
Discurso de alguns professores de cálculo sobre taxas de variação

Maria Regina Gomes da Silva
UNESP

Introdução

De modo geral, o curso de Cálculo Diferencial e Integral I ministrado invariavelmente nos primeiros anos dos cursos de graduação de Ciências Exatas, é visto como uma seqüência de conteúdos expressa, quase sempre linearmente, por “limites, derivadas e integrais”.

Pode ser apontada, em alguns casos, uma diferença capital entre o modo de se trabalhar o Cálculo na dependência da clientela: não são raros os casos em que se suprime, p. ex., no estudo de *limites*, o trabalho mais “teórico” com *épsilons* e *deltas* quando a clientela é aquela de cursos de Engenharia e outros, para os quais a disciplina é obrigatória. Tais cursos são conhecidos no jargão acadêmico da Matemática como “cursos de serviço”, visto não ser a clientela, especificamente, a de um curso de Licenciatura ou Bacharelado em Matemática.

Porém, mesmo quando o conteúdo *limites* é ministrado indistintamente para vários cursos (o que se faz em escolas brasileiras onde os primeiros anos são denominados básicos), o tratamento com *épsilons* e *deltas* causa problemas¹, mas as dificuldades são, de certo modo, ultrapassadas quando se iniciam os trabalhos com os teoremas de operacionalização — o que os alunos entendem por “resolver os limites”.

O passo seguinte, as derivadas, apresenta a mesma trajetória: os fundamentos teóricos iniciais, que não causam tantos problemas quanto os *épsilons* e *deltas* dos

limites, são seguidos de exercícios do tipo “dada a função, encontre a derivada” ou exercícios ligados diretamente ao cálculo de inclinações e equações de retas tangentes.

Seguido a isso, o tópico *taxas de variação* é iniciado e as dificuldades encontradas podem ser resumidas em:

(1) dificuldade para o equacionamento de uma dada situação. No estudo do Cálculo é a primeira vez que o aluno se defronta com a exigência de um equacionamento, condição *sine qua non* para a solução. A falta de habilidade no cálculo das derivadas e na aplicação da “regra da cadeia” prejudica o equacionamento; talvez, porque o aluno tende a não encaminhar o problema para o uso de um instrumental que ele não sabe manejar bem;

(2) dificuldade na interpretação dos dados e resultados, que é bastante relacionada com a dificuldade em equacionar os problemas. A dificuldade em se interpretar dados e resultados inviabiliza, também, a checagem dos dados obtidos como resposta;

(3) dificuldade com a representação gráfica da situação-problema, o que necessariamente envolve as dificuldades anteriores, pois inviabiliza, de modo flagrante, diversos equacionamentos e interpretações.

Não é difícil encontrar, nos desvãos das salas de aula, professores que afirmam que os alunos têm dificuldade para esboçar uma figura representativa da situação-problema que viabilize seu equacionamento.

Justificando ter um programa a cumprir num tempo pré-estabelecido, o professor, na aula de matemática, quando apresenta exemplos e propõe exercícios, acaba por mostrar as soluções, às vezes diretamente, às vezes “dando dicas” que possibilitam que os alunos percorram o caminho que chega a uma resposta tida como certa: que percorram um caminho sem maiores digressões, sem maiores perdas de tempo. Assim, o professor coloca no quadro a figura e a equação e aguarda que os alunos façam o resto. A atividade do aluno não vai além de cálculos mecanicistas o que estimula (no aluno) um tipo de comportamento passivo: por que se esforçar se a solução mais cedo ou mais tarde aparecerá no quadro?

A situação de sala de aula acima descrita ilustra uma série de questões de alta complexidade dentro da Educação Matemática, que tem sido enfocada por vários pesquisadores segundo diferentes perspectivas de análise, que vão desde discussões gerais sobre a finalidade da educação até a aplicação concreta de determinadas metodologias.

Diniz (1991), citando Blackington, sugere uma conceituação de educação composta de quatro categorias de atividades: (1) propor questões; (2) responder às

questões propostas; (3) questionar as respostas dadas às questões; e (4) questionar as próprias questões propostas. Segundo essa autora, somente aqueles alunos engajados sistematicamente com as duas últimas atividades estão sendo realmente educados e participando da “construção da cultura”. Diniz (1991) observa que o ensino tradicional se ocupa apenas das duas primeiras atividades. Nesse sistema de ensino o que ocorre “é o enfado dos alunos, a memorização das técnicas e a busca de modelos facilitadores, onde o aluno diante de um problema tem apenas duas alternativas de ação: ou ele reconhece um modelo ou fórmula a ser empregada ou, então, só lhe resta desistir, esperando a solução do professor”.

Também Barbosa (1987), referindo-se a um estudo sobre a prática pedagógica de Cálculo I na Universidade Federal de Viçosa, Brasil, conclui que as dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem dessa disciplina estão associadas, entre outras, a questões metodológicas, onde predomina a exposição didática caracterizada pela aula frontal a partir do livro-texto. Assim, segundo Barbosa e Diniz, as aulas de Cálculo não saem do formalismo tipo: professor escreve e aluno copia, ou seja, o aluno simplesmente memoriza ou capta, de maneira mecânica os exercícios, não sendo capaz de atribuir significado ao conhecimento matemático ali veiculado.

Enquanto professora de um curso de Licenciatura em Matemática e incomodada com esse quadro, pareceu-me premente compreender o discurso de alguns professores de matemática, tratando particularmente do conteúdo taxa de variação, desde que este conteúdo (1) apresenta dificuldades no ensino de Cálculo Diferencial e Integral I (Silva, 1996); e (2) tem a função de atribuir significado ao conhecimento matemático pela resolução de problemas “práticos” (Silva, 1995).

Para isso, entrevistamos seis professores de Cálculo I que concordaram em participar da pesquisa. São professores doutores em Matemática, particularmente em equações diferenciais parciais e topologia algébrica da UNESP e da UNICAMP, duas das três universidades públicas do Estado de São Paulo, Brasil.

Optamos por apresentar, neste artigo, considerações sobre os recortes mais significativos, sobre o conteúdo taxa de variação, de cada uma das entrevistas. A significância, entretanto, é por nós atribuída enquanto investigadores.

Cabe ressaltar que entendemos que as crenças, perspectivas e preferências dos professores relativas a matemática e seu ensino, independentemente de estarem conscientes ou inconscientemente arraigadas, desempenham um papel significativo, embora sutil, na formação dos padrões de comportamento instrucional característicos dos professores e, conseqüentemente, na forma pela qual eles tipicamente apresentam o conteúdo, sendo assim, como Thompson (1984), sugerimos cuidado na formação de declarações conclusivas. Os professores possuem concepções a

respeito do ensino que são gerais e não específicas ao ensino da matemática e têm concepções próprias sobre seus alunos e sobre a constituição social e emocional de sua classe. Sendo assim, é provável que para alguns professores outras perspectivas e crenças específicas ao ensino de matemática sejam precedentes as aqui apresentadas.

Sobre taxa de variação

É importante ressaltar que no ensino superior, o ensino da Matemática, em especial o ensino de Cálculo, é tomado não mais como um estudo de grandezas constantes, mas como um estudo de grandezas variáveis.

Schneider (1992) que, utilizando os conceitos *objetos mentais* de Freudenthal (1973 e 1983) e *obstáculos epistemológicos* (conceito introduzido por Bachelard, reeditado em 1980 no contexto das ciências experimentais), desenvolve uma pesquisa com alunos do penúltimo ano do ciclo secundário de uma escola da Bélgica. O material fundamental da pesquisa de Schneider foi constituído por uma série de problemas envolvendo, em especial, o conceito de velocidade e fluxo instantâneos, que pretendiam colocar à prova os *objetos mentais* dos alunos.

A partir de uma análise sistemática das interpretações das reações dos alunos, escolhendo entre todos os *erros* cometidos, aqueles reveladores dos *obstáculos epistemológicos* e, ao mesmo tempo, constituídos de conhecimentos, Schneider afirma que as dificuldades demonstradas pelos alunos em conceber, p. ex., o conceito de velocidade instantânea estão ligadas à maneira como o conceito de velocidade instantânea é definido no seio da própria Matemática, quer dizer, como um limite de velocidades médias.

Conceber um objeto matemático (velocidade instantânea, p. ex.) como limite de outros objetos (as velocidades médias) supõe uma certa filiação mental entre o primeiro e os segundos. Desse modo, colocar tais objetos no universo dos sentidos e das medidas (como é o caso de certos alunos investigados) cria um fosso irremediável entre a passagem de um para o outro conceito.

Segundo Schneider, a dificuldade está em tratar-se de observar um objeto não estático, mas em movimento, ou seja, de se dever observar qualquer coisa que escapa a esses alunos: os alunos, apesar do ensinamento recebido, concebem a Matemática como uma tradução quase literal de uma experiência sensível — pelo menos no que diz respeito a vários aspectos do cálculo infinitesimal.

Cabe, ainda, destacar que não parece controverso, entre os autores de textos de matemática, a posição privilegiada do tópico taxas de variação, dentro da disciplina

Cálculo Diferencial e Integral.

O conceito de derivada está intimamente relacionado com o problema de calcular a velocidade de um objeto móvel. Foi esse fato que tornou o Cálculo um instrumento de pensamento essencial para Newton, em seus esforços para descobrir os princípios da Dinâmica e compreender os movimentos dos planetas. Poderia parecer que só os estudantes de Física achariam vantajoso preocupar-se com idéias precisas acerca da velocidade. No entanto, essas idéias dão uma introdução bastante fácil ao conceito geral de taxa de variação e esse conceito é importante em muitos outros campos de estudo, incluindo as ciências biológicas e sociais — especialmente Economia (Simmons, 1987, p. 86).

Também, não é difícil encontrar relações do conteúdo taxas de variação com outras áreas do conhecimento. Autores remetem-se às taxas de variação na Química quando, p. ex., pretendem prever o resultado de reações químicas; ou na pesquisa da taxa de crescimento de bactérias, na Biologia; ou na Física, para estudar e descrever a variação da corrente num circuito elétrico; ou na Economia, resolvendo problemas de lucros e perdas etc.

Por ser taxa de variação o primeiro conteúdo (na seqüência de apresentação dos tópicos que compõem o programa da disciplina Cálculo I), através do qual o conhecimento matemático adquire significado pela resolução de *problemas práticos* e dada a necessidade do uso de algum livro-texto em sala de aula, como bibliografia básica ou complementar, supomos educacionalmente relevante examinar textos didáticos de Cálculo I, quanto ao tratamento dado ao tópico taxas de variação.

Não é polêmica a existência de invariantes em livros-textos freqüentemente utilizados em cursos de graduação (ver, p. ex. Ávila (1980); Swokowski (1983); Leithold (1986), Simmons (1987), entre outros) quanto à apresentação do tópico taxa de variação e o modo com que este tópico é trabalhado.

Invariavelmente, o conteúdo taxa de variação é apresentado depois das considerações iniciais sobre derivadas, como aplicação nesse campo teórico do Cálculo. Também, invariavelmente, a definição formal de taxa média de variação e de taxa de variação, é feita a partir do quociente de Newton e do limite desse quociente quando h tende a zero, numa referência clara, sempre explicitada, à derivada de uma função, esta anteriormente definida e trabalhada.

O exemplo básico, colocado como uma das formas mais gerais de taxa de variação, é o da velocidade de um móvel, quase sempre formalizado como a velocidade de um ponto móvel P sobre uma reta r . A isto seguem outros exemplos (muitas vezes relativos à aceleração) e, dependendo do autor, considerações mais ou menos detalhadas sobre outras possíveis aplicações das taxas de variação em outras áreas. Os exemplos aparecem sempre na forma de problemas resolvidos e, em

seqüência, problemas outros são propostos para o leitor.

Sintetizando, a trajetória básica de apresentação do conteúdo taxas de variação passa por: (a) definição; (b) num apelo às aplicações práticas e porque “a maioria das quantidades que encontramos na vida cotidiana variam com o tempo” (Swokowski, 1983); ou porque “o conceito de derivada está intimamente relacionado com o problema de calcular a velocidade de um objeto móvel” (Simmons, 1987); ou ainda porque “o conceito de velocidade no movimento retilíneo corresponde ao conceito mais geral de taxa de variação” (Leithold, 1986), o conceito de velocidade (ou função velocidade) é trabalhado; (c) seguem à estruturação e discussão teórica do conceito de taxa de variação exemplos (problemas resolvidos) de aplicação prática; (d) problemas (exercícios) são propostos. A maioria desses problemas usa termos e situações que os aproximam de um “problema externo” à Matemática (pseudo-aplicação à realidade).

Freudenthal (1973) compara o método usual de partir de uma definição para desenvolver uma teoria ao prefácio de um livro: ambos aparecem no início, contudo, na realidade são a parte final de um processo.

Esse autor caracteriza tal fenômeno como inversão didática. Assim, os livros-textos ao apresentarem as definições chaves — que dão o último toque a estrutura — logo no começo, seguem o caminho inverso em direção ao resultado. Defende a necessidade de outras habilidades além do conhecimento de expressões lingüísticas elegantes que definem o que é, p. ex., um limite, um quociente diferencial ou uma integral; sendo mais importante trabalhar de início, numérica e geometricamente todas essas noções, ainda que estas não possam ser enquadradas em uma definição à prova de crítica para chegar ao *insight* do conceito e, por fim, à sua apresentação formal. Afirmar que advogar a introdução do quociente diferencial enquanto velocidade como abordagem próxima da realidade, é ver tal “realidade” através de uma estreita fresta.

Fica subjacente a estas indagações, o impasse do professor que, ao ter que optar entre as dificuldades de uma metodologia alternativa — traduzidas pelas muitas “frestas estreitas” — e os métodos usuais supostamente consagrados — expressos pela ampla frente aberta — sente-se seduzido a tomar decisões que não venham a abalar a posição tão bem alicerçada, do matemático dentro da sociedade, sendo base dessa posição a rígida axiomatização, onde ele deixa repousar, de modo exclusivo, sua confiança.

Resta-nos argumentar sobre a função que têm as taxas de variação de ser, por excelência, um dos tópicos, veiculados em livros-textos de matemática, que dão significação, via resolução de problemas, ao conhecimento matemático.

Parece claro o uso das conexões entre os vários campos onde aplica-se taxa de variação. Isso pode ser visto, como anteriormente observado, em livros de Cálculo, com muita ênfase, nos exercícios propostos e nos exemplos para o desenvolvimento da teoria quando tratando das taxas de variação.

Só esse fato poderia ser tido como suficiente para argumentar tanto em relação às conexões com outras regiões do conhecimento, quanto da aplicabilidade do tópico, levando assim, a uma atribuição de significado às teorias matemáticas pela via-prática (exercícios). É este o ponto nevrálgico da discussão que passamos a esboçar.

Podemos chamar de externos os problemas que tecem conexões da Matemática com outros elementos que não matemáticos e de internos os problemas que buscam inspiração e alento dentro da própria Matemática.

Muito já se trabalhou sobre a idéia da necessidade de uma contextualização da Matemática, fora dela mesma, para um melhor diálogo entre teoria e prática para a aprendizagem de um determinado conceito ou assunto. Desse modo, argumentam, a Matemática encontraria significado por sua referência à realidade, num contexto mais próximo e mais familiar àquele que aprende e ensina (ver, p. ex., Imenes, 1989). Nesse sentido, seria equivalente argumentarmos sobre a necessidade de uma maior utilização de problemas do tipo externo em desenvolvimento de teorias da Matemática.

Não é exatamente essa nossa questão, pois fugiria demasiado do nosso campo de inquérito. Entretanto, alguns comentários sobre isso devem ser considerados.

Sob o nosso ponto de vista, o que determina ser um problema externo ou interno à Matemática é o contexto que o gera e não o apelo (ou pseudo-apelo) à realidade, contido em seu enunciado.

Nesse sentido, particularmente, quanto às taxas de variação, um problema que, p. ex., faça referência a uma caixa retangular fechada com base quadrada, com ou sem tampa, que deve ser feita com algum material, para que, dados ou o volume ou alguma razão entre a altura e lado da base, sejam obtidos algum outro elemento qualquer, para que a quantidade de material ou o custo, sejam minimizados ou maximizados, é pretensamente real (e, portanto, apenas pretensamente externo).

Um problema interno à Matemática, nesse ponto de vista, é um suposto dado da realidade no qual foram substituídos todos os elementos materiais da vida cotidiana pelos elementos ideais da Matemática.

Isso pode ser observado em Ávila (1980, p. 136-137) quando, num exemplo do tópico taxa de variação, considerando uma escada de comprimento l , apoiada num muro, cuja extremidade inferior B se afasta do muro com velocidade constante v , pede-se por uma expressão para a taxa de variação da ordenada da extremidade superior A em relação ao tempo.

Após apresentar uma solução para o referido problema Ávila (1980, p. 137) acrescenta: “É preciso entender que o que fizemos foi formular e resolver um problema puramente geométrico: ‘Dado um segmento retilíneo de comprimento l , com uma extremidade A numa reta Oy , determinar a velocidade dessa extremidade, sabendo que a outra extremidade B se desloca, com velocidade constante v , numa reta Ox perpendicular a Oy ’. No momento em que pensamos no segmento como uma escada, o nosso modelo geométrico é uma idealização da situação física real. /.../ É claro que esse modelo geométrico dá uma previsão correta da velocidade enquanto esta extremidade não se soltar”.

Os chamados “tradicionais” problemas que envolvem dados do cotidiano como escadas apoiadas em paredes, deslizando horizontalmente; a construção de reservatórios na forma de cone invertido; o estudo de vôos de papagaios de papel, entre outros, só fazem tingir uma situação puramente matemática — de motivação para o aprendizado das taxas de variação, dentro do cálculo — com cores que camuflam os elementos formais da matemática, com a desculpa fácil e cômoda, de uma aplicação à realidade.

O estabelecimento da pesquisa

Procurando compreender o discurso de alguns professores de cálculo sobre taxas de variação buscamos, como sujeitos de nossa pesquisa, professores de matemática em exercício no magistério do ensino superior especificamente da disciplina Cálculo I, onde o conteúdo taxas de variação é veiculado. Este fato determinou a escolha dos sujeitos desta pesquisa.

De modo geral, não é muito simples entrevistar professores. Consultamos vários deles que, inicialmente, concordaram em colaborar com a investigação. Entretanto, agendar um horário para uma entrevista acaba sendo extremamente complicado, por estarem, os professores, envolvidos com pesquisas, aulas, atendimento aos alunos, burocracias institucionais etc. Superadas tais dificuldades entrevistamos seis professores (A, B, C, D, E e F), dois da Universidade Estadual Paulista, UNESP, (um de Bauru, outro de Rio Claro) e quatro da Universidade de Campinas, UNICAMP, Brasil.

As turmas de Cálculo I dos cursos de engenharia, bacharelado e licenciatura em Matemática, tematizadas nas entrevistas, são numerosas (de 45 a 70 alunos) e o índice de reprova nessa disciplina é tradicionalmente elevado (de 50 a 70%). Os alunos desses cursos são oriundos de exames de seleção, vestibulares, extremamente concorridos, chegando, em média, a 10 alunos por vaga, para matemática e a 25 por

vaga, para engenharia.

A disciplina Cálculo I (Cálculo Diferencial e Integral I) ministrada a alunos do primeiro ano de Graduação era comum aos seis professores entrevistados no sentido de estes estarem ministrando tal disciplina, tendo, assim, um contato bastante familiar com seus elementos constitutivos — os conteúdos específicos tradicionalmente ditados pelo programa. Durante as entrevistas com os professores, orientamos nossa atenção, em particular, quando se tratando de um conteúdo específico, às taxas de variação.

Levando em conta o caráter de interação que permeia a entrevista, planejamos entrevistas semi-estruturadas (Lüdke e André, 1986), não necessitando, assim, de padrões fixos e seqüenciais, com a determinação prévia de todas as perguntas. Elaboramos um roteiro de entrevista, como ponto de referência, para que nenhum tópico, considerado essencial para o nosso estudo, deixasse de ser abordado. Entretanto, outras questões foram incluídas durante a realização das entrevistas o que, de certa forma, caracterizou o roteiro como uma orientação geral e não como um esquema fechado. As entrevistas foram agendadas com uma semana de antecedência; realizadas, individualmente, nas salas dos professores entrevistados com duração, em média, de 40 minutos; gravadas, depois transcritas.

Com as entrevistas, pretendemos saber o que o professor pensa do conteúdo matemático escolhido (taxas de variação); que importância lhe atribui no curso que vai dar/está dando; que importância lhe atribui no contexto da formação matemática do aluno; como pretende ensinar esse conteúdo; que tempo vai dedicar a ele; como vai cobrar etc. Essas perguntas foram feitas diante de problemas-tipo, representativos do conteúdo escolhido, retirados de livros de Cálculo I.

Considerando a área em que esta investigação se insere, Educação Matemática, e, sobretudo, a natureza do objeto em estudo — discurso de alguns professores de cálculo sobre taxas de variação —, bem como o propósito com que é realizada, optamos por um estudo inserido numa perspectiva qualitativa de investigação (Martins e Bicudo, 1989).

Sendo assim, de posse de nossas concepções, selecionamos e agrupamos recortes dos relatos recolhidos nas entrevistas. A leitura atenta dos recortes agrupados, permitiu iniciar a interpretação do que foi dito pelo professor entrevistado, revelando indicadores de compreensões acerca de nossa pergunta orientadora.

Utilizando-nos de reduções, selecionamos (destacando o que mais insistentemente se mostrara) os trechos de respostas de nossos sujeitos, realizando uma metacompreensão do que buscamos. Com isso, destacamos o sentido que acreditamos que o recorte tem, fazendo uma análise de convergências, iniciadas com as compre-

ensões advindas dos trechos de respostas. As convergências finais trazem uma síntese, do que foi destacado nos trechos de respostas, que são parte da nossa compreensão sobre o estudo (nessa trajetória de busca a compreensões mais elaboradas) a que nos propusemos. Dessas convergências, chegamos à categoria que mostra nossa compreensão sobre o discurso dos professores sobre taxas de variação.

Recortes das entrevistas

Buscando saber o que o professor pensa sobre o conteúdo taxa de variação e orientando-nos por várias leituras das entrevistas, selecionamos alguns recortes do que foi dito pelo professor. Tais recortes foram divididos em seis grupos principais.

Grupo 1. Importância que o professor atribui ao conteúdo taxa de variação no curso em que leciona.

Grupo 2. Importância que o professor atribui ao conteúdo taxa de variação no contexto da formação matemática do aluno.

Grupo 3. Como o professor ensina o conteúdo taxa de variação.

Grupo 4. Que tempo o professor dedica ao conteúdo taxa de variação.

Grupo 5. Como o professor cobra em prova o conteúdo taxa de variação.

Grupo 6. Como o professor justifica, segundo seus critérios, as situações que se referem à avaliação/promoção dos alunos.

Em cada um dos seis grupos listados acima, efetuando reduções, destacamos os elementos que, para nós, mais insistentemente se mostraram, e que, trabalhados e interpretados à luz de nossas próprias concepções e do objeto focado, indicaram trechos outros, a partir disso, mais plenos de significado. Aqui destacamos algumas referências sobre cada um dos grupos.

Grupo 1. Com exceção do professor F que associa a importância de um assunto ao número de páginas que ocupa num livro, observamos que os professores atribuem, por alguma razão, certa importância ao conteúdo específico taxa de variação no curso em que lecionam: “é, talvez, uma das coisas mais importantes na disciplina Cálculo I”; “taxa é o que caracteriza a derivada”; “taxa deve ser focado em todas as turmas”; “o aluno só vai entender derivada se for capaz de fazer aplicações”; “é uma parte que se enfatiza muito”.

Grupo 2. Com exceção do professor F que considera taxa “uma coisa muito pequenininha” e, do professor B que nunca refletiu sobre esse aspecto, os professores vinculam, de algum modo, a importância de taxa de variação à formação matemática do aluno: “é importante, no entanto, não se ensina direito”; “é importante, mas se não há interesse por parte do aluno...”; “tratando-se de uma turma ‘fraca’, temos que

ajudar, dando indicativos”; “os matemáticos criticam essa postura de se estar preocupado com aplicações”; “em cursos mais teóricos, onde se tem ‘alunos melhores’, você pode desenvolver a parte teórica bem rígida e as aplicações bem mais justificadas, longe das receitas; já em cursos mais ‘aplicados’ se faz apenas as aplicações padrão, se tem aí uma formação padrão”.

Grupo 3. A partir dos depoimentos, sobre como o professor ensina o conteúdo taxa de variação, podemos destacar que: “ao introduzir derivada, já se introduz o conceito de taxa de variação”; “entregam-se ou indicam-se listas de exercícios para serem resolvidas”; “segue-se o livro-texto”; “em turmas mais ‘aplicadas’, são desenvolvidos, apenas, os exercícios padrão; detalhes, só com turmas mais voltadas para a Matemática”; “apresentam-se problemas que acabam atraindo apenas alguns alunos”.

Grupo 4. Em relação ao tempo que o professor dedica ao conteúdo taxa de variação destacamos: “não sei; acho que gastei duas aulas”; “do jeito que já introduzi derivada, gastei uma aula onde faço dois exemplos”; “depende dos alunos, em geral, faço em uma aula e meia”; “defino derivada como taxa, então o estudo de taxa é rapidinho”.

Grupo 5. Concernente à relação entre o conteúdo taxa de variação e a prova, destacamos os seguintes dados significativos: “as provas são tradicionais, pois as turmas são grandes”; “cobra-se a manipulação do conceito; a interpretação é relativa”; “os alunos foram mal, apesar da prova fácil”; “elabora-se uma prova, de tal modo, que quem estudou acerta 70%, /.../ é preciso ter um raciocínio mais elaborado para acertar os 30% restantes. Isso é para você pinçar aqueles que têm algo mais”; “a provinha é optativa, faz quem quer, vale um ou dois pontos”; “se errar taxa, mas acertar o resto, o aluno passa”; “o problema de taxa valeu 20% da segunda prova; taxa vale 1/15 do curso”.

Grupo 6. Quanto às justificativas, dadas pelos professores, às situações que se referem à avaliação/promoção dos alunos, destacamos: “procura-se incentivar os alunos mas a resposta (dos alunos) não é boa”; “são sempre os mesmos alunos que perguntam ou que procuram pelo professor”; “os alunos só mostram preocupação em época de provas”; “o número de alunos desistentes é muito grande”; “metade é perdido pela própria desistência durante o curso”; “é uma turma fora dos padrões”; “por ser uma turma mais fraca, elaboram-se listas de exercícios, selecionando os mais importantes”; “os alunos entram em sala, acham que sabem aquele assunto e saem”; “tem aluno que só aparece no dia da prova; se conseguirem nota, tudo bem, só que não conseguem”; “o pessoal que assiste aula é rotativo”; “os alunos não estudam”.

A partir de uma leitura atenta dos recortes (trechos das respostas dadas pelos entrevistados) considerados no item anterior, iniciamos, em cada um dos seis grupos, uma interpretação do que foi dito pelo professor, destacando do texto o sentido que acreditamos que ele tem, ou seja, dos trechos de respostas selecionados, retiramos o que para nós, mais significativo, se mostrou.

Foi segundo essa significância que reelaboramos tais trechos com os quais passaremos a trabalhar para viabilizar a intenção que temos de compreender em que sentido as concepções dos professores se relacionam com suas atividades de sala de aula. Para isso, quando necessário, nos utilizaremos de outras reduções, que sintetizam partes do discurso que se mostram com maior frequência. Sendo assim, esse passo, determinado pela necessidade de compreensões mais apuradas, indicará elementos cada vez mais significativos em relação ao que desejamos compreender.

Interpretações dos recortes das entrevistas

A importância atribuída pelos professores ao conceito taxa de variação

No que se refere à importância que o professor atribui ao conteúdo taxas de variação no curso em que leciona, os trechos de respostas selecionados indicam que não existe, por parte dos entrevistados, um discurso mais elaborado, de forma a argumentar, consistentemente, sobre a importância do conteúdo. Não localizamos em nenhuma das respostas, considerações sobre um estudo de grandezas variáveis que caracteriza o ensino de Cálculo no ensino superior.

Essa característica, observada por Schneider (1992), retrata a dificuldade em conceber um objeto matemático como limite de outros objetos matemáticos, o que supõe uma certa filiação mental entre o primeiro e os segundos. Sendo assim, a importância do conteúdo taxas de variação passa pela importância de compreensões matemáticas que vão além de uma tradução da experiência sensível.

Especificamente, em relação às respostas que associam a importância do tópico ao número de páginas que ele ocupa no texto, o fator texto didático (e conseqüentemente as concepções que ele explícita ou implicitamente veicula) é fundamental para nossas considerações. Deve, então, ser um dos nossos trechos selecionados, pois liga-se ao fato de que o fazer do professor, em sala de aula, é frequentemente norteado pelo texto “adotado”.

Vários autores têm se preocupado com a questão que relaciona livro-texto e sala de aula. Dentre eles, citamos Imenes (1989) e Hariki (1992) que afirmam que, por

várias razões, os livros-textos desempenham um papel central em todos os níveis de ensino de educação matemática, moldando praticamente todos os aspectos do ensino e aprendizagem em escolas e universidades, podendo, desse modo, tornarem-se um instrumento de dominação cultural e imposição.

A resposta que relaciona a taxa de variação à derivada (“taxa é o que caracteriza a derivada”) revela, também, a estreita ligação do professor com o texto didático e indica a fragilidade de uma argumentação que é dada pela “opinião” baseada em indicativos dados pelo texto.

Outro elemento a ser destacado é a vinculação entre o conteúdo taxa de variação e as aplicações práticas (Silva, 1995). Aqui, devemos indicar que a justificativa da necessidade da Matemática (e de um modo particular, de qualquer um de seus conteúdos específicos) a partir das aplicações práticas, é um *slogan* (Machado, 1991) amplamente divulgado e manifesta, de uma forma geral, a inexistência de uma reflexão mais apurada, o que caracteriza a grande maioria dos slogans que, em relação à Matemática, são veiculados pelo senso comum. A justificativa da necessidade pela aplicabilidade revela-se, assim, “leviana, volúvel ou volátil” (Machado, 1991, p.67).

Dessas interpretações podemos ressaltar: (1) aplicabilidade; (2) textos didáticos.

Em relação à importância que o professor atribui ao conteúdo taxa de variação no contexto da formação matemática do aluno, os trechos de respostas selecionados indicam que para os professores a importância do conteúdo taxa de variação, depende da qualidade do aluno (os alunos melhores, os alunos interessados) e do tipo de curso (os mais teóricos, os mais aplicados) que se tem. Assim, tais trechos indicam que, sendo a formação matemática do aluno relativizada segundo alguns fatores, a importância do conteúdo relativiza-se também, segundo esses mesmos fatores.

Desse modo, a importância desse conteúdo específico pode ser “negociada”. Nessa “negociação da importância”, a relativização, acaba por estabelecer que o conteúdo taxa de variação ou não é essencialmente importante para a formação matemática do aluno (qualquer que seja esse aluno) ou que, na dependência de certos fatores, o conteúdo taxa de variação é manipulado segundo certas pré-concepções, terminando por distinguir os alunos que merecem conhecer a importância do conteúdo (os interessados, os aptos, os melhores) e os que não a merecem. Encontra-se aí, claramente, uma das importantes faces da articulação entre concepções e prática de sala de aula: os “escolhidos” terão acesso ao conteúdo, de modo pleno (Baldino e Martins, 1985).

Também aqui nenhuma resposta aproximou-se do que foi tratado por Schneider (1992) que, tomando como exemplo os objetos matemáticos velocidade instantânea

e velocidades médias, salienta como fundamental, a compreensão da passagem de um para o outro conceito. Novamente aqui a importância dada pelos entrevistados não se associa ao estudo compreensivo de grandezas variáveis que permeará a formação matemática do aluno.

Uma interpretação dos trechos de respostas dadas pelos entrevistados levanta, também, a possibilidade de estar a importância do conteúdo sendo defendida apenas frente a uma necessidade, por parte do professor, de homogeneidade frente às concepções que permeiam a esfera acadêmica.

Enquanto entrevistador, não sentimos que os argumentos usados para advogar pela importância do conteúdo fossem consistentes a ponto de indicar — o que também se mostra nas gravações das entrevistas — a essência que caracterizaria a necessidade e o aspecto fundamental das taxas de variação.

Dessas interpretações, podemos ressaltar como significativo: (1) articulação prática científica/sala de aula; e (2) importância relativa do conteúdo.

O modo como os professores dizem que ensinam taxa de variação

Em relação a como o professor ensina o conteúdo taxa de variação, os trechos de respostas selecionados, indicam que o ensino do referido conteúdo é iniciado com a introdução de derivada, e desenvolvido (a partir de indicação de listas de exercícios) segundo o “tipo” da turma (as mais aplicadas, as mais voltadas para a Matemática) com a qual está trabalhando, com isso, os problemas apresentados acabam por atrair somente alguns alunos.

O livro-texto, novamente aqui, desempenha papel fundamental na sala de aula desse professor. Nesse viés, Taylor (1991), em seu estudo, afirma que o sistema educacional autoritário, onde tradicionalmente os alunos são informados pelo professor e, portanto, sem a possibilidade de se estabelecer um autêntico diálogo, fato também salientado por Skovsmose (1990), acaba por tornar o conhecimento como o simples resultado da soma de currículo mais livro-texto. A análise desse tópico nos remete, também, a Barbosa (1987) que afirma que as dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem da disciplina Cálculo I estão associadas a questões metodológicas, onde predomina a exposição didática caracterizada pela aula frontal a partir do livro-texto.

Na apresentação *padrão* do conteúdo taxa de variação ele é introduzido via-derivada. A indicação de listas de exercícios — geralmente os exercícios propostos pelo texto didático — confirma a influência do texto na prática de sala de aula. Exercícios são nomeados “padrão” segundo a frequência com que diferentes livros-textos os veiculam. Uma crítica sobre o método usual de partir de uma definição para

desenvolver uma teoria, seguindo o modelo do livro-texto, pode ser verificada em Freudenthal (1973) que caracteriza tal fenômeno como inversão didática.

Detalhes são importantes para as turmas diretamente ligadas à Matemática. Isso porque os detalhes (e mesmo o conteúdo) não parecem ser indicados como fonte criadora de compreensões em Matemática, esses elementos — e isso vem reforçar nossas análises anteriores — são meras necessidades institucionais, norteadas pelo programa da disciplina “Cálculo”.

A frequência de adjetivos (melhores, mais interessados, mais aptos) vem explicitar que existe, de modo bastante claro, uma escala de valores bem definida. Essa escala de valores seleciona a sala de aula, classificando os sujeitos (alunos) pela mera equivalência dos conteúdos.

A partir disso, podemos destacar: (1) importância relativa do conteúdo; (2) texto-didático; e (3) valorização pelo conteúdo.

Quanto ao tempo que o professor dedica ao conteúdo taxa de variação, os trechos de respostas selecionados indicam que, por ter sido o conteúdo taxa de variação introduzido quando na apresentação de derivada, dedica-se, ao seu desenvolvimento, uma ou duas aulas onde alguns exemplos são, rapidamente, resolvidos.

A aparente quantificação que envolve a pergunta (quanto tempo...?), na realidade, buscava detectar, ainda, a importância que, de modo geral, o professor atribui ao conteúdo. Esperava-se que, na resposta, fossem indicados elementos mais precisos ou quanto à importância ou quanto ao fazer daquele professor em sala de aula. Embora isso não tenha ocorrido, o que subjaz implícito às respostas dadas, no ver do pesquisador, aponta, novamente, para a falta de consistência quanto à essência da importância das taxas de variação. A “rapidez” que caracteriza o tratamento do conteúdo em sala de aula, só faz indicar uma incompatibilidade aparente entre importância e profundidade.

Aqui, porém, não encontramos adjetivos que caracterizam o aluno ou a sala de aula (turma). Assim, independentemente do “tipo de assistência”, ao conteúdo é dedicada uma pequena parte do tempo; o que revela uma divergência em relação aos trechos de respostas anteriores (quanto à importância do conteúdo). Isto, porém, explicita o modo mecânico (convergente com os trechos anteriormente selecionados) ao tratar esse conteúdo. Novamente, a importância do conteúdo mostra-se relativa, onde ação e discurso aparentemente encontram-se sem sincronia.

Devemos ressaltar aqui que, enquanto pesquisador, não asseguramos uma equivalência entre tempo e importância. O que fizemos foi tão somente explicitar a divergência que se mostra entre o que os trechos anteriormente selecionados nos indicam (o modo de tratar o tema, a importância do conteúdo no curso em que leciona

e na formação do aluno), fazendo com que taxa de variação pareça um conteúdo de seqüência imediata (e rápida) depois da introdução das derivadas.

Aqui, destacamos como significativo: (1) mecanicismo no tratamento do conteúdo; e (2) importância relativa do conteúdo.

Avaliação/promoção dos alunos

Concernente a como o professor “cobra” em prova o conteúdo taxa de variação, os trechos de respostas revelam que o professor, em sua totalidade trabalhando com o modo tradicional de avaliação, faz sua “cobrança” de modo mecanicista. A importância do conteúdo aparece, aí, relativizada já que os conteúdos mais importantes deveriam ser mais enfatizados e exigidos. Isso, porém, não ocorre. O modo mecanicista com que o conteúdo é trabalhado nas avaliações fica aparente nos trechos selecionados. Junto a isso, a aprovação do aluno parece acontecer independentemente da compreensão do conteúdo.

Entretanto, os resultados do estudo de Ruthven (1989), que ao tentar aplicar um método exploratório, em contraposição ao método tradicional, no ensino e aprendizagem da matemática, detectou que tanto o professor quanto os alunos resistem a uma mudança no modelo tradicional de ensino. Detectou, outrossim, que os alunos especialmente devido às provas, parecem ter mais confiança em aulas expositivas com o maior número possível de “receitas” e “dicas”. Novamente ocorrem os adjetivos (melhores, mais interessados, mais aptos) que explicitam a pré-seleção, diretamente ligada à avaliação (prova).

Disso tudo, destacamos como significativo: o mecanicismo nas avaliações.

Quanto às justificativas, dadas pelos professores, às situações que se referem à avaliação/promoção dos alunos, os trechos de respostas selecionados indicam que todos os fatores que influem para existir uma grande massa de reprovados indicam os próprios reprovados como causa. Segundo Bourdieu e Passeron (1982):

... a legitimidade estatutária do padre faz com que a responsabilidade do revés não caia nem sobre o deus nem sobre o padre, mas só sobre a conduta dos devotos, assim o professor que, sem confessá-lo e sem inferir todas as conseqüências, suspeita não ser perfeitamente compreendido pode, tanto quanto a sua autoridade estatutária não for contestada, considerar os estudantes como responsáveis quando não compreendem suas palavras. /.../ [como o padre], o professor protege a instituição que o protege quando tende a se esquivar e a impedir a comprovação de um fracasso que, mais do que o seu, é o da instituição, e que ele não pode exorcizar, pela retórica estereotipada da censura coletiva, a não ser desenvolvendo a angústia da salvação (Bourdieu e Passeron, 1982, p. 124-125).

Desse modo, parece existir um pré-concebido em relação à promoção/ reprovação do aluno, independente das situações reais de sala de aula, do contato diário da vida escolar. O funcionamento do modelo tradicional de ensino (Baldino e Cabral, 1989) parece distinguir *a priori* os alunos que dispõem dos pré-requisitos para a aquisição dos conteúdos ministrados. Assim, impera o mecanicismo em sala de aula onde os pré-conceitos do professor são exercitados e permitem uma pré-seleção que, entre outros fatores, pode ignorar o conteúdo específico em questão, tornando sua importância relativa.

Disso tudo, destacamos como significativo: (1) mecanicismo em sala de aula; e (2) importância relativa do conteúdo.

Considerações finais

É necessário argumentar que os trechos significativos, embora sejam elementos sintéticos, estão fortemente impregnados pelas interpretações das quais surgiram. Assim, tais trechos não são meras frases ou sentenças, são elementos plenos de significado que não devem, em hipótese alguma, ser separados das interpretações feitas. Partindo disso, podemos trabalhar com os trechos selecionados, no sentido de procurar por convergências que nos levem à categoria.

Assim, aplicabilidade e texto-didático ficam amalgamados num só trecho, pois dizem respeito à aplicação de problemas (ditos “reais”) veiculados tão somente em textos didáticos.

Os trechos importância relativa do conteúdo e valorização pelo conteúdo ficam unidos num único trecho, a saber, valorização e importância do conteúdo, carregando, agora, o sentido de que a importância do conteúdo é relativa, embora a valorização do fazer em sala de aula e a do aluno em sua relação com o professor, sejam feitas a partir daquele conteúdo.

Os trechos destacados mecanicismo no tratamento do conteúdo e mecanicismo nas avaliações, conduzem, de modo claro, ao mecanicismo que, em si, encerra o agir técnico que caracteriza a sala de aula do professor entrevistado.

Com essas reduções, temos, agora, os seguintes trechos significativos: (1) aplicabilidade e texto-didático; (2) valorização e importância do conteúdo; e (3) mecanicismo.

Tais trechos de respostas permitem compreender que o mecanicismo que impera na sala de aula impregna, de modo bastante claro, a relação professor-aluno, que passa, ela própria, a ser destituída de significado, o que faz vislumbrar uma prática em sala de aula baseada no não-comprometimento. Mesmo assim, com esse

panorama, vemos que existe a atribuição de conceitos valorativos, por determinados critérios, à determinada parte da clientela. O funcionamento, na sala de aula, das concepções didático-pedagógicas do professor, mostra que o valor do aluno parece estar intimamente ligado à capacidade de dar respostas baseadas no conteúdo matemático que vão ao encontro das exigências do professor. Essa valorização, então, permite compreender que, sendo a situação em sala de aula regida, fundamentalmente, pelo mecanicismo, ao atribuir seus conceitos, o professor exercita seus pré-conceitos que são, por fim, seu critério de seleção.

Assim, como categoria dessa análise, temos: “o mecanicismo em sala de aula permite com que as concepções (pré-conceitos) do professor sejam elemento fundamental em sua prática em relação ao conteúdo”.

Estando a ação pedagógica sendo exercida através de um fazer *didático*, as avaliações tendem a ser, de modo bastante claro, as avaliações clássicas, quantitativas e não comprometidas com a aprendizagem do aluno. Essas são, porém, faces complementares do mecanicismo no tratamento do conteúdo que, ao invés de dedicar-se a uma busca de compreensões mais apuradas do objeto matemático, detém-se a se apoiar em padrões pré-fixados e garantidos / transmitidos pela instituição escolar. Acoplado a isso, temos que a relação professor-aluno, não se funde no objeto de conhecimento, mas no mecanicismo didático.

Quanto ao ensino de taxa de variação, não discutimos, aqui, se os chamados problemas externos (problemas que tecem conexões da Matemática com outros elementos que não matemáticos) e internos (problemas que buscam inspiração e alento dentro da própria Matemática), são essenciais ou adequados para a apresentação do que chamamos taxa de variação em cursos de Cálculo Diferencial. O que se pretende caracterizar é a necessidade de busca de problematizações que envolvam taxas de variação, a partir da realidade direta vivida pelo aluno. Tais situações são encontradas, p. ex., quando trabalhamos com alunos ligados a áreas práticas em suas atividades profissionais, que trazem à sala de aula questões de sua vivência extra-sala. Tais problemas poderiam, assim, tratar da questão da taxa de variação, em sala de aula, com uso de metodologias alternativas, o que faz com que os caracterizemos, efetivamente, como problemas externos.

Observamos, porém, que problemas advindos “da realidade direta vivida pelo aluno” ou “problemas ligados à áreas práticas de suas atividades profissionais” só podem ser tidos como externos, objetivando a motivação (sensibilização) de quem aprende, se existir, subjacente a essas tentativas de implementação, a ação ativa do imaginário do aluno.

Assim, problemas que, efetivamente motivarão / sensibilizarão os alunos, perma-

necem ligados ao desejo do aluno, ao que o aluno imagina sobre tais situações, sendo que, desse modo, entre os problemas que otimizariam a compreensão do conteúdo específico, estariam aqueles que o aluno imagina como concretos ou necessários ou motivadores.

Fica claro, desse modo, que a categorização dos problemas como externos ou internos ao contexto da Matemática, não carrega, em si, uma classificação valorativa do ponto de vista técnico, isto é, uma classificação feita única e exclusivamente pelo modo de apresentação do problema.

O que se pretendeu foi, nesses parágrafos anteriores, alertar para a possibilidade de trabalhos em sala de aula que não os exclusivamente impostos pelos textos didáticos clássicos, clareando a possibilidade de uma Matemática desenvolvida com elementos ligados, diretamente, à vida diária do aluno onde seu imaginário desempenha papel fundamental.

Notas

¹ Um conceito de limite geral demais, em primeiro lugar, não encontraria aplicações no ensino e, em segundo lugar, representaria um tal grau de abstração que dificilmente estaria ao alcance do estudante na escola. (Kinchin, 1968).

Referências

- Ávila, G. S. (1980). *Cálculo I: Diferencial e integral*. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC — Livros Técnicos e Científicos.
- Baldino, R. R. e Martins, M. L. (1985). *O aluno real*. Rio Claro: Linha direta nº1 (SBEM, Sociedade Brasileira de Educação Matemática).
- Baldino, R. R. e Cabral, T. C. (1989). O professor de matemática e a seleção chamada avaliação. *Boletim GEPEM*, 24, 41-54.
- Barbosa, A. S. (1987). Prática pedagógica na Universidade Federal de Viçosa (UFV). Análise de um caso: Cálculo I. *Ciência e Cultura*, 39(4), 371-378.
- Bourdieu, P. e Passeron, J. C. (1982). *A reprodução. Elementos para uma teoria do sistema de ensino*. 2. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves.
- Diniz, M. I. (1991). Uma visão de ensino de Matemática. *Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 3, p. 27-30.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Riedel Publishing.
- Hariki, S. (1992). *Analysis of mathematical discourse: multiple perspectives*. Tese de Doutorado em Filosofia, Universidade de Southampton, Inglaterra.

- Kinchin, A. (1984). *O conceito de Limite*. Tradução e resenha por C. F. Guimarães e R. R. Baldino. (mimeo)
- Imenes, L. M. (1989). *Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem em matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Leithold, L. (1986). *O Cálculo com Geometria Analítica, vol.1*. Tradução por Antonio Paques, Otilia T. W. Paques, Sebastião A. José Filho, revisão técnica por Seiji Hariki. 2. ed. São Paulo: Harbra. (Tradução de *Calculus with Analytic Geometry*)
- Lüdke, M. e André, M. E. (1986). *Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Machado, N. J. (1990). *Matemática e língua materna: Análise de uma impregnação mútua*. São Paulo: Cortez.
- Martins, J. e Bicudo, M. A. V. (1989). *A pesquisa qualitativa em Psicologia: Fundamentos e recursos básicos*. Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativa. São Paulo: Moraes.
- Ruthven, K. (1989). An exploratory approach to advanced mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 449-467.
- Schneider, M. (1992). A propos de l'apprentissage du taux de variation instantane. On learning the rate of instantaneous change. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 317-350.
- Silva, M. R. (1993). *Concepções didático-pedagógicas do professor-pesquisador em Matemática e seu funcionamento na sala de aula de matemática*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.
- Silva, M. R. (1995). Taxa de variação: A atribuição de significado ao conhecimento matemático pela resolução de problemas "práticos". *DIDÁTICA. Fundação para o desenvolvimento da UNESP*, 30, 149-157.
- Silva, M. R. (1996). 'Taxa de variação': Uma dificuldade em Cálculo Diferencial e Integral I. *MIMESIS. Revista da área de Ciências Humanas* 17(1), 213-223.
- Simmons, G. F. (1987). *Cálculo com Geometria Analítica, vol.1*. Tradução por Seiji Hariki; revisão técnica Rodney Carlos Bassanezi, Silvio de A. Pregnoatto. São Paulo: McGraw-Hill. (Tradução de *Calculus with Analytic Geometry*)
- Skovsmose, O. (1990). Mathematical Education and democracy. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 109-128.
- Swokowski, E. W. (1983). *Cálculo com Geometria Analítica, vol.1*. Tradução por Alfredo Alves de Faria; revisão técnica: Victor Hugo Teixeira Rodrigues e Antonio Gabriel da Silva St. Aubyn. São Paulo: McGraw-Hill. (Tradução de *Calculus with Analytic Geometry*)
- Taylor, N. (1991) Independence and interdependence: Analytical vectors for defining the Mathematics curriculum of schools in a democratic society. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 107-123.
- Thompson, A. G. (1984). The relationship of teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.

Maria Regina Gomes da Silva, Departamento de Matemática, FC, Unesp, Bauru. Av. Eng. Luís E. C. Coube s/n. Bauru, SP, Brasil. CEP 17033-360. Endereço electrónico: mrgs@azul.bauru.unesp.br.

RESUMO. Na busca de dados para compreender o discurso de alguns professores sobre taxas de variação entrevistamos professores de Cálculo I. Optamos por apresentar, neste artigo, considerações acerca de taxa de variação e considerações sobre os recortes mais significativos de cada uma das entrevistas, quanto ao tratamento dado ao referido conteúdo. A significância, entretanto, é por nós atribuída enquanto investigadores.

Unitermos: concepções, professor de Matemática, prática pedagógica, taxas de variação.

ABSTRACT. Searching some comprehension for our investigation into the speech of teachers about rate of variation, we interviewed teachers of calculus course to freshmen students. In this paper we interpreted some interviews, mainly the parts related to the subject rate of variation. The meanings emerge from our own theoretical constructions.

Key-words: rate of variation, conceptions, the teacher of mathematics, pedagogical practices

