de Matemática muda. Cada geração e cada matemático na sua geração formula uma definição de acordo com o que pensa (p. 8).

Esta associação da definição da Matemática com o indivíduo, poderá ser entendida como uma visão individualista. No entanto aqueles autores estão a realçar a característica claramente humana, e portanto social, desta ciência, como se pode ver, ainda mais claramente, quando mais à frente afirmam que "a Matemática, sendo uma actividade humana (...) aproveita do génio individual, mas só se afirma com a aprovação tácita da comunidade mais vasta" (Davis e Hersh, 1981, p. 60). Salientam, assim, como uma componente importante e fundamental da definição do que é Matemática — a própria comunidade dos matemáticos. Davis reafirma, mais tarde, que "nós não criamos este saber como indivíduos, mas fazemo-lo como parte de uma comunidade de convicção" (1988, p. 12) chamando de novo a nossa atenção para características humanas muitas vezes excluída das discussões sobre a Matemática — a dos valores e das crenças. Estamos, portanto, perante uma perspectiva que encara a Matemática como uma actividade humana para a definição da qual a existência de um certo grau de consenso no seio de uma comunidade assume um papel fundamen-

tal. Numa linha, de alguma forma consonante com esta ideia, encontra-se Lerman ao afirmar que os objectos matemáticos “(...) são objectivos num sentido intersubjectivo, concordado, útil, de longa duração mas potencialmente mutáveis” (Lerman, 1994, p. 198).

Assim, diversos investigadores, tal como acontece, por exemplo, com Ernest (1991a), optam por uma perspectiva falibilista da Matemática, caracterizando esse saber como “contextualizado”, com um significado, relevância e verdade que é fruto do seu contexto cultural, social e histórico, e do consenso construído numa comunidade.

Paralelamente ao aumento da pesquisa de natureza antropológica e o desenvolvimento das discussões sobre a natureza da Matemática, um outro campo vem sendo aprofundado, o da sociologia da Matemática. Uma nova abordagem tem vindo a defender que os fundamentos da Matemática se devem procurar examinando as práticas culturais em que estão inseridas as actividades dos matemáticos. Por exemplo, Stigler e outros (1988) discordando, também, da visão da Matemática como um domínio do saber universal e formal à espera de ser descoberto, considera antes

um conjunto de representações simbólicas e procedimentos construídos para manipular essas representações. Este reportório de símbolos e procedimentos está inserido e é preservado por várias instituições e actividades culturais, incluindo a escola, o trabalho, a televisão, (...) e a comunidade dos matemáticos profissionais (p. 258).

Assim, Stigler, ao assumir a Matemática como um corpo de conhecimentos culturalmente transmitido, está a considerar que a cultura funciona como uma parte constitutiva do próprio saber matemático. Vai, por exemplo, defender que aquilo que existe de especificamente cultural na representação do número não influencia só o desenvolvimento do saber matemático mas mantém-se como parte desse conhecimento. Apresenta diversos estudos que comparando o conhecimento matemático em diferentes culturas mostraram como variam muitos dos temas da Matemática. Realça, ainda, alguns dos aspectos mais específicos em que se pode observar a influência da cultura quer na Matemática quer na sua aprendizagem, nomeadamente: (i) nas ferramentas (físicas, como por exemplo, os ábacos, a rosa dos ventos na navegação mas também para representar o tempo, assim como a linguagem e outras representações como as dos sistemas de numeração, os sistemas de fazer operações com números); (ii) nas práticas (dos membros *não escolarizados* em actividades profissionais tais como navegação e comércio; dos *escolarizados* mas em actividades da vida diária) e (iii) nas instituições (por exemplo, a escolar, que é diferente de

sociedade para sociedade).

A minha opção aqui (tal como em Santos, 1996) é encarar a “Matemática como um sistema cultural” (D’Ambrósio, 1985, p. 42) cujo saber reside na comunidade de práticos em que não incluo só os profissionais da Matemática mas também os seus utilizadores mais vastos.

A aprendizagem escolar da Matemática — A abordagem da cognição situada

Como é que se pode então encarar a aprendizagem escolar da Matemática de um ponto de vista cultural? Considerando a aprendizagem como algo inerente a toda a actividade, será pertinente clarificar que actividade é que os alunos desenvolvem nas aulas de Matemática — o contexto em que se pressupõe decorrer o ensino e a aprendizagem da Matemática dos jovens. Não podemos esquecer que esse contexto existe num espaço socialmente organizado para e pela actividade que se pretende que aí decorra — actividade escolar. Assim, as condições que são proporcionadas (a professores e a alunos) para o ensino e aprendizagem da Matemática estão relacionadas com aquilo que socialmente se reconhece como sendo as características do objecto de estudo — a Matemática — e da sua prática e não tanto com aquilo que a comunidade dos matemáticos considera ser inerente à Matemática. Parece portanto útil que se procure compreender a aprendizagem escolar da Matemática do ponto de vista da perspectiva situada da aprendizagem.

De entre os estudos empíricos desenvolvidos com esta abordagem que se debruçam sobre a aprendizagem da Matemática considero importante realçar alguns que não são especificamente da área da educação matemática mas de campos como, por exemplo, a psicologia ou até a antropologia. De facto, os resultados a que chegaram parecem suficientemente interessantes para nos ajudar a pensar sobre esta temática. É o caso de J. Lave que, com um interesse mais focado na “antropologia social da cognição” (Lave, 1988, p. 1), se tem dedicado a estudar a actividade aritmética que decorre durante as actividades diárias habituais das pessoas (as compras num supermercado, a vivência de um programa de emagrecimento, a prática num atelier de alfaiate, etc.). Por exemplo, em 1984, desenvolveu um estudo empírico sobre a actividade aritmética que tem lugar durante as usuais compras em supermercados. Lave identifica os problemas que surgem no cenário (*setting*) rotineiro das compras no supermercado e mostra como é que eles emergem à consciência do comprador enquanto pequenas modificações daquilo que ele espera encontrar. Sentindo necessidade de se adaptar a essas alterações, o comprador utiliza a aritmética para o ajudar a tomar decisões. Lave chama, no entanto, a atenção para o facto de lhe ter sido possível analisar essas práticas aritméticas em virtude de estar

a usar o que ela denomina como a “ideologia da rotina” e a estrutura complexa de escolha que existe no cenário de supermercado, o que não seria possível se tivesse optado pela “ideologia escolar”, habitualmente preocupada com os algoritmos lineares da resolução de problemas. Conclui, assim, pela importância de se “analisar tanto o contexto da actividade como a actividade em contexto” (1984, p. 93) realçando a relação dialéctica que reconhece existir entre contexto e actividade. Por outro lado, salienta ainda a importância da monitorização dos processos de resolução dos problemas para o sucesso dessa resolução. Esse controlo, no entanto, é facilitado pela própria organização do cenário do supermercado, ou seja, as formas como a informação está organizada e exposta e como proporciona meios que conduzem a uma dada organização das sequências de actividade. Esta natureza do cenário acaba por funcionar como “um instrumento de cálculo mas também dá forma à maneira como o problema é construído pelo comprador” (Lave, 1984, p. 94). Temos, assim, que:

a aritmética do *gap-closing* (a geração simultânea de problema e solução e o processo de os conjugar) (...) formam uma classe geral de processos aritméticos, cujas implicações se estendem para lá do supermercado (p. 94).

Desta forma, Lave assinala o carácter situado da cognição, ou seja, defende a ideia de que, embora a utilização de determinado conceito ou procedimento não se confine a um determinado contexto, para se compreender a sua aprendizagem é necessário que se tenha em conta o contexto e a actividade em que foi desenvolvida.

Quando, em 1993, Lave volta a debruçar-se explicitamente sobre o significado do contexto e a sua relação com a actividade, vai fazê-lo a partir da análise deste conceito sob dois pontos de vista, um deles assumido pela teoria da actividade e o outro pela teoria social fenomenológica. Embora as duas perspectivas assumam um papel fundamental para os intervenientes na actividade, elas distinguem-se na sua concepção acerca das relações que constituem o contexto. Assim, enquanto a teoria da actividade defende que, “a relação teórica central é constituída historicamente entre as pessoas envolvidas na actividade socioculturalmente construída e o mundo com o qual elas estão envolvidas”, para a perspectiva fenomenológica o que é central é “a relação intersubjectiva entre os co-participantes na interacção social” (Lave, 1993, p. 17). Na teoria da actividade os efeitos das estruturas sociais, embora com um peso histórico reconhecido, não são vistos com um carácter totalmente determinante. Por outro lado, essa abordagem assume uma natureza relacional para o significado, uma vez que o entende como constituído nas relações entre os sistemas de actividades e as pessoas-em-ação. É esta a opção de Engeström (1993) ao

identificar contexto com sistema de actividade uma vez que “se integra nos sistemas de actividade, o sujeito, o objecto e os instrumentos (ferramentas materiais assim como sinais e símbolos) num todo unificado” (Engeström, 1993, p. 67). Para as teorias fenomenológicas as situações não são construídas historicamente. De uma forma análoga à da discriminação figura-fundo, as situações surgem enquanto as pessoas “se organizam para atingir e dar significado aos aspectos figurativos contra o fundo da interacção social” (Lave, 1993, p. 19). É com base em semelhanças e diferenças como as que aqui expus que Lave (1993) sumaria, da seguinte forma, o que estas duas correntes exploram: “como é que as pessoas vivem na *história*, e como é que as pessoas *vivem* na história” (itálicos da autora) (p. 21). Ao colocar a ênfase (através da escrita a itálico) ora na história ora no viver, Lave está a salientar o que cada uma das abordagens traz de mais importante para a discussão do contexto o que a leva a concluir que o próximo passo será a reformulação do problema do contexto. Ou seja, em vez de tentar identificar a relação constitutiva entre as pessoas-em-acção e os contextos, considera que, agora, talvez seja importante saber “quais as relações entre as práticas locais que contextualizam as formas como as pessoas actuam em conjunto, tanto dentro dos contextos como entre eles” (1993, p. 22).

Embora os trabalhos de Lave se tenham debruçado fundamentalmente sobre a prática de adultos, algumas das suas ideias têm ajudado a colocar questões que são úteis para pensar sobre a aprendizagem escolar dos jovens. É o caso, por exemplo de Schoenfeld, um dos autores que na Educação Matemática se debruça sobre a aprendizagem. Embora muito preocupado inicialmente com os aspectos cognitivos e individuais dessa aprendizagem (nomeadamente com a metacognição) foi estando cada vez mais atento ao que se relacionava com o envolvimento social e cultural dessa aprendizagem. Num artigo de 1992, chega a assumir que uma das questões fundamentais que se colocam, agora, à comunidade da Educação Matemática é compreender melhor como é que se adquire um “ponto de vista matemático”, ou seja, tem de se dedicar ao “estudo da enculturação” (1992, p. 363). Num dos seus escritos — “Ideas in the air: speculations on small group learning on cognition, and epistemology” — é bastante perceptível esta evolução da sua linha de pensamento sobre a aprendizagem. Aí ele propõe-se “examinar os papéis de interacção em pequenos grupos e das influências culturais no moldar da aprendizagem dos indivíduos” (1989b, p. 71) dando-nos conta, em simultâneo, de como ele próprio ia evoluindo na interacção com os seus parceiros de investigação com quem reflectia sobre os dados da investigação em curso. A orientação deste trabalho decorreu dos resultados que Schoenfeld tinha vindo a obter ao longo dos vários anos em que procurou compreender a forma como os alunos percebiam e sentiam a Matemática

através das suas aprendizagens escolares. Das investigações anteriores concluiu, por exemplo, que os alunos: (i) encaram a Matemática escolar como um corpo formal de conhecimentos que não tem nada a ver com a solução dos problemas do mundo real; (ii) acreditam que os problemas matemáticos se resolvem em menos de 10 minutos e quando não são capazes de o fazer nesse período de tempo desistem; (iii) envolvem-se na resolução dos problemas procurando executar imediatamente qualquer coisa, sem terem ainda compreendido o problema, sem o planificarem e sem se preocuparem em verificar os resultados obtidos; (iv) consideram que “aprender Matemática é sobretudo memorizar uma série de regras” (1989a, p. 344) o que exige, portanto, muita prática. Schoenfeld em 1992 relaciona estas atitudes e crenças com a forma como a Matemática tem sido ensinada: “algo que os especialistas sabem ser verdade, mais do que um processo de investigação científica (o que os matemáticos dizem ser)” (Lave, 1990, p. 320) e, portanto, sem nenhuma relação com aquilo que é a prática dos matemáticos profissionais.

Säljö é outro estudioso que tem vindo, consistentemente, a desenvolver trabalho dentro da perspectiva da cognição e aprendizagem situada (e na linha do Laboratory of Comparative Human Cognition em que Lave também trabalhou). Em 1987, Säljö apresenta um estudo experimental com que pretende “contribuir para a compreensão da determinação contextual das actividades cognitivas” (1987, p. 233). Mais especificamente, debruça-se sobre a forma como 207 alunos (de doze anos de idade) definiam e lidavam com as tarefas cognitivas em situações de carácter pedagógico (pelo menos aos olhos dos alunos). Para tal propôs-lhes tarefas em que o problema apresentado e as premissas que eram estabelecidas por meios “externos” (cabeçalhos e instruções) estavam em conflito. Pretendia ver se os alunos resolviam o conflito optando pela “lógica interna” ou se, pelo contrário, funcionavam como nas aulas (em que lhes são dadas instruções orais e se apresentam cabeçalhos às questões) recorrendo às pistas do próprio texto. Uma das conclusões obtidas neste estudo foi a de que os alunos, ao resolverem problemas, aprendem de tal maneira a confiar em pistas contextuais que ignoram a lógica interna da própria tarefa. Ou seja, essas pistas contextuais funcionam como recursos estruturantes⁶ da sua actividade.

Um outro investigador da educação matemática, Sayeki, propõe-se estudar “o papel dos artefactos cognitivos no pensamento matemático” (Sayeki e outros, 1991, p. 230) utilizando como base teórica o conceito de mediação de Vygotsky e a noção de recurso estruturante de Lave. Considera que o papel dos recursos estruturantes tem sido estudado essencialmente nas práticas aritméticas que se relacionam, de alguma forma, com as práticas levadas a cabo em actividades diárias. Procurou, então, fazê-lo para o cálculo da área do paralelogramo a que “aparentemente não

corresponde a manipulação de objectos concretos em situações da vida diária” (1991, p. 230). Para o ensino da área do paralelogramo, não utilizou o método habitual nas escolas japonesas (e também nas portuguesas) em que, recortando um paralelogramo de papel, é possível transformá-lo, num rectângulo. Pelo contrário, optou pelo método de Cavalieri (um dos precursores do cálculo integral de Leibnitz) e que se resume na utilização de uma pilha de cartões (teoricamente infinitamente finos) — o recurso estruturante — que pode representar, simultaneamente, a área e o volume. Com esta experiência Sayeki chama a atenção para o facto de que os alunos podem compreender melhor a natureza dos conceitos matemáticos se for utilizada uma mediação adequada podendo, portanto, funcionar como oposição à ideia frequente nos alunos de que “a verdade só é conhecida pelo professor e nós devemos simplesmente seguir o que o professor nos diz para fazer” (1991, p. 241).

Saxe é um autor que tem desenvolvido bastante trabalho com o objectivo de compreender a relação entre as aprendizagens matemáticas feitas na escola e fora da escola, mas numa perspectiva de desenvolvimento, embora relacionada com as abordagens vygotskiana e situada. O que ele salienta como mais pobre nestas duas abordagens é a falta de estudos do ponto de vista do desenvolvimento, ou seja, o facto de não se encontrarem “análises do carácter das mudanças das formas cognitivas enquanto formas interligadas com a alteração nas actividades das pessoas dirigidas para um objectivo” (1991, p. 12). O interesse deste autor tem-se focado assim essencialmente neste aspecto — “a análise do processo de enculturação que acontece enquanto as compreensões da criança se interligam com as capacidades cognitivas atingidas e as práticas nos seus grupos sociais” (1991, p. 13). Começou por investigar (Saxe, 1982) as formas de pensamento aritmético dos habitantes num grupo da Papua Nova Guiné (com um sistema de contagem diferente do nosso e em actividades que os confrontam com outro sistema). Posteriormente (Saxe, 1991) analisou o pensamento aritmético que era desenvolvido durante a prática da venda de guloseimas nas ruas do Brasil (num período de mudança da moeda) por grupos de crianças e adolescentes. A partir destes dois projectos, Saxe elaborou um esquema de análise que depois vai utilizar para compreender a instrução matemática em ambientes escolares dos Estados Unidos da América (o projecto em que actualmente está envolvido). Uma das riquezas do trabalho desenvolvido até agora por Saxe (em termos da aprendizagem escolar da Matemática) parece-me residir no seu esquema de análise que nos permite relacionar as aprendizagens com as actividades e os ambientes social e culturalmente organizados em que elas decorrem.

A abordagem situada da aprendizagem tem sido utilizada maioritariamente para estudar o que se passa em ambientes não escolares ou para comparar os escolares e

os não escolares. No entanto, daqueles que se têm debruçado sobre a escola e, em particular, sobre a aprendizagem matemática escolar podemos afirmar que as questões mais investigadas dizem respeito à análise: (i) do papel das ferramentas e artefactos mediacionais; (ii) dos contextos da prática matemática; (iii) dos alunos ou classes enquanto comunidades de prática; (iv) da actividade enquanto socialmente situada; (v) do papel dos recursos estruturantes envolvidos nessas actividades. Por outro lado, é também saliente a ligação estreita desta linha de trabalho à abordagem vygotskiana e às perspectivas etnometodológicas.

Opção metodológica

Nesta segunda parte procuro, de uma forma sintética, pôr o leitor a par dos elementos fundamentais da opção metodológica feita no estudo que serviu de base a este artigo. A questão em estudo e a abordagem teórica de base, apontavam para a necessidade de ser ultrapassada a tendência de procura de relações causais. Winegar e Valsiner (1992) apoiam a ideia de que,

para alguns processos dinâmicos (...) as descrições interpretativas podem funcionar como explicações, [e] estas abordagens não se confrontam com o problema de como reintegrar causa e efeito; as duas nunca se encontram totalmente separadas (p. 260).

Segundo estes autores, nas abordagens interpretativas, o que é explicado e o que é usado para explicação não ficam completamente distintos, ou seja, o fenómeno e a teoria com a qual se reflecte e se discute esse fenómeno estão intimamente ligados. A minha curiosidade pela questão inicial colocada foi dando origem a diversas facetas do trabalho. Assim, a recolha de dados foi dando corpo a uma reflexão mais profunda sobre o fenómeno, ou seja, a recolha funcionou como “pretexto” para procurar teoria, mas esta ia também contribuindo para novas perspectivas no meu olhar sobre a realidade. A necessidade de aprofundar alguns conceitos teóricos fazia-me despertar para determinados aspectos da realidade e portanto, acabava por me fazer questionar mais profundamente o fenómeno em estudo — como é que o saber matemático escolar se estrutura e desenvolve — contribuindo para a sua melhor compreensão. Desta forma, conceitos como artefacto e recurso estruturante não foram aprofundados previamente à recolha e análise dos dados mas sim durante essa mesma fase. São um exemplo de alguns dos aspectos teóricos que devido à interacção constante entre teoria e fenómeno, ou seja, entre recolha e reflexão sobre o fenómeno (análise) emergem como importantes para a compreensão do fenómeno

em estudo. Assim, para além de descrever e justificar essa opção apresento igualmente uma breve caracterização desses dois conceitos.

Breve caracterização

O problema colocado inicialmente e as opções conceptuais em que me baseei justificaram a existência, na abordagem metodológica, de preocupações em alguns aspectos semelhantes às que são habituais nas investigações etnográficas. Procurar estar atenta não só ao que as pessoas dizem, mas também à forma como actuam e aos artefactos que usam, são algumas das características que Spradley (1979) considera necessárias num estudo etnográfico. Da mesma forma, procurar compreender o ponto de vista dos alunos e tentar que a investigação se desenrole em íntima relação com o cenário natural do fenómeno, são aspectos que Ball (1993) reconhece como importantes em etnografia.

Existem ainda outros traços neste trabalho, que sugerem a possibilidade de o enquadrar nas abordagens etnográficas. Estão neste caso, a procura de padrões de comportamento e de pensamento, assim como a utilização de acontecimentos-chave, para focar a análise de determinados aspectos culturais do processo em estudo. Tal como Fetterman (1989) refere,

os etnógrafos procuram padrões de pensamento e acção em situações variadas e com actores diferentes. (...) Procurar padrões é uma forma de análise. (...) Alguns [acontecimentos chave] dizem mais acerca de uma cultura do que outros, mas todos proporcionam um foco para análise (p. 92 e 93).

No entanto, outros aspectos da metodologia seguida, apontam para algumas diferenças daquilo que se pode classificar como um estudo etnográfico, aproximando-a da abordagem denominada por interacção simbólica. A existência de traços comuns entre estas duas abordagens (a etnografia e a interacção simbólica) é aliás realçada por diversos autores de que Spradley (1980, citado por R. Bogdan e S. Biklen, 1994) é um exemplo, ao salientar que “o conceito de cultura enquanto conhecimento adquirido tem muito de comum com a interacção simbólica” (1994, p. 60). Da mesma forma, D. Hustler e G. Payne (1985), ao apresentarem e discutirem a análise etnográfica do diálogo (enquanto abordagem da conversa da sala de aula), comparam a etnografia e a interacção simbólica, distinguindo-as pela forma como cada uma delas encara a análise do diálogo.

Para a interacção simbólica, o diálogo é utilizado para dar acesso, aos investigadores, aos

significados e padrões de interacção dos sujeitos, está relacionada com o desenvolvimento de modelos desses significados a partir, muitas vezes, de outras fontes de informação para lá da fala, e é apresentada para ilustrar e documentar esses significados e padrões de interacção (p. 267).

No presente estudo, procurei significados e padrões de interacção não só através da análise da fala dos sujeitos, mas também através da observação das suas práticas, interacções e relações com os artefactos.

Onde e com quem

A natureza do problema em investigação, assim como as questões a que pretendia responder, levaram-me a considerar como objecto de análise a actividade dos alunos na sala de aula de Matemática, tendo por base o dia-a-dia “normal” de uma determinada turma com o seu professor. Assim, para realizar este estudo acompanhei a prática matemática escolar vivida por uma turma do 8º ano, de uma escola secundária oficial de Lisboa — 28 alunos e um professor de Matemática — a quem foi solicitado que permitissem a “invasão” das suas aulas num determinado período de tempo. Assim, eu, professora de Matemática no papel de investigadora como observadora participante, acompanhada de algum aparato técnico de registo de dados, partilhei a vida diária destes alunos e professor. Observei durante três semanas, no início do 3º período, todas as aulas de Matemática da turma.

A Escola em que decorriam as aulas (regime duplo, 3º ciclo e secundário) é de construção relativamente recente (cerca de 15 anos) situada em Lisboa e apresenta-se em bom estado de conservação enquadrando-se no conjunto de escolas cuja estrutura de construção se baseia em pavilhões definitivos. Não existia uma sala própria para cada turma, para uma disciplina ou professor pelo que alunos e professor tinham de mudar de sala em cada um dos tempos lectivos. A escola tinha uma sala equipada com computadores mas a que era difícil recorrer de uma forma assídua e continuada. As salas em que decorriam as aulas de Matemática da turma observada eram muito semelhantes entre si, no primeiro andar dos pavilhões e com bastante luz. O material existente era também semelhante: mesas para cada dois alunos, cadeiras, uma secretária para o professor, e um quadro.

A turma em observação era constituída por 28 alunos, relativamente homogénea em termos de idades (à volta dos 13 e 14 anos, a idade “normal” de frequência do 8º ano) e sem grandes disparidades de aproveitamento em Matemática, embora com alguns alunos considerados (pelo professor) como sendo mais “fracos e outros com maior facilidade”. Era uma turma com que o professor achava agradável trabalhar,

embora bastante viva e podendo-se, até classificar de algo “barulhenta”. No entanto, essa sensação de agitação que, à primeira vista, poderia ser considerada perturbadora era, essencialmente, devida à liberdade de movimentação e diálogo da dinâmica permitida e promovida pelo professor e resultante da existência, por parte dos alunos, de trabalho e discussão efectivas sobre o que faziam.

Concentrei as minhas observações em dois pares de alunos — dois rapazes e duas raparigas — mas abrangendo também os colegas com que eles trabalhavam nas aulas em que funcionavam em grupo. No entanto, na análise, foquei-me nos dados relativos aos dois rapazes uma vez que com o registo vídeo tinha obtido uma maior riqueza de informação sobre sua actividade. Estes dois alunos são colegas desde o primeiro ciclo e sentavam-se na mesma mesa (na fila mais afastada da secretária). Quando trabalhavam em grupo não escolhiam deliberadamente os colegas, pelo que era variável a constituição do grupo mais alargado em que podiam funcionar. Algumas das aulas observadas decorreram em trabalho de grupo, com os dois alunos a trabalhar sempre com o mesmo colega, formando assim, um grupo com três elementos. Aceitaram com facilidade, alguma curiosidade e até uma ponta de orgulho serem objecto de uma observação mais intensa.

A recolha de dados

A recolha de dados da vivência diária da turma foi feita em situações diversificadas de aula de Matemática, surgidas ao longo do desenvolvimento do trabalho numa unidade temática e início de outra (12 aulas). Foram utilizadas as seguintes técnicas de recolha de dados: (i) observação presencial, (ii) gravação vídeo de sessões de trabalho de um grupo de alunos e duas aulas de um outro grupo, (iii) gravação sonora de sessões de trabalho de um grupo de alunos, (iv) gravação sonora do discurso do professor, (v) recolha de elementos escritos produzidos pelos alunos no âmbito das actividades e (vi) entrevistas ao professor e aos alunos observados.

A análise de dados

Para este estudo a unidade de análise foi “(...) a actividade da pessoa-actuando num cenário” (p. 177) tal como Lave (1988) propõe. Prossegui uma via indutiva, típica dos trabalhos de investigação centrados no fenómeno e que procuram utilizar os dados como instâncias para discussão do aprofundamento teórico que vai sendo realizado. Uma primeira forma de análise (para lá daquela que decorreu em paralelo com a recolha de dados) foi sendo feita à medida que transcrevia os registos das observações das aulas para texto. Após uma pesquisa sobre ferramentas de análise

conceptual optei pela abordagem metodológica utilizada e descrita por Saxe (1991) — cujo objectivo central é “compreender as relações intrínsecas entre os objectivos individuais e a vida social que orientam os indivíduos na apropriação e a especialização de formas ligadas à sua participação social” (p. 15). Considerei que esta abordagem ia ao encontro e permitia encontrar charmeiras entre conceitos previamente aprofundados, ajudando a dar sentido às primeiras interpretações.

O esquema conceptual que Saxe propõe é composto por três componentes analíticas, cada uma delas com as seguintes preocupações: (i) os objectivos emergentes da participação em práticas culturais; (ii) o tipo de formas e funções cognitivas que os indivíduos constroem para atingirem esses objectivos ligados à prática; e (iii) a inter-relação das várias formas cognitivas que as crianças estruturam através das diferentes práticas culturais⁷.

No estudo a que me propus centrei-me unicamente em três parâmetros da sua primeira componente, que irei descrever muito brevemente.

Objectivos emergentes da prática. Para Saxe os objectivos são:

fenómenos emergentes, que mudam e tomam novas formas conforme os indivíduos usam o seu conhecimento e capacidades sozinhos ou na interacção com os outros para organizar os seus contextos imediatos (1991, p. 17).

Para se identificar os objectivos das actividades culturais dos indivíduos, Saxe (1991) considera necessário “uma análise *in situ* dos objectivos que emergem da participação na prática e (...) o desafio é a produção de uma etnografia da prática” (p. 21), focando-se tanto na (i) estrutura geral dos objectivos, como no carácter dos objectivos emergentes que está ligado aos processos socioculturais, tais como, (ii) as interacções sociais e (iii) as convenções e os artefactos culturais. Para tal, salienta a necessidade de se proceder a observações sistemáticas da participação dos indivíduos nas suas práticas. Reconhece ainda como necessário o conhecimento de indivíduos com diferentes níveis de domínio da prática para determinar em que medida é que as suas (iv) compreensões prévias podem estar implicadas no carácter desses objectivos emergentes. Estes são, então, os quatro parâmetros que Saxe propõe para a análise dos objectivos ligados à prática.

A estrutura dos objectivos de uma prática cultural consiste nas tarefas gerais que devem ser levadas a cabo no âmbito da participação numa prática, estando esta intimamente relacionada com determinados motivos. Assim, uma tarefa — por exemplo, o cálculo de um troco — que será natural numa troca comercial verdadeira (com os motivos próprios dessa actividade profissional) quando pensada como

tarefa a propor aos alunos num contexto de aula de Matemática (com outros motivos que lhe estão associados) será entendida como enquadrada num outro tipo de actividade (escolar) e fará, possivelmente, emergir outro tipo de objectivos matemáticos.

As interacções sociais que se verificam entre os participantes num determinada prática podem também influenciar os objectivos a que os indivíduos procuram responder.

As convenções e os artefactos culturais também interferem na emergência dos objectivos matemáticos de uma prática. Todos nós temos consciência dos constrangimentos mas também das potencialidades do uso, por exemplo, de um determinado algoritmo para o cálculo, ou de um determinado sistema de numeração. Da mesma forma, cada prática tem as suas convenções e artefactos próprios que servem de apoio mas que também condicionam os objectivos que se podem atingir com eles. Por exemplo, numa resolução geométrica o rigor a que nos propomos pode depender da graduação da régua a utilizar, assim como o método que escolhemos para resolver um problema pode ser condicionado pelo domínio que temos da utilização de um compasso. Os objectivos matemáticos que emergem na utilização de recursos diversificados, como por exemplo, uma calculadora, uma folha de cálculo ou, meramente, o papel e o lápis para a resolução de um mesmo problema são igualmente diversos, permitindo diferentes aprofundamentos e fazendo apelo a conceitos também diferentes.

Artefacto e recurso estruturante. Tal como referi no início desta segunda parte o conceito de artefacto mostrou-se relevante para a compreensão da aprendizagem matemática escolar dos alunos observados. Foi, portanto, necessário clarificá-lo em termos que fossem consistentes com a nossa cultura matemática. Para tal, pareceu útil conhecer a definição de artefacto dada pelos antropólogos: “qualquer objecto construído conscientemente pelo homem para ser usado pelo homem” (M. Titiev, 1959/69, p. 388). O reconhecimento da sua utilidade para o estudo do homem é evidenciado pelo interesse dos antropólogos culturais “em compreender como, quando, onde e porquê eles entraram em uso, quais os métodos de manufactura e os modos como são utilizados” (p. 84). Esta noção de artefacto enquanto objecto físico parece, de alguma forma, restrictiva no que diz respeito à Matemática mas realça o aspecto de que os artefactos são construídos pelo homem para um determinado fim. Assim, está de acordo com a perspectiva epistemológica com que neste trabalho é encarada a Matemática. Saxe (1991), por seu lado, assume os artefactos como “produtos históricos [que] podem ser conceptuais (por exemplo, os conceitos científicos) formas simbólicas (por exemplo, os sistemas de numeração) ou materi-

ais (por exemplo, as ferramentas)” (p. 4). Destas duas ideias à volta do conceito de artefacto parece possível afirmar-se que, além das réguas, compassos e calculadoras, também os objectos matemáticos podem ser pensados enquanto artefactos. E qual será o papel dos artefactos na relação entre pessoa e situação? Será interessante reflectir na forma como Snow (1994) coloca a ideia de artefacto — um *interface* entre ambientes internos (pessoas em acção) e externos (a situação). Ora isto implica, tal como Matos e Santos (1995) salientam, o carácter situado dos artefactos uma vez que se reflectem na harmonia entre “o indivíduo particular e as exigências e oportunidades particulares da situação vivida residindo, portanto, na união da pessoa em situação e não apenas na mente” (Sternberg e Wagner, 1994, p. 31). Um outro autor que pode ajudar a pensar sobre a importância dos artefactos no desenvolvimento do indivíduo é Vygotsky. Segundo ele, para compreender como é que as crianças ganham controlo sobre as interacções num dado contexto, é necessário perceber como se apropriam de artefactos socioculturais e de outras formas de apoio (tais como a ajuda do outro, os conceitos científicos) para mediar a sua interacção com o ambiente. A apropriação de artefactos culturais tenderá assim a criar uma ligação intrínseca entre desenvolvimento cognitivo e cultura.

Um outro conceito que foi assumindo maior pertinência ao longo da análise do processo de apropriação dos artefactos culturais na prática matemática escolar foi o de recurso estruturante (Lave, 1988). Uma das ideias que J. Lave introduz ao analisar a prática social — por forma a evitar que tal seja feito de um modo fechado — é a de considerar que essa análise se refere à ordem sociocultural implicada nos recursos estruturantes que dão e adquirem forma, a partir das pessoas-em-acção, da actividade e do contexto (Lave, 1988). É com esta perspectiva que, ainda em 1988, descreve e analisa a actividade matemática observada em algumas experiências e afirma que essa actividade parece “derivar de recursos estruturantes articulados de formas diversificadas” (p. 114). Ao falar de recurso estruturante, Lave está a falar de algo — actividade, pessoa, objectos — que pode auxiliar a estruturação de uma determinado processo dando, e adquirindo ao mesmo tempo, forma a partir das pessoas em acção, da actividade e do contexto. Vejamos, num exemplo muito simples, como é que Lave encara esta estruturação mútua. Duas actividades podem dar forma uma à outra como, por exemplo, ler um livro e ver televisão. O processo de leitura adquirirá forma e será organizado pelo nosso interesse num determinado programa televisivo, ao mesmo tempo que a nossa atenção a esse programa será maior ou menor conforme o nosso interesse numa parte especial da leitura do livro. As duas actividades funcionam como recursos estruturantes uma para a outra, embora com forças diferentes em momentos diferentes. Da mesma forma, as questões que são introduzidas

nas propostas de trabalho que os professores colocam aos alunos, ajudam a dar forma à abordagem que eles fazem do problema funcionando como recursos estruturantes da sua resolução. Assim, aquilo que pode ser, para o professor um artefacto matemático (um método, um conceito) pode não o ser imediatamente para o aluno.

Resultados

Os dados recolhidos foram analisados com o objectivo de compreender como é que o conhecimento matemático dos alunos se estrutura e desenvolve durante a sua prática matemática escolar. Para tal, seguindo o esquema de análise já anteriormente apresentado, procurei: (i) identificar a estrutura da prática escolar da Matemática, assim como os motivos presentes nessa prática; (ii) salientar o papel das interacções sociais entre os diversos intervenientes; (iii) compreender o processo de apropriação dos artefactos matemáticos escolares que tem lugar nessa prática. Através da análise de dados realizada à luz dos fundamentos teóricos do estudo, foi possível então identificar os principais objectivos matemáticos que emergiam na prática dos alunos observados durante as aulas de Matemática. Os três parâmetros referidos foram analisados separadamente mas, como foi realçado na fundamentação teórica, eles não são vistos como distintos e independentes uns dos outros. Aliás, a interligação dos dois primeiros motivou, por exemplo, que tivessem sido discutidos em conjunto. No âmbito deste artigo pretendo chamar a atenção e discutir, essencialmente, os resultados relativos ao terceiro parâmetro — o processo de apropriação dos artefactos matemáticos escolares. No entanto, farei uma apresentação breve dos resultados sobre a estrutura da prática e as interacções sociais de forma a tornar mais claro para o leitor o contexto das aulas⁸.

Estrutura da prática e interacções sociais

A estrutura da prática matemática vivida na aula de Matemática tem por base motivos de natureza principalmente institucional e escolar, ou seja, é marcada por elementos característicos do espaço institucional — escola — em que tem lugar. Aulas de cinquenta minutos, umas após outras, com a correspondente mudança hora após hora de disciplina curricular, de sala e de professor, conduzem a uma necessidade de ajuste de comportamentos (tanto no professor como nos alunos) que condiciona a *parte inicial das aulas*. Nestes momentos, as interacções entre os alunos assumem, por vezes, um carácter contraditório. Podem observar-se atitudes de grande cumplicidade (perante o professor) e cooperação (partilha de recursos) entre

eles mas, também, situações de conflito relacionadas com a mesma partilha dos recursos e com o clima geral da aula (em momentos de discussão entre professor e alunos sobre o comportamento). Por outro lado, os alunos recorrem ao professor com muita frequência mostrando-se ainda pouco concentrados nas tarefas escolares propostas e pouco autónomos em relação à referência institucional que é a figura do professor. O professor, nesta primeira parte da aula, também manifesta explicitamente as suas preocupações institucionais (relativas à disciplina e ao ritmo de trabalho).

Na *segunda parte da aula* encontra-se um clima geral de trabalho em que as acções se desenvolvem com o objectivo principal de serem resolvidos os problemas propostos pelo professor. Os alunos mostram-se mais autónomos, ou seja, recorrem ao professor depois de algum trabalho entre eles revelando, portanto, maior especificidade nos apelos que lhe fazem. Embora a actividade dos alunos ainda seja marcada por motivos essencialmente escolares, reconhecem-se algumas diferenças nos seus objectivos consoante esses motivos têm um carácter mais social ou mais individual. Assim, encontram-se alunos que se preocupam fundamentalmente com a execução das tarefas, enquanto outros se revelam bastante interessados em compreender o que fazem; para uns a interacção com os colegas é um recurso fundamental do pensamento mas outros procuram-na para aspectos mais específicos (confirmar dados, comparar resoluções, pedir ajuda ou esclarecer dúvidas). Da mesma forma, embora continue presente entre os alunos um clima global de cooperação (partilha de recursos, ideias e informações), as interacções entre eles revelam uma preocupação de aferir processos e resultados mas também de verificar o seu posicionamento (do aluno individual ou do grupo) em relação aos outros (estou muito atrasado ou vou à frente?; ainda sou o seu parceiro preferido ou estou a ser substituído?). Das interacções entre os alunos com necessidades diferentes resulta frequentemente uma reorientação dos seus objectivos. É assim que alunos preocupados com a compreensão *contaminam* os colegas ao questionarem os seus processos e decisões, enquanto são pressionados por estes para assumirem um sentido mais pragmático nas resoluções.

É ainda nesta segunda parte da aula, que se observam situações de interacção que conduzem a uma construção consensual e intersubjectiva de um saber enquanto “interpretação individual num *background* partilhado” (Winograd e Flores, citados por Clancey, 1994, p. 200), pelo menos entre os alunos que têm algumas afinidades. Por exemplo, procuram discutir no grupo, ou com os colegas a quem reconhecem um dado estatuto (no saber matemático), as interpretações das situações e as razões que os levam a escolher uma determinada abordagem; observam e participam em discussões de outros colegas (ou grupos), alargando assim o seu espaço de interacção

habitual; procuram comparar resoluções entre si, assumindo-as como correctas se são idênticas. Pode encontrar-se aqui como que uma construção de saber numa comunidade de prática escolar, através da participação mas também das interacções (entre os elementos dessa comunidade) centradas essencialmente nas discussões sobre as tarefas — neste contexto, o papel mediador está na tarefa e não no professor.

O papel do professor, nesta segunda parte da aula, também apresenta algumas diferenças do início da aula. Assim, vai-se preocupando cada vez menos com a manutenção de uma *ordem* adequada à situação de aula, embora manifeste ainda alguma necessidade de implementar um ritmo de trabalho apropriado para o cumprimento do programa. No entanto, esta marcação do ritmo de trabalho também evidencia a sua preocupação com o que ele considera fundamental num ambiente de aprendizagem de Matemática. Ou seja, revela a sua convicção de que os alunos “precisam de resolver problemas” para apreenderem um determinado sentido matemático, precisam de actuar para compreenderem. O seu diálogo com eles procura, por isso, centrar-se na interpretação das situações e nos processos de resolução que decorrem da iniciativa dos alunos, ao mesmo tempo que os vai introduzindo nalguns aspectos da cultura matemática.

No final da aula, no final do tempo lectivo — de que os alunos dão conta quando toca a campainha a assinalar o fim dos 50 minutos — vários alunos procuram aferir os resultados obtidos na resolução dos problemas ou, pelo menos, verificar se desenvolveram a mesma quantidade de trabalho que os colegas, ou seja se não ficaram com muito trabalho por fazer, relativamente ao que o professor tinha proposto para a aula. A prática de aferir os resultados e processos com os colegas é aliás frequente em diferentes momentos das aulas, tal como veremos mais adiante.

Artefactos culturais da Matemática

No trabalho que serviu de base a este artigo foram descritos e analisados em detalhe três exemplos da utilização que os alunos fizeram dos artefactos culturais da Matemática (mediatriz, ampliação e teorema de Pitágoras) assim como dos artefactos escolares (compasso, régua, calculadora, caderno, livro). Dessa análise, sobressaiu um percurso de utilização dos artefactos matemáticos que denominei por “processo de apropriação”. Neste processo, a estrutura da tarefa proposta, as intervenções do professor e as interacções com os colegas jogaram um papel primordial. Analisando as relações entre os diversos elementos, procurei identificar aquilo que proporcionava a transformação de um recurso estruturante em artefacto (matemático) e a forma como um ajuda ao desenvolvimento do outro. Os três casos de que foi feita a descrição analítica foram observados ao longo de várias aulas em

que o tema matemático em estudo era a noção de lugar geométrico (mediatriz e circunferência).

Procurei salientar a forma como os alunos se apropriaram dos artefactos matemáticos introduzidos pelo professor (cuja abordagem faz parte do currículo escolar) e quais as inter-relações com a prática proporcionada nesta comunidade escolar. Da análise dos três percursos foi percebido que os alunos atravessavam como que três fases na resolução das tarefas propostas pelo professor (vistas pelos alunos como problemas). Na primeira fase — início — é feita uma leitura rápida do enunciado do problema e começam a procurar resolvê-lo de uma forma também muito rápida. Na segunda fase — desenvolvimento — existe bastante trabalho e discussão, voltam a ler o texto várias vezes, por vezes discutem entre si, procuram ajuda nos colegas ou professor, avançam na procura de uma resolução consensual e com sentido. Na última fase — legitimação — procuram essencialmente comparar (entre si e com colegas em quem confiam) os resultados ou os processos.

E como é que os alunos lidam com os artefactos matemáticos durante estas fases? De forma a tornar este aspecto mais compreensível para o leitor apresento, brevemente, a descrição analítica de um episódio passado na mesa de trabalho dos dois alunos observados no estudo (Tomé e Filipe) embora centrada na actividade do Tomé.

Episódio. O professor dita o enunciado do seguinte problema que constitui a primeira tarefa da aula:

Marcar três pontos. Haverá alguma circunferência que passe por esses três pontos?

O professor vai chamando a atenção para o facto de os três pontos serem colocados ao acaso. Os alunos estão a trabalhar individualmente mas com total liberdade de diálogo e movimentação entre si. O Tomé marca no caderno os três pontos e depois vai abrir o compasso enquanto observa os pontos. Faz duas tentativas para encontrar um local, no interior dos 3 pontos, em que possa colocar a ponta seca do compasso e que lhe permita traçar a circunferência pretendida. Filipe, algo instável, observa-o. Depois de algumas interferências de colegas a pedirem material e de uma chamada de atenção do professor para o facto de estarem mais tempo a conversar do que o que trabalhar, o Tomé pede ajuda ao professor.

1 *Tomé:* Oh Setor, não dá! Eu tentei mas não dá! Se são ao acaso!...

Depois de algum tempo, o professor aproxima-se da mesa do Tomé reagindo mais à instabilidade do Filipe do que à chamada do Tomé, mas o diálogo acaba por se centrar na resolução da questão posta.

- 2 *Professor*: Ouve lá, o que é que eu sei do centro da circunferência?...
- 3 Que propriedade é que o centro tem?
- 4 *Tomé*: Os pontos estão todos à mesma distância do centro.
- 5 *Professor*: Está à mesma distância de todos. Então, se o centro está à
- 6 mesma distância deste e deste... (aponta dois dos pontos
- 7 marcados no caderno do Filipe) Não consegues descobrir os
- 8 pontos que estão à mesma distância deste e deste?
- 9 *Filipe*: Ah! pois é!
- 10 *Professor*: Então qual é a dificuldade?
- 11 *Tomé*: Então e deste? (para o professor apontando o 3º ponto).

Nem os alunos nem o professor se referiram explicitamente à mediatriz, mas a expressão do professor “pontos à mesma distância de” (linha 8) foi uma indexação suficiente para que eles pensassem na mediatriz. Pela questão de Tomé (linha 11) pode assumir-se que, naquele momento, ele ainda não tinha compreendido a relação entre o desenhar da mediatriz e o problema que tinha sido posto.

O professor não ouve a pergunta do Tomé e afasta-se. Os dois alunos ficam a pensar um pouco, entretanto distraem-se com alguma coisa que se passa noutra mesa e o Tomé brinca com o compasso, regressando depois ao trabalho. Está a tentar encontrar a mediatriz dos dois pontos referidos pelo professor — coloca a ponta seca num dos pontos, traça dois arcos de circunferência e depois procede da mesma forma no outro ponto. Pára, observa, cantarola baixinho e parece satisfeito com o resultado. Entretanto uma colega vem junto dele para pedir o compasso e há um momento de conversa entre eles mas sobre assuntos perfeitamente diferentes do trabalho que está a fazer. Quando volta ao trabalho, vai fazer a mediatriz entre outros dois pontos, sem ter visto ou discutido nada sobre o problema com o Filipe ou com outro colega.

Embora, de início, Tomé não tivesse a ideia de que era necessário encontrar, pelo menos, as mediatrizes entre dois pares de pontos e sem ter obtido uma resposta à sua pergunta nem falado com alguém sobre esta questão, ele começa a traçar a primeira mediatriz e, depois de uma pequena distração, olha de novo para o seu caderno e desenha a outra mediatriz. Como se esta fosse, para ele, a sequência “natural” do seu trabalho — *preciso de desenhar mediatrizes, tenho 3 pontos portanto posso desenhar duas mediatrizes*. Parece que ele não estava ainda à procura de um ponto (o centro) mas que estava simplesmente a seguir a sugestão do professor.

O Tomé observa o que acabou de traçar e ao fim de alguns segundos tem uma expressão corporal de descoberta (faz um estalo com os dedos, leva o indicador direito à testa, como quem diz "Achei").

Ao observar o traçado das mediatrizes, repara na direcção dos segmentos de recta desenhados e, finalmente, parece perceber a relação entre a sugestão do professor (pensar em mediatrizes) e o problema que tinha para resolver (encontrar o centro de uma circunferência).

Prolonga as 2 mediatrizes que tinha acabado de fazer, volta a parar e a observá-las.

Neste momento podia ter verificado, traçando a circunferência com centro em P, que já tinha resolvido o problema proposto pelo professor (a tarefa escolar). Mas para este aluno é muito importante compreender o que se passa e por isso ele vai observando o que faz e tenta relacioná-lo com o problema que está a resolver, procurando desta forma o sentido matemático da resolução.

Pega no compasso e vai procurar a mediatriz do outro par de pontos (*Já tinha feito [AB] e [BC], está a fazer agora o [AC]*).

Ao compreender a relação entre o traçar das mediatrizes e a procura da circunferência, e ao observar a globalidade do desenho parece ter pensado que se o ponto P fosse o centro, então, P também tinha de pertencer à terceira mediatriz [AC]. É o que vai verificar, como se fosse testar uma hipótese. Pode dizer-se que, ao desenhar a terceira mediatriz, Tomé está a utilizá-la não só como um processo de encontrar os pontos que estão a igual distância de outros dois mas como forma de verificar uma conjectura. Neste momento, o ponto que procurava (o centro) já não é só um meio de conseguir traçar a circunferência pretendida. Pensa nele como um ponto com determinadas características (estar a igual distância dos três pontos iniciais) e então faz sentido para ele que P deve ser a intercepção das três mediatrizes.

Tomé traça com a régua a terceira mediatriz, vendo que ela passa pelo ponto de encontro das outras duas (P). Procura o compasso que o Filipe estava a usar e enquanto espera (e antes de verificar através do traçado da circunferência) diz para o Filipe.

Tomé: Já achei

Resumindo, durante a fase inicial, o acto de desenhar as duas linhas funcionou para o Tomé como um recurso estruturante da compreensão do problema. Ao mesmo

tempo, a procura da compreensão do problema (da relação entre traçar mediatrizes e encontrar o centro) foi um recurso estruturante para uma melhor compreensão da mediatriz enquanto artefacto matemático (algo que nós usamos em algumas situações matemáticas e que medeia a nossa maneira de pensar acerca das questões, como, neste caso, acerca do centro de uma circunferência). Parece que o traçado da 3ª mediatriz ficou independente do problema e foi, para o Tomé, um prolongamento do problema inicial.

Da análise dos três exemplos de apropriação, pelos alunos, dos artefactos culturais da Matemática foi possível concluir que na primeira fase da abordagem dos problemas os alunos recorrem, frequentemente, aos artefactos escolares (compasso, régua, livro e caderno) para resolverem directamente o problema (mediatriz) ou para o interpretarem (ampliação). Nesta fase a utilização do artefacto matemático surge porque é exigida pela própria tarefa, porque os colegas também o estão a utilizar ou como sugestão dos colegas ou do professor. Ou seja, são confrontados com um recurso estruturante, algo que não é procurado intencionalmente por eles, mas que vai ser utilizado porque está ali ou lhes é apresentado (e *se* imagina que é apropriado à tarefa proposta), vindo a funcionar como um recurso estruturante para a resolução da tarefa (que ainda tem um carácter mais escolar que matemático).

Na segunda fase da resolução dos problemas os alunos usam os artefactos matemáticos (ainda como recurso estruturante) mas já em simultâneo com o próprio processo de compreensão e resolução do problema. É nesta etapa que, gradualmente, se vão apercebendo das características principais e da utilidade desses artefactos em simultâneo com a percepção de aspectos fundamentais das situações problemáticas que querem resolver (como exemplificado no episódio anterior). Por outro lado, também é nesta fase que os diálogos com os colegas se centram na tarefa a realizar e no processo que utilizam, comparando métodos e resultados; as intervenções do professor centram-se nas características do artefacto que fazem sentido para os fins para o qual o estão a utilizar (como é útil, porque é que os matemáticos os usam e para quê). Embora o objectivo inicial dos alunos ao utilizar o artefacto seja muito escolar (como já assinalei) eles vão-se apercebendo cada vez melhor das características desse artefacto e vão-no utilizando de formas cada vez mais intencionais e mais independentes de reforços exteriores (texto, colegas, professor). Ou seja, os artefactos de que se apropriam acabam por fazer parte do repertório de ferramentas dos alunos com o qual podem enfrentar os problemas matemáticos escolares que lhes surgem nas aulas, passando a ter um papel importante de mediadores na abordagem dos próprios problemas. Tornam-se artefactos matemáticos, com uma ligação forte à Matemática enquanto ciência, algo que para além de possuir uma dada forma

cultural (convenções e regras que devem ser aplicadas com rigor) adquire uma função cognitiva (com que podemos pensar). No entanto, no seu percurso de apropriação, os elementos que são significativos não pertencem todos ao campo da ciência em causa sendo vários do âmbito da prática em que estavam envolvidos — uma prática escolar. Posso citar como exemplos: os motivos que orientam a participação dos alunos (de índole mais escolar ou mais individual), as interações que eles estabelecem com colegas e professor (norteadas por questões tais como, a aferição de posicionamentos ou a legitimação de processos e resultados).

No entanto este processo de apropriação não é linear e nem sempre é conseguido, parecendo que alguns aspectos dos artefactos são apropriados com objectivos diferentes conforme os momentos em que são introduzidos no percurso de resolução. Por exemplo, no caso do teorema de Pitágoras, ao contrário do que sucedeu no episódio da mediatriz anteriormente descrito (em que a sugestão de uso da mediatriz é feita na primeira fase), o professor sugere que os alunos (a trabalhar em grupo) o utilizem já na terceira fase da resolução do problema (legitimação de resultados e finalização do trabalho). O problema tinha sido resolvido pelos alunos de uma forma coerente, adequada e suficientemente fiável para que eles, consensualmente, a considerassem completa. Além disso, a orientação inicial que tinham recebido do professor, tal como a estrutura da tarefa, fomentou uma resolução (geométrica) que lhes parecia em desacordo com a sugestão que surgiu depois (do mesmo professor) para utilizarem um processo que eles identificavam com uma resolução de outro tipo (algébrica). Os alunos ofereceram, neste caso, uma razoável resistência quer à identificação do teorema quer à sua utilização. Com esta tarefa, os alunos aperceberam-se (ou aceitaram) da utilidade do teorema de Pitágoras como forma de aferir ou legitimar o que se faz com um outro processo, mas não sentiram a sua utilidade para resolverem o problema.

Conclusão

Dentro das conclusões obtidas neste estudo poderei realçar a identificação de diversos factores que colaboram na *estruturação do saber matemático* dos alunos, tais como:

- Os motivos dos alunos, do professor e da instituição, que tal como Renshaw (1992) afirma, são “esquemas conceptuais, tidos como garantidos (*taken-for-granted*), que organizam a participação nas actividades diárias e nas instituições sociais” (p. 55).
- A interacção com os outros (em que se incluem o professor e os colegas) sendo

estes encarados, pelos alunos, como uma comunidade com quem vivem diariamente uma determinada prática (a Matemática escolar). A construção desta comunidade é feita através da participação diária numa prática em que se partilham informações e saberes, se observam, experimentam e comparam processos de resolução de problemas e resultados, e em que se legitimam esses processos e resultados.

- A estrutura da prática que pode, por exemplo, alargar ou limitar a apropriação dos artefactos matemáticos, assim como reforçar ou esbater as características mais escolares e menos matemáticas desse saber.

Por outro lado, parece possível concluir-se que os alunos se apropriaram dos *artefactos matemáticos* enquanto elementos constituintes de uma dada cultura, neste caso uma cultura matemática escolar, (i) de acordo com os seus objectivos e motivos (procura de sentido, resposta a uma tarefa escolar); (ii) através da participação e interacção com os outros (parceiros e professor) que facilitam ou dificultam o dar sentido a esses artefactos conforme o momento (fase de trabalho) ou a pertinência da intervenção (do ponto de vista dos alunos) em que surgem essas contribuições; (iii) num processo vivido numa comunidade com uma prática própria (e com processos próprios de legitimar as suas acções).

Parece-me importante reflectir sobre as possíveis implicações da organização da prática na utilização dos artefactos matemáticos (inicialmente assumidos pelos alunos numa perspectiva de recursos estruturantes). O processo de apropriação parece ser mais conseguido ou completo quando a sua introdução nas tarefas é feita durante a primeira ou segunda fase do processo de resolução do problema. É como se os alunos identificassem as duas primeiras fases como os momentos privilegiados de compreensão do problema (com vista à procura de um processo de resolução) e, portanto, a integração de um novo recurso é encarada como podendo ajudar a dar sentido ao problema. Desta forma, ele é utilizado, pelos alunos, estruturando dialeticamente o processo de compreensão (e resolução) do problema e o processo de apropriação do artefacto matemático. A terceira fase é identificada, por eles, como uma fase de finalização, cujo objectivo é a apresentação de um resultado para o problema (a tarefa matemática escolar proposta). Já existe um sentido coerente entre a compreensão da situação e o processo de a resolver, pelo que a introdução de um novo dado (ou recurso) é rejeitada ou mal aceite. Torna-se, então, um elemento de perturbação (ou limitativo) na passagem de recurso estruturante a artefacto.

Em jeito de reflexão final...

No estudo a que se refere este artigo considerou-se que, para ajudarmos os alunos a aprender Matemática, é necessário compreendermos melhor o que é a aprendizagem escolar da Matemática. Percebeu-se que essa aprendizagem resultava essencialmente da acção dos indivíduos (os alunos) ao participarem, com outros (colegas e professores), num mundo previamente estruturado (a escola) que possui uma prática e uma retórica próprias. Observou-se ainda que, na aula de Matemática, os alunos procuravam dar sentido às suas próprias acções e às dos outros participantes e, dessa forma, iam-se apropriando de um determinado conhecimento matemático mas também criavam sentidos e saberes inesperados.

Deste estudo, ficou-me o desejo de continuar a procura de respostas a questões como, por exemplo, a seguinte: quais as traves mestras de um contexto escolar que proporcione aos jovens uma aprendizagem da Matemática que, para lá de lhes dar conta de uma ciência possuidora de uma dada forma e história (constituindo parte do património cultural do homem), os ajude também a intervir criticamente na sociedade? Adotar um ponto de vista cultural na procura da compreensão da aprendizagem escolar da Matemática é assumir que ela ocorre na complexidade das interacções permitindo manter presentes e interligados diversos aspectos (cognitivos, afectivos e sociais) desse processo. Esta perspectiva parece-me prometedora para nos ajudar a reinventar, com sucesso, o *ensino* da Matemática na escola.

Notas

¹ Para Vygotsky *senal* é um “símbolo com um significado definido que evoluiu na história de uma cultura” (Davydov, 1985, p. 54).

² Vygotsky (1930/91) chama a atenção de que, para ele, “dizer ‘externo’ acerca de um processo é dizer ‘social’” (p. 39).

³ Werstch é um dos grandes divulgadores (no mundo ocidental) da psicologia sociohistórica, tendo ele próprio desenvolvido trabalho aprofundado nesta linha de pensamento, em especial no campo da acção mediada pela linguagem.

⁴ Segundo Lave, a ordem constitutiva de uma estrutura social será a relação que se estabelece entre a organização (explícita ou implícita) dos espaços de acção (a escola, a sala de aula, os recreios) e os sistemas de significados que estão associados à cultura desses espaços. Para um melhor entendimento desta relação ver Santos (1996).

⁵ Vygotsky (1930) exprime o que considera ser a essência do processo de desenvolvimento cultural da seguinte forma: “Podemos dizer que *nos tornamos nós próprios através dos outros* e que esta regra se aplica não só à personalidade como um todo, mas também à história de cada função individual” (1930/91, p. 39).

⁶ Segundo Lave, 1988, recurso estruturante será algo — objecto, actividade, ou pessoa — que

auxilia a organização de um processo.

⁷ Pode encontrar-se uma maior explanação deste esquema analítico em Santos (1996).

⁸ Estes aspectos são desenvolvidos em pormenor em Santos (1996).

Agradecimentos

Como facilmente se percebe (pelo posicionamento assumido pela autora neste artigo) nada do que nós elaboramos é resultado de um trabalho individual. Vários factos/pessoas funcionaram como *recursos estruturantes* para o resultado final aqui apresentado pelo que é natural fazer alguns agradecimentos. O mais imediato será à Quadrante pela confiança depositada em mim ao convidar-me a participar na construção deste número temático. Um segundo recurso (com certeza, o mais importante) foi a disponibilidade de João Filipe Matos que, com a sua colaboração crítica, provocou uma maior reflexão sobre diversos aspectos ajudando assim a clarificá-los. Finalmente, a investigação aqui relatada desenvolveu-se no âmbito do Projecto Matemática-Realidade, contando com o apoio da Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica sob o contrato #PCSH/585/93 e do Instituto de Inovação Educacional.

Referências

- Arendt, H. (1968). *Between past and future*. Nova Iorque: Penguin Books.
- Ball, S. J. (1993). Self-doubt and soft data: Social and technical trajectories in ethnographic fieldwork. Em M. Hammersley (Ed.), *Educational research: Current issues* (pp. 32-48). Londres: Paul Chapman Publishing.
- Bauersfeld, H. (1992). Integrating theories for mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 19-28.
- Bishop, A. J. (1991). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bruner, J. (1985). Vygotsky: A historical and conceptual perspective. Em J. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition* (pp. 21-34). Cambridge: Cambridge University Press.
- Bruner, J. e Haste, H. (1987). *Making sense: The child's construction of the world*. Londres: Routledge.
- Butterworth, G. (1992). Context and cognition in models of cognitive growth. Em P. Light e G. Butterworth (Ed.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 1-13). Hertfordshire: Harvester Wheatsheaf.
- Clancey, W. J. (1994). Revisão de: T. Winograd e F. Flores, *Understanding computers and cognition: A new foundation for design*. Em W. J. Clancey, S. W. Smoliar e M. J. Stefik (Ed.), *Contemplating Minds: A forum for artificial intelligence* (p. 192-210). Cambridge, EUA: The MIT Press.

- Cole, M. (1990). Cognitive development and formal schooling: The evidence from cross-cultural research. Em L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky and education: Instructional implications and applications of sociohistorical psychology* (pp. 89-110). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Cole, M. (1992). Context, modularity, and cultural constitution of development. Em L. T. Winegar e J. Valsiner (Ed.), *Children's development within social context: Research and methodology* (pp. 5-31). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cole, M. e Engeström, Y. (1993). A cultural-historical approach to distributed cognition. Em G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (pp. 2-46). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- D'Ambrósio, U. (1985). *Sociocultural bases for mathematics education*. Campinas: UNICAMP.
- D'Ambrósio, U. (1990). *Etnomatemática*. S. Paulo: Editora Ática.
- D'Andrade, R. G. (1984). Cultural meaning systems. Em R. A. Shweder e R. A. LeVine (Ed.), *Culture theory. Essays on mind, self, and emotion* (pp. 88-119). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Davis, P. J. e Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Londres: Penguin.
- Davis, R. B. (1989). The culture of mathematics and the culture of schools. *Journal of Mathematical Behavior*, (8), 143-160.
- Davydov, V. V. e Radzikhovskii, L. A. (1985). Vygotsky and activity-oriented psychology. Em J. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives* (pp. 35-66). Cambridge: Cambridge University Press.
- Engeström, Y. (1993). Developmental studies of work as a testbench of activity theory: The case of primary care medical practice. Em S. Chaiklin e J. Lave (Ed.), *Understanding practice: Perspectives on activity and context* (pp. 64-103). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Ernest, P. (1991a). *The philosophy of mathematics: Studies in mathematics education*. Hampshire: The Falmer Press.
- Fetterman, D. M. (1989). *Ethnography: Step by step*. Califórnia: Sage, Publications.
- Hustler, D. e Payne, G. (1985). Ethnographic conversation analysis: An approach to classroom talk. Em R. G. Burgess (Ed.), *Strategies of educational research: Qualitative methods* (pp. 265-287). Londres: The Falmer Press.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lave, J. (1990). The culture of acquisition and the practice of understanding. Em *Cultural psychology* (pp. 309-327). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Lave, J. (1993). The practice of learning. Em S. Chaiklin e J. Lave (Ed.), *Understanding practice: Perspectives on activity and context* (pp. 3-32). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Lave, J. e Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lave, J., Murtaugh, M. e Rocha, O. (1984). The dialectic of arithmetic in grocery shopping. Em B. Rogoff e J. Lave (Ed.), *Everyday cognition: Its development in social contexts* (pp. 67-94). Cambridge: Harvard University Press.
- Lerman, S. (1994). Changing focus in the mathematics classroom. Em S. Lerman (Ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 191-213). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Levine, J. M., Resnick, L. B. e Higgins E. T. (1993). Social foundations of cognition. *Annual Review of Psychology*, 44, 585-612.

- Pateman, N. A. (1989). *Teaching mathematics — A tantalising enterprise*. Deakin: Deakin University.
- Popkewitz, T. S. (1988). Institutional issues in the study of school mathematics: Curriculum research. Em A. J. Bishop (Ed.), *Mathematics education and culture* (pp. 221-249). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Renshaw, P. D. (1992). Reflecting on the experimental context: Parents' interpretations of the education motive during teaching episodes. Em L. T. Winegar e J. Valsiner (Ed.), *Children's development within social context: Research and methodology* (pp. 53—74). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Säljö, R. (1991a). Introduction: Culture and learning. *Learning and Instruction, 1*, 179-185.
- Säljö, R. e Wyndhamn, J. (1987). The formal setting as context for cognitive activities. An empirical study of arithmetic operations under conflicting premisses for communication. *European Journal of Psychology of Education, II*(3), 233-245.
- Salomon, G. (1993a). Editor's introduction. Em G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations* (pp. xi-xxi). Cambridge, EUA: Cambridge University Press.
- Santos, M. (1996). *Na aula de matemática faramo-nos de trabalhar — Aprendizagem e contexto da matemática escolar*. Tese de Mestrado. Lisboa: Departamento de Educação FCUL.
- Santos, M. P. e Matos, J. F. (1995). Matemática e realidade: Aprendizagem situada. Em *VI Seminário de Investigação em Educação Matemática — Actas* (pp. 209-224). Évora: APM.
- Saxe, G. B. (1982). Developing forms of arithmetical thought among the Oksapmin of Papua New Guinea. *Developmental Psychology, 18*(4), 583-594.
- Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sayeki, Y., Ueno, N. e Nagasaka, T. (1991). Mediation as a generative model for obtaining an area. *Learning and Instruction, 1*, 229-242.
- Schoenfeld, A. H. (1989a). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(4), 338-355.
- Schoenfeld, A. H. (1989b). Ideas in the air: Speculations on small group learning, environmental end cultural influences on cognition, and epistemology. *International Journal of Educational Research, 13*(1), 71-88.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Nova Iorque: Macmillan Publishing Company.
- Shweder, R. A. e Sullivan, M. A. (1993). Cultural psychology: Who needs it? *Annual Review of Psychology, 44*, 497-523.
- Spradley, J. P. (1979). *The ethnographic interview*. Orlando: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.
- Sternberg, R. e Wagner, R. (1994). *Mind in context: Interactionist perspectives on human intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Stigler, J. W. e Baranes, R. (1988). Culture and mathematics learning. *Review of Research in Education, 15*, 253-306.
- Titiev, M. (1959/69). *Introdução à antropologia cultural* (7ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

- Vygotsky, L. S. (1930/91). Genesis of the higher mental functions. Em P. Light, S. Sheldon e M. Woodhead (Ed.), *Learning to think* (pp. 32-41). Londres: The Open University.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S., e Luria, A. R. (1993). *Studies on the history of behavior: Ape, primitive, and child*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wertsch, J. V. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge, EUA: Harvard University Press.
- Winegar, L. T. e Valsiner, J. (1992). Contextualizing context: Analysis of metadata and some further elaborations. Em L. T. Winegar e J. Valsiner (Ed.), *Children's development within social context: Research and methodology* (pp. 249—266). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Madalena Pinto dos Santos, Pr. Luanda, 8, 6º Esq. 2780 OEIRAS.

RESUMO. Neste artigo apresentam-se alguns resultados de uma investigação desenvolvida com o objectivo de estudar e compreender a forma como o saber matemático dos alunos se desenvolve e estrutura num contexto de aula de Matemática. Na referida investigação assumiu-se um ponto de vista cultural para olhar a aprendizagem matemática dos alunos, pelo que apresenta contornos de alguma forma próximos de um estudo etnográfico. O presente artigo — cujo foco principal é a compreensão do processo de apropriação (dos alunos) dos artefactos matemáticos no contexto escolar — está estruturado em três partes. Nelas se descreve e discute: (i) a opção conceptual que serviu de base ao estudo; (ii) a opção metodológica adoptada; (iii) os resultados e conclusões referentes à questão em discussão no artigo.

ABSTRACT. In this article it will be presented some results from a research which aim was to study and understand how students mathematical knowledge develops and structures within the mathematics classroom context. It was assumed a cultural point of view to look at students mathematics learning, and consequently this research is closed to an ethnographic study. The present article — which main focus is the understanding of students appropriation process of mathematical artifacts in school context — is organised in three parts: it is described and discussed (i) the conceptual framework, (ii) the metodological approach and (iii) the results and conclusions.