

---

*Artigo seleccionado*

## **Apoiando as inquirições<sup>1</sup> matemáticas dos alunos através da leitura**

Marjorie Siegel  
Teachers College, Columbia University

Raffaella Borasi  
Judith Fonzi  
University of Rochester

No campo da educação há um interesse recente relativamente à inquirição como enquadramento para o ensino e a aprendizagem. Um interesse que vai no sentido da viragem teórica em direcção ao construtivismo social tanto na educação matemática como na educação sobre a leitura. A partir do trabalho de Pierce (1877/1982) e Dewey (1933), que definiram *inquirição* como o processo de resolver dúvidas e fixar crenças no seio de uma comunidade, alguns educadores começaram a considerar formas de proporcionar aos alunos esta poderosa, se bem que mais experimental, visão do conhecimento. Esta perspectiva sobre a inquirição é especialmente significativa para a educação matemática dado o predomínio do “currículo baseado em técnicas” (Bishop, 1988) que representa a matemática como um conjunto de factos e procedimentos. Este currículo tende a reforçar mitos acerca do que significa saber e aprender matemática, mitos estes que são bastante comuns mas no entanto são disfuncionais para os alunos (Borasi, 1990, 1992; Schoenfeld, 1992). Envolver os alunos em inquirições matemáticas, isto é, convidá-los a experienciar e apreciar em primeira mão a ambiguidade, a não linearidade e a “descoberta consciente” (Lakatos, citado por Lampert, 1990) associadas ao modo de pensar matematicamente, característico dos matemáticos profissionais, é uma forma de desmistificar, nos alunos, a aprendizagem da matemática (Borasi e Siegel, 1994b).

Nas salas de aula em que o conhecimento é encarado como uma construção social, a linguagem assume uma nova importância, uma vez que fornece as fontes simbó-

licas aos membros de uma comunidade para negociar significados e representações do seu mundo. Isto é bem diferente do modo como funciona a linguagem nas aulas de matemática em que o principal objectivo é a aprendizagem de técnicas. Nestas aulas, a linguagem funciona como um canal através do qual o conhecimento pré-estabelecido do perito (o professor ou o manual escolar) é transmitido para o aprendiz (o aluno) através da exposição oral, feita pelo professor, e dos manuais escolares. Segundo esta perspectiva, a leitura é um meio de receber a mensagem do perito (e pode ser vista pelo professor como um obstáculo à aprendizagem do aluno quando este não domina devidamente técnicas adequadas de leitura), ao passo que a escrita funciona como um modo de representar o conhecimento que fornece a evidência de que o aluno alcançou os resultados desejados na aprendizagem (Borasi e Siegel, 1994a; Pimm, 1987). Pelo contrário, a ideia de que a linguagem é uma força produtiva que tanto molda como é moldada pela comunidade, sugere novos papéis para a leitura, escrita e expressão oral na aula de matemática, papéis que podem dar o apoio de que os alunos necessitam para verdadeiramente experienciar e aprender a partir das suas inquirições.

Assim sendo, o propósito deste artigo consiste em explorar as funções que a leitura, em combinação com a escrita e com a expressão oral, pode ter nas inquirições matemáticas desenvolvidas no contexto de aulas de matemática do ensino secundário. Neste estudo, procuramos não só identificar os modos como a linguagem, em particular a leitura, pode apoiar o envolvimento dos alunos nas inquirições matemáticas, mas também compreender melhor a forma que assumem os “ciclos de inquirição” (Burke e Harste, 1992) nas aulas de matemática do ensino secundário e o modo como estas experiências podem ser devidamente orientadas pelos professores de matemática. Este propósito é conseguido através da análise de três experiências de sala de aula (com uma duração entre 3-10 semanas cada), durante as quais os alunos se envolveram num ciclo de inquirição sobre tópicos bastante diferentes: exploração de uma geometria alternativa, habitualmente conhecida como geometria do motorista de táxi (Krause, 1986; Papy, 1974); compreensão das noções estatísticas envolvidas na realização de um censo numa escola, simultâneo com o Censo americano de 1990; desenvolvimento de uma melhor compreensão do significado e das implicações resultantes da contrastação entre pensamento matemático analógico e analítico, tal como foram definidos por Davis e Hersh (1981). Uma análise sistemática dos dados (narrativas escritas detalhadas destas experiências de ensino) originou um conjunto de 30 categorias que descrevem as funções cumpridas pela leitura em pelo menos um destes ciclos de inquirição. Além disso, a posterior codificação de cada uma das três narrativas em termos do sistema de categorias ilustrado evidenciou que as categorias eram específicas de determinadas fases ou

---

componentes do ciclo de inquirição matemática.

Estas funções da leitura são apresentadas em primeiro lugar através da descrição narrativa de uma das três experiências de ensino, realçando os papéis específicos que as experiências de leitura desempenharam no ciclo de inquirição. Por meio desta narrativa procuramos ilustrar de um modo contextualizado as funções da leitura e as suas relações com elementos específicos do ciclo de inquirição e, ao mesmo tempo, proporcionar uma imagem rica do que significa desenvolver experiências de inquirição nas aulas de matemática do ensino secundário. A seguir à apresentação das categorias desta narrativa, segue-se uma análise que coloca em relevo as características únicas de cada uma das funções da leitura, assim como as semelhanças e diferenças entre as categorias e os grupos de categorias. Ao tornar visível o modo de funcionamento da leitura nas inquirições matemáticas dos alunos, esperamos contribuir tanto para um nascente corpo de literatura relacionado com o ensino da matemática baseado na inquirição, como para a reconceptualização do que significa “ler matemática”.

## **Enquadramento teórico**

### **A inquirição como contexto para ensinar e aprender matemática**

Como foi referido anteriormente, o modo como entendemos a inquirição fundamenta-se nas ideias de Pierce (1877/1982; Skagestad, 1981) e Dewey (1933) e desenvolveu-se a partir do trabalho de investigadores que estudam o modo como a ciência é de facto praticada, um campo conhecido como “sociologia do conhecimento científico” (SSK) (i.e, Knorr-Cetina, 1981; Latour e Woolgar, 1979). Estes académicos rejeitaram a ideia de que o conhecimento é um corpo estável de proposições fundamentais e propuseram, pelo contrário, que o conhecimento é um processo dinâmico de inquirição no qual a dúvida que surge a partir de uma anomalia desencadeia uma luta para esclarecer e fixar crenças. É significativo que tanto Pierce como Dewey entendessem a inquirição como um “processo público desenvolvido por uma comunidade de investigadores” (Skagestad, 1981, p. 24), um conceito que tem sido trabalhado pelos académicos SSK, que argumentam que é melhor encarar tais comunidades como “comunidades discursivas.” Ao argumentarem que a reivindicação da verdade de um conhecimento é estabelecida através de uma discussão retórica, estes investigadores chamam a atenção para o papel que a linguagem desempenha na construção social do conhecimento.

Noutro lugar, (Siegel e Borasi, 1994) argumentámos que esta visão da inquirição é tão válida para a matemática como para as ciências naturais e, quando relacionada com a investigação construtivista sobre a aprendizagem da matemática (i.e., Davis, Maher e Noddings, 1990; von Glasersfeld, 1991), por um lado, e o interesse actual na linguagem global como uma orientação teórica para o ensino da leitura e da escrita (i.e., Edelsky, Altweger e Flores, 1991; Harste e Short, com Burke, 1988) por outro, sugere um contexto para o ensino e para a aprendizagem que difere nitidamente daquele que enquadra o ensino numa aula orientada por meio de técnicas (Borasi, 1992; Borasi e Siegel, 1992, 1994a). O seguinte conjunto de princípios caracteriza sucintamente um contexto de inquirição:

1. O conhecimento é construído reflexivamente através de um processo de inquirição, motivado pela ambiguidade, pelas anomalias e contradições e realizado numa comunidade de prática.
2. A aprendizagem é um processo gerador de construção de significados, que requer interações sociais e construções pessoais em situações intencionais.
3. Ensinar é a construção de um ambiente rico para a inquirição e das condições que apoiam a comunidade dos aprendizes (Borasi e Siegel, 1992).

Uma aula de matemática baseada nestes princípios proporcionará aos alunos oportunidades de experienciar por si próprios a construção social do conhecimento. No entanto, como Resnick (1988) argumentou, “Não podemos esperar que um programa curto ou isolado sobre resolução de problemas [atinja este objectivo]. Pelo contrário, devemos procurar obter o tipo de envolvimento a longo prazo no pensamento matemático que o conceito de socialização implica” (p. 58). De facto, socializar alunos numa comunidade que trate o conhecimento e pensamento matemático como provisório e negociável requer uma planificação cuidada. É aqui útil a noção proposta por Richard (1991) de “inquirição conscencializada”, uma vez que desafia a crença frequentemente sustentada de que abandonar a estrutura subjacente à maior parte das aulas de matemática (i.e., correcção do trabalho de casa, exposição da matéria, exemplificação, exercícios, etc.) significa abandonar toda e qualquer estrutura. Pelo contrário, o seu argumento é de que “Os alunos não se tornarão aprendizes activos por acidente, mas sim por *conscencialização*, através do uso de planos que estruturamos para orientar a exploração e a inquirição” (p. 38, *itálico no original*). No entanto, actualmente, há pouca literatura em educação matemática que possa ajudar os professores nesta tarefa desafiadora.

Embora não seja a única forma de socializar os alunos de modo a adoptarem uma atitude inquiridora (Siegel e Carey, 1989) o uso dos ciclos de inquirição (Burke e Harste, 1992) é uma forma de criar o tipo de ambiente encorajador proposto por

---

Richard. Com base nas ideias sublinhadas anteriormente, definimos um *ciclo de inquirição* como uma experiência de ensino (que habitualmente ocupa várias aulas) organizada de forma a envolver os alunos na inquirição, tal como foi definida por Dewey (1933), isto é, como um ciclo de quatro partes constituído por sentir o problema, enunciar o problema, procurar e resolver. A dúvida tem um papel central neste processo; por isso, os ciclos de inquirição criam, em primeiro lugar, oportunidades para os alunos experienciarem o modo como as ambiguidades, anomalias e contradições conduzem à formação de perguntas, palpites e a uma exploração mais detalhada – uma característica que distingue os ciclos de inquirição de outras abordagens relativas à concepção de currículos temáticos. Os alunos são convidados e espera-se que eles assumam um papel central na inquirição assim iniciada e que se tornem parte de uma comunidade de prática (Lave e Wenger, 1991) cujos membros partilham a responsabilidade de negociar o modo como esta inquirição será conduzida e como serão usados os seus resultados.

Especificamente em relação à matemática pouco tem sido publicado a este respeito, enquanto que na literatura de perspectiva holística da linguagem têm sido articuladas várias descrições que identificam fases ou componentes chave de um ciclo de inquirição (i.e, Burke e Harse, 1992; Well e Chang-Wells, 1992). Com base nestas fontes e na análise preliminar de duas experiências de inquirição conduzidas em aulas de matemática do ensino secundário, propusemos anteriormente (Borasi e Sigel, 1992) uma versão modificada do ciclo de inquirição de Burke e Harste que consistia nas seguintes componentes: estabelecendo o contexto; desenvolvendo e focando questões próprias; identificando abordagens, fontes e utensílios adequados para explorar a questão; levando a cabo a investigação; colaborando com outros inquiridores; reflectindo sobre e alargando os resultados da inquirição de alguém; comunicando com audiências exteriores; identificando problemas e planeando estratégias de ensino; propiciando situações para novos começos. Esta descrição de um *ciclo de inquirição matemática* proporcionou um ponto de partida para a análise dos três ciclos de inquirição considerados neste estudo e continuou a ser aperfeiçoado ao longo deste processo.

### **Perspectivas funcionais acerca da língua e da literacia**

Este estudo assentou na crença de que uma perspectiva funcional acerca da língua e da literacia podia contribuir para uma maior compreensão do papel da língua nas aulas de matemática baseadas na inquirição através da indicação do leque das diferentes formas em que se usa a leitura, a escrita e a expressão oral de modo a criar oportunidades para os alunos se envolverem nas inquirições matemáticas. Assim,

uma análise funcional podia fornecer uma imagem mais nítida dos ciclos de inquirição em acção e proporcionar algumas orientações para planificar este tipo de experiências.

Os sociolinguistas e os antropólogos têm uma longa tradição em pensar a língua de um modo funcional, servindo uma variedade de finalidades na vida das pessoas. Em particular, dois estudos acerca da aprendizagem e ensino da língua, influenciaram o campo da educação linguística, deslocando a ênfase da forma (i.e., gramática) para a função, significado e contexto. No primeiro destes estudos, Halliday (1975) olhou para as funções que a língua cumpria no dia-a-dia do seu filho, em idade pré-escolar, e identificou sete: instrumental (para satisfazer necessidades materiais — “Eu quero”); reguladora (para controlar o comportamento dos outros — “Faz como eu te digo”); interactiva (para interagir com outros — “Eu e tu”); pessoal (para construir a identidade — “Aqui estou eu”); heurística (para aprender acerca da realidade — “Diz-me porquê”); imaginativa (para criar a sua própria realidade — “Vamos fazer de conta”); informativa (para comunicar uma mensagem — “Tenho uma coisa para te dizer”). Deste modo, Halliday defendeu que a aprendizagem de uma língua envolveu mais do que aprender a sua gramática; mais precisamente, era um processo de “aprender como se fazer entender”, ou seja, aprender a funcionar com a língua, em interacção com os outros. Em consequência, os educadores linguísticos ficaram preocupados com o limitado número de funções tipicamente observadas nas salas de aula (i.e., a função informativa tende a dominar) e começaram a chamar a atenção para a criação de ambientes de aprendizagem que proporcionassem oportunidades aos alunos de usar a leitura, a escrita e a expressão verbal para fins que reflectissem o uso da linguagem em ambientes não escolares.

No segundo estudo, um estudo etnográfico acerca do significado e uso da língua e literacia em duas comunidades, Heath (1983) também identificou uma grande variedade de funções desempenhadas pela leitura e pela escrita, incluindo ler e escrever para formar e manter laços familiares e de amizade, para saber novidades, para usar como divertimento e passatempo, para verificar e confirmar factos ou crenças, para reforçar ou substituir por uma mensagem oral, para servir como um auxiliar de memória e para cumprir uma quantidade enorme de tarefas (e.g. preencher documentos, ler sinais e rótulos) que são frequentemente tidas como inevitáveis na vida de todos os dias. O trabalho de Heath encorajou os educadores linguísticos e da literacia a examinar o fosso entre as funções desempenhadas pela língua e literacia, respectivamente, nas comunidades e nas salas de aula, e a desenvolver experiências de ensino que expandissem o seu entendimento e uso das funções da língua e da literacia e que poderiam ajudar os alunos a atravessar este fosso. Uma perspectiva funcional acerca da leitura nos ciclos de inquirição matemá-

---

tica pode de igual modo mostrar que a língua e a literacia têm muito mais utilizações nas aulas de matemática do que as anteriormente consideradas.

No entanto, explorar as funções que a leitura pode desempenhar nos ciclos de inquirição matemática também requer que os investigadores ampliem o seu entendimento acerca do que conta como leitura nas aulas de matemática e olhem para além dos problemas que até agora têm sido mais analisados — i.e., aprender a linguagem técnica da matemática e desenvolver estratégias para compreender os problemas de palavras (como indicado na literatura revista por O'Mara, 1981; Pinne, 1983; e Siegel, Borasi e Smith, 1989, e confirmada pela nossa pesquisa relativa a investigações mais recentes sobre este tópico). Como argumentamos noutros trabalhos (Borasi e Siegel, 1992, 1994a; Borasi, Siegel, Fonzi e Smith, 1998; Siegel e Fonzi, 1995), uma visão mais ampla acerca da leitura nas aulas de matemática sugere a necessidade de envolver os alunos na leitura de uma grande variedade de textos relacionados com a matemática (desde histórias e ensaios históricos a diagramas organizados por alunos ou até vídeos), usando múltiplas estratégias de leitura desenvolvidas por educadores linguísticos, a partir de diferentes perspectivas teóricas, e com propósitos que vão bem além de incluírem apenas e de reproduzirem as intenções desses autores. Uma revisão desta literatura vai para além do âmbito deste artigo (para uma tal revisão veja-se Borasi et al. 1998; Siegel, Borasi, Fonzi e Smith, 1996) mas esta visão mais ampla acerca da leitura na matemática é claramente evidente na narrativa de um ciclo de inquirição relatado posteriormente.

### **Metodologia de investigação**

Que funções pode a leitura desempenhar nos ciclos de inquirição desenvolvidos no contexto de ensino de aulas de matemática do secundário? Esta questão de investigação emergiu no decurso de um projecto anterior subsidiado pela *National Science Foundation*, o “Reading to Learn Mathematics for Critical Thinking” (RLM), concebido para explorar as potencialidades dos novos desenvolvimentos da educação acerca da leitura na aprendizagem e no ensino da matemática. Este projecto foi uma colaboração entre um educador acerca da leitura, um educador matemático e um grupo de professores de matemática do secundário, que exploraram a integração de uma variedade de textos relacionados com a matemática e de estratégias geradoras da leitura no ensino da matemática através de actividades desenvolvidas por profissionais, seguida de uma investigação-acção nas aulas de quatro dos professores participantes (para uma descrição mais detalhada e um relatório das conclusões chave deste projecto veja-se Borasi et al. 1998, Siegel et al., 1996). As

descrições narrativas das práticas de ensino em duas destas salas de aula sugeriram que quando o ensino é conceptualizado como inquirição, a leitura desempenha papéis mais importantes do que inicialmente se supunha. O estudo que se relata neste artigo foi por isso concebido de modo a identificar e analisar esses papéis, com o propósito último de se ganhar uma melhor compreensão sobre o modo como os ciclos de inquirição se apresentam na prática, e como são conduzidos pelos professores.

Para investigar esta questão, analisámos três ciclos de inquirição, onde tínhamos identificado a inclusão dos pressupostos associados a uma abordagem inquiridora (como definida anteriormente) assim como a representação de tentativas bem sucedidas e intencionais do professor de matemática em integrar de um modo significativo a leitura no ensino. Ao mesmo tempo, seleccionaram-se estas experiências porque mostravam diferenças interessantes em termos dos conteúdos e do contexto de ensino, porque lidavam com tópicos bastante diferentes e foram concebidas e ensinadas por professoras com experiências profissionais muito diferentes (Judith Fonzi, uma professora experiente e Lina Grasso Sanridge, uma professora no seu primeiro ano de ensino) e a duas populações escolares diferentes (numa escola secundária urbana e numa escola rural e suburbana). Estas experiências podiam ser caracterizadas como exemplos de investigação-acção colaborativa (Carr e Kemmis, 1986; Kemmis e McTaggart, 1988) — como no caso do Ciclo Analógico e Analítico — ou de investigação sobre o professor (Cochran-Smith e Lyle, 1993; Goswami e Stillman, 1987) — como no caso da Geometria do motorista de táxi e na Unidade do Censo.

Os métodos de recolha de dados decorrem da tradição interpretativa (Eisenhart, 1988; Ericson, 1986; Lincoln e Guba, 1985) de modo a construir relatos detalhados da prática efectuada em cada um destes ciclos de inquirição. Embora os procedimentos específicos tenham variado conforme o ciclo de inquirição, foram planeados e documentados em colaboração com os investigadores universitários ou apenas pelo professor. A recolha de dados incluiu as planificações escritas do professor, fotocópias dos materiais de ensino e do trabalho dos alunos, registos de episódios feitos pelo professor sobre o que aconteceu em aulas seleccionadas, gravações audio das discussões com os professores nas quais se reconstruíram detalhadamente as experiências da sala de aula e notas de campo relatando as observações dos investigadores universitários.

Posteriormente, estes dados foram analisados através de um processo de múltiplas etapas que consistiu essencialmente em cinco actividades principais: (a) elaboração de narrativas escritas, revistas pelo professor, de modo a ter uma verificação de cada ciclo feita por um elemento da equipa (Lincoln e Guba, 1985); (b) localização das experiências de leitura que ocorreram em cada ciclo (para mais



detalhes acerca das unidades de análise usadas veja-se Siegel e Fonzi, 1995); (c) identificação e caracterização das funções que a leitura desempenhou nos três ciclos de inquirição por meio de um processo iterativo; (d) codificação das três narrativas em termos do conjunto final de categorias geradas desta forma; (e) construção de um novo conjunto de narrativas que ilustrou na prática as categorias e desenvolvimento de hipóteses de trabalho de forma a dar conta dos padrões identificados nos dados (Erickson, 1986; Glaser e Strauss, 1967; Lincoln e Guba, 1985).

Antes de passar à apresentação e discussão dos resultados, vamos clarificar a natureza e as limitações das categorias das funções de leitura que identificámos. Tal como em todos os sistemas de categorias que surgem a partir da análise de dados representativos de experiências particulares, o conjunto de categorias que foram criadas é provisório e passível de ser revisto, à medida que se considerem outros ciclos de inquirição. Simultaneamente, uma vez que estas categorias revelaram muitos usos da leitura, ocorridos ao longo de três experiências de inquirição bastante diferentes, acreditamos que elas podem colocar em relevo usos da leitura até agora minorizados no ensino da matemática.

## Resultados

A análise de dados, para além de confirmar que a leitura, quando definida num sentido amplo que inclui uma variedade de textos e de modos de os usar, pode servir múltiplas funções nos ciclos de inquirição matemática, também sugeriu que estas funções estão associadas a elementos específicos desses ciclos. No que se segue, as funções específicas da leitura que identificámos são introduzidas a partir de exemplos da narrativa do Ciclo da Geometria do motorista de táxi. De forma a melhor realçar o papel da leitura nos elementos específicos destes ciclos, esta narrativa está subdividida em quatro fases<sup>2</sup> cronológicas chave dos ciclos de inquirição matemática (*Preparação e focagem da inquirição, Levar a cabo a inquirição, Sintetizar e comunicar resultados da inquirição e Inventariar recursos e perspectivar o futuro*). Note-se que estas fases representam um aperfeiçoamento, conseguido por meio da análise dos três ciclos, segundo o modelo do ciclo de inquirição matemática baseado no trabalho de Burke e Harste (1992) e que inicialmente propusemos (Borasi e Siegel, 1992).

Devido à limitação de espaço, decidimos apresentar apenas a narrativa da geometria do motorista de táxi. A experiência da geometria do motorista de táxi incorpora 27 das 30 funções da leitura que emergiram da nossa análise e ilustra bem a complexidade destas funções. Esta complexidade é evidente no facto de que estas

categorias de funções da leitura que identificámos não serem mutuamente exclusivas (i.e. uma actividade de leitura podia servir mais do que uma função) e porque, na maioria dos casos, a leitura estava de tal forma relacionada com outros modos de uso simbólico (e.g., escrever, falar e desenhar) que não podia ser separada deles. A narrativa da geometria do motorista de táxi também foi concebida de forma a ilustrar como os alunos aproveitavam as oportunidades oferecidas por esta experiência e, desta forma, a narrativa proporciona alguma evidência sobre o modo como as actividades de leitura contribuíram para o sucesso da experiência de inquirição.

A seguir à apresentação desta narrativa, analisamos cada função da leitura identificada no estudo, olhando para os três ciclos de inquirição para examinar as características únicas destas funções e os modos específicos como elas foram atingidas através da leitura. Também são feitas comparações entre funções e grupos de funções e relações com as teorias relevantes sobre a leitura referidas anteriormente.

### **A Narrativa do ciclo de inquirição da geometria do motorista de táxi**

**Contexto de ensino.** A unidade de geometria do motorista de táxi que aqui descrevemos constituiu a primeira experiência de inquirição do curso semestral “Geometrias alternativas”, ensinada por Judith Fonzi, uma professora bastante experiente, numa escola urbana do ensino secundário. Neste curso, estavam inscritos treze alunos que frequentavam desde o 10º até ao 12º anos, que tinham completado o equivalente a duas cadeiras de matemática do ensino secundário e que anteriormente tinham tido contacto com uma variedade de estratégias de leitura que os encorajou a envolverem-se na procura de significados e discussões (ver Borasi et al., 1998, para um relatório de investigação acerca do uso destas estratégias de leitura no ensino da matemática). As primeiras 10 semanas deste curso semestral (correspondendo a um total de 19 aulas de 90 minutos cada uma) centraram-se na geometria do motorista de táxi (Krause, 1986; Papy, 1974). Esta geometria descreve um reticulado no qual só são permitidos movimentos horizontais e verticais ao longo das “linhas” — por outras palavras, a geometria que corresponderia à experiência de um motorista de táxi numa cidade padronizada e regular. Nesta situação simples, mas que é, no entanto, realista, muitos dos factos que são aceites como verdadeiros na familiar geometria Euclidiana podem deixar de o ser. Por exemplo, uma vez que um taxista não pode atravessar os edifícios, a distância mais curta entre dois pontos *não é*, na maior parte dos casos, o segmento de recta que une os dois pontos (veja-se o exemplo da figura 1); também, todos os pontos situados a uma distância de três quarteirões de

um dado ponto do reticulado deixam de formar a figura curva a que habitualmente chamamos *circunferência*, e pelo contrário formam um quadrado (como ilustrado na figura 2).

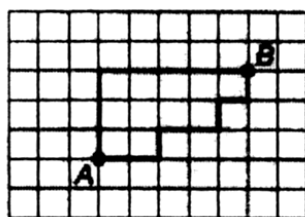


Figura 1. Exemplo de caminhos mais curtos entre dois pontos na geometria do motorista de táxi.

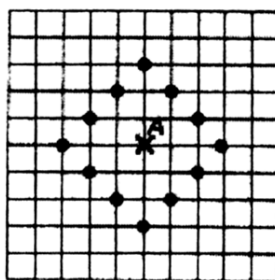


Figura 2. Uma circunferência na geometria do motorista de táxi.

A professora tinha várias razões para querer encorajar os alunos a começar as suas explorações de geometrias alternativas com a geometria do motorista de táxi. Em primeiro lugar, considerava que esta situação concreta e simples deveria ser mais fácil de perceber do que outras geometrias não euclidianas mais clássicas. Começando com uma alternativa simples e concreta deveria ser mais fácil conseguir manter o foco no seu objectivo primário de ensino — desafiar as noções dos alunos acerca das definições, fórmulas, demonstrações, e verdade matemática e encorajá-los a reflectir nas suas explorações — de uma forma que deveria preparar os alunos para mais tarde explorarem, neste curso, outras geometrias alternativas. É importante ter em conta que as actividades desta experiência particular de inquirição foram concebidas de modo a atingir este duplo propósito.

**Preparação e foco da inquirição.** A unidade começou com uma actividade cuja intenção era provocar que os alunos explicitassem o que pensavam ser a geometria, as definições, a demonstração e, ao fazer isto, comesçassem a pôr em causa algumas crenças consideradas como verdadeiras acerca da matemática. Os alunos gastaram uma boa parte da primeira aula a responder ao seguinte:

Dá alguns exemplos do tipo de coisas que estudaste anteriormente (no 3º ciclo e no secundário) e que eram consideradas como geometria.

Dá alguns exemplos das utilizações da geometria.

A geometria pode ser útil na vida real? Como? Porquê?

Em geral, como é que convences alguém dos resultados que obténs e das tuas ideias (refere algumas das estratégias que usas.)

Em matemática, como é que convences alguém dos resultados que obténs e das tuas ideias (refere algumas das estratégias que usas.)

O que é que são as definições e para que é que são necessárias? (em geral)

O que é que são as definições e para que é que são necessárias? (em matemática)

Na TUA opinião, o que é a geometria?

É importante referir que a leitura destas tarefas, cujo objectivo era provocar uma reflexão, desempenhou um papel importante nesta actividade uma vez que levou a que os alunos considerassem e reflectissem sobre questões matemáticas em que normalmente não pensariam (*um exemplo de como a leitura pode contribuir para a função a que chamámos descobrir e/ou desafiar as concepções e conhecimento inicial dos alunos sobre o tópico a ser explorado*).

Em seguida, dedicaram-se algumas aulas à leitura de um ensaio intitulado “Beyond straight lines”, de J. Sheedy, incluído em Borasi (1996). Este ensaio relata os resultados da inquirição do próprio autor sobre a história das geometrias não Euclidianas. Inclui as informações que Sheedy reuniu sobre este tópico, descreve o seu desconforto inicial perante a ideia de geometrias alternativas, partilha a descoberta tranquilizadora de que mesmo grandes matemáticos tinham, no passado, partilhado um desconforto semelhante e fornece alguma reflexão sobre o modo como esta experiência desafiou a sua própria visão acerca da matemática. Neste cadeira, a leitura deste ensaio cumpriu múltiplas funções. Em primeiro lugar, tal como a professora esperara, ajudou os alunos a tomar consciência dos sentimentos negativos que normalmente surgem quando a verdade da familiar geometria Euclidiana é colocada em causa e permitiu que a turma reflectisse explicitamente sobre esses sentimentos antes que eles pudessem interferir com a inquirição dos alunos (*um bom exemplo de como a leitura pode contribuir para consciencializar as questões afectivas que podem surgir durante a inquirição*). A professora também escolheu

---

este ensaio porque ele introduzia alguma informação técnica acerca das geometrias alternativas que poderia aumentar o interesse e os conhecimentos sobre este tópico preparando a inquirição relativamente à geometria do motorista de táxi (um exemplo de como a leitura pode *gerar interesse, ganhar conhecimentos de fundo e lançar sementes para a inquirição*).

Para atingir estes objectivos específicos e para ajudar os alunos a darem sentido a este texto desafiador a professora orientou cuidadosamente uma série de actividades em torno da sua leitura. Em vez de marcar a leitura integral do texto, dividiu-o em três secções. A primeira secção (que introduzia o texto através de uma analogia com a experiência anterior do autor de ter mudado radicalmente a sua percepção sobre a forma de jogar xadrez) foi dada aos alunos. Foi-lhes pedido para lerem o texto em voz alta, parando em vários pontos de forma a dar voz aos seus comentários e respostas (uma adaptação da estratégia de leitura “Diz algo” de Harshe e Short, com Burke, 1988). A leitura da segunda secção (relacionando a incredulidade e desconforto iniciais do autor com a ideia de que a matemática não era tão “linear e clara” como sempre tinha suposto) foi marcada para trabalho de casa, juntamente com a tarefa de escrever, como resposta, um pequeno artigo de jornal. Na aula seguinte, para que todos pudessem beneficiar das ideias que surgiram a propósito desta leitura individual, os alunos leram em voz alta os artigos (um exemplo de usar a leitura para *partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades*). A seguir a esta actividade, foi lido na sala de aula, a última e mais desafiadora secção do ensaio (um resumo do que o autor tinha descoberto acerca das geometrias não Euclidianas e da sua evolução e foram discutidas as implicações destas descobertas na visão do autor sobre a matemática). De modo a ajudar os alunos a dar sentido às informações técnicas e considerações filosóficas relatadas nesta parte do ensaio, a professora sugeriu que ela fosse lida, na aula, em pares, usando mais uma vez, a estratégia “Diz algo”, mas com a tarefa adicional de escrever, num cartão de registos, os pensamentos e as ideias mais importantes originados por esta leitura. Os seguintes exemplos ilustram a riqueza dos pensamentos originados por esta actividade.

### **Do cartão de Jolea**

- Foi difícil para os matemáticos aceitarem outras formas de geometria diferentes da de Euclides. De facto, a Euclidiana era realista, era baseada no nosso mundo e nos nossos sentidos, mas as outras não o eram.
- Quem avalia o rigor e o que passa a ser lei em matemática?
- A geometria de Euclides foi considerada tão rigorosa durante tantos anos que as geometrias inventadas posteriormente foram consideradas como ilegais.

- A matemática é tão humana como nós relativamente ao que muda porque não é sempre completa e rigorosa.

### **Do cartão de Char**

- Grandes questões. Coloca em causa o que todos pensam.
- Só para dizer que cada geometria tem o seu propósito. Suponho que não há uma que seja genérica.
- “A geometria de Euclides é verdadeira” mas, à medida que as pessoas aprendiam mais, as suas necessidades aumentavam. Até que por fim viram coisas em que a geometria Euclidiana não se aplicava.
- “A complitude e perfeição são ideais” [—] isto atingiu-me como uma coisa realmente interessante porque agora vejo que é verdade, mas nunca o tinha percebido antes.

### **Do cartão de Shellie**

- “O universo era uma extensão da nossa experiência terrestre “
- Se não houvesse pessoas que quebrassem as regras, as pessoas acreditariam sempre no que já é e, assim, nunca seriam capazes de descobrir novos conceitos.
- “A matemática é meramente a invenção da imaginação humana e não um corpo de verdades universais baseadas no senso comum? A realidade é meramente uma invenção do pensamento?” É de fazer perder a cabeça!!! (???)

Estes cartões, uma vez que os alunos frequentemente os liam em voz alta ou os usavam como referência para apoiar a sua participação na discussão, desempenharam um papel importante na partilha e discussão de ideias com toda a turma que seguiu a actividade em pares (uma vez mais, um exemplo do uso da leitura para *partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades*). Esta discussão final evidenciou que a maior parte dos alunos tinha conseguido perceber o texto pois foi capaz de falar de ideias específicas e apresentar uma síntese das ideias discutidas no ensaio.

Ao passo que as actividades de leitura anteriores se inseriram no tópico geral das geometrias alternativas, o texto que em seguida se apresentou à turma focava mais especificamente a geometria do motorista de táxi, procurando, deste modo, estimular o interesse dos alunos para explorarem esta geometria (um exemplo do uso da leitura para *despoletar ideias para uma inquirição particular*). Este texto era uma história matemática (“Moving around the city”, de J. Sheedy em Borasi, Sheedy e Siegel, 1990) que descrevia as aventuras fictícias do autor enquanto tentava descobrir o

---

caminho que devia seguir numa cidade desconhecida cujas ruas se dispunham num padrão reticular, tentando perceber as convenções usadas para os nomes das ruas (na sequência do objectivo da cidade de eliminar os mapas) e descobria a localização ideal da sua nova casa a partir de algumas especificações e limitações. Esta história ilustra, para além de outros aspectos, algumas das consequências não intuitivas da geometria do motorista de táxi.

Mais uma vez, a professora orientou cuidadosamente a leitura deste texto de modo a atingir os seus objectivos de ensino. Nomeadamente, para ajudar os alunos a reconhecerem e experienciar em primeira mão as consequências da superfície reticulada descrita na história, a professora retirou as figuras que ilustravam o modo como o protagonista descobria o seu caminho a partir dos vários problemas descritos na história e pediu aos alunos que, à medida que a liam, em pares, usassem a estratégia “Diz algo” para tentar desenhar um diagrama antes de verem os do autor (um exemplo de como a professora tentou *problematizar para levantar questões que valha a pena explorar*). Como trabalho de casa, foi pedido aos alunos para reflectirem, num artigo de jornal, tanto sobre o conteúdo como sobre o processo desta experiência de leitura.

Quando os alunos partilharam o que tinham escrito, quer lendo em voz alta, quer fazendo observações sobre a sua leitura (outro exemplo do uso da leitura para *partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades*), um aluno contestou a afirmação da professora de que a geometria do motorista de táxi constituía uma nova geometria comentando: “Não tem nada de especial — é uma geometria normal ... é apenas o velho jogo com uma regra a mais.” Não querendo perder a oportunidade de explorar a curiosidade e dúvida genuínas do aluno, a professora, escreveu no quadro a questão “São apenas novas regras ou é antes um novo jogo?” e imediatamente a turma se empenhou num caloroso debate sobre esta questão. Tentando provar que se tratava, de facto, de uma geometria diferente, outro aluno disse. “Nem sequer podemos desenhar uma circunferência.” Esta afirmação assinalou a decisão implícita da turma de se empenhar numa investigação sobre a geometria do motorista de táxi que começou pelo estudo de como o circunferência e outras formas familiares poderiam ser representadas neste contexto. Embora, neste exemplo os alunos tenham, em simultâneo e de uma forma espontânea, obtido ideias e tomado decisões acerca de uma inquirição específica, a leitura da história de Sheedy e, mais ainda, a partilha das suas reflexões escritas acerca desta experiência e o registo no quadro de questões chave desempenhou um papel importante no processo de *tomar decisões sobre o foco, o alcance e a organização da inquirição*.

**Desenvolvendo a inquirição.** Deste modo, as inquirições dos alunos sobre a

geometria do motorista de táxi começaram com a exploração da existência ou não de circunferências que obedecessem às novas regras que tinham identificado (e registado em letra de imprensa) à medida que se iam deslocando na cidade reticulada. Alguns alunos começaram imediatamente a desenhar, em papel quadriculado, diagramas que consideravam poder representar, nesta nova superfície, circunferências (uma actividade que envolveu a leitura destes textos não verbais como um meio de *gerar questões e conjecturas específicas e analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas*). Estes diagramas foram frequentemente mostrados ao resto da turma de modo a justificar as conjecturas feitas pelos alunos e, desta forma, examinados e discutidos criticamente pela globalidade da turma (um exemplo do uso da leitura como meio de *partilhar e construir a partir de contribuições individuais para o desenvolvimento da inquirição* em curso). Ao longo desta discussão, alguns alunos formularam a hipótese de que se a grelha fosse muito pequena (i.e., infinitesimalmente pequena) os pontos discretos que tinham sido identificados como sendo equidistantes de um dado ponto tenderiam a aproximar-se da circunferência habitual (em vez do quadrado). Esta hipótese originou outro caloroso debate que a professora focalizou ao acrescentar “Quero lançar outra questão. O que é uma circunferência?” Como resposta, alguns alunos consultaram espontaneamente um livro de texto e um dicionário para encontrarem uma definição de *circunferência* (ilustrando, assim, uma outra possível função da leitura nesta fase da inquirição — *recolher ferramentas, estratégias e recursos para continuar a inquirição*). Quando os alunos encontraram uma definição que podia ser usada para desenhar e defender um diagrama (i.e., “uma circunferência é um conjunto de pontos do plano que estão a uma dada distância de um dado ponto [o centro do circunferência]”), a professora pediu-lhes para usarem esta definição para verificar se o diagrama que tinham obtido satisfazia ou não esta definição e se, portanto, podiam ou não ser considerados como exemplos de circunferências.

Com o diálogo que a seguir apresentamos pretendemos dar uma ideia do modo como os alunos se empenharam globalmente nesta unidade e, ao mesmo tempo, ilustrar a importância da leitura e estabelecer relações entre três textos diferentes: a definição apresentada no manual, as regras da geometria do motorista de táxi que tinham sido previamente registadas no quadro, e os diagramas que os alunos tinham feito. Note-se, em particular, como a tentativa de interpretar a definição do manual à luz das regras da geometria do motorista de táxi, ajudou os alunos a ver e perceber por si próprios o que significava trabalhar dentro das limitações deste sistema:



*Professora:* Vou ler a definição uma vez mais e cada um de vocês vai mostrar o que obteve [o vosso diagrama], está bem? Todos vão verificar se ele [o teu diagrama] está ou não de acordo com a definição. Estão prontos? A definição — posso acrescentar que esta é a do *livro* — é “uma circunferência é um conjunto de pontos do plano que estão a uma dada distância de um dado ponto (o centro do circunferência)”. Está bem? Andy?

*Andy:* Meti mãos à obra, medi uma distância de 10 em várias direcções [horizontal e vertical] e depois marquei essa distância numa folha de papel vegetal e rodei-a mantendo um ponto aqui (a professora diz-lhe para mostrar à turma o que tinha feito e Andy mostra o seu diagrama — ver Figura 3). Ok, marquei este ponto (a professora clarifica, “então este [o ponto assinalado com  $x$ ] é o teu centro.”). Depois eu fi-lo girar, rodei-o, até que descobri um ponto que está à mesma distância do centro.

*John:* Mas tu estás a atravessar essas linhas [do reticulado].

*Char:* Estás a atravessar as linhas; vê.

*Andy:* Mas ... não estou a desenhar nenhuma linha. Um circunferência é um conjunto de pontos a uma dada distância — esta é a distância dada ... Não diz “une os pontos!”

[...]

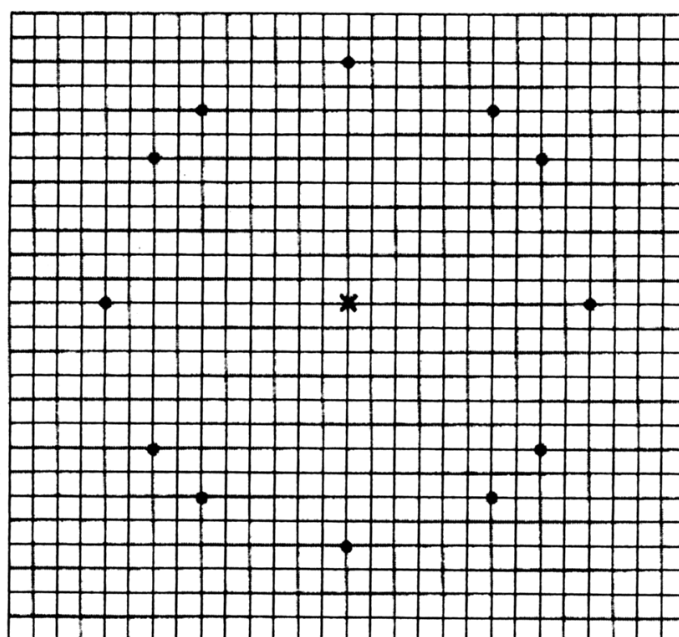


Figura 3.

*Professora:* O que é uma definição? Tanto Ethan como Char argumentam que não mediste a distância correctamente ... quero que falem contigo acerca disto [Char and Ethan].

*Andy:* (Troçando) Digam-me — como é que não medi correctamente?

*Char:* Bem, nós estamos a seguir as regras [as regras com que os alunos tinham

concordado e que a professora tinha registado em letra de imprensa]: “Não se pode ir na diagonal, não se pode atravessar; não se pode sair das linhas.”

*Andy*: Quando estás de facto a desenhar *linhas*.

*Ethan*: Mas isso não faz uma circunferência.

*Char*: Sim, não estás a desenhar linhas, mas estás a medir a distância ... Estás a medir os espaços atravessando esta linha, certo? Indo pelo meio dos quadrados?

*Jesse*: Mas de qualquer forma ele está a segui-la [a definição de circunferência] tal como está no livro [de texto].

*Andy*: (Frustrado e gritando) Está bem!

*Professora*: Não, ele tem que usar as nossas regras. Ele não tem poder de optar (querendo dizer que ele tinha de ter em conta as limitações do sistema do motorista de táxi que exigia que as distâncias fossem medidas de forma diferente do método usado na geometria Euclidiana).

O diálogo continuou desta forma com vários alunos a proporem diversas soluções até que o próprio Andy desenvolveu o esboço de um “circunferência na geometria do motorista de táxi” (o quadrado representado anteriormente na figura 2), que, por último, foi considerado pela turma como representando a imagem correcta e obedecendo à definição de distância da geometria do motorista de táxi. Os alunos estavam tão excitados com as suas decisões e descobertas que afixaram o que tinham encontrado (os diagramas que tinham completado aque juntaram explicações escritas) na parede da sala de aula de forma a poderem seguir a sua evolução e vir a referir-se a eles no futuro. Este levantamento das descobertas foi continuamente actualizado ao longo de todo o ciclo.

Esta investigação obrigou os alunos a pensarem profundamente sobre a natureza das definições em matemática. Se se usa, numa superfície da geometria do motorista de táxi, a definição de circunferência como “o conjunto de todos os pontos equidistantes de um ponto dado”, obtém-se uma figura que não é redonda! Mesmo depois de terem identificado o quadrado (ver a figura 2) como a figura que obedecia tanto ao critério da superfície como à definição de circunferência, os alunos ainda questionavam se esta figura poderia ser chamada de circunferência. Ao mesmo tempo, começaram a questionar a definição de distância apresentada na história e especularam acerca de outros modos de definir distância numa reticula.

Quando os alunos agarraram a ideia de que uma definição descreve um conjunto de condições e que a imagem resultante é meramente uma consequência dessas definições quando interpretadas *num dado contexto*, concordaram em continuar a usar a definição original do autor de distância e começaram a interrogar-se acerca de conceitos relacionados com as circunferências (por exemplo, como é que nesta geometria, poderiam ser calculados os perímetros e áreas dos círculos) e de como se poderiam representar outras figuras (por exemplo, quadrados, rectângulos e triângu-

los). Cada uma destas explorações foi orientada de modo análogo ao seguido relativamente à circunferência. Por isso, tal como foi descrito anteriormente, dependeu bastante da leitura dos diagramas que representavam as tentativas dos alunos em ligação com as definições dos manuais e definições que os alunos propuseram (usando uma vez mais uma combinação da leitura para *gerar questões e conjecturas específicas, analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e formular conjecturas, recolher ferramentas, estratégias e recursos para continuar a inquirição e partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades*).

Procurando explicitar e validar, tanto o processo que os alunos tinham seguido até este ponto das suas explorações da geometria do motorista de táxi, como os resultados que tinham alcançado, a professora decidiu marcar a leitura de uma secção de um artigo, de uma estudante de um curso de matemática, que relatava a forma como ela tinha explorado a referida geometria (Kort, 1989). Neste artigo, apresentava as decisões que tinha tomado e os desenhos que tinha feito quando considerava de um modo sistemático os seguintes aspectos da geometria do motorista de táxi: definição de distância, triângulos, perímetro, área, ângulos; a forma e o tipo de triângulos e ângulos; maneiras de medir o perímetro e a área; formas de circunscrever rectângulos e circunferências nos triângulos desta geometria. Inicialmente, de forma a não “estragar” a exploração que estava a ser desenvolvida pelos alunos, a professora só distribuiu as secções do artigo que discutiam aspectos que a turma já tinha explorado até esta altura (i.e., a parte referente à escolha de uma definição para distância e para triângulo e a parte sobre a forma e os tipos de triângulos). A professora explicitou as razões que a levavam a optar por usar a leitura desta forma, explicando que seria uma forma de *verificar e/ou validar o processo e resultados da inquirição de cada um, à luz de uma fonte externa*.

Quando os alunos partilharam as suas reacções a este texto, a discussão levou-os a reanalisar a questão que tinham colocado anteriormente acerca dos ângulos nesta geometria e do modo de os medir. A professora esperava que explorassem processos diferentes de medição de ângulos, como uma via para experimentarem com critérios e sistemas diferentes. Para atingir este objectivo, a professora deu ainda outra secção do artigo de Kort (1989), “Angles in Táxi-Geometry” para os alunos lerem e criticarem. No entanto, desta vez, o seu objectivo era introduzir novas ideias e perspectivas que os poderiam ajudar a alargar as que tinham chegado por si sós — um exemplo de como a leitura pode *estimular uma inquirição mais aprofundada*. As reacções dos alunos a esta leitura foram surpreendentes: estavam de facto zangados com a autora! Kort concluiu a secção com a frase. “Devido a todos os problemas e contradições, não vale a pena, por agora, continuar a explorar o tema dos ângulos

nesta geometria. Há tantas ideias mais interessantes do que a noção de ângulo, que este aspecto da geometria do motorista de táxi não será mais explorado neste artigo.” Os alunos sentiram que a autora tinha “abandonado o barco”, uma reacção que sugere terem feito uma leitura crítica, começando a perceber que mesmo o pensamento matemático de pessoas com mais conhecimentos podia ser desafiado. Esta constatação inspirou alguns alunos a investigar, por si próprios, a medição dos ângulos e a procurar métodos que pudessem ser consistentes. Como era hábito, todo o trabalho que realizaram (diagramas e explicações escritas) foi acrescentado às descobertas afixadas na parede da sala de aula.

**Sintetizar e comunicar os resultados da inquirição.** Nesta altura, a professora procurava uma oportunidade de concluir a exploração da geometria do motorista de táxi para poder passar para uma nova geometria. Por isso, decidiu distribuir uma cópia de todo o artigo de Kork de forma que os alunos pudessem analisá-lo na sua globalidade e comesçassem a perceber a abordagem da autora à geometria do motorista de táxi e como ela tinha decidido comunicar os resultados desta exploração (este ultimo propósito ilustra o uso da leitura como meio de *arranjar um modelo para resumir, aplicar e comunicar os resultados da inquirição*). A professora procurava definir uma estratégia que permitisse ler o texto de uma forma produtiva, quando os alunos sugeriram: “Vamos fazer o que quisermos. Um desenho, um mapa, cartões de registo, um artigo — seja o que for!” A professora concordou com esta ideia, depois de envolver a turma numa discussão que originou mais ideias sobre o modo de analisar este artigo (tais como, reagir globalmente ou apenas em relação a algumas partes usando-o como um trampolim para prosseguir a exploração de uma ideia anterior, em que estavam interessados).

Os alunos aproveitaram bem a liberdade que tiveram e produziram vários textos e modelos. Um aluno decidiu construir um geoplano (referido uma vez no artigo) porque, como disse quando o mostrou a toda a turma, “Preciso de mexer em coisas concretas — não gosto de andar de um lado para outro no reticulado ... preciso mesmo de ver.” Outro aluno prosseguiu a exploração de uma ideia relativa aos triângulo cujos lados se podem intersectar. Um par de alunos construiu aquilo a que chamaram um globo, desenhando um círculo da geometria do motorista de táxi e imaginando que rodava em torno de um eixo de simetria vertical, de forma a gerar uma figura a três dimensões. Quando mostraram este modelo a toda a turma, explicaram algumas das implicações desta superfície.

É importante referir como em todas estas situações os alunos usaram os seus diagramas e modelos para apoiar as suas apresentações (i.e., as suas “leituras” destes textos não verbais, juntamente com outros modos de comunicação, funcionou como

um modo de *apresentar os resultados de uma inquirição*). Nestas ocasiões, os alunos participaram nas apresentações e, as perguntas colocadas aos colegas que faziam a sua apresentação, sugeriram que eles deram sentido ao texto e interpretaram criticamente as ideias avançadas (um exemplo da leitura para *reagir às apresentações de resultados da inquirição*).

Partiu dos próprios alunos uma oportunidade complementar de sintetizar e aplicar o que tinham aprendido com as suas explorações nesta geometria, quando sugeriram uma visita de estudo ao centro da cidade, para visitarem uma exposição de arquitectura, com plantas e maquetas, que poderia inspirar a concepção de plantas arquitectónicas para a sua cidade, a “Povoação reticulada.” Neste caso, a análise dos planos e desenhos que estavam na exposição cumpriu a função *arranjar um modelo para resumir, aplicar e comunicar os resultados*, muito diferente dos modelos que um artigo escrito podia sugerir! De facto, alguns alunos aproveitaram esta oportunidade e criaram planos arquitectónicos para os “edifícios” da geometria do motorista de táxi que apresentaram à turma. A história matemática “Moving Around the City” também originou implicitamente outro *modelo para sintetizar e comunicar resultados* (tal como a professora tinha esperado). Um aluno decidiu, por si só, escrever uma história sobre uma cidade e leu-a aos seus colegas (outro exemplo do uso da leitura para *apresentar os resultados da inquirição*).

**Inventariar recursos e perspectivar o futuro.** Numa tentativa para terminar a primeira inquirição e identificar ideias e abordagens que pudessem ser úteis em futuras inquirições, a professora, na fase final da unidade, concentrou-se em juntar todas as experiências realizadas até então, colocando os alunos a reflectir sobre elas e organizou várias actividades para conseguir esses objectivos.

A primeira actividade envolvia uma introdução à estratégia de formulação de problemas “O quê-se-não” de Walter e Brown, para mostrar uma abordagem alternativa e mais sistemática à exploração de problemas, quando comparada com a que os alunos usaram espontaneamente, na sua inquirição da geometria do motorista de táxi. Este objectivo foi atingido a partir da divulgação na turma de um artigo (Walter e Brown, 1969) que descrevia este processo (um exemplo da utilização da leitura para *recolher ferramentas, estratégias e recursos para futuras inquirições*) e de um outro artigo que mostrava como esta abordagem podia ser aplicada a um tópico da geometria do motorista de táxi (um exemplo do uso da leitura *para arranjar um modelo para algo que poderá ser utilizado em futuras inquirições*).

Os alunos leram o artigo “The Power of Stories in Learning Mathematics” (Borasi et al., 1990) para propiciar as suas reflexões no processo que experimentaram na exploração da geometria do motorista de táxi. Este artigo profissional tinha sido

escrito por três elementos do projecto RLM e foi publicado num jornal nacional de artes literárias. Tal como aconteceu com outros textos que os alunos leram, a professora dividiu-o em várias secções, que foram lidas pelos alunos de maneiras diferentes. Antes de lerem a primeira secção, que consistia numa breve introdução seguida pela história que os alunos tinham lido anteriormente (“Moving Around the City”, de J. Sheedy, texto também incluído em Borasi et al., 1990), a professora pediu aos alunos que escrevessem em letra de imprensa três perguntas (O que é que a leitura desta história nos provocou? O que poderá ainda provocar? O que poderia ter provocado?) e pediu-lhes que escrevessem as respectivas respostas, de modo que eles as pudessem discutir na aula seguinte. Esta primeira leitura foi pensada para encorajar os alunos a identificar e explicitar segundo a sua perspectiva o poder das histórias, *antes* de lerem o que pensavam os autores (um exemplo de utilização da leitura para *fazer surgir reflexões sobre o que acontece na inquirição*).

Na aula seguinte, o professor continuou o processo de reflexão pedindo aos alunos para lerem alto as respostas às perguntas que tinham sido listadas e posteriormente escritas em letra de imprensa e afixadas no quadro (ver figura 4). Enquanto as afixava, pediu explicações adicionais e reacções na turma (um exemplo da utilização da leitura para *partilhar e construir com base em reflexões individuais sobre a inquirição*). Em contraste, a segunda secção do artigo foi lida em toda a turma utilizando uma estratégia do tipo “Diz Algo”, de modo que os alunos pudessem ouvir os pensamentos espontâneos dos outros, sobre a relação entre a sua lista de vantagens da leitura de histórias na aula de matemática e a lista dos autores.

A leitura da terceira, e última, secção do artigo cumpriu duas funções adicionais, *perspectivar novas inquirições e partilhar e construir ideias para novas inquirições*. Esta secção consistia nas ideias dos autores sobre as vantagens em escrever uma história matemática e sobre uma nova história (“Moving Outside the City”, de R. Borasi, em Borasi et al., 1990) que amplia a primeira história, a partir da consideração de problemas que podem ser considerados se a superfície for esférica, em vez de ser uma grelha plana. Foi pedido aos alunos que lessem, como trabalho de casa, esta secção do artigo e que viessem preparados para falarem sobre o assunto, na aula seguinte. A discussão que daí resultou foi particularmente viva porque a turma decidiu trabalhar com superfícies esféricas na próxima inquirição. Como consequência, leram a história com a mesma disposição com que tinham lido a que inspirou a sua exploração da geometria do motorista de táxi, inferindo nomeadamente os seus próprios textos e utilizando um globo terrestre como recurso, de modo a perceberem os problemas descritos na história.

### **O que é que a leitura desta história nos provocou?**

- Ajudou-me a compreender melhor a geometria — tive primeiro de tentar perceber as figuras (formas) por mim próprio e depois obter a resposta e poder analisar a minha interpretação.
- Fez-me pensar sobre o modo de planejar uma cidade e como podia ser planeada matematicamente (logicamente, sistematicamente), em vez de o ser por outras razões.
- Eventualmente, ajudou-me a aceitar outro tipo de geometria — porque havia primeiro uma aplicação real, depois foi a matemática e eu pude voltar à história e compreender a matemática.
- A história, como uma introdução, facilitou a compreensão — prepara para ver/aceitar algo diferente.
- Pude identificar as confusões do personagem e ter vontade de as esclarecer. Coloquei-me no lugar da personagem e tive de imaginar — foi assim que ficámos interessados (sem figuras).
- Fez sentido para algumas coisas, mas não para tudo — provocou uma esperança confusa.

### **O que pode ainda provocar?**

- Ajudar-nos, se nos convenceremos *realmente*; dar-nos uma técnica matemática para descobrirmos um caminho.

### **O que poderia ter provocado?**

- Ajudar a ver a matemática/geometria de uma perspectiva diferente e *com* olhos diferentes.
- Podia ter-nos conduzido a outro sítio, se tivéssemos surgido com ideias diferentes.
- Podia ter-nos levado a colocar questões sobre o *arranjo* de outros lugares — parques de diversão, etc.

Figura 4. Reflexões dos alunos sobre o poder das histórias

As actividades finais da unidade foram concebidas para que os alunos reflectissem sobre a totalidade da experiência, a partir do relembrar e sintetizar, tanto o processo como o conteúdo das suas aprendizagens, preparando-os então a fazerem avaliações que aconteceram no final de cada um dos períodos lectivos e, simultaneamente, traçando o quadro para novas inquirições. Com instruções para começarem a pensar sobre estas questões, no trabalho de casa, toda a turma fez “Um passeio pelas veredas da memória”, uma actividade usada com frequência nas aulas desta professora e que envolvia o relembrar sistemático de todas as principais componentes da experiência, por ordem cronológica, discutindo detalhadamente o processo e a finalidade de cada uma delas. A leitura e a referência ao “trilho” que os alunos criaram ao longo da inquirição, colocando os textos com as suas descobertas nas paredes da sala de aula (outro exemplo bem diferente da leitura para *provocar*

*reflexões sobre o que aconteceu na inquirição*) contribuiu muito para este processo. À discussão seguiu-se uma actividade complementar onde os alunos utilizaram esta discussão preliminar, assim como as suas reflexões escritas preparadas como trabalho de casa, como base para listarem o que tinham aprendido nesta unidade. Enquanto os alunos partilhavam, discutiam e elaboravam a partir do que cada um deles afirmava ter aprendido na unidade (um exemplo da leitura para *identificar, discutir e apreciar o significado do que foi feito/aprendido através da inquirição*, assim como de partilhar e construir com base nas reflexões individuais sobre a inquirição), a professora registou cada um dos itens em letra de imprensa, de modo a criar a lista colectiva “O que é que aprendi?”, reproduzida na figura 5.

1. Podemos alterar as regras matemáticas e explorar as consequências.
2. Mudando 1 regra euclidiana, desenvolvemos um sistema geométrico completamente novo.
3. Criar as nossas próprias ideias e interpretações de alguma coisa e testá-las e torná-las significativas para nós próprios.
4. Diferença de definições entre definição e características, qual é a definição apropriada neste contexto.
5. A definição de uma figura pode resultar num “olhar” diferente num espaço diferente.
6. Ser capaz de nos deslocarmos a nós próprios do familiar (estigmas matemáticos) e aceitar novas descobertas.

Figura 5. Lista “O que é que aprendi?”

Finalmente, porque a conclusão da unidade coincidiu com o final do período lectivo, a professora e os alunos efectuaram um processo de avaliação formal, característico da sua escola. Depois de terem preparado em conjunto uma carta para os pais de cada aluno, na qual a professora descrevia o que tinha sido feito durante a unidade e o aluno, ou a aluna, completou com o que tinha aproveitado da experiência, a professora e os alunos decidiram o que devia ser avaliado, porquê e como. Depois, cada aluno teve uma conversa de avaliação individual, com a professora, durante a qual foram discutidos em conjunto os esforços do aluno e o seu trabalho durante o período lectivo, identificadas áreas onde era necessário mais trabalho futuro, acordado o que devia ser escrito na ficha de avaliação e composta a secção narrativa da ficha. Esta discussão baseou-se no trabalho escrito que os alunos produziram durante a unidade, assim como nas notas preliminares que a professora tinha registado, relativas à participação e desempenho dos alunos na unidade (tudo exemplos da leitura *para avaliar a participação, desempenho e aprendizagem dos alunos, ao longo da inquirição*).



## Funções da leitura através e ao longo de todo o ciclo de inquirição

A narrativa do Ciclo da Geometria do motorista de táxi apenas não apresentou 3, das 30 funções diferentes que identificámos nos três ciclos de inquirição. Estas funções são enunciadas na figura 6, juntamente com as ocorrências de cada uma delas nos três ciclos. O padrão das ocorrências relatadas na figura garante um suporte às nossas hipóteses iniciais: a leitura pode servir uma variedade de funções nos ciclos de inquirição em matemática, pois cada um desses ciclos incluiu a utilização de 15 a 27 dessas funções da leitura. A organização da figura 6, como uma matriz bidimensional, realça outro padrão dos dados, a relação entre as funções da leitura que identificámos e as fases e componentes específicas do ciclo de inquirição.

Dado que as narrativas usadas para gerarem as categorias foram divididas em quatro fases cronológicas do ciclo de inquirição, não é surpreendente que cada uma das funções da leitura pudesse ser caracterizada em termos destas fases. Um resultado mais inesperado consistiu no facto de outros dois elementos do ciclo de inquirição, identificados em Borasi e Siegel (1992), i. e. *Recolhendo instrumentos, estratégias e recursos e colaborando com outros inquiridores*, assim como um novo, *Arranjando um modelo*, que não faziam parte da nossa caracterização inicial de um ciclo de inquirição, mas que faziam parte das três experiências que constituíam a nossa base de dados, também estavam relacionados com funções específicas da leitura. Portanto, viemos a conceptualizar as funções da leitura em duas dimensões: categorias *cronológicas* associadas a fases específicas de um ciclo de inquirição (representadas nas colunas da figura 6) e componentes *incorporadas* da inquirição que cortam transversalmente as fases cronológicas (representadas horizontalmente).

Os sete grupos de funções assim identificados (i. e., os quatro grupos de funções associados com fases cronológicas específicas da inquirição e os três grupos criados a partir da consideração das funções da leitura que são específicas para cada uma das componentes incorporadas) pareceram ser particularmente significativos na nossa análise, porque ajudaram a identificar “grupos” de funções da leitura que apresentavam características semelhantes, juntamente com algumas características únicas. Assim sendo, na nossa discussão sobre as funções da leitura, decidimos organizar a nossa análise aprofundada — que se concentra em particular nos tipos de textos lidos, nas formas como foram lidos e nos objectivos da sua leitura — em torno destes sete grupos.

**Funções da leitura na Preparação e na focagem da inquirição.** As experiências de leitura que ocorreram durante a fase inicial do ciclo de inquirição serviram várias funções complementares, que explicitaram o tipo de experiências de ensino que os professores necessitam organizar, para estimularem e apoiarem a fase inicial das

inquirições dos alunos. As experiências de leitura que se encontram codificadas como pertencentes à primeira categoria, *descobrir e/ou desafiar as concepções e conhecimento inicial dos alunos sobre o tópico a ser explorado*, incluíram a leitura e a resposta a questões e inquéritos. Tal como foi ilustrado no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, o uso de questões despoletadoras do pensamento permitiu que a professora aprendesse mais sobre o conhecimento e as crenças que os alunos trouxeram para o ciclo de inquirição e, simultaneamente, os ajudasse a aperceberem-se do seu próprio pensamento, de modo a poderem começar a considerar ideias e perspectivas novas. Deste modo, a leitura e resposta a questões não só tornou explícito o conhecimento e as crenças dos alunos, mas também fez aparecer desafios implícitos a essas crenças. Esta prática é uma das formas que a leitura pode assumir, para criar o género de dúvida que alimenta a inquirição, no início do ciclo.

<b>Fases cronológicas</b>			
<b>Preparação e focagem da inquirição</b>	<b>Levar a cabo a inquirição</b>	<b>Sintetizar e comunicar os resultados da inquirição</b>	<b>Inventariar recursos e perspectivar o futuro</b>
Ler para...	Ler para...	Ler para...	Ler para...
<ul style="list-style-type: none"> <li>• descobrir e/ou desafiar as concepções e conhecimento inicial dos alunos sobre o tópico a ser explorado (T, C)</li> <li>• gerar interesse, ganhar conhecimento de fundo e plantar sementes para a inquirição (T, C)</li> <li>• consciencializar as questões afectivas que podem surgir durante a inquirição (T)</li> <li>• problematizar para levantar questões que valha a pena explorar (T, A)</li> <li>• despoletar ideias para uma inquirição particular (T, C, A)</li> <li>• tomar decisões sobre o foco, o alcance e a organização da inquirição (T, A)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gerar questões e conjecturas específicas (T, C, A)</li> <li>• recolher e gerar dados que digam respeito a questões e conjecturas específicas (C)</li> <li>• analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas (T, C, A)</li> <li>• estimular uma inquirição mais aprofundada (T, A)</li> <li>• verificar e/ou validar o processo e resultado da inquirição de cada um, à luz de uma fonte externa (T)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• fazer um relatório escrito sobre os resultados da inquirição (T, C, A)</li> <li>• apresentar os resultados da inquirição (T, C, A)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• provocar reflexões sobre o que aconteceu na inquirição (T)</li> <li>• identificar, discutir e apreciar a importância do que foi feito e aprendido ao longo da inquirição (T)</li> <li>• avaliar a participação individual dos alunos, o seu desempenho e aprendizagem, ao longo da inquirição (T)</li> <li>• perspectivar novas inquirições (T)</li> </ul>

O b j e c t	<b>Recolha de ferramentas, estratégias e recursos</b>	• criar a necessidade para introduzir ferramentas, estratégias e recursos, úteis para a inquirição (C, A)	• recolher ferramentas, estratégias e recursos para continuar a inquirição (T, C, A)		• recolher ferramentas e estratégias para inquirições futuras (T)
o s  I n c	<b>Arranjar um modelo</b>	• arranjar uma imagem do tipo de inquirição a ser realizada (A)	• arranjar um modelo para ajudar a prosseguir alguns aspectos da inquirição (T, C, A)	• arranjar um modelo para resumir, aplicar e comunicar os resultados (T, C, A)	• arranjar um modelo para algo que possa ser usado em inquirições futuras (T)
o r p o r a d a s	<b>Colaboração com outros inquiridores</b>	• partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades (T, A)	• partilhar e construir a partir de contribuições individuais para o desenvolvimento da inquirição em curso (T, C, A)	• dar retorno com base em rascunhos ou relatórios escritos sobre a inquirição (T, C, A) • reagir às apresentações de resultados da inquirição (T, C, A)	• partilhar e construir com base em reflexões individuais sobre a inquirição (T) • partilhar e construir com base em ideias para novas inquirições (T)

Figura 6. Sumário das funções da leitura, em relação a fases cronológicas e componentes incorporadas de um ciclo de inquirição e sua ocorrência em três ciclos específicos de inquirição (T: Geometria do motorista de táxi; C: Unidade do Censo; A: Ciclo do Analógico e Analítico).

As próximas duas categorias sublinham outra característica essencial da fase inicial de um ciclo de inquirição: preparar os alunos, tanto cognitivamente como afectivamente, para realizarem uma inquirição específica. As experiências de leitura que foram codificadas em *gerar interesse, ganhar conhecimento de fundo e plantar sementes para a inquirição* serviram simultaneamente todas as três funções discriminadas no título. Os dados sugerem que, nesta fase inicial e exploratória da inquirição, os professores utilizaram ensaios curtos e artigos para consolidar o interesse e conhecimento de base dos alunos, sobre o domínio a ser explorado, tudo como um esforço para despoletar a curiosidade sobre o tema. Nesta altura, é importante sublinhar o facto de que os investigadores na competência da leitura mostraram que a leitura não é uma questão de transmissão (ver Borasi et al., 1998, para uma discussão das mudanças teóricas no campo da leitura) e, portanto, não é apenas o conteúdo do texto, mas principalmente a forma como o professor organiza a experiência de leitura que é crucial para se conseguirem os desejados objectivos de ensino, facto também ilustrado no Ciclo da Geometria do motorista de táxi. Também

valerá a pena notar que, dado que a inquirição, nesta altura do ciclo, habitualmente não está definida, a maioria dos textos lidos nesta fase só indirectamente é que estavam relacionados com o problema específico que os alunos investigaram (e. g., na geometria do motorista de táxi, o primeiro ensaio lido tratava do desenvolvimento histórico das geometrias não euclidianas, em vez de versar a geometria do motorista de táxi e, de modo análogo na Unidade do Censo, os alunos leram ensaios e artigos sobre censos dos EUA, leituras relacionadas, mas não directamente, com o seu censo escolar). Contudo, estes textos ajudaram os alunos a alargar as suas perspectivas, ao oferecerem compreensão nas dimensões social, histórica e política do tema ou domínio explorados.

Nesta fase da inquirição, as experiências de leitura, que ajudam os alunos a *conscenciarizar as questões afectivas que podem surgir durante a inquirição*, são igualmente importantes. Os sentimentos afectivos são muitas vezes ignorados no ensino da matemática, no entanto podem ter uma influência debilitadora na aprendizagem dos alunos (e. g., Borasi, 1990, Buerk, 1981). A leitura pode ser um meio para os alunos se conscenciarizarem desses sentimentos e para começarem a confrontá-los, tal como a leitura e a resposta a questões e inquéritos os tornam conscientes dos conhecimentos e crenças que possuem sobre o tema que está a ser estudado. O desenvolvimento, através da leitura, de um apreço pela forma integrante que os sentimentos têm no fazer matemática (lembramos que o ensaio, entre outras coisas, tratava da dificuldade que os matemáticos profissionais tiveram em aceitar a existência de geometrias alternativas) pode também encorajar os alunos a repensarem a sua concepção da matemática e da sua aprendizagem, a partir da valorização das dimensões humanísticas da disciplina.

A categoria seguinte, *problematizar para levantar questões que valha a pena explorar*, explícita a função da problematização que, tal como os trabalhos de Peirce e Dewey sugerem, se encontra no âmago da actividade de inquirição, no sentido em que gera dúvida e propicia o sentimento de existir um problema a resolver. No caso da geometria do motorista de táxi, esta função foi conseguida quando os alunos leram uma história matemática — “Moving Around the City” de J. Sheedy, em Borasi et al., 1990 — que levantava vários problemas da vida real, cuja resolução apelava à utilização de conceitos relativos a esta geometria. Também neste caso, é importante verificar que as decisões sobre o modo de leitura do texto, ou seja, eliminar as figuras e pedir aos alunos que as criem enquanto estão a ler, foram tão importantes como a escolha do próprio texto a ser lido, para se conseguir a almejada função. Esta função é especialmente importante quando se inicia a inquirição num contexto da matemática escolar, pois os alunos consideram a matemática como essencialmente acabada e imutável, de modo que é improvável que consigam ter uma pergunta que valha a

---

pena explorar, a não ser que os seus pontos de vista sobre o assunto sejam colocados em causa ou desfeitos, de forma a despoletar o acto de formulação de problemas.

Quando os alunos se aproximam da identificação de um problema ou de uma questão que enquadra a sua inquirição, existe uma mudança correspondente na função servida pela leitura. Ao contrário de categorias anteriores, incluídas na *Preparação e focagem da inquirição*, nas quais a leitura servia para introduzir um tema de interesse, a função da leitura na categoria de *despoletar ideias para uma inquirição particular* é a de começar a delimitar as possíveis direcções que pode tomar uma inquirição. Em consequência, era mais provável que o texto escolhido para tal fim estivesse estreitamente ligado à inquirição (como aconteceu no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, quando os alunos leram uma história matemática que se desenrolava num contexto de “geometria do motorista na vida real”). Para se alcançar plenamente esta finalidade, o professor deve organizar a leitura de modo a que os alunos se inspirem a gerar questões específicas que possam despoletar uma inquirição ou reunir ideias que orientem a sua inquirição futura.

Finalmente, como mostra o Ciclo da Geometria do motorista de táxi, os alunos podem ter ideias e tomar decisões sobre uma inquirição específica, simultânea e espontaneamente. Contudo, a leitura (e a escrita) podem apoiar de modo sensível o facto de se *tomar decisões sobre o foco, o alcance e a organização da inquirição*, especialmente em ciclos de inquirição em que as decisões se realizem de modo mais explícito. Em particular, o acto de registar em letra de imprensa tópicos potenciais, questões e abordagens alternativas para se prosseguir a inquirição podem ajudar a turma a identificar várias possibilidades, viabilizando-as como temas de discussão, de forma a que a turma possa, eventualmente, chegar a um consenso informado e participado, sobre o foco da inquirição a ser prosseguido e o plano de acção a ser seguido.

Nas categorias que identificámos em *Preparação e focagem da inquirição*, assinalámos uma variedade de funções servidas pela leitura, nesta fase do ciclo de inquirição. Apesar desta variedade, todas estas funções da leitura capacitam os alunos a abrir uma área particular de conhecimento à inquirição e, em simultâneo, a abrir as suas mentes às possibilidades emergentes. Os textos utilizados nas actividades de leitura, organizadas pelos professores para servirem estas funções, nesta fase da inquirição, eram principalmente ensaios, histórias e breves artigos informais que apresentavam a matemática de uma maneira bem diferente de uma perspectiva técnica, tão usual na Matemática escolar. Apesar de existir a tentação de se considerar os textos como os principais actores destas actividades de leitura, a nossa análise sugere que estas funções talvez não tivessem sido conseguidas, a não ser que os professores introduzissem modos de leitura que estimulassem os alunos

a aproveitar e expressar os textos, uma acção de ensino que frequentemente provoca a criação de textos pelos alunos, individualmente ou em conjunto, e pelo professor. De facto, é a organização destas actividades de leitura, incluindo a escolha dos textos e das estratégias para a sua leitura, e a viabilização das discussões na turma que acontecem quando os alunos partilham as suas respostas a esses textos, que torna o papel do professor tão importante nesta fase da inquirição (ver Borasi et al., 1998, para uma discussão mais detalhada deste ponto).

**Funções da leitura em *Levar a cabo a inquirição*.** Durante a fase inicial do ciclo de inquirição, a leitura serve como um meio para desbravar e tornar problemático um domínio particular, de modo a interessar os alunos e ajudá-los a encontrar um problema ou uma questão que sejam suficientemente ricos para explorarem. De forma diferente, a leitura que fazem enquanto levam a cabo a inquirição está mais focada e marcada pelo problema. As três primeiras categorias desta fase (*gerar questões e conjecturas específicas; recolher e gerar dados que digam respeito a questões e conjecturas específicas; analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas*) sublinham a leitura mais técnica que é característica desta fase do ciclo de inquirição matemática, enquanto as duas últimas (*estimular uma inquirição mais profunda; verificar e/ou validar o processo e resultado da inquirição de cada um, à luz de uma fonte externa*) mostram como é que a leitura pode funcionar, tanto como um trampolim como um espelho.

No Ciclo da Geometria do motorista de táxi, a leitura foi fundamental para levar a cabo a inquirição, pois foi a conjugação da leitura dos diagramas dos alunos, com a leitura das definições e das fórmulas para o cálculo da área, para figuras particulares, que propiciou o ponto de partida para formular e testar conjecturas. Nestes casos, os processos de gerar, testar e refinar as conjecturas estavam tão interligados que seria difícil, até artificial, tentar separar a função da leitura para *gerar questões e conjecturas específicas* de ler para *analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas* — um ponto que ilustra a ideia de Lakatos (1976) de que a construção do conhecimento matemático envolve um ziguezaguear entre demonstrar e reformular conjecturas. Ao passo que a interligação destas funções da leitura também estava presente no Ciclo do Análogo e Analítico, as funções desempenhadas pela leitura para *gerar questões e conjecturas específicas* e *analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas* foram bastante distintas na Unidade do Censo, devido à natureza desta inquirição. Neste caso, a primeira categoria estava associada à criação de um questionário para o censo escolar, enquanto a última categoria ocorreu quando os alunos construíram as tabelas e sumariaram as respostas

---

dos colegas ao questionário. Outra categoria relacionada com esta fase da inquirição, *analisar, compreender e usar os dados recolhidos para responder a questões e testar conjecturas*, aconteceu apenas na Unidade do Censo e consistiu na leitura que os alunos fizeram quando verificaram o seu questionário na sua forma inicial, para se certificarem que as questões estavam formuladas de modo a obterem dados que pudessem ser utilizados.

Em contraste, as outras duas categorias da fase *Levar a cabo a inquirição* envolveram textos e estratégias para a sua leitura que são mais semelhantes aos encontrados na *Preparação e focagem da inquirição*. A primeira, *estimular uma inquirição mais profunda*, aconteceu habitualmente quando a inquirição dos alunos decorria e propiciou que a professora tivesse uma maneira de levar os alunos a pensarem sobre a sua inquirição, em termos novos e diferentes, tirando partido de pontos de vista e resultados alternativos, relatados nos textos. Tal como no caso da *Preparação e focagem da inquirição*, as actividades de leitura nesta categoria foram cuidadosamente organizadas pela professora, de modo a convidar os alunos a considerarem novas ideias, pontos de vista ou abordagens que talvez não tivessem conseguido pensar por si sós. No âmbito da segunda categoria, *verificar e/ou validar o processo e resultado da inquirição de cada um, à luz de uma fonte externa*, está em alternativa a ideia de que o trabalho de um especialista pode funcionar como um espelho para a consideração dos esforços próprios de cada um. Tal como já foi anteriormente descrito, para o Ciclo da Geometria do motorista de táxi, capítulos de um artigo de um aluno de um curso de Matemática foram utilizados precisamente desta forma. Esta experiência deu aos alunos uma rara oportunidade de usarem trabalhos matemáticos realizados por uma fonte externa, como referência para o seu próprio trabalho. Com frequência, espera-se que os alunos vejam tais trabalhos como definitivos, em lugar de os considerarem uma instância provisória do pensamento matemático. Sendo assim, além de darem uma oportunidade para verem como é que outro inquiridor abordou um problema semelhante, a leitura, a escrita e a expressão verbal, com base neste texto, permitiram que os alunos vissem que o que tinham feito intuitivamente podia ser formalizado e tido em conta como um trabalho realmente matemático! Será interessante notar que os alunos consideraram o texto como uma validação dos seus próprios esforços, tal como a professora esperava, em vez de ficarem desanimados pelo facto de alguém ter realizado a mesma inquirição. Em resumo, a leitura funcionou como um modo de reflexão sobre o processo e os resultados da inquirição dos alunos.

**Funções da leitura na Síntese e comunicação dos resultados da inquirição.** Apesar dos alunos terem muitas oportunidades para partilhar o seu pensamento com

outros, ao longo de um ciclo de inquirição (um ponto que exploraremos mais aprofundadamente quando discutirmos as funções da leitura no grupo da *Colaboração com outros inquiridores*), esta actividade formalizou-se quando os alunos se prepararam para comunicar as suas descobertas a uma audiência externa, na terceira fase cronológica do ciclo de inquirição. A leitura apresenta duas funções principais, nesta fase. A primeira está relacionada com a leitura que os alunos realizam para *fazer um relatório escrito sobre os resultados da inquirição*, ao passo que a segunda está associada com a leitura realizada para *apresentar os dados da inquirição*.

Aquando da exploração das funções da leitura, envolvidas em *fazer um relatório escrito sobre os resultados da inquirição*, descobrimos que a leitura e a escrita estavam tão profundamente ligadas que era difícil separá-las. Contudo, verificámos que, dentro desta categoria, os alunos empreendiam dois tipos de leitura. O primeiro envolvia a leitura de resultados preliminares, tabelas e outras coisas do género, e consistia na síntese ou transformação destes textos por forma a permitir que uma audiência externa compreendesse os resultados da inquirição — uma forma de leitura que aconteceu em certo grau, em todos os três ciclos de inquirição, apesar de ter sido especialmente evidente do Ciclo do Censo, no qual os alunos fizeram cartazes que sintetizavam os resultados do seu censo escolar. O segundo tipo de leitura envolveu o que os escritores fazem, quando compõem, revêem e editam os seus textos. Apesar deste tipo ser tomado como certo, desempenha um papel vital no processo de composição, pois permite aos escritores alterarem perspectivas e decidir se o texto produzido cumpre as suas finalidades.

As apresentações dos resultados das investigações dos alunos foram frequentemente o acontecimento central, nesta fase do ciclo de inquirição, com a leitura a funcionar como uma maneira de publicitar as ideias. Apesar de terem existido ocasiões em que as apresentações dos alunos consistiam na leitura em voz alta dos seus textos, foi mais frequente a utilização, verbal e não verbal, dos textos produzidos como se fossem adereços, remetendo para eles, lendo partes seleccionadas e mostrando-os para que os outros os vissem e interpretassem. A publicitação dos resultados das inquirições, na forma descrita, também propiciou uma oportunidade para que a comunidade da turma reconhecesse e valorizasse a aprendizagem dos alunos e, ao fazer isso, festejasse as suas experiências como inquiridores matemáticos.

**Funções da leitura em Inventariar recursos e perspectivar o futuro.** A reflexão sobre a aprendizagem é pouco frequente na aula de Matemática. No entanto, os educadores têm vindo a olhá-la como um factor crítico da aprendizagem por ela convidar os alunos a pensarem sobre o que aprenderam, assim como à identificação



---

de dificuldades que desejem colocar antes da realização de uma nova inquirição e de novas questões a explorar. Apesar de não ter acontecido nas outras duas inquirições, por várias razões, algumas delas logísticas, a reflexão foi o foco da parte final do Ciclo da Geometria do motorista de táxi.

A primeira função da leitura, nesta fase da inquirição, foi a de *provocar reflexões sobre o que aconteceu na inquirição* e assumiu várias formas diferentes no Ciclo da Geometria do motorista de táxi. Os alunos leram as duas primeiras secções do artigo “The Power of Stories in Learning Mathematics” (Borasi et al., 1990), que correspondiam à introdução e ao texto completo, incluindo as figuras, da história que os alunos tinham lido anteriormente no ciclo. Conjuntamente com esta tarefa, pediu-se aos alunos que considerassem o que é que esta história lhes provocou e o que poderia vir ainda a provocar. Os professores não costumam utilizar a estratégia de voltar a ler, pois é assumido que a compreensão é automática, mas foi uma estratégia eficaz para preparar o pensamento reflexivo, ao evocar a lembrança da leitura da história e da inquirição que daí tirou inspiração. Por outro lado, responder às questões foi uma maneira de provocar a reflexão sobre esta experiência e sobre o que teve valor para eles, como aprendizes e inquiridores matemáticos. Outra oportunidade para *provocar reflexões sobre o que aconteceu na inquirição* surgiu quando os alunos “fizeram uma viagem ao passado”, uma actividade na qual lembraram e nomearam os eventos acontecidos durante o ciclo de inquirição. A leitura desempenhou um papel fulcral neste processo, quando observaram e leram os diagramas que tinham sido afixados nas paredes da sala, ao longo do ciclo de inquirição. Tal como na avaliação dos portfólios, o facto dos alunos terem decidido por si a afixação das suas descobertas significou que eram capazes de relembrar a sua experiência de aprendizagem, de uma forma semelhante à que aconteceu quando escolheram para a representar, na altura do “passeio pelas veredas da memória” (outro exemplo de como a leitura repetida pode apoiar a reflexão).

Por mais fundamental que seja para os alunos darem nome às suas experiências, essa nomeação não garante que tirem conclusões sobre elas e que as utilizem para informarem inquirições futuras. Assim, as funções de *identificar, discutir e apreciar a importância do que foi feito e aprendido ao longo da inquirição e avaliar a participação individual dos alunos, o seu desempenho e aprendizagem, ao longo da inquirição* são complementos necessários à função discutida até aqui. Nesta fase da inquirição, tanto a elaboração da lista “O que é que eu aprendi?” como as interacções durante as consultas de avaliação ilustram o importante papel que a leitura, conjuntamente com a escrita e a expressão verbal, desempenhou na realização destas duas últimas funções. Por exemplo, quando surgiu a lista “O que é que eu aprendi?”, os alunos puderam ler as suas próprias afirmações para elaborarem o seu pensamento

e ler as dos colegas, para despoletar novas ideias. Durante as consultas individuais de avaliação, a leitura permitiu que a professora e os alunos reflectissem, sobre o que eles tinham feito, e elaborassem uma interpretação dessa experiência, com referência aos artefactos dos alunos, às notas da professora e aos critérios enunciados no documento oficial de avaliação. Desta forma, o texto transformou-se num local de negociação de significados, e a colaboração na leitura, escrita e expressão verbal, que caracterizou estes eventos, forneceu oportunidades para os alunos e professores reflectirem e valorizarem a aprendizagem dos alunos.

Finalmente, a leitura da última secção de “The Power of Stories in Learning Mathematics” serviu uma função completamente nova no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, e por essa razão foi codificada numa nova categoria, *perspectivar novas inquirições*. Esta secção incluía uma nova história, “Moving Outside the City”, que levou a ser considerada a utilização desta geometria num globo, a superfície que os alunos escolheram para a seguir investigar. Por este motivo, leram a história de modo exploratório, muito semelhante à abordagem utilizada para os textos da *Preparação e focagem da inquirição*, o que não é surpreendente dado o facto do final de uma inquirição ter fornecido a partida para outra.

**Funções da leitura em Recolher ferramentas, estratégias e recursos.** *A recolha de ferramentas, estratégias e recursos* representa a primeira das componentes incorporadas de um ciclo de inquirição matemática que vamos examinar, em relação às funções da leitura. Assim, as funções da leitura discutidas nesta secção não aconteceram numa altura particular da inquirição, mas ao longo do ciclo. Além disso, reparámos que o tipo de leitura associado a uma componente incorporada da inquirição permaneceu o mesmo através das funções específicas que formavam essa componente. Por exemplo, quando os alunos leram um texto para aprenderem ou contactarem com uma ferramenta, estratégia ou recurso, útil para as suas inquirições (qualquer que fosse a inquirição que estivessem a planear, na *Preparação e focagem da inquirição*, a trabalhar, no *Levar a cabo a inquirição*, ou a perspectivar, quando finalmente *perspectivaram o futuro*), concentraram-se na compreensão dessas ferramentas, estratégias ou recursos específicos, apresentados no texto. Por esta razão, argumentaríamos que a leitura efectuada em *Recolher ferramentas, estratégias e recursos* é melhor ser equacionada como uma abrangência estratégica que frequentemente envolve a selecção para localizar a parte de texto mais apropriada.

Em simultâneo, a finalidade da leitura para *Recolher ferramentas, estratégias e recursos* pareceu deslocar-se, em relação à fase do ciclo em que esta leitura ocorreu. No início do ciclo de inquirição, quando a ênfase ainda não tinha sido escolhida, podia ser introduzida uma ferramenta específica, apenas devido à sua utilidade

potencial para a inquirição que estava a nascer (foi esse o caso, por exemplo, na Unidade do Censo, quando a professora apresentou um registo de marcação, por meio de riscos, como um meio possível para sumariar os dados recolhidos através da inquirição). Para que a experiência fosse genuína e não reduzisse a inquirição a uma experiência tradicional de aplicação, foi muito importante neste estágio que a experiência de leitura organizada pela professora criasse nos alunos a necessidade de introdução da ferramenta — por isso, ler para *criar a necessidade de introduzir ferramentas, estratégias e recursos úteis à inquirição* será a caracterização da função da leitura. Enquanto levavam a cabo a inquirição, os alunos sabiam que precisavam de certos apoios para avançarem e, portanto, abordaram a leitura associada a *Recolher ferramentas, estratégias e recursos* de uma maneira mais focada e estratégica. Finalmente, na última fase da inquirição, quando a turma inventariou a sua experiência e perspectivou novas inquirições, a leitura funcionou como um meio de *recolher ferramentas, estratégias e recursos para futuras inquirições*. Esta fase pode ser a altura da inquirição na qual técnicas e estratégias específicas podem ser explicitamente ensinadas, em resposta às necessidades que se tornaram evidentes, como resultado da reflexão dos alunos sobre as suas experiências de inquirição (o que Burke e Harste, 1992, referiram como “instrução de estratégia”).

Será interessante notar que não encontramos exemplos de recolha de ferramentas, em relação à síntese e comunicação de resultados, nas três experiências de inquirição examinadas. Por isso, a nossa tabela não identifica tal função. Este facto não quer dizer que essa função não exista, pelo contrário, reflecte o facto das categorias das funções de leitura originadas neste estudo se basearem inteiramente nos dados dos três ciclos de inquirição. Não obstante, a sua ausência nas experiências que examinámos sugere que, no contexto do ensino da matemática, é habitual que se dedique menor atenção à produção de relatórios escritos, do que poderá ser o caso nas aulas de estudos sociais ou de línguas.

**Funções da leitura em Arranjar um modelo.** Como resultado deste estudo, apenas se adicionou a componente incorporada de *Arranjar um modelo*, aos elementos fundamentais de uma inquirição matemática, identificados anteriormente por Borasi e Siegel (1992). Apesar de, nas nossas descrições anteriores de inquirições matemáticas, esta categoria estar possivelmente implícita em “recolher ferramentas”, decidimos que, na nossa análise dos três ciclos de inquirição, se justificava um estatuto próprio, dado o papel fundamental que a modelação desempenhou nestes ciclos e a o carácter distinto que a leitura assumiu quando os textos eram utilizados para arranjar um modelo.

Ler para *Arranjar um modelo* foi bastante diferente da leitura que foi feita para

alcançar as funções associadas com as fases cronológicas do ciclo de inquirição ou com a *Recolha de ferramentas, estratégias e recursos*. A mensagem explícita, e por vezes implícita, aos alunos consistia em que em vez de lerem colocando a ênfase no conteúdo em si, eles deviam ler o texto prestando atenção ao seu formato, para aprenderem a fazer algo que o autor fizesse (i.e., formular questões para o questionário de um censo, desenvolver uma inquirição mais sistemática na geometria do motorista de táxi, sumariar e comunicar um relatório de uma investigação ou adoptar uma abordagem formal à formulação de problemas). Dada esta orientação em relação ao texto, os alunos não o liam integralmente, nem o liam necessariamente apenas uma vez, o que sugere que a leitura feita para alcançar esta função foi selectiva, de modo a conseguir um fim muito específico.

Tal como aconteceu com a anterior componente incorporada, os alunos leram textos para *Arranjar um modelo*, com várias finalidades, em diferentes alturas da inquirição. Por exemplo, no início do Ciclo do Analógico e do Analítico, viram um vídeo que mostrava várias maneiras de demonstrar o Teorema de Pitágoras. Esta experiência ajudou-os a *arranjar uma imagem para o tipo de inquirição a realizar*, para os preparar quando lhes fosse pedido que criassem e demonstrassem o seu próprio teorema de geometria, utilizando tanto uma abordagem analógica, como uma abordagem analítica. Tal como foi mostrado no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, os alunos leram para ver como é que determinadas abordagens ou ferramentas podiam ajudá-los a orientar a sua inquirição em *Levar a cabo a inquirição*. Mais tarde, leram para se inspirarem e recolherem imagens concretas para formatos específicos que podiam utilizar na comunicação dos seus resultados aos colegas. Finalmente, em *Inventariar recursos e perspectivar o futuro*, leram para terem uma imagem das inquirições e de aspectos particulares que poderiam ser de utilidade em inquirições futuras.

**Funções da leitura em Colaborar com outros inquiridores.** A colaboração esteve tão presente nas três inquirições analisadas, que foi quase invisível. A leitura serviu para apoiar esta colaboração, de várias formas, ao longo de toda a inquirição, nomeadamente ao fornecer aos alunos veículos e oportunidades de expressarem publicamente o seu pensamento. Contudo, em fases diferentes da inquirição, estas funções da leitura foram até mais distintas do que as duas componentes incorporadas, anteriormente discutidas.

Na *Preparação e focagem da inquirição*, a colaboração com outros inquiridores foi efectuada de modo a *partilhar ideias para gerar um leque alargado de perspectivas e possibilidades*. Os alunos leram e deram as suas opiniões com base em vários ensaios, ou leram em voz alta notícias de jornais, escritas em resposta aos

---

ensaios. Ao tornarem público o seu pensamento desta forma, alunos e professor conseguiram avançar nas suas ideias e começar a formular e dar forma às suas inquirições.

O foco desta partilha deslocou-se quando os alunos começaram a *Levar a cabo a inquirição*. Nesta fase do ciclo, os alunos trocaram textos que tinham elaborado (tal como diagramas, no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, sugestões de teoremas e de demonstrações, no Ciclo do Analógico e Analítico, e possíveis perguntas, para inclusão no questionário de recolha de dados da Unidade do Censo) *para partilhar e construir a partir de contribuições individuais para o desenvolvimento da inquirição em curso*. Uma característica especial destas actividades de leitura consistiu na natureza da colaboração, que foi orientada segundo objectivos. Os alunos não se limitaram a ler e discutir os diagramas, teoremas ou questões dos outros, foi com frequência que intervieram directamente nestes documentos, identificando padrões, sugerindo revisões e colocando em causa interpretações, tudo numa tentativa de referirem as questões ou conjecturas particulares em discussão. Estas interacções não só fizeram avançar a inquirição, mas também ajudaram a formar um consenso entre os inquiridores. Desta forma, os alunos tiveram a oportunidade de experimentarem a inquirição como uma prática social que envolve a negociação de significados, entre os membros da comunidade.

A colaboração entre inquiridores assumiu uma nova forma na fase seguinte, *Sintetizar e comunicar os resultados da inquirição*. Em primeiro lugar, os alunos leram *para dar retorno com base em rascunhos ou relatórios escritos sobre a inquirição* — tal como na Unidade do Censo, em que foram vários os alunos que espontaneamente fizeram a revisão dos rascunhos dos cartazes que os colegas tinham elaborado, para ajudar a clarificação dos seus resultados e delinear os seus significados, tendo em vista uma audiência particular. Além disso, os alunos leram *para reagir às apresentações dos resultados da inquirição*. No final de cada uma das inquirições, a leitura dos diagramas e dos cartazes que os alunos utilizaram como base das suas apresentações permitiu que a audiência assumisse parte activa nas apresentações, tornou mais provável o levantamento de questões que iriam clarificar as ideias apresentadas e, simultaneamente, a sugestão de novos problemas e questões para futura exploração.

Finalmente, existiu colaboração com os outros inquiridores no Ciclo da Geometria do motorista de táxi, quando os alunos contabilizaram as suas experiências e perspectivaram inquirições futuras. Experiências tais como a leitura em voz alta das notícias de jornal escritas em resposta a ensaios, ou as questões que o professor colocou, concebidas para estimular a reflexão, possibilitaram a toda a *turma partilhar e construir a partir de contribuições individuais para o desenvolvimento*

da *inquirição em curso*. Os alunos, nesta actividade de leitura, não só foram convidados a dar voz às suas próprias perspectivas sobre as experiências da *inquirição*, como também se permitiu que consolidassem e elaborassem essas ideias, especialmente quando as suas respostas estavam registadas em letra de imprensa. A leitura também funcionou como um modo de colaboração através do qual os alunos puderam *partilhar e construir a partir de contribuições individuais para o desenvolvimento da inquirição em curso*, uma vez mais de maneira semelhante à identificada na *Preparação e focagem da inquirição*.

Todas as actividades de leitura descritas nesta secção são significativas, não só pela contribuição que a colaboração dá às *inquirições* dos alunos, mas também pelo seu impacto potencial nas concepções dos alunos, sobre o que é saber e fazer matemática. Estas experiências de leitura viabilizaram oportunidades para os alunos experimentarem em primeira mão a construção social do conhecimento matemático. Tais experiências podem, por sua vez, ajudá-los a começarem a reconsiderar o que conta como sendo matemática.

### **Conexões com as Teorias da Leitura**

Quando olhamos para as funções da leitura, como um todo, num ciclo de *inquirição*, reparamos que cada conjunto de funções foi conseguido a través de um tipo diferente de leitura, representativo de várias teorias e linhas de investigação no campo da leitura educacional. Apesar da exploração aprofundada destas conexões ir para além do âmbito deste artigo, acreditamos que existe uma descoberta que vale a pena mencionar, pois apoia ainda mais a necessidade de alargar a noção de que a leitura em matemática é uma maneira de valorizar as múltiplas formas em que os alunos podem ler, no contexto de ciclos de *inquirição* matemática. Por exemplo, as teorias de leitor-resposta, tais como a teoria transaccional de leitura de Rosenblat (1938, 1978), fornecem uma descrição apropriada das experiências de leitura identificadas na *Preparação e focagem da inquirição*, pois a ênfase destas experiências foi colocada na exploração de textos a partir do estabelecimento de conexões com o conhecimento e a experiência anteriores, de modo a gerar questões e orientações para as *inquirições*. A leitura, em vez de ser primariamente para perceber a mensagem do autor, tinha uma qualidade mais produtiva, que era apropriada, dada a finalidade desta fase da *inquirição*. Em contraste, a leitura que os alunos fizeram durante o *Levar a cabo a inquirição* foi mais técnica e baseada no texto, pois precisavam de construir compreensões partilhadas dos textos lidos, para avançarem nas suas *inquirições*. Este tipo de leitura foi estudada por psicólogos da cognição e por educadores matemáticos interessados na leitura de textos técnicos matemáticos

---

(e. g., Shuard e Rothery, 1990). Apesar desta leitura técnica ser geralmente associada com a leitura matemática, nós argumentaríamos que se trata apenas de uma das formas de leitura que os alunos necessitam ser capazes de fazer, para se empenharem com sucesso em inquirições matemáticas. Os nossos dados também indicam que os alunos leram de modo muito diferente, se compararmos as leituras que fizeram quando prepararam e apresentaram os relatórios das suas inquirições, durante a fase de *Sintetizar e comunicar os resultados da inquirição*. Este tipo de leitura foi estudado por investigadores interessados nas conexões entre ler e escrever, em particular a variedade de papéis que a leitura desempenha no processo de composição (e. g., McGinley, 1992). A leitura realizada durante *Inventariar recursos e perspectivar o futuro* envolveu, mais uma vez, o tipo de leitura associado com as teorias de leitor-resposta. A ênfase dos partidários desta teoria encontra-se nas interpretações pessoais e nas reflexões que os leitores fazem, e encaixa-se bem na necessidade que quem aprende tem em reflectir sobre as suas inquirições e em considerar possibilidades futuras, nesta fase do ciclo de inquirição. Finalmente, em relação a cada uma das componentes incorporadas do ciclo, a leitura que se fez foi associada a uma categoria específica das práticas de leitura, tal como foi identificado por Siegel e Fonzi (1995).

Estas conexões entre grupos de funções da leitura e teorias particulares de investigação são importantes, não só porque apontam para a necessidade de uma definição mais ampla do que interessa como leitura numa aula de matemática, mas também porque a leitura, no contexto de ciclos de inquirição matemática, é tão complexa que requer múltiplas teorias e lentes interpretativas, em lugar do reduzido número que dominou até agora a investigação e a prática da leitura em matemática.

## Conclusões

As conclusões apresentadas neste artigo contribuem para apoiar a nossa hipótese inicial de que a leitura pode ter uma contribuição importante ao comprometimento dos alunos nas inquirições matemáticas. Especificamente, a conclusão central deste estudo foi a identificação de 30 funções diferentes que a leitura podia desempenhar num ciclo de inquirição matemática. Em simultâneo, este estudo contribuiu mais geralmente para a compreensão dos ciclos de inquirição, a partir da identificação de elementos que caracterizam tais ciclos e por mostrar como é que os professores organizam estas experiências, no contexto do ensino da matemática.

Apesar de tanto o conjunto de funções da leitura que identificámos, como a divisão proposta, dos ciclos de inquirição matemática, em sete elementos, quatro

fases cronológicas e três componentes incorporadas, terem um estatuto experimental, este esquema analítico permitiu-nos desenvolver duas hipóteses de trabalho que levam em conta os padrões observados nos dados e que, conseqüentemente, podem fazer luz sobre os modos como a leitura apoia as inquirições matemáticas dos alunos. A primeira hipótese está relacionada com a observação de que as funções da leitura se agruparam em torno de sete elementos de um ciclo de inquirição e sugere que essas funções ajudam a explicitar a natureza e o propósito de cada elemento do ciclo. Assim sendo, por exemplo, os nomes das seis funções da leitura associadas com a *Preparação e focagem da inquirição* dão-nos uma descrição clara do que se encontra envolvido nesta fase (ver figura 6). É importante realçar que, apesar do nosso foco ao longo deste estudo estar na explicação das funções servidas pela leitura nos ciclos de inquirição matemática, as funções assim identificadas são suficientemente gerais para serem realizadas também noutras actividades, diferentes da leitura. Só por si, este facto é uma conclusão valiosa, pois a identificação e nomeação destas funções pode encorajar os professores de matemática e os investigadores em educação matemática a aprofundá-las, de modo a desenvolverem outras experiências de ensino que possam servir finalidades semelhantes, dentro de um ciclo de inquirição matemática. A segunda hipótese, referida antes, relaciona-se com a observação de que as funções da leitura identificadas estarem associadas não só com elementos particulares do ciclo inquirição, mas também com teorias da leitura específicas e com linhas de investigação, uma hipótese que sugere a necessidade de teorias múltiplas para a leitura e uma concepção mais ampla da leitura em matemática.

No contexto dos três ciclos de inquirição que foram analisados, a leitura não foi um floreado nem uma actividade de enriquecimento, algo que os alunos fazem para suplementar o seu envolvimento nas inquirições matemáticas. Mais propriamente, a leitura foi o próprio veículo através do qual os aspectos do ciclo de inquirição foram levados a cabo. Por exemplo, na *Preparação e focagem da inquirição*, a leitura funcionou como um meio de alargar e tornar problemático um determinado domínio, de forma a aumentar o interesse dos alunos e a apoiar os seus esforços para encontrarem um problema suficientemente rico para ser explorado. Uma vez que os alunos decidiram sobre o foco das suas inquirições, leram para *Levar a cabo a inquirição*, o que significou ler para gerar questões e conjecturas, ler para obter dados pertinentes para abordarem essas questões ou conjecturas, ler para analisar esses dados, assim como ler para estimular uma inquirição mais aprofundada e verificar ou validar o processo ou os resultados da sua inquirição, à luz de uma fonte exterior. Na fase de inquirição dedicada a *Sintetizar e comunicar os resultados da inquirição*, a leitura contribuiu para os alunos elaborarem e apresentarem os relatórios com os seus resultados. De forma semelhante, a fase de *Inventariar recursos e perspectivar*



---

*o futuro* incluiu a leitura, de maneiras que alimentaram a reflexão sobre a experiência da inquirição, com um olhar em direção a inquirições futuras. Isso aconteceu quando os alunos participaram em experiências de leitura que os encorajaram a olhar para o que tinham feito durante o ciclo, a identificar a importância dessas experiências e a avaliar a sua aprendizagem e o seu desempenho. Tal como aconteceu em cada uma das fases cronológicas, as experiências de leitura associadas com as componentes incorporadas foram importantes meios, através dos quais os alunos se comprometeram na inquirição. Em síntese, podemos argumentar que nos três ciclos de inquirição matemática analisados, a leitura estava tão integrada no ciclo de inquirição que se tornou um meio de envolvimento no processo. Embora para os alunos seja possível o comprometimento em inquirições matemáticas sem experimentarem os tipos de actividades de leitura que os professores conceberam neste estudo, sugerimos, com base nas nossas conclusões, que se isso acontecer os alunos podem passar ao lado de oportunidades de aprenderem.

## Notas

<sup>1</sup> O termo usado no original pela autora é, no singular, *inquiry*. Este termo é de difícil tradução em português. Na verdade, “inquiry” refere-se a um processo ou uma atitude de questionar, de inquirir. Nalguns contextos talvez possa ser traduzido por “investigação” ou por “pesquisa”. Neste texto optámos pelo termo “inquirição” que não deve ser aqui entendido da forma restritiva como muitas vezes é usado na nossa língua, que costuma conotá-lo com assuntos de natureza legal ou jurídica (NT).

<sup>2</sup> Ao longo do texto demos conta das fases cronológicas e das componentes incorporadas de um ciclo de inquirição matemática usando uma combinação de letras maiúsculas e minúsculas e itálicos. As funções da leitura foram representadas usando apenas letra minúscula e itálico. Todos estes títulos podem ser vistos na figura 6.

## Referências

- Bishop, A. S. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Borasi, R. (1990). The invisible hand operating in mathematics instruction: Student’s conceptions and expectations. Em T. J. Cooney e C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s, 1990 yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp.174-182). Reston: NCTM.
- Borasi, R. (1992). *Learning mathematics through inquiry*. Portsmouth: Heinemann.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors*. Norwood: Ablex.
- Borasi, R., Sheedy, J. R. e Siegel, M. (1990). The power of stories in learning mathematics. *Language Arts*, 67, 174-189.

- Borasi, R. e Siegel, M. (1992). *Reading, writing, and mathematics: Rethinking the “basics” and their relationship*. Paper presented at the 7<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education, Quebec City, Canadá.
- Borasi, R. e Siegel, M. (1994<sub>a</sub>). Reading, writing, and mathematics: Rethinking the basics and their relationship. Em D. Robitaille, D. Wheeler e C. Kieran (Eds.), *Selected lectures from the 7<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education* (pp.35-48). Sainte-Foy, Canadá: Les Presses de L’Université Laval.
- Borasi, R. e Siegel, M. (1994b). Un primo passo verso la caratterizzazione di un “inquiry approach” per la didattica della matematica. [A first step toward a characterization of an inquiry approach for mathematics education]. *L’Insegnamento Della Matematica E Delle Scienze Integrate*, 5 (17A-17B), 467-493.
- Borasi, R., Siegel, M., Fonzi, J. e Smith, C. F. (1998). Using transactional reading strategies to support sense-making and discussion in mathematics classrooms: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 275-305.
- Buerk, D. D. (1981). Changing the conception of mathematical knowledge in intellectually able, math avoidant women (Doctoral dissertation, State University of New York at Buffalo, 1981). *Dissertation Abstracts International*, 42(119A).
- Burke, C. e Harste, J. (1992). *Teacher as researcher: Classrooms that support teachers and student inquiry*. Workshop presented at the third annual International Whole Language Umbrella Conference, Niagara Falls, NY.
- Carr, W. e Kemmis, S. (1986). *Becoming critical: Education, knowledge, and action research*. Londres: Falmer.
- Cochran-Smith, M. e Lytle, S. L. (1993). *Inside/Outside: Teacher research and knowledge*. Nova Iorque: Teachers College Press.
- Davis, P. J. e Hersh, R. (1981). *The mathematical experience*. Boston: Houghton Mifflin.
- Davis, R. B., Maher, C.A. e Noddings, N. (Eds.). (1990). *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Reston: NCTM.
- Dewey, J. (1933). *How we think*. Boston: D. C. Heath.
- Edelsky, C., Altwerger, B. e Flores, B. (1991). *Whole language: What’s the difference?* Portsmouth: Heinemann.
- Eisenhart, M. A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99-114.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3<sup>a</sup> ed., pp. 119-161). Nova Iorque: Macmillan.
- Glaser, B. e Staruss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. Nova Iorque: Aldine.
- Goswami, D. e Stillman, P. (Eds.). (1987). *Reclaiming the classroom: Teacher research as an agency for change*. Portsmouth: Heinemann/Boynton Cook.
- Halliday, M. A. K. (1975). *Learning how to mean: Explorations in the development of language*. Londres: Edward Arnold.
- Harste, J. C. e Short, K. G., with Burke, C. (1988). *Creating classrooms for authors: The reading-writing connection*. Portsmouth: Heinemann.
- Heath, S. B. (1983). *Ways with words: Language, life and work in communities and classrooms*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kemmis, S. e McTaggart, R. (1988). *The action research planner* (3<sup>a</sup> ed.). Geelong, Austrália: Deakin University Press.
- Knorr-Cetina, K. D. (1981). *The manufacture of knowledge: An essay on the constructivist and contextual nature of science*. Oxford: Pergamon.

- Kort, E. (1989). *Taxicab geometry: An exploration of taxi-triangles*. Unpublished manuscript.
- Krause, E. F. (1986). *Taxicab-geometry: An adventure in non-Euclidean geometry*. Nova Iorque: Dover.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematics knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27, 29-63.
- Latour, B. e Woolgar, S. (1979). *Laboratory life: the social construction of scientific facts*. Beverly Hills: Sage.
- Lave, J. e Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lincoln, Y. S. e Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills: Sage.
- McGinley, W. (1992). The role of reading and writing while composing from sources. *Reading Research Quarterly*, 27, 227-249.
- O'Mara, D. A. (1981). The process of reading mathematics. *Journal of Reading*, 25, 22-30.
- Papy, F. (1974). *Frederique's stories*. St. Louis: Central Midwestern Regional Laboratory.
- Peirce, C. S. (1982). The fixation of belief. Em H. S. Thayer (Ed.), *Pragmatism: The classic writings* (pp. 61-78). Indianapolis: Hackett. (Original work published 1877).
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms*. Londres: Routledge & Kegan Paul.
- Pinne, S. M. (1983). *Teaching reading in the mathematics class*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 228 919)
- Resnick, L. (1988). Treating mathematics as an ill-structured discipline. Em R. I. Charles e E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 32-60). Reston: NCTM.
- Richards, J. (1991). Mathematical discussions. Em E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 13-51). Dordrecht: Kluwer.
- Rosenblatt, L. M. (1938). *Literature as exploration*. Nova Iorque: Appleton-Century.
- Rosenblatt, L. M. (1978). *The reader, the text, the poem: The transactional theory of the literary work*. Carbondale: Southern Illinois University Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. Em D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Nova Iorque: Macmillan.
- Sheedy, J. (1996). Beyond straight lines. Em R. Borasi (Ed.), *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors* (pp. 242-248). Norwood: Ablex.
- Shuard, H. e Rothery, A. (1990). *Children reading mathematics*. Portsmouth: Heinemann.
- Siegel, M. e Borasi, R. (1994). Demistifying mathematics education through inquiry. Em P. Ernest (Ed.), *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education* (pp. 201-214). Londres: Falmer.
- Siegel, M., Borasi, R., Fonzi, J. e Smith, C. (1996). *Beyond word problems and textbooks: Using reading generatively in the mathematics classroom*. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 403 144).
- Siegel, M., Borasi, R. e Smith, C. (1989). A critical review of reading in mathematics instruction: The need for a new synthesis. Em S. McCormick e J. Zutell (Eds.), *Cognitive and social perspectives for literacy research and instruction. Thirty-eight yearbook of the National Reading Conference* (pp. 269-277). Chicago: National Reading Conference.

- Siegel, M. e Carey, R. (1989). *Critical thinking: A semiotic perspective*. (Monographs on Teaching Critical Thinking, No. 1). Bloomington: ERIC Clearinghouse on Reading and Communication Skills e Urbana: National Council of Teachers of English.
- Siegel, M. e Fonzi, J. M. (1995). The practice of reading in an inquiry-oriented mathematics class. *Reading Research Quarterly*, 30, 632-673.
- Skagestad, P. (1981). *The road of inquiry, Charles Peirce's pragmatic realism*. Nova Iorque: Columbia University Press.
- von Glasersfeld, E. (Ed.). (1991). *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- Walter, M. e Brown, S. I. (1969). What if not? *Mathematics Teaching*, 46, 38-45.
- Wells, G. e Chang-Wells, G. L. (1992). *Constructing knowledge together: Classrooms as centers of inquiry and literacy*. Portsmouth: Heinemann.

---

*Marjorie Siegel, Teachers College, Columbia University, Box 31, 525 W, 120th Street, New York, NY 10027.*

*Raffaella Borasi, University of Rochester, Warner School of Education, Dewey Hall, Rochester, NY 14627.*

*Judith Fonzi, University of Rochester, Warner School of Education, Dewey Hall, Rochester, NY 14627.*

*RESUMO. O propósito deste artigo é identificar funções específicas que a leitura, em combinação com a escrita e a expressão oral, pode cumprir na inquirição matemática e deste modo contribuir para uma melhor compreensão do modo como as experiências de inquirição podem ser planeadas e apoiadas nas aulas de matemática. Este propósito é atingido através de uma análise de 3 experiências de sala de aula em que alunos do ensino secundário se envolvem em "ciclos de inquirição" sobre tópicos bastante diferentes. Estas experiências de ensino foram desenvolvidas por uma equipa formada por professores, investigadores em educação matemática e um investigador da área da leitura no contexto da investigação-acção e da investigação sobre os professores. A análise dos dados permitiu identificar 30 funções da leitura que são características de diferentes elementos do ciclo de inquirição. Com base nestas descobertas sugerimos que a leitura pode cumprir diferentes papéis nas aulas de matemática baseadas na inquirição e que pode proporcionar aos alunos oportunidades únicas para aprender matemática.*

*Palavras Chave: Comunicação; Construtivismo; Língua e matemática; Leitura.*

*Artigo publicado sob o título "Supporting Students' Mathematical Inquires Through Reading". Journal for Research in Mathematics Education, 29(4), 378-413, 1998.*

*Tradução elaborada por Fernando Nunes e Joana Porfírio e revista por Hélia Oliveira e Lurdes Serrazina.*