Do coeficiente angular da reta ao conceito de diferencial: Crítica ao ensino atual e proposta alternativa[1]

Roberto Ribeiro Baldino, Andréia Büttner Ciani, Anemarie Roesler Luersen Vieira Lopes, Márcia Cristina de Costa Trindade Cirino e Patrícia Sândalo Pereira
UNESP — Universidade Estadual Paulista

Introdução[2]

O problema da formação matemática dos alunos tem preocupado as instituições que fornecem certificados de Pós-Graduação em Educação Matemática. Sem mais reflexão, duas soluções são rapidamente indicadas: 1) mandar que alguns alunos façam mais disciplinas na graduação, especialmente análise matemática; 2) selecionar os candidatos através de uma prova de matemática na admissão. Ora, se o aluno freqüentou essas disciplinas durante anos a fio, é espantoso que permaneça inabalada a crença de que é por falta, e não, talvez, por excesso delas que ele não consegue resolver o mais elementar problema, por exemplo, de cálculo diferencial. Aquilo que aparece sob o rótulo de "deficiência", pode muito bem não ser uma falta de conhecimento matemático mas, precisamente, um excesso de habilidade de passar por estas disciplinas sem precisar aprender o que se diz que ali se ensina. Se o aluno desenvolveu essa habilidade, mandá-lo para mais disciplinas na graduação só acrescentará esta habilidade, que ele já tem de sobra. A segunda solução, a da prova de admissão em matemática, conduz à pergunta[3]: como, uma área de conhecimento que se pretende autônoma, a Educação Matemática, tem de recorrer a um instrumento de outra área, a Matemática, para selecionar seus candidatos? De fato, se a admissão é a porta de entrada no curso, os critérios de seleção devem refletir tudo o que ali se pensa, faz e discute. Ora, uma das coisas que mais se põem em cheque ali, é, precisamente, a validade das provas escritas como instrumentos de seleção.

Enquanto as instituições de Pós-Graduação em Educação Matemática não resolvem, nem aprofundam a discussão deste problema, cada um vai procurando os possíveis caminhos que levem a isto que se denomina aprendizagem. Depois da graduação, o aluno lembra que viu muitas coisas, mas não as relaciona; é como se tivesse os arquivos mas lhe faltasse o gerenciador. É preciso levá-lo a reconhecer aquilo que sabe para que possa ter, com a matemática, um relacionamento livre de angústias e que experimente algum tipo de prazer ao se envolver com ela.

A uma tentativa de solução desse problema, que temos empreendido com algum aplauso por parte dos que dela participam, denominamos *reuniões sintomais*[4]. Reúne-se um grupo de alunos interessados em tópicos de matemática relativos a seu trabalho de pesquisa ou relativos a uma disciplina da graduação. Institui-se um foro semanal de discussão e reflexões. No início de cada sessão, faz-se o exercício de falar sobre o que aconteceu na sessão anterior, ou seja, todo o processo é retomado em forma de síntese. As intervenções do coordenador visam a marcar os lapsos matemáticos do discurso da pessoa que fala, fazendo-lhe perguntas. Em dado momento, alguém não se contém e vai ao quadro justificar o que disse. Se isso não ocorre, o grupo designa alguém para este papel. Se alguém percebe o ponto de que se trata antes dos demais, pede-se-lhe que os oriente por meio de perguntas, como faz o coordenador.

Das sessões, os participantes redigem um diário que é comentado pelo coordenador. Os comentários são discutidos com o grupo, buscando-se uma redação final em forma de artigo, de autoria necessariamente conjunta. Durante todo o tempo, existe uma tentativa de ensino orientada pelas concepções próprias da matemática, porém, a prática de ensino está sempre sob o primado da aprendizagem. Em nenhum momento avança-se mais que a compreensão dos presentes, evidenciada por suas justificações, mesmo quando essa tática leva a longos períodos de silêncio. A regra básica é sempre mantida: *quem não sabe, explica, quem sabe, pergunta*. Apenas nas ocasiões de síntese, aquele que sabe, explica. Dizemos aos participantes que não sabemos se este caminho leva onde eles querem chegar, mas não conhecemos outro melhor. Tomam-se os lapsos e as dúvidas como fio condutor, o que pode levar a discussão para terrenos muito elementares. Muitas vezes o problema que abre a sessão não é concluído. O andamento é muito mais lento do que se poderia imaginar. Reunimos tudo isso no aforismo: *é falando que se aprende e é ouvindo que se ensina*. De fato, todo matemático sabe muito bem que não se aprende análise antes de dar dois ou três cursos de análise.

Tendo desenvolvido este método durante vários anos, começamos a nos preocupar em dizer o que fazíamos, ou seja, nos voltamos para a fundamentação teórica de nossas praticas. Estivemos sempre fascinados pelo fenômeno de que, apesar de nosso esforços, o aluno *repetia estratégias fracassantes*. Pareceu-nos, de saída, que esse fenômeno não se explicaria por considerações, apenas, de ordem cognitiva e que alguma coisa da ordem do *desejo* estava aí implicada. Em trajetória que está bem descrita em Cabral (1992) buscamos subsídios, primeiro, nos *grupos operativos* de Pichon-Rivière (1988), percorremos a *sedução dos jogos* e a *produção dos valores-signo* de Jean Baudrillard (1981) e o paralelismo entre as *estruturas cognitiva e desiderativa* de Sara Paim (1987). Em cada caso encontramos uma insuficiência que nos empurrava para a frente, até que entramos pela teoria psicanalítica que nos esclareceu sobre a questão do desejo que, há muito perseguíamos:

> O desejo deve ser procurado no recobrimento de duas falhas, articuladas na dialética do sujeito e do outro. A primeira falha nos mostra o Sujeito, o aluno, cindido entre o *querer manifesto* e o discurso silencioso das *ações divergentes*; a segunda nos mostra o Outro, a Instituição, cindida entre as *operações de ensino e seleção* (Cabral, 1992, resumo).

Assim, o instrumento teórico mais adequado que encontramos foi a teoria psicanalítica. Fomos consultá-la, no intuito de fazê-la falar, para ouvirmos o que tem a nos dizer sobre nossas práticas de sala de aula, incluindo aí as *reuniões sintomais*.

A bibliografia que tematiza a pedagogia a partir de teorias que se referem a Freud é muito ampla. Há trabalhos preocupados com "amor" e "afeição" (Pajak, 1981), há trabalhos recomendando o "diálogo" entre o "clínico" e o "cognitivo" (Filloux, 1984), há trabalhos procurando uma correspondência biunívoca entre a "estrutura desiderativa" e a "estrutura cognitiva" (Pain, 1988), há outros que tematizam a natureza dos "objetos matemáticos" (Granger, 1990), ou o inconsciente dos próprios matemáticos (Thanh Liem, 1979), ou as concepções pedagógicas dos professores de matemática (Blanchard-Laville, 1992). Para uma síntese desses trabalhos, aos quais poderíamos nos referir genericamente como de psicologia normativo-prescritiva, visando à ortopedia do eu, veja Filloux (1987).

Estamos reservando o termo *psicanálise* para nos referir à vertente teórica de Freud-Lacan, continuada por Jacques Alain-Miller. Nesta vertente a visão sobre a pedagogia se inverte. Em vez de colaboração mais ou menos precipitada e "ad hoc" para resolver aflitivos problemas pedagógicos, encontramos uma teoria crítica *com rigor estrutural*, cujas raizes nos levam a Hegel. Não se trata, pois, de algo facilmente acessível ao entendimento do leitor que não dedicar, a este assunto, número de horas, pelo menos igual, ao que dedicou para aprender matemática ou para entender a teoria da equilibração de Piaget. Faremos, entretanto, um esforço de esclarecer, pelo menos, o ponto central da teoria psicanalítica, porque sabemos que o leitor não nos imporá o risco de crer que estejamos a reduzir tudo a esse ponto.

A seqüência usual do humanismo vulgar sofre, aqui radical inversão. Em vez de:

ser humano→interação social→necessidade de comunicação→linguagem

nosso esquema é:

interação social (pré lingüística)→linguagem→ser humano→comunicação

A primeira implicação dessa posição é que a linguagem deixa de ser encarada como um "meio de comunicação" entre entidades que lhe seriam anteriores, e passa a ser vista como o próprio processo de constituição do sujeito humano, sujeito dependente da linguagem e, não, seu "autor". De acordo com esse ponto de vista o sujeito (humano) não existe antes ou fora das práticas discursivas, ou seja, fora da comunidade lingüística de produção de significados. Assim, o ponto de vista psicanalítico implica que o fenômeno da linguagem, as práticas de produção de significado, seja posto no centro da cena teórica. As citações são, nesse terreno, muito menos numerosas. Na área da Educação Matemática, Walkerdine (1988), que evoca explicitamente Lacan no capítulo 9, mostra como, em toda aprendizagem, mesmo de matemática, trata-se sempre de uma produção de significados. Uma dimensão da educação relativa à instituição psiquiátrica se encontra em Manoni (1977). Para o acesso à própria teoria lacaniana, talvez seja melhor começar por Zizek (1991, 1992), junto com os inúmeros trabalhos do próprio Lacan (1973, 1975, 1992).

Relato[5]

Em uma das sessões do Grupo de Estudos "Desenvolvimento da Matemática", coordenado pelo Professor Roberto Ribeiro Baldino e composto por 4 alunas do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, levantamos o problema surgido em aula de recuperação paralela, ministrada por uma de nós a uma aluna do 1º ano de matemática. Esta aluna se recusava a estudar Cálculo porque achava fundamental, primeiro, saber trigonometria. A dúvida surgida entre nós, motivou a seguinte pergunta:

B: Qual a relação que existe entre o Cálculo e a trigonometria?

Ninguém respondeu.

B: ...na trigonometria existe *uma tal* de tangente e no Cálculo também se fala em tangente; mas, afinal, o que é *tangente*?

A discussão de nossas concepções espontâneas[6] levou-nos a tematizar as relações entre:

- tangente e derivada;
- derivada e inclinação;
- inclinação e ângulo;
- ângulo e coeficiente angular.

Porém o professor apresentou outras questões:

B: Partamos da colocação feita por vocês de que o coeficiente angular é a inclinação. Mas, inclinação de quê?
A: Inclinação de uma reta.
B: Desenhe e mostre na figura o que significa essa inclinação.

Uma de nós desenha no quadro uma reta, marcando o ângulo α (figura 1).

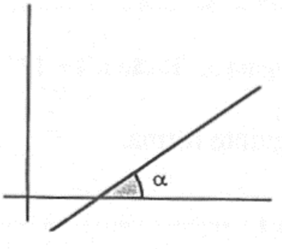

Figura 1. Concepção espontânea de inclinação.

B: Qual seria o coeficiente angular da reta?

A: (Completando a figura) (figura 2) $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$.

B: Mas o que o ângulo tem a ver com isso?

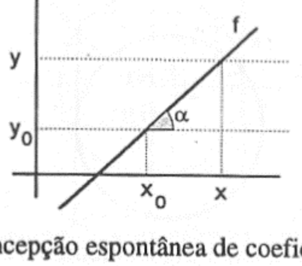

Figura 2. Concepção espontânea de coeficiente angular.

Em sua resposta, A verbaliza as seguintes afirmações:

A: (...) ângulo é igual à inclinação (...) coeficiente angular é igual à inclinação (...).
B: Se ângulo é inclinação e coeficiente angular é inclinação, então ângulo é coeficiente angular?
A: (Encabulada) Sim.

A resposta positiva levou o professor a continuar indagando de modo que refletíssemos mais sobre o coeficiente angular.

B: O coeficiente angular é dado em graus ou em radianos?
A: Radianos.
B: Então, qual é o coeficiente angular desta reta? (Desenha uma reta a 45 graus, passando pela origem, figura 3.)

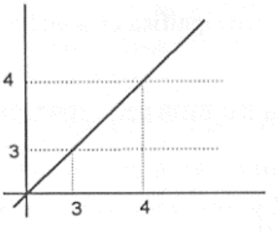

Figura 3. "Então π/4 = 1?"

Uma de nós resolveu da seguinte forma:

A: $$m = \frac{4-3}{4-3} = 1$$

B: Se ângulo é coeficiente angular, como se explica que o ângulo $\pi/4$ radianos deu $m = 1$? Então $\pi/4$ é igual a 1?
A: Ah! Então o ângulo não é o coeficiente angular.
B: E o que a tangente tem a ver com isso?
A: O coeficiente angular de $\pi/4$ é 1 e a tangente de $\pi/4$ é 1.

Esboça a figura ao lado (figura 4).

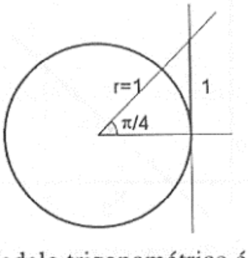

Figura 4. O modelo trigonométrico é evocado…

B: Então, no círculo trigonométrico, a tangente é sempre igual ao valor do raio?
A: Não. Tangente é seno sobre cosseno.
B: Como ficaria para o ângulo π/6 ?
A: A tangente é menor que o valor do raio. A tangente é isto:

Mostra na figura e escreve $\sqrt{3}/3$, figura 5.

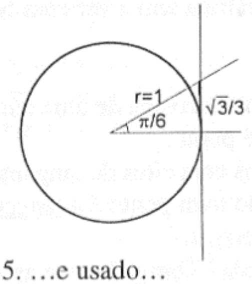

Figura 5. ...e usado...

B: De que outros ângulos vocês sabem as tangentes?

Preenchemos uma tabela com ângulos e suas respectivas tangentes:

Tabela 1.

Ângulo	Tangente
0	0
$\pi/6$	$\sqrt{3}/3$
$\pi/2$	∞
$\pi/4$	1
$\pi/3$	$\sqrt{3}$
$3\pi/4$	-1

B: Por que este segmento que vocês chamam tangente é igual a seno sobre cosseno?
A: (Após diálogos) No círculo trigonométrico ela pode ser obtida através da semelhança de triângulos. Como *y =sen*, *x =cos* e *m =y/x*, então *tg = m* (figura 6).

$$\frac{1}{\cos} = \frac{a}{\text{sen}} \qquad a = \frac{\text{sen}}{\cos} = \text{tg}$$

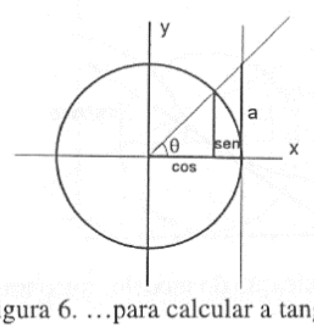

Figura 6. ...para calcular a tangente.

B: Notam um duplo significado para a palavra tangente?
A: Tangente a uma curva: reta tangente. É um conceito geométrico. Tangente de um ângulo, medida sobre uma certa reta tangente ao círculo trigonométrico, é um conceito da trigonometria.
B: Qual a relação entre esses dois conceitos?
A: O coeficiente angular de uma reta é a tangente do ângulo medido no sentido anti-horário que esta reta forma com o eixo x.
B: O que a tangente geométrica tem a ver com isso?
A: É a derivada.
B: Como, assim?
A: (Momentos de reflexão) Derivada de uma curva num ponto é o coeficiente angular da reta tangente à curva neste ponto.
B: Faça a frase com os dois conceitos de tangente e mostre na figura.
A: Derivada de uma função num ponto é a tangente do ângulo que a reta tangente à curva neste ponto forma com o eixo x.
B: Como se mede a derivada? Tomando esse apagador como unidade de medida, meça a derivada aí.

Uma de nós desenha um triângulo, mede Δy e Δx e propõe fazer a divisão (figura 7).

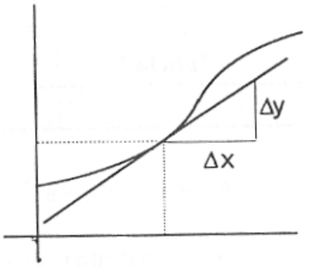

Figura 7. Cateto oposto sobre adjacente.

B: Sem contas, só medindo.
A: (?)
B: Mede-se 1 paralelamente ao eixo x a partir do ponto onde se vai derivar e traça-se uma paralela ao eixo y até a reta. A medida dessa altura é a derivada. Por quê?

Uma de nós desenha o círculo trigonométrico sobre a curva e mostra a tangente (figura 8).

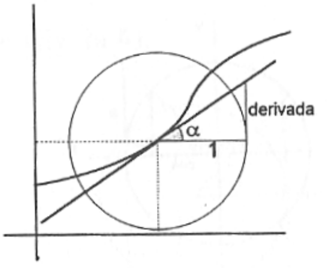

Figura 8. Nucleação do modelo trigonométrico.

B: Isso! Veja que você não pensou em seno sobre cosseno. O esquema final para *ver* a derivada num ponto de uma curva é o seguinte: parta deste ponto, avance uma unidade para a direita e daí suba ou desça até a curva. A medida deste segmento é a derivada; é positiva se você subir, negativa se descer.
Mais uma questão: como se encontra a equação de uma reta de coeficiente angular *m* passando pelo ponto (x_0, y_0) dado? (Desenha a figura 9).

A:
$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$
$$y - y_0 = mx - mx_0$$
$$y = mx - mx_0 + y_0$$
$$y = mx + (y_0 - mx_0)$$

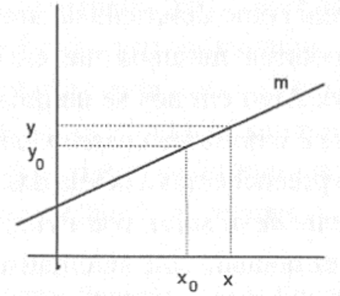

Figura 9. "Sem contas, por favor."

B: Mas aí você fez contas. Como é que você pode tirar isso diretamente da figura, sem fazer contas?
A: (Dúvida.)
B: (Insistindo) É olhar a figura, escrever a fórmula e mostrar as parcelas na figura.

Terminamos por resolver a questão mas, na primeira tentativa de redigir o que ocorreu, descobrimos que a idéia trabalhada nos fugira. Depois de nova discussão, uma semana depois, isto ficou claro:

A: $y = y_0 + m(x- x_0)$ porque *m* vezes Δx é o Δy; *y* está em função de *x*.

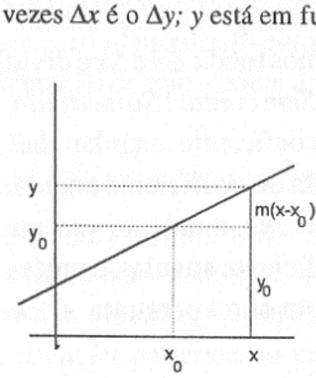

Figura 10. Uma idéia que foge.

Comentários

Omitimos desse relato as hesitações, os lapsos, as repetições das perguntas e respostas, as conversas laterais, etc. Conservamos apenas os pontos de balizamento para falar do que ocorreu nesses encontros sob o ponto de vista da *produção de significados*. Começamos com uma perplexidade nossa acerca da relação entre o cálculo e a trigonometria e terminamos produzindo um enunciado que junta os dois conceitos de tangente: *derivada como tangente do ângulo que a reta tangente...* Partimos de uma fórmula pronta para o cálculo do coeficiente angular e terminamos justificando a equação da reta como descrição de uma figura.

Refletindo sobre o que ocorreu, notamos que, em certos momentos, respondíamos sem saber bem porque. Algo em nós se automatizara e, quando notávamos, estávamos falando: *tangente é seno sobre cosseno,* ou *coeficiente angular é igual à inclinação.* Mesmo quando preenchemos a tabela das tangentes, de algum lugar em nós surgiu esta frase: *tangente de pi sobre seis é raiz de três sobre três.* Em certos momentos o professor, talvez notando esse automatismo, perguntava: *Quem disse? Quem estava falando em nossas bocas? Não sabíamos.* Certamente, não era o professor. Nosso contato com ele era recente e, além disso, ele estava apenas perguntando, não tinha tentado nos "ensinar" coisa alguma. Não obstante, as respostas surgiam automaticamente em nós. Só podiam ser fruto de nossa escolaridade anterior, da cultura onde tínhamos vivido.[7]

Quando falávamos, esperávamos obter uma confirmação sobre se aquilo que dizíamos estava certo. Afinal, foi sempre assim que fomos recompensadas em nossa escolaridade anterior, onde conseguimos construir a reputação de boas alunas. Entretanto, aqui, a conversa tomava outro rumo. Recebíamos perguntas com as quais não estávamos acostumadas, como esta: *O coeficiente angular é dado em graus ou em radianos?* Nossas tentativas de trazer as perguntas de volta a nossa identidade de alunas aplicadas não funcionavam, porque o professor caía da posição que esperávamos que ele ocupasse. Tentamos medir Δy e Δx e dividir, para encontrar a derivada. Porém, veio de lá um decidido: *Sem contas! Só medindo.* Logo depois, para encontrar a equação de uma reta com coeficiente angular dado, passando por um ponto, tentamos usar nossa boa fórmula do coeficiente angular, mas veio de lá um: *É olhar a figura e escrever a fórmula.* No momento em que, encabulada, uma de nós concordou que o ângulo é o coeficiente angular, o professor, em vez de explicar o que é o coeficiente angular, veio com outra pergunta: *O coeficiente angular é dado em graus ou em radianos?*

Em certos momentos fomos nós que verbalizamos a conclusão: *a derivada é a*

Comentários

Omitimos desse relato as hesitações, os lapsos, as repetições das perguntas e respostas, as conversas laterais, etc. Conservamos apenas os pontos de balizamento para falar do que ocorreu nesses encontros sob o ponto de vista da *produção de significados*. Começamos com uma perplexidade nossa acerca da relação entre o cálculo e a trigonometria e terminamos produzindo um enunciado que junta os dois conceitos de tangente: *derivada como tangente do ângulo que a reta tangente...* Partimos de uma fórmula pronta para o cálculo do coeficiente angular e terminamos justificando a equação da reta como descrição de uma figura.

Refletindo sobre o que ocorreu, notamos que, em certos momentos, respondíamos sem saber bem porque. Algo em nós se automatizara e, quando notávamos, estávamos falando: *tangente é seno sobre cosseno,* ou *coeficiente angular é igual à inclinação.* Mesmo quando preenchemos a tabela das tangentes, de algum lugar em nós surgiu esta frase: *tangente de pi sobre seis é raiz de três sobre três.* Em certos momentos o professor, talvez notando esse automatismo, perguntava: *Quem disse? Quem estava falando em nossas bocas? Não sabíamos.* Certamente, não era o professor. Nosso contato com ele era recente e, além disso, ele estava apenas perguntando, não tinha tentado nos "ensinar" coisa alguma. Não obstante, as respostas surgiam automaticamente em nós. Só podiam ser fruto de nossa escolaridade anterior, da cultura onde tínhamos vivido.[7]

Quando falávamos, esperávamos obter uma confirmação sobre se aquilo que dizíamos estava certo. Afinal, foi sempre assim que fomos recompensadas em nossa escolaridade anterior, onde conseguimos construir a reputação de boas alunas. Entretanto, aqui, a conversa tomava outro rumo. Recebíamos perguntas com as quais não estávamos acostumadas, como esta: *O coeficiente angular é dado em graus ou em radianos?* Nossas tentativas de trazer as perguntas de volta a nossa identidade de alunas aplicadas não funcionavam, porque o professor caía da posição que esperávamos que ele ocupasse. Tentamos medir Δy e Δx e dividir, para encontrar a derivada. Porém, veio de lá um decidido: *Sem contas! Só medindo.* Logo depois, para encontrar a equação de uma reta com coeficiente angular dado, passando por um ponto, tentamos usar nossa boa fórmula do coeficiente angular, mas veio de lá um: *É olhar a figura e escrever a fórmula.* No momento em que, encabulada, uma de nós concordou que o ângulo é o coeficiente angular, o professor, em vez de explicar o que é o coeficiente angular, veio com outra pergunta: *O coeficiente angular é dado em graus ou em radianos?*

Em certos momentos fomos nós que verbalizamos a conclusão: *a derivada é a* *tangente trigonométrica...* Em outros momentos, foi o professor que se encarregou da verbalização; *a partir de um ponto da curva avance uma unidade...* Embora trabalhasse com o material que nós lhe fornecíamos, nossos vacilos, nossas fórmulas prontas, nossas certezas, o professor sabia onde queria chegar. Isto ficou claro no modo pelo qual nos levou a pensar sobre o coeficiente angular. *Mais uma questão: como se encontra a equação de uma reta ...?*

Nessa conversa, fomos vendo como estávamos apegadas a um tipo de justificação. Passamos a discutir como esse apego se devia a histórias individuais que eram parecidas, por causa de nossas escolas, que tinham sido quase iguais. Na conversa emergiu uma figura, "o aluno de segundo grau", que tínhamos sido há pouco tempo. O que está se ensinando a ele é o que nós aprendemos: a fantasia de ser bom aluno e dar respostas certas. Essa fantasia continua na universidade. Atrás de cada barreira transposta, vestibular, graduação, mestrado, há sempre elementos suficientes para recompô-la. A sessão que o relato descreve, mostra que nos foi possível notar que, atrás dessa fantasia nada há, ou melhor, há exatamente as alunas que sempre fomos (e permanecemos).

Continuamos sem saber quem fala em nossas bocas, mas isso, agora, não nos incomoda, porque é dessas falas, seja lá quem for o autor delas, que se produz o significado. É o significado que constitui os objetos matemáticos. Não são falas sobre um texto. São falas de um sujeito enigmático que as profere em nós[8]. Podemos continuar confiando em nossas fórmulas prontas porque, no fim, é a partir delas que tudo se arranja. Experimentamos certa satisfação em notar que o fantasma não mais assusta. Porém, haverá um caminho mais curto para essa satisfação? Foi daí que partimos para pensar a proposta alternativa para o segundo grau que mostraremos adiante.

Comecemos comentando o último ponto do relato: Tratava-se da constatação da existência de dois *campos semânticos*[9], o da geometria analítica-trigonometria, (CS-GAT) e o funcional (CS-F). Através da pergunta *Como se encontra a equação de uma reta de coeficiente angular m, passando pelo ponto* (x_0, y_0) *dado?* tínhamos chegado à mesma crença-afirmação de que a equação é $y = y_0 + m(x- x_0)$, porém com justificações diferentes.

No 2º grau, a definição de coeficiente angular como $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ vem do modelo da equação da reta passando por dois pontos e também da definição da tangente trigonométrica como sendo a razão entre o seno e o cosseno ou entre o cateto oposto e o cateto adjacente. Esta foi a justificação inicialmente dada para a equação $y = y_0 + m(x- x_0)$. Essa justificação pertence ao campo semântico da geometria analítica-trigonometria (CS-GAT), onde o estatuto das justificações se constitui por acréscimos sucessivos a um certo núcleo geométrico: o "círculo trigonométrico".

Para "medir a derivada com o apagador", como o professor pedia, experimentamos a necessidade de desenhar o círculo trigonométrico sobre a curva, para enriquecê-lo com mais esta experiência: *Uma de nós desenha o círculo trigonométrico sobre a curva e mostra a tangente* (figura 8).

Note que, neste modelo, não estamos considerando que y está em função de x, ou seja, não estamos considerando o conceito de função: y-y_0 e x-x_0 aparecem juntos na fórmula, e não como um em função do outro. Não há "y em função de x". Para olhar a questão através do conceito de função, fica difícil de ver, na fórmula $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$, que, para ($x_0$, y_0) fixos e (x, y) variáveis, teríamos uma função de x. Para isso a fórmula não é boa.

Através dessa discussão, chegamos a uma outra justificação, pertencente ao campo semântico obtido pelo desenvolvimento de um princípio: funções como correspondências ou transformações, aqui denotado CS-F.

Esta justificação seria: *olhando para a ordenada sobre x "vê-se" que y é o* y_0 *somado com* Δy, *que é* $m(x$-$x_0)$; *olhando para a reta tangente "vê-se" que a derivada vezes 1 é este cateto oposto, que deve ser medido.* Justificar assim só é possível se o coeficiente angular "for pensado" (significar) como *número pelo qual se multiplica a variação da abcissa para obter a variação da ordenada.*

Agora, função e função multiplicativa funcionam como um princípio cujo desenvolvimento deve organizar todo o CS-F. Para esse desenvolvimento, em vez de conceituar a tangente trigonometria como a razão entre cateto oposto e cateto adjacente, ou como seno sobre cosseno, devemos pensar e usar a tangente como o *número que, multiplicado pelo cateto adjacente, dá o cateto oposto.*

Está aí a razão dos desencontros relatados. Nossas concepções espontâneas, formadas a partir da nucleação do CS-GAT, desequilibraram-se e se ajustaram às concepções próprias[10] do novo campo semântico, o desenvolvimento do CS-F.

Quando nos demos conta da diferença e de todo o trabalho que tivemos para desenvolver este princípio, a exclamação foi geral: *Por que isso não é trabalhado assim no segundo grau?* Daí veio a vontade de apresentar uma proposta alternativa para o ensino do 2º grau e pensar que conseqüências ela teria para o ensino na universidade.

Lembrando a dificuldade que tivemos com o conceito de diferencial, no 3º grau, vemos, agora, que ele se tornou complicado porque marcou o ponto em que foi necessário passar do CS-GAT para o CS-F. Quando apresenta o tópico diferenciais, o professor desenha a figura (figura 11) e "explica" os significados de $dx = \Delta x$, Δy e dy (Swokowski, 1983, vol 1. p. 111). Ele nota que os alunos não estão entendendo. Em geral, atribui a ausência de sentido da fórmula:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)$$

a não compreensão do erro ε e se esmera em explicar que $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\varepsilon(x)}{\Delta x} = 0$.

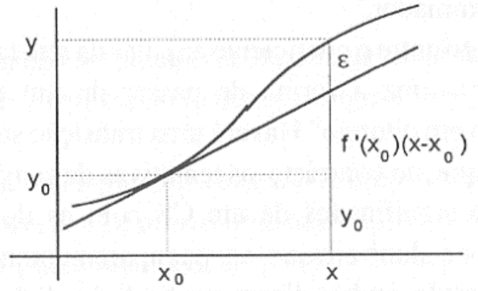

Figura 11. A dificuldade não está no ε.

Na verdade, o problema não está neste "erro", não está em desprezar o "infinitésimo de segunda ordem", mas, sim, no modo como se define derivada no CS-GAT. Ou seja, os alunos são levados a pensar a derivada como limite da razão incremental $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (conseqüência natural do CS-GAT) e não como operador de multiplicação:

$$\Delta x \xrightarrow{f'(x_0)=m} \Delta y = f'(x_0)\Delta x$$

Do ponto de vista estritamente matemático, não deveria haver maiores problemas, porque se vê imediatamente que as afirmações ao lado são equivalentes. Entretanto, a primeira é facilmente justificada no CS-GAT enquanto a terceira não faz sentido nesse campo semântico.

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = L$$

$$\delta(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a} - L \to 0$$

$$\begin{cases} f(x) = f(a) + L(x-a) + \delta(x)(x-a) \\ \lim_{x \to a} \delta(x) = 0 \end{cases}$$

Figura 12. Um corte de CS.

Notamos assim que, quando se introduz a aproximação diferencial, há um corte de campo semântico: não há como dar conta dela no CS-GAT porque o *x* passa a ser fundamentalmente uma variável e não um parâmetro destinado a desaparecer com o limite. As idéias do ensino vigente provêm de um modelo que, neste ponto, fracassa: não dá mais. No momento da definição de diferencial, não tem mais jeito: há um ponto de corte, um *obstáculo epistemológico* no sentido rigoroso do termo. Enquanto os alunos se apegam ao modelo da geometria analítica e pensam a tangente como quociente, fica-lhes impossível pensar a aproximação diferencial, pela reta tangente, onde a derivada é um multiplicador. Essa fórmula da figura 12, uma vez estabelecida, permite a demonstração imediata da regra da cadeia que, sem ela, arrisca ficar incompleta, ou a se transformar num emaranhado de cuidados para evitar o zero no denominador.

Há portanto um hiato entre o coeficiente angular da reta tangente e a idéia de fator multiplicativo. Haverá uma a forma de passar de um para outro de modo a transformar esse hiato em ditongo? Haverá uma transição suave entre esses campos semânticos? Ou será que, ao contrário, as tentativas de suavizar a passagem apenas terminam misturando significados de um CS com os do outro, permitindo um diálogo entre professor e aluno em que, apenas aparentemente, eles estão falando da mesma coisa. Por exemplo, ambos dizem que "a derivada é o coeficiente angular da reta tangente", embora o aluno esteja pensando no limite da razão incremental (primeira linha da figura 3) e o professor esteja pensando no fator de proporcionalidade associado à reta tangente (terceira linha da figura 3). Certamente, com esse conceito de operador multiplicativo o professor fica mais apetrechado para compreender o comportamento da função, porque pode examiná-la tomando abcissas sobre a própria reta tangente, à qual acrescenta $\varepsilon(x)$. Se $\varepsilon(x) > 0$ a função está acima da tangente, etc. Essa justificação será inevitável mais tarde, na análise das singularidades das funções de duas variáveis. Nós propomos tratar esse hiato por uma antecipação do CS-F em nível de segundo grau. Vejamos.

A proposta didática

No modo de ensino atual de cálculo, o limite é ensinado como pré-requisito para introduzir o conceito de derivada, e isto leva o aluno a ter de aplicar este conceito para resolver problemas que ele ainda não tem, isto é, que para ele ainda não fazem sentido. Diante disso, propomos uma reformulação, desde o 1º e 2º graus, insistindo na noção de *operador multiplicativo* - desenvolvimento do princípio da multiplicação - pois isso faria com que os alunos antecipassem justificações no CSF, adequado aos problemas que serão estudados no 3º grau. Isso traria vantagens para o ensino de cálculo, pois, assim, o aluno poderia relacionar a diferencial com a função $y = y_0 + m(x - x_0)$ que já lhe seria familiar.

É importante, para a construção do conceito de função, que o aluno, já no 2º grau, encontre situações em que tenha de *expressar um valor em função de outro*. A proposta é que se insista em problemas do tipo *expresse... em função de* ... Por exemplo:

> Um homem está trepado no degrau que dista 3m do pé de uma escada de 5m, encostada numa parede. O pé da escada escorrega, afastando-se da parede. Expresse a altura do degrau em que está o homem em função da distância do pé da escada à parede.

A solução desse problema requer, simultaneamente, o emprego dos teoremas de Tales e de Pitágoras.

Então, como antecipação do tratamento de derivadas, pode-se propor problemas onde apareçam casos de *expresse o coeficiente angular em função de x*, como por exemplo:

Problema 1. *Expresse os coeficientes angulares das retas secantes à curva* $y = x^2$ *que passam pelos pontos* $(2, 4)$ *e outros quaisquer* (x, x^2) *em função de x.*

Solução: O enfoque tradicional leva a:

$$m(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$$

Temos notado que os professores relutam em adotar esse ponto de vista porque, estando acostumados a problematizar a indeterminação, não conseguem imaginar que ela possa não ser um problema para o aluno. Alguns acham, mesmo, que, deixar de chamar a atenção para a indeterminação é "enganar"[11] o aluno. O conceito de coeficiente angular como multiplicador pode atenuar esta preocupação.

$$m(x)(x - 2) = (x^2 - 4) \Rightarrow m(x)(x - 2) = (x - 2)(x + 2) \Rightarrow m(x) = x + 2$$

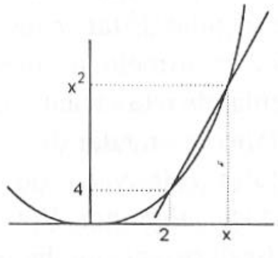

Figura 13. Secante à parábola.

Problema 2. *Expresse os coeficientes angulares das retas secantes à circunferência* $y = \sqrt{25 - x^2}$ *que passam pelos pontos* $(3, 4)$ *e outros quaisquer* $(x, \sqrt{25 - x^2})$ *em função de x.*

Solução:

$$m(x) = \frac{\sqrt{25 - x^2} - 4}{x - 3} = \frac{\sqrt{25 - x^2} - 4}{x - 3} \cdot \frac{\sqrt{25 - x^2} + 4}{\sqrt{25 - x^2} + 4} =$$

$$= \frac{25 - x^2 - 16}{(x - 3)(\sqrt{25 - x^2} + 4)} = \frac{9 - x^2}{(x - 3)(\sqrt{25 - x^2} + 4)}$$

$$= \frac{(3 - x)(3 + x)}{(x - 3)(\sqrt{25 - x^2} + 4)} = \frac{-3 - x}{\sqrt{25 - x^2} + 4}$$

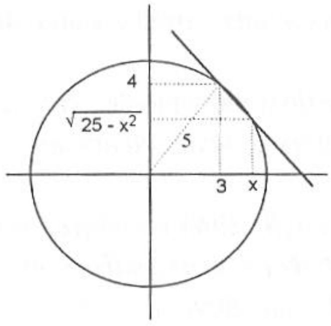

Figura 14. Secante à circunferência.

Aqui também, o zero em denominador pode ser evitado com o conceito de coeficiente angular como multiplicador. Tudo isso é perfeitamente possível no 2º grau. Esses problemas podem ser misturados com outros, de geometria analítica, e com problemas sobre funções. Com atividades deste tipo podemos chegar ao coeficiente angular da tangente. Entre as concepções espontâneas do aluno figura a de que a reta tangente é a que "toca" a curva em um único ponto. Em vez de erradicar esta concepção com contra-exemplos, sugerimos que se conte com ela. Quando se pergunta qual deve ser o valor de Δx para que, em vez do coeficiente angular da secante, se obtenha o coeficiente angular da tangente, o próprio aluno responderá: "zero" ou, equivalentemente, $x = 2$ no primeiro problema, ou $x = 3$, no segundo. Se é possível obter o coeficiente angular da reta secante para um valor qualquer de x e, como a derivada é igual ao coeficiente angular da tangente à curva, então não é necessário usar limite para calcular a derivada, desde que se possa eliminar a indeterminação por uma simplificação algébrica. Esse é o caso das funções x^n, $x^{1/n}$, $1/x$ e suas compostas. Embora a base desse encaminhamento seja geométrica, ele não fica congelado em um único campo semântico eminentemente geométrico, mas passa, por sistematização da notação, ao campo semântico algébrico. Uma vez que o aluno já tenha chegado a $m(x) = x + 2$ no primeiro exemplo, não aparece o problema da divisão por zero e não é necessário entrar com o conceito de limite. Basta que, no final do enunciado do problema, acrescente-se: *simplifique a resposta. O próprio aluno se encarregará de achar óbvio*[12] que $m(2) = 4$, no primeiro problema e que $m(3) = -3/4$, no segundo.

Note que, nessa proposta, o limite fica como noção implícita, usada em ação na resolução desses problemas. Um livro como Swokowski (1983) que retarda derivadas de logaritmos e exponenciais, seno e cosseno, para os capítulos 8 e 9, respectivamente, poderia também retardar a noção de limite e fazer derivadas segundo esta proposta. O limite seria apresentado como reflexão e refinamento do modelo de cálculo do coeficiente angular das secantes. O limite seria um princípio a ser desenvolvido depois.

Desenvolvimento e resultados

Certamente, as experiências interiorizadas ~~de um conjunto~~ de professores a freqüentar um curso de pós-graduação não nos garantem a adequação da proposta didática que formulamos. Sem o confronto com a investigação empírica sobre aprendizagens e professores, sem a participação ativa dos intervenientes últimos, os alunos, em contextos reais, como a sala de aula, qualquer paradigma de pesquisa em Educação Matemática tem extrema dificuldade em desempenhar um papel relevante em nossa comunidade. Torna-se, pois, necessário, correr o risco de alongar demais este artigo, para expor brevemente o quadro geral da pesquisa sob a orientação das *reuniões sintomais*. Para que o leitor não fique com a sensação de que, para nós, o fundamental ocorreu durante a reflexão efetuada "in vitro", é preciso esclarecer que as *reuniões sintomais* foram desenvolvidas como experiência de aprendizagem (de alunos e professor) a partir de salas de aula de cálculo, especificamente, a partir das reuniões chamadas de *recuperação paralela*, obrigatórias para alunos com desempenho fraco nas provas escritas (Baldino, 1995). No presente artigo e em outros lugares (Baldino e outros, 1996, Cabral, 1997), estende-se o manejo das *reuniões sintomais* como estratégia de investigação de *concepções espontâneas*.

Embora o essencial do esforço de investigação ocorra na universidade, ele não fica confinado à "torre de marfim" dos gabinetes de trabalho e salas experimentais, a menos que se incluam ali as salas de aula de cálculo com 50-60 alunos, muitos dos quais com sérias dificuldades em manipulações algébricas. De fato, a proposta didática que expusemos acima está sendo implementada no curso de Cálculo I para alunos de Física da UNESP, Rio Claro, desde 1995. Os primeiros resultados foram relatados no IV Encontro Paulista e os de uma extensão dela, incluindo as derivadas das funções trigonométricas, logarítmicas e exponenciais sem o conceito de limite, usada em 1996, está sendo submetida à *Quadrante*.

Tanto em 1995 quanto em 1996 parece não ter passado pela cabeça de nenhum aluno que o denominador de $\frac{f(t)-f(x)}{t-x}$ pudesse ser zero, à medida que estavam procurando o coeficiente angular de uma reta secante, que corta a curva em pontos necessariamente distintos. Em 1995, todos os alunos aceitaram que não era possível fazer $h = 0$ antes de simplificar mas, uma vez ocorrida a simplificação, só os repetentes acharam que alguma coisa ainda devia ser dita. O professor nunca mencionou o conceito de limite. Este foi introduzido pelos repetentes e encampado pela turma. À medida que isso ocorria, o professor sugeria justificações infinitesimais dos mesmos raciocínios e instigava os alunos a escolherem uma das vias, limites ou infinitésimos, como a mais adequada a seu modo espontâneo de justificar. No início, a maioria declarou preferir os limites, mas, à medida que o curso avançou para aplicações da integral definida, a preferência, principalmente dos alunos com mais dificuldades, foi toda pelos infinitésimos (Baldino e outros, 1995).

Em 1996 os repetentes, que tinham sido expostos à proposta no ano anterior, pouco mencionaram a noção de limite. Neste ano, aumentou-se a ênfase sobre problemas do tipo:

Para cada uma das funções abaixo:

a) ache a fórmula do coeficiente angular da reta secante que passa pelos pontos $(t, f(t))$ e $(x, f(x))$ do gráfico de f; simplifique a resposta. Ache a fórmula do coeficiente angular da tangente que passa pelo ponto $(t, f(t))$;

b) ache a fórmula do coeficiente angular da reta secante que passa pelos pontos $(x, f(x))$ e $(x+h, f(x+h))$ do gráfico de f; simplifique a resposta. Ache a fórmula do coeficiente angular da tangente que passa pelo ponto $(x, f(x))$. Confira com o resultado de a).

Não se trata de emitir, aqui, um boletim de vitória. As dificuldades dos alunos pareceram maiores que no ano anterior. Por quê? Porque o problema foi colocado de modo mais claro? Porque se aprofundou a investigação do real desempenho dos alunos? Porque os repetentes não acudiram com a idéia de limite? Porque a concepção espontânea da tangente como a reta que toca a curva em um só ponto foi insuficiente? Pareceu-nos, entretanto que as dificuldades tiveram duas origens, que devemos procurar esclarecer em 1997. São as enormes e insuspeitadas dificuldades desses alunos em: 1) lidar com as transformações algébricas que levam à simplificação; 2) lidar com a conceituação e com a notação funcional (lêem $f(x) = x^2$ como "a função *de* x^2" e muitos abreviam $f(x^2)$, etc.). Uma fórmula que expresse um coeficiente angular *em função de* x, parece um significado difícil de construir, neste nível, exatamente porque o conceito de função não está suficientemente desenvolvido.

Considerações finais

Qual a relevância do princípio da multiplicação para o acesso ao CS-F? Muitos professores universitários de Física costumam dizer que os alunos têm dificuldades em Física porque "não sabem "Matemática". Por outro lado, como vimos, é o acesso ao CS-F que dificulta o ensino do cálculo. Dificulta, portanto, tanto o cálculo quanto a Física. Ora, os professores de Física, talvez mais que ninguém, poderiam contribuir para facilitar esse acesso. Apresentam a densidade como massa sobre volume e não lembram de apresentá-la *também* como o número pelo qual se deve multiplicar o volume para ter a massa; apresentam a velocidade como o espaço sobre o tempo, e não lembram de apresentá-la como o número pelo qual se deve multiplicar o tempo para ter o espaço; apresentam a pressão como força sobre área, e não lembram de apresentá-la como o número pelo qual é preciso multiplicar a área para ter a força. Por isso, faltam aos alunos modelos intuitivos daquele que será, talvez, o mais significativo dos exemplos de função: o operador multiplicativo. Então, será por não saberem Física que eles têm dificuldade na Matemática.

Fica, assim, a interrogação: que significados poderemos esperar que os alunos construam para o conceito de derivada se adotar esta proposta didática? Pensar a derivada como um operador multiplicativo não exigirá uma grande (e talvez desnecessária) abstração? Será que a abstração não poderia ser evitada? Não seria melhor evitar a fórmula da aproximação linear da função pela reta tangente que é, certamente, mais abstrata que o mero cálculo do coeficiente angular pelo limite. Por que insistir tanto na demonstração da regra da cadeia? Não seria melhor usá-la como receita de cálculo, amparada por demonstrações gráficas? Isso seria suficiente para um primeiro curso de cálculo? Ou será, que, pelo contrário, *é a noção de limite, mesmo em seu aspecto intuitivo, que é mais abstrata que a de operador multiplicativo*? Que nos ensina a história sobre isso? Arquimedes? Por que pode parecer, pelo menos para alguns, que o operador multiplicativo seja uma abstração desnecessária? Nos cursos usuais, quando o aluno "calcula um limite", será que ele está usando de fato a idéia de limite, ou está apenas substituindo o valor da função no ponto, valendo-se de uma idéia de continuidade? Ou será que está usando a regra de L'Hôpital? Será que o conceito de limite parece menos abstrato que o de operador multiplicativo porque, na realidade, não é usado para calcular limites? O limite é um mero enfeite teórico e inoperante do curso de cálculo? Se todo o arsenal teórico sobre limites, mesmo que apresentado apenas em aspecto intuitivo, sempre ocupa boa parte do primeiro semestre de cálculo mas termina ficando suspenso até o curso de análise matemática, cabe perguntar: haverá maneira mais útil de empregar o tempo dedicado ao conceito de limite no primeiro curso de cálculo? Não seria melhor usar esse tempo para reforçar o conceito de função com exemplos, como os de velocidade, densidade e pressão? O curso de cálculo não poderia ser fundado sobre a idéia de continuidade, que, enfim, é a que termina ficando?

Notas

[1] Apresentado como *Comunicação Científica CC17* no V Encontro Nacional de Educação Matemática (V ENEM), SBEM-UFSE, Aracaju, 16-21 de julho de 1995. Esta versão inclui

contribuições recebidas neste Encontro.

2 A introdução é de autoria do coordenador (Roberto Ribeiro Baldino). As restantes autoras são alunas de Mestrado do Programa de Pós-Graduaçãoem Educação Matemática da UNESP.

3 Formulada por Marco Antônio Escher.

4 Do Francês, "simptomale", termo usado por Louis Althusser na expressão "leitura sintomal".

5 A redação do artigo é feita do ponto de vista das alunas, cujas colocações, sem distinção, serão precedidas pela letra *A*; as colocações do professor serão precedidas pela letra *B*. Os comentários são de autoria conjunta.

6 Chamamos *concepções espontâneas* os primeiros significados produzidos quando a demanda do outro é orientada por um dado *campo semântico*. O conceito de campo semântico foi proposto por Romulo C. Lins (cf. Lins, 1994) para pensar os diferentes *modos de produção de significado*. A acepção se tornará clara ao longo do texto

7 Tecnicamente, as falas da alunas eram frutos do *inconsciente* que, para Lacan, deve ser procurado *fora do sujeito,* como resposta às perguntas: Quem está falando através do sujeito? Que elemento de sua história pregressa está sendo posto neste ponto específico de sua fala? Por isso o conceito de *concepção espontânea* (ver nota 2) *nos remete à história do falante*, não a uma certa "espontaneidade autônoma", idiossincática, que nada esclarece.

8 Sujeito do inconsciente, "je" que é distinto do "moi".

9 Ver nota anterior.

10 Chamamos *concepções próprias* os significados produzidos no campo semântico maximal, do saber erudito (ou científico).

11 Observação do Professor Geraldo Garcia Duarte no V Encontro Nacional de Educação Matemática (V ENEM).

12 Na primeira redação deste artigo, esta afirmação ainda estava por ser testada.

Referências

Baldino, R. R. (1995). Ensino remedial em recuperação paralela. *Zetetiké, 3*(3).

Baldino e outros (1996). Desmistificando o gradiente: Um enfoque psicanalítico. *Anais, IV Encontro Paulista de Educação Matemática, SBEM-PUCSPl 27-30 de janeiro* (pp. 294-301). Resumo de 8 páginas aceito como comunicação científica no PME-20, Valência, 1996.

Baudrillard, J. (1981). *Para uma crítica da economia política do signo.* Lisboa: Edições 70.

Blanchard-Laville, C. (1992). Applications of psychoanalysis to the in-service training of mathematics teachers. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 45-51.

Cabral, T. C. B. (1992). *Vicissitudes da aprendizagem em um curso de cálculo.* Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro.

Cabral, T. C. B. (1997). Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, USP, São Paulo (em andamento).

Filloux, J. C. (1984). Clinique et Pédagogie. *Revue Française de Pédagogie, 64,* 13-20.

Filloux, J. C. (1987). Psychanalyse et Pédagogie ou: D'une prise en compte de l'inconscient dans le champ pédagogique (Note de Synthèse). *Revue Française de Pédagogie, 81,* 69-102.

Gomes da Silva, M. e Sad, L. (1996). Sobre o papel do conceito de limite no primeiro curso de cálculo. *Anais, IV Encontro Paulista de Educação Matemática, SBEM-PUCSPl 27-30 de janeiro* (pp. 127-134).

Granger, G. G. (1990). Sur le vague en mathématiques. *Dialetica, 44*(1-2), 11-22.

Lacan, J. (1973). *Le séminaire de Jacques Lacan. Livre XI: Les quatre concepts fondamentaux de la psychanalyse —1964.* Paris: Editions du Seuil.

Lacan, J. (1975). *Subversión del sujeto y dialéctica del deseo en el inconsciente freudiano.* Em Escritos, vol. 2, Siglo Vintiuno, s.a. de c.v. (Orig. *Écrits.* Paris: Editions du Seuil, 1966).

Lacan, J. (1992). *O seminário de Jacques Lacan. Livro 17: O avesso da psicanálise.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar. (Orig. Paris: Editions du Seuil, 1991).

Lins, R. C. (1992). *A framework for understanding what algebraic thinking is.* Tese de Doutorado. Universidade de Nottingham.

Lins, R. C. (1994, Julho). Campos semánticos y el problema del significado en álgebra. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas, I*(1).

Manoni, M. (1977). *Educação Impossível.* Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. Tradução de Álvaro Cabral (Orig. *Éducation Impossible*. Paris: Editions du Seuil, 1973).

Pain, S. (1987). *A Função da Ignorância.* Porto Alegre: Artes Médicas. (Orig. *Estructuras inconscientes del pensamiento*. Ediciones Nueva Visión, 1985).

Pajak, E. F. (1981, Novembro). Teaching and the psychology of the self. *American Journal of Education,* 1-11.

Pichon-Rivière, H. (1988). *O processo grupal.* São Paulo: Martins Fontes.

Swokowski, E. (1983) *Cálculo com Geometria Analítica.* McGraw-Hill do Brasil. (Orig. *Calculus with Analytic Geometry*. Prindle, Weber &Schmidt, 1979).

Thanh Liem, M. N. (1979). Les Mathématiques: Défense ou sublimation? *Revue Française de Psychanalyse, 43*(5-6).

Zizek, S. (1991). *O mais sublime dos histéricos.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar. (Orig. *Le plus sublime des hystériques — Hegel passe*. Paris: Point Hors Ligne, 1988).

Zizek, S. (1992). *Eles não sabem o que fazem (o sublime objeto da ideologia).* Rio de Janeiro: Jorge Zahar. (Orig. *Ils ne savent pas ce qu'ils font (le sinthome idéologique).* Paris: Point Hors Ligne, 1990).

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason.* Londres: Routledge, Chapman & Hall.

Roberto Ribeiro Baldino, Departamento de Matemática, UNESP, Caixa Postal 474, 13500-970 Rio Claro, SP, BRASIL. Endereço electrónico: baldino@rcb000.uesp.ansp.br.

Andréia Büttner Ciani, Departamento de Matemática, UNESP, Caixa Postal 474, 13500-970 Rio Claro, SP, BRASIL.

Anemarie Roesler Luersen Vieira Lopes, Departamento de Matemática, UNESP, Caixa Postal 474, 13500-970 Rio Claro, SP, BRASIL.

Márcia Cristina de Costa Trindade Cirino, Departamento de Matemática, UNESP, Caixa Postal 474, 13500-970 Rio Claro, SP, BRASIL.

Patrícia Sândalo Pereira, Departamento de Matemática, UNESP, Caixa Postal 474, 13500-970 Rio Claro, SP, BRASIL.

RESUMO. Parte-se do relato de uma reunião de grupo de estudos para orientação de alunas do Mestrado em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro. As reflexões mostraram que as dificuldades experimentadas por essas alunas com o conceito de aproximação diferencial no curso de cálculo provinham do enfoque dado ao conceito de coeficiente angular da reta, predominante na geometria analítica do segundo grau. Formulou-se uma proposta didática para o segundo grau visando a evitar a repetição dessa dificuldade. A proposta inclui sugestões para o ensino de derivadas no segundo grau. O coeficiente angular deve ser pensando, não como Δy *sobre* Δx*, mas, também, como o número que, multiplicado por* Δx*, dá* Δy*. O coeficiente angular deve ser pensado como um* multiplicador. *Tal observação também vale para* tg, sen *e* cos. *O relato da reunião é analisado sob o ponto de vista da produção de significados sob conceituação lacaniana. A proposta didática é fundamentada na teoria dos campos semânticos e sua adequação prática está sendo objeto de pesquisa experimental em um curso de cálculo para calouros universitários. O artigo descreve uma primeira tentativa de pesquisa em Educação Matemática sob abordagem psicanalítica.*

ABSTRACT. We start from a meeting report of a study group, produced by students who are working towards their Master Degree in Mathematics Education at UNESP, Rio Claro. The discussion has shown that difficulties faced by these students in dealing with differential approximations in their calculus courses, were due to the conceptions of slope of a straight line that they had learned in high school analytic geometry. We arrived at a didactical proposition to high school analytic geometry and trigonometry, intended to prevent this difficulty. The proposition includes suggestions for teaching derivatives in high school. The slope should be thought of, not only as Δy *divided by* Δx*, but also as the number that, when multiplied by* Δx*, leads to* Δy*. The slope should be thought of as a* multiplier. *Similar remark holds for* tan, sin *and* cos. *The meeting report is analysed from the perspective of production of meaning under Lacan's concepts. The didactical proposition is based on the theory of semantic fields and its practical feasibility is being tested in a freshmen calculus course. The paper describes a first attempt of carrying out research in Mathematics Education under a psychoanalytical approach.*