Fazer Matemática compreendendo e compreender Matemática fazendo: A apropriação de artefactos da Matemática escolar[1]

Elsa Fernandes
Universidade da Madeira

Introdução

O principal objectivo do trabalho de investigação[2] aqui parcialmente relatado, é contribuir para o conhecimento das características da actividade matemática escolar dos alunos, na sala de aula, com referência a actividades específicas desenvolvidas com o apoio do professor, nomeadamente no trabalho cooperativo. Com o intuito de estudar esta questão defini os seguintes objectivos de investigação:

(1) Caracterizar a <u>actividade matemática escolar</u> dos alunos num contexto de trabalho cooperativo, tentando responder a questões tais como: (i) como actuam e como dialogam os alunos? (ii) que recursos são utilizados e como são utilizados? (iii) como percepcionam os alunos essa actividade matemática?

(2) Especificar como se desenvolve o <u>trabalho cooperativo</u> na aula de matemática, tentando responder a questões tais como: (i) qual a dinâmica que gera o trabalho cooperativo e que factores estão presentes nessa dinâmica? (ii) quem e porquê toma iniciativa? (iii) que papel assume a discussão?

Esta investigação adoptou como referencial teórico, a abordagem socio-cultural e a abordagem da cognição distribuída, que está intimamente relacionada com a teoria da cognição situada.

Numa primeira parte do artigo apresento algumas ideias sobre a aprendizagem. Depois descrevo sucintamente a opção metodológica adoptada. Em seguida apresento e analiso um episódio (exemplificativo das análises feitas ao longo de um trabalho de investigação mais amplo, que permitiram chegar aos resultados e conclusões apresentadas) em que os alunos se apropriaram de um artefacto cultural da Matemática escolar. Finalmente aponto algumas conclusões deste estudo.

A opção conceptual

A questão da aprendizagem

Durante largos anos, compreender era visto como um processo em que o indivíduo passa de uma fase de não compreensão para uma fase de compreensão, de um determinado conceito. Esta visão da aprendizagem determina um estilo e uma intenção do processo educacional. Grande ênfase é colocada no modo como os conceitos matemáticos são 'explicados' pelo professor. A esta concepção da aprendizagem da Matemática está subjacente a ideia de que todos aprendemos de igual modo.

Hoje parece estar a evidenciar-se uma outra concepção do que é aprender Matemática. "Aprender Matemática é construir relações matemáticas, negociar os significados matemáticos com os outros, e reflectir sobre a sua própria actividade matemática" (Wheatley, 1992, citado em Reynolds e Wheatley, 1996, p.186).

Com esta visão da aprendizagem da Matemática, facilmente nos apercebemos de que a Matemática é aprendida num ambiente social complexo e de que a conexão entre ensino e aprendizagem e o seu ambiente é igualmente complexa. Só agora se começa a perceber o papel da linguagem e a importância da actividade matemática pessoal na aprendizagem da Matemática (Pateman, 1996).

Assim sendo, parece óbvio que não é possível implementar efectivamente metodologias de trabalho que visem a promoção de uma melhor aprendizagem, sem um esforço de entender, com maior profundidade, em que consiste *aprender Matemática* e analisar as características da actividade matemática dos alunos e professores.

A inquietação provocada pelos desafios do ensino/aprendizagem não é, de modo algum, uma preocupação recente. De facto, o querer perceber como é que as pessoas aprendem tem uma história tão longa como a própria espécie humana. Mas nas últimas décadas o esforço combinado de psicólogos, educadores, filósofos e etnógrafos, fez com que a investigação sobre a aprendizagem humana tenha crescido em importância. A discussão entre os defensores de diferentes visões da aprendizagem parece ter atingido o seu auge. Os investigadores têm tido a difícil tarefa de tentar decidir entre a perspectiva piagetiana e a perspectiva vygotskiana, ensaiar pontes entre as abordagens individualistas e as socio-culturais, tentar encontrar uma maneira de se enquadrar entre a crença da necessidade de abstracção e generalização e a recente reivindicação da aprendizagem situada (Sfard, 1996). De facto, ao reflectirmos sobre esta temática, a questão "Quem tem razão?" coloca-se-nos muitas vezes. Sfard (1996) afirma que a tentativa de uma unificação conceptual é um esforço desejável e apresenta a sua visão. Segundo a autora, esta visão não pretende ser rigorosa nem científica. É uma tentativa de "chegar a uma espécie de compreensão que irá possibilitar uma reflexão sobre suposições tácitas, que parecem guiar o nosso pensamento sobre a aprendizagem" (p. 2). Para tal, Sfard identificou duas metáforas (metáforas conceptuais, no sentido de Lakoff e Johnson, (1980)) que guiam o nosso trabalho enquanto alunos, professores ou investigadores. As metáforas de que fala Sfard são — a metáfora da aquisição e a metáfora da participação.

Metáfora da Aquisição — Para muitos de nós a aprendizagem é vista como a *aquisição* de algo. Os trabalhos de Piaget e Vygotsky analisam a aprendizagem em termos de desenvolvimento de conceitos. Os conceitos são vistos como a unidade básica do conhecimento e podem ser acumulados, gradualmente redefinidos e combinados, para formar estruturas cognitivas cada vez mais ricas. Quanto estamos perante uma visão construtivista da aprendizagem, o panorama não é muito diferente do anterior. Esta abordagem dá à mente, o papel de adquirir *bens conceptuais*. A ideia de que aprendizagem significa aquisição e acumulação de *bens* está presente nas abordagens atrás referidas. Desde os mais moderados até aos construtivistas radicais, desde o interacionismo até às teorias socio-culturais, tem sempre havido muita discussão no "como", mas não tem havido controvérsia sobre a essência — a ideia da aprendizagem como um ganho de *bens*, tem-se mantido inalterada. O desenvolvimento de conceitos tem sido abordado das mais variadas maneiras. Primeiro, os investigadores falavam de *recepção* passiva de conhecimento, depois falaram desse mesmo conhecimento ser activamente *construído* pelo aluno, mais tarde analisaram como é que os conceitos eram *transferidos* do plano social para o plano individual e modo como eram *interiorizados* pelo aluno; a aprendizagem também pode ser vista como um processo de *emergência* de conceitos provenientes de uma contínua interacção entre os alunos e entre alunos e professores. Implicitamente todas estas abordagens concordam que o processo de aprendizagem pode ser conceptualizado em termos da metáfora de aquisição.

Metáfora da Participação — Nos últimos anos começam a surgir, em investigação, títulos de trabalhos como os que se seguem: "Reflexão, comunicação e aprendizagem da Matemática; Discurso reflexivo e reflexão colectiva; Discurso, pensamento matemático e prática da sala de aula" (Sfard, 1996, pp. 401). Esta mudança linguística marca uma mudança ontológica e epistemológica significativa na investigação em aprendizagem. Nesta nova visão, o aluno passa a ser visto como uma pessoa interessada na *participação* num certo tipo de actividades, em vez de ser visto como pessoa interessada na acumulação de *posses privadas*. Ou seja, a aprendizagem é agora concebida como um processo de tornar-se membro de uma comunidade. No caso particular da aprendizagem da Matemática, tornar-se membro de uma comunidade matematizada. Isto carece de capacidades para comunicar na linguagem dessa comunidade e actuar segundo as normas particulares da mesma. De acordo com esta metáfora, a aprendizagem é vista como "participação legitima periférica" (Lave e Wenger, 1991, p. 15) nas actividades de uma comunidade de prática. Sfard (1996) chama a atenção para a mudança de palavras (e do significado dessa mudança) usadas pelos investigadores para falar de aspectos da aprendizagem: em vez de "conceito" ou "conhecimento" usam "conhecendo"; olham para a actividade em vez de olhar para estadios. Considera também importante o facto das actividades de aprendizagem nunca serem separadas do contexto onde têm lugar. Neste contexto os professores são os preservadores da continuidade da comunidade e o aluno torna-se uma parte integral da equipa. Particularizando para a Matemática, e segundo Sfard (1996), a equipa é a comunidade matematizada.

Esta autora diz que os professores e investigadores vivem (pensam e falam) na zona de penumbra entre estas duas metáforas. A adopção da nova metáfora (metáfora da participação) não pode ser considerada completa enquanto o discurso profissional continuar carregado de palavras que nos trazem à mente a metáfora anteriormente adoptada (metáfora da aquisição).

Mas afinal o que é que "funciona mal" quando a nossa concepção de aprendizagem tem por detrás a metáfora da aquisição? Segundo Sfard (1996), não poderemos adquirir conhecimento sobre algo que ainda não conhecemos. Só nos podemos tornar conhecedores de algo, pelo reconhecimento dessa mesma coisa, com base no conhecimento que já possuímos. Concluindo: aprender algo novo é inerentemente impossível. Ao longo dos anos, este paradoxo, tem sido alvo da atenção de filósofos e psicólogos. A verdade é que a ideia de aprendizagem significando 'aquisição de conhecimento' é um dado assumido pela sociedade.

A metáfora da aquisição é, provavelmente, aquela que está por detrás de todas as teorias do desenvolvimento cognitivo. "Esta metáfora tem promovido investigação moldada à imagem das ciências naturais (...) considerando a cognição humana na sua forma 'pura', não deixando espaço para 'ruídos'. Isto significa, entre outras coisas, que não é deixado espaço para o papel de interesses genuínos daqueles que aprendem, daqueles que ensinam e daqueles que decidem o que deve ser ensinado" (Sfard, 1996, p. 408). Posto isto, torna-se evidente a necessidade de uma outra metáfora para a aprendizagem.

O que poderá mudar com a metáfora da participação? Sfard (1996) afirma que esta mudança traz diferenças essenciais, como sejam: uma nova epistemologia, um tipo diferente de teoria, uma visão diferente da aprendizagem e consequentemente ensino e um novo paradigma de investigação.

A metáfora da participação coloca o foco na comunicação e reconhece a sua importância. Além disso, em vez de falar de posses privadas fala de partilha. Com esta metáfora a ambição pessoal humana deixa de ser o fio condutor da aprendizagem. O desejo de pertencer a uma certa comunidade, por parte do aluno, é o pré-requisito mais importante para aprender. Participar numa comunidade pode ser relevante, útil e central para a imagem do aluno. As capacidades cognitivas deixam de ter um papel central. Assim, são valorizadas qualidades que podem ser vistas como sociais — ser capaz de negociar, de comunicar em particular na linguagem do grupo, de partilhar responsabilidades, de trabalhar em equipa.

Mas Sfard (1996) não acha que se deva substituir completamente, a metáfora da aquisição pela metáfora da participação. Nenhuma delas por si só é suficiente. O único perigo que pode surgir é 'agarrarmos' nas metáforas de um modo demasiado literal e darmos hegemonia a uma delas[3] . O pluralismo metafórico não é, segundo Sfard, apenas uma possibilidade. É sim uma necessidade. "Devemos aprender a viver com as metáforas da aquisição e da participação, tentando fazer o melhor com a combinação sinergética das duas" (Sfard, 1996, p. 409).

Aspectos sociais da aprendizagem:

Aprendizagem cooperativa. Pode parecer estranho que se pense na aprendizagem como algo que deve ser realizado individualmente, visto que a educação formal desde há muito que tem lugar num contexto de grupo. Na realidade este facto também acontece por razões económicas, porque nenhuma sociedade pode disponibilizar um professor para cada estudante. Mas a verdade é que aquilo que nós chamamos ensino/ aprendizagem individual, tem características de ensino/aprendizagem em grupo.

Muita investigação tem sido feita na área da aprendizagem cooperativa. Segundo Dillenbourg e outros (1996), os referenciais teóricos que têm servido de suporte à investigação nesta área são: a abordagem dos construtivistas sociais, a abordagem socio-cultural e a abordagem da cognição distribuída.

A principal tese da abordagem do construtivismo social afirma que é sobretudo através das interacções com os outros, coordenando a actividade individual com a dos outros, que o indivíduo passa a dominar novos conhecimentos. Um dado nível de desenvolvimento individual permite a participação em certas interacções sociais que produzem novos estádios de desenvolvimento, que por sua vez possibilitam interacções sociais mais sofisticadas, e assim sucessivamente. Pessoas num mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, mas que encaram uma determinada situação com perspectivas diferentes, podem beneficiar mutuamente do conflito gerado na interacção.

A abordagem socio-cultural, tem como principais influências, a teoria de Vygotsky (1962/1978) bem como os escritos de Rogoff (1984) e Wertsch (1885, 1993). Enquanto a abordagem do construtivismo social se centra no desenvolvimento individual num contexto de interacções sociais, a abordagem socio-cultural foca-se na relação causal entre as interacções sociais e a mudança cognitiva individual (Dillenbourg *et al.*, 1996). As duas abordagens dão importância às diferenças existentes entre os co-participantes.

A abordagem da cognição distribuída está profundamente relacionada com a teoria da "cognição situada" (Lave, 1988). Nesta teoria o ambiente é uma parte integral da actividade cognitiva. O ambiente inclui o contexto físico e o contexto social. A ênfase é colocada nas comunidades sociais em que os participantes colaboram. Esta abordagem questiona as duas anteriores nos seguintes termos — "(...) os seus paradigmas investigativos foram construídos no pressuposto de que existe uma clara distinção entre o que é social e o que é cognitivo (...)" (Perret-Clermont *et al.,* 1991, p. 50), e a relação entre o social e os processos cognitivos, é pelo menos circular, ou talvez mais complexa. A abordagem da cognição distribuída foca-se no plano social, onde as concepções emergentes são analisadas como uma produção do grupo.

A cognição distribuída. Salvo raras excepções, o estudo da cognição humana tem tradicionalmente sido focado na resolução individual de problemas. Mas nos anos mais recentes, os cientistas sociais consideraram esse foco inadequado para capturar o pensamento em todas as suas vertentes, e voltaram-se para o estudo da cognição em cenários da vida real e nas interacções sociais.

Tal facto está a produzir interesses crescentes no papel da argumentação, da contradição e da negociação de processos de raciocínio. A ideia de sistema cognitivo como um sistema social, torna a comunidade científica cognitivista mais aberta, do que há dez anos atrás, à ideia de que o conhecimento é distribuído entre as várias pessoas cujas interacções determinam decisões, julgamentos e soluções de problemas (Resnick, 1993).

Hoje é aceite que a interacção social tem um lugar importante na construção do conhecimento. A cooperação é vista como um processo de construção de uma concepção partilhada do problema. Mas é também sabido que a "invenção colectiva de conhecimento", ocorre mais frequentemente em certos tipo de grupo que noutros. Hatano e Inagaki (1993), distinguem dois tipos de interacções: interacção vertical (um elemento mais capaz que o(s) outro(s)) e interacção horizontal (todos os elementos do grupo num mesmo nível de conhecimento). Estes autores dizem que a construção de conhecimento, através de interacções é mais facilmente observada no segundo caso, pois na interacção horizontal, a motivação dos elementos para oferecer as suas ideias tende a ser algo natural e forte, porque não é suposto aparecer de imediato a resposta para a questão inicial. Os elementos do grupo implicitamente sabem que oferecem ideias, que irão ser posteriormente analisadas e elaboradas na interacção.

Mas como poderá o grupo construir determinado conhecimento se cada elemento do grupo, individualmente e à partida, não era capaz? Itens de informação distribuídos pelos elementos do grupo, podem ser usados para resolver um problema, sem serem coordenados num novo bocado de conhecimento na mente de cada um dos elementos do grupo.

A construção do conhecimento ocorre quando a actividade é "situada" num contexto específico. De outro modo a partilha de significados do que é discutido é mais difícil. A construção do conhecimento é dinâmica e dialéctica (Brownell e Carriger, 1993), porque embora o desenvolvimento individual não possa ser completamente compreendido fora do contexto no qual ocorre, os contextos também não podem ser entendidos sem conhecermos as características das componentes individuais e o modo como essas características governam os processos sociais que influenciam o desenvolvimento.

A perspectiva de Lave (1988) sobre aprendizagem, também aborda a cognição distribuída, como podemos ler na seguinte afirmação: "A cognição é distribuída — não dividida — entre mente, corpo, actividade e cenários culturalmente organizados (e que incluem outros actores)"(p. 32).

Segundo alguns autores, também Vygotsky, nos seus escritos, abordou a cognição distribuída, apesar de não a ter denominado como tal. De facto, Vygotsky, nos seus trabalhos, deu mais importância às interacções sociais verticais, no sentido de Hatano e Inagaki (1993) — (interacção adulto/criança), que segundo estes não é a melhor para observarmos a cognição distribuída. Mas quando tentamos explorar as perspectivas vygotskianas para a educação, imediatamente nos confrontamos com questões sobre o papel das interacções nos grupos. As interacções entre elementos de um grupo, centradas no conteúdo intelectual, podem ser colocadas num contínuo, dependendo da distribuição do conhecimento entre os elementos do grupo e, acima de tudo, dos papéis que assumem perante os outros.

A cognição distribuída assegura, como unidade de análise, um sistema cognitivo composto por indivíduos e pelos artefactos que usam (Flor e Hutchins, 1991, em Nardi, 1994). A maior ênfase da cognição distribuída é no tentar perceber a coordenação entre os indivíduos e os artefactos.

O que é o trabalho cooperativo? Segundo Dees (1990), quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objectivo de aprendizagem e produzem um produto ou solução final comum, estão a aprender cooperativamente. Quando os alunos trabalham cooperativamente percebem (às vezes explicitamente, outras vezes não) que podem atingir os seus objectivos se e só se os outros membros do grupo também atingirem os seus, ou seja existem objectivos de grupo.

Damon e Phelps (1989) fazem distinção entre trabalho cooperativo e trabalho colaborativo. No trabalho colaborativo os alunos assumem diferentes papeis ao resolverem a tarefa proposta, ficando cada um encarregue de uma certa parte da mesma. Com esta subdivisão do trabalho, os alunos acabam por trabalhar, a maior parte do tempo, isoladamente. O elemento "competição" torna-se por vezes uma variável com muito peso e com efeitos psicossociais não muito salutares.

Quando se promove trabalho cooperativo os alunos trabalham sempre em conjunto num mesmo problema, em vez de separadamente em componentes da tarefa. Desta maneira cria-se um ambiente rico em descobertas mútuas, *feedback* recíproco e um partilhar de ideias frequente.

Trabalho cooperativo: Para quê? Davidson (1990) argumenta que o trabalho cooperativo promove a dimensão social da aprendizagem da Matemática e um ambiente onde há pouco espaço para a competição e muito para a interacção entre os alunos. Além disso, os problemas matemáticos são ideais para a discussão em grupo, pois as suas soluções podem ser demonstradas e os alunos podem mostrar aos outros a lógica dos seus argumentos. O trabalho cooperativo oferece ainda a possibilidade de discussão dos méritos das diferentes maneiras de resolver um mesmo problema, e pode facilitar a aprendizagem de diferentes estratégias para a resolução de alguns problemas. Quando os alunos trabalham cooperativamente podem ajudar os outros a perceber os conceitos mais básicos e isto muitas vezes acontece num contexto bastante diferente do habitual, como sejam jogos, puzzles ou discussão de problemas. Sabemos também que os alunos aprendem falando, ouvindo, expondo e pensando com os outros; além de que, segundo o NCTM (1989), a comunicação matemática é um dos aspectos a ser trabalhado nas aulas de Matemática; ora o trabalho cooperativo é uma oportunidade excelente para desenvolver todas estas capacidades. Por outro lado, a Matemática proporciona muitas oportunidades para desenvolver o pensamento criativo, para fazer e testar conjecturas. Trabalhando cooperativamente os alunos lidam com problemas que podem estar para além das possibilidades de cada um dos alunos trabalhando individualmente.

Segundo Schoenfeld (1989), a interacção social é a componente central da aprendizagem, a cooperação é inerente à própria actividade matemática e consequentemente o trabalho cooperativo é particularmente relevante nesta disciplina. Segundo Johnson e Johnson (1990), quando os alunos trabalham cooperativamente, ganham confiança nas suas capacidades individuais, além de que os conceitos matemáticos são mais bem apreendidos como parte de um processo dinâmico em que os alunos interagem. Além disso, a resolução de problemas em Matemática é uma actividade interpessoal — implica falar, explicar, discutir — e os alunos sentem-se mais à vontade para fazê-lo em pequenos grupos do que perante toda a turma. Com este tipo de trabalho os alunos tendem a estar intrinsecamente motivados para estudar Matemática, pois deste modo adquirem mais confiança nas suas capacidades matemáticas individuais.

O trabalho cooperativo: Porquê? Atendendo à teoria de Vygotsky podemos perceber melhor a importância do trabalho cooperativo na aprendizagem, pois segundo este autor "os processos interpsicológicos envolvem pequenos grupos de indivíduos ocupados com interacções sociais e são explicados em termos da dinâmica e das práticas comunicativas de pequenos grupos"(Vygotsky, 1978, citado em Wertsch, 1985, p. 60).

O desenvolvimento cognitivo tem o seu embrião naquilo que é comum e intersubjectivo passando cada vez mais a um domínio individual e privado seguindo aquilo a que Vygotsky chamou a 'lei genética do desenvolvimento cultural'. "No desenvolvimento cultural das crianças, as funções aparecem em dois níveis — primeiro aparecem entre as pessoas como uma categoria interpsicológica, e depois 'dentro' da própria criança como uma categoria intrapsicológica" (Vygotsky, 1978, citado em Wertsch, 1985, p. 61).

Vygotsky defende que existe uma conexão entre estes dois planos de funcionamento. Diz mesmo que a forma de funcionamento interpsicológico tem um forte impacto no resultado do funcionamento intrapsicológico. A transformação dos processos externos em processos internos — internalização — não é vista, por este autor, como uma mera transferência, mas sim como o resultado de uma longa série de acontecimentos de desenvolvimentos. Note-se que para Vygotsky "dizer 'externo' acerca de um processo é dizer 'social'" (Wertsch, 1985, p. 62). Consequentemente Vygotsky vê a realidade social como tendo um papel muito importante na determinação da natureza do funcionamento intrapsicológico. "A *combinação* do comportamento da criança com a resposta do adulto transforma um comportamento não comunicativo num sinal no plano intrapsicológico. O sinal passa de um movimento distante para um gesto indicador. Mais tarde, a criança ganha controlo voluntário no plano intrapsicológico sobre o que previamente só existiu na interacção social" (Wertsch, 1985, p. 65).

Para salientar a natureza interactiva das transformações que ocorrem no desenvolvimento, Vygotsky caracterizou as modificações comportamentais em termos de 'mudanças de controlo ou responsabilidade' (Cole, 1985, p. 155) e para aludir essa mudança de controlo no seio da actividade criou o termo zona de desenvolvimento proximal (ZDP), que definiu como sendo "a distância entre o actual desenvolvimento determinado pela resolução independente de problemas e o nível mais elevado de potencial desenvolvimento determinado através da resolução de problemas sob a orientação de adultos ou em colaboração com pares mais capazes" (Vygotsky, 1978, p. 86).

A zona de desenvolvimento proximal refere-se assim ao caminho que o indivíduo vai percorrer para desenvolver funções que estão em processo de amadurecimento e que se tornarão funções consolidadas. A zona de desenvolvimento proximal é, pois um domínio psicológico em constante transformação: aquilo que uma criança é capaz de fazer hoje com a ajuda dos outros ela conseguirá fazer sozinha amanhã.

Esta concepção estabelece forte ligação entre o processo de desenvolvimento e a relação do indivíduo com o seu ambiente sócio-cultural.

Podemos encontrar alguns pontos de encontro entre a abordagem socio-cultural de Vygotsky e a teoria da cognição situada de Lave (1988), como seja, o facto da aprendizagem ser vista pelas duas teorias como socialmente situada. Aprender é, segundo Lave e Wenger (1991) um processo que tem lugar num *framework* participativo e não numa mente individual. Isto significa entre outras coisas, que a aprendizagem é mediada pelas diferentes perspectivas que existem entre os co-participantes. Estes autores defendem que para compreender melhor a aprendizagem é fundamental "mudar o foco analítico do indivíduo como alguém que aprende, para a pessoa que aprende participando no mundo social, e do conceito de processo cognitivo para a visão da prática social" (Lave e Wenger, 1991, p. 43).

A dimensão social não é uma condição periférica da aprendizagem, mas é intrínseca a essa mesma aprendizagem. Em vez de perguntar quais os tipos de processos cognitivos e estruturas conceptuais que estão envolvidas na aprendizagem, Lave e Wenger (1991) questionam sobre os tipos de contratos sociais que criam um contexto adequado para que a aprendizagem tenha lugar. Situam a aprendizagem não na aquisição de estruturas, mas no acesso, por parte dos aprendizes, a papeis participantes em execuções de *expert*.

Segundo Lave e Wenger (1991), a aprendizagem só tem sentido através da participação legítima periférica em comunidades de prática pois é nestas que o saber existe. Este conceito de comunidade de prática é muito importante para se compreender a sua perspectiva de aprendizagem. Comunidade de prática é "um conjunto de relações entre pessoas, actividade e o mundo social, em relação com outras comunidades de prática tangenciais" (p. 98). Pertencer a uma comunidade de prática implica "a participação num sistema de actividades sobre o qual os participantes partilham compreensões sobre aquilo que fazem e o que isso significa nas suas vidas e comunidades" (Lave e Wenger, 1991,p. 98).

Neste sentido a aprendizagem pode ser vista como uma característica da prática, que deve estar presente em todo o tipo de actividade, e não somente em casos de ensino explícito. Não existe aprendizagem sem que exista actividade. As pessoas aprendem na prática, onde quer que essa prática se desenrole; a prática da sala de aula promove oportunidades para aprender, quer isso seja intencional ou não. Becker (1972, em Lave 1991), afirma que as crianças na escola aprendem melhor aquilo que a escola não ensina. 'Piadas' e 'anedotas' servem melhor para exemplificar a mestria numa comunidade de prática (na escola) do que a geometria dos sólidos. Aquilo que de mais importante se aprende na escola é como se comportar propriamente — incluindo todos os modos de apropriar-se da formas sociais adequadas e da expressão linguística aceite, bem como os 'conteúdos' sobre os quais se deve falar.

Lave (1991), referindo-se às comunidades de prática que estudou (parteiras, alfaiates, alcoólicos anónimos, etc.), afirma que a efectividade da circulação de informação entre pares sugere que o envolvimento na prática, em vez de se ser um objecto desta, é uma condição importante para a aprendizagem. Esta ideia de Lave pode ser vista como um argumento a favor do trabalho cooperativo.

Lave (em Gruber *et al.*, 1996) argumenta fortemente a favor do trabalho cooperativo, visto que os mecanismos sociais envolvidos no mesmo, conduzem a um acesso equitativo do conhecimento. A construção do conhecimento não é algo que seja realizada individualmente.

A opção metodológica

Nesta parte do artigo descrevo, de uma forma sintética, a opção metodológica adoptada na investigação relatada neste artigo, tentando sempre que possível relacioná-la quer com o problema, quer com o enquadramento teórico subjacente a este estudo.

Este estudo tem como principal objectivo contribuir para compreender a actividade matemática dos alunos no contexto de sala de aula de Matemática. Pretende-se descrever e analisar o modo de actuar dos alunos na sala de aula, em particular a cooperação e as interacções que têm lugar nesse contexto.

Segundo Matos e Carreira (1994), a escolha do método de investigação deve fazer-se em função da natureza do problema em estudo e das questões que se pretende responder. Atendendo à natureza do problema em questão, a abordagem metodológica interpretativa surge como adequada, pois segundo Merriam (1988, p. 129) "(...) a investigação descritiva é utilizada quando a descrição e a explicação (em vez da predição com base na causa e no efeito) são pretendidos". Uma segunda justificação para a abordagem realizada deste tipo é o facto, de na investigação qualitativa, a fonte directa de dados ser o ambiente natural (Bogdan e Biklen, 1994).

Este estudo está mais interessado nos processos do que nos resultados ou produtos. Interessam os 'como' e os 'porquês' dos acontecimentos. Interessam também as questões socio-culturais. E quando o foco de interesse passa pelas questões socio-culturais, torna-se pertinente olhar a perspectiva etnográfica na investigação.

A definição do termo etnografia tem sido alvo de controvérsias. Mas segundo Atkinson e Hammersley (1994), na prática, estudo etnográfico refere-se, usualmente, a diversas formas de investigação social com as seguintes características: (a) forte ênfase na exploração da natureza de fenómenos sociais particulares, em vez da tentativa de testar hipóteses acerca do mesmo; (b) tendência para trabalhar sobre dados não estruturados, isto é, que não foram codificados através de um sistema analítico de categorias, previamente definidos; (c) investigação de um pequeno número de casos, talvez mesmo um só, em detalhe; (d) análise de dados que envolvem interpretações explícitas dos significados e funções das acções humanas; (e) integração, no produto dos estudos etnográficos, de descrições e explicações em que a qualificação e a análise estatística ocupam, quando muito, um papel secundário.

A unidade de análise considerada é "(...) a actividade da pessoa actuando num cenário" proposta por Lave (1988, p. 177). O modo de actuar dos alunos, os diálogos que estabelecem, a dinâmica que isso gera, as iniciativas tomadas pelos alunos, os recursos que são utilizados e a forma como o são, o modo como os alunos percepcionam a actividade matemática que desenvolvem — tudo isto foram componentes importantes deste estudo. Assim, posso afirmar que as perspectivas teóricas que enformam este estudo, colocam-no numa abordagem com características etnográficas.

O cenário, os actores e a recolha de dados

Para realizar este estudo observei e analisei dois grupos, de quatro alunos cada um, de uma turma de 7º ano, na sala de aula de Matemática. A turma, de uma escola básica e secundária do Funchal, era constituída por 30 alunos e uma professora.

Durante três meses, observei todas as aulas de Matemática da referida turma, (além de ter participado em diversas idas ao Clube da Matemática, que ocorriam duas vezes por semana, e tinham carácter facultativo). Tratou-se, portanto, de uma observação naturalista pois não foram feitas quaisquer alterações de currículo nem foram propostas tarefas diferentes das que eram habituais naquela comunidade (turma e professora). Foi também uma observação participante pois a investigadora foi apresentada aos alunos como uma outra professora que estava interessada em aprender com eles, e que durante aquele tempo seria mais uma pessoa a quem os alunos poderiam recorrer[4] .

Os dados foram registados em vídeo (uma câmara de vídeo para registar o trabalho de cada um dos grupos observados[5] , durante um determinado período da aula, e o trabalho de toda a turma durante o restante tempo da aula). Para além das aulas, foram recolhidos dados, através de entrevistas feitas aos oito alunos mais directamente envolvidos no estudo e de uma entrevista à professora da turma (registadas com gravador de som) para além de cópias dos trabalhos dos alunos, executados nos cadernos diários. A professora usava, durante as aulas, um microfone de lapela, que era colocado, no início da aula e perante os alunos, para registo da sua interacção com a turma.

Os grupos foram seleccionados com base nos seguintes critérios: (a) possibilitar a colocação das câmaras de vídeo de modo a que perturbassem o menos possível o funcionamento da aula; (b) tratar-se de grupos onde a discussão fosse frequente (segundo opinião da professora e da investigadora, que teve oportunidade de formar uma opinião sobre os mesmos no decorrer da semana que antecedeu o início da recolha de dados); (c) a maioria dos alunos que constituíam os grupos, serem considerados (pela professora) alunos médios em termos de aproveitamento em Matemática.

A análise dos dados

Com o enquadramento teórico apresentado e com o objectivo de contribuir para o conhecimento das características da actividade matemática escolar dos alunos que trabalham cooperativamente, considerei como unidade de análise "(...) a actividade da pessoa actuando num cenário" proposta por Lave (1988, p. 177).

Um primeiro momento de análise dos dados ocorreu aquando da recolha de dados. Um segundo momento aconteceu quando transcrevia os registos das aulas para texto. Estes dois momentos foram feitos de uma forma que podemos dizer rudimentar, pois ainda não tinha seleccionado as ferramentas de análise. Mas foram estes dois primeiros momentos de análise, bem como a fundamentação teórica adoptada que me orientaram para a adopção do esquema conceptual utilizado por Saxe (1991) numa investigação cujo objectivo era "compreender as relações intrínsecas entre os objectivos individuais e a vida social, que guiam o indivíduo para se apropriarem de e especializarem-se em formas ligadas à sua prática social" (p. 15). Tendo em vista os objectivos do meu trabalho, surgiu como ferramenta de análise prometedora, o Esquema Analítico de Saxe, que passarei a descrever de seguida.

O esquema analítico de Saxe

O esquema proposto por Saxe é composto por três componentes analíticas[6] , que são: (1) os objectivos que emergem durante a participação em práticas culturais; (2) os tipos de formas cognitivas que os indivíduos constróem para realizar esses objectivos ligados à prática; (3) a interligação entre essas várias formas cognitivas, que as crianças estruturam através dessas práticas culturais.

Passarei agora a descrever a primeira das três componentes analíticas, do esquema conceptual de Saxe.

Componente 1 — Objectivos Emergentes da Prática: — Saxe (1991) refere que especificar as formas dos objectivos individuais nas práticas culturais é uma tarefa complexa, pois os indivíduos não só moldam e dão novas formas aos seus objectivos consoante as suas práticas tomam forma na sua vida diária, como também constróem objectivos que variam na sua natureza em função do conhecimento que trazem para as práticas. Assim, os objectivos são "fenómenos emergentes, dando e tomando novas formas conforme os indivíduos usam os seus conhecimentos e capacidades, sós e nas interacções com os outros, para organizar os seus contextos imediatos" (Saxe, 1991, p. 17).

Para discutir a componente 1, Saxe apresenta um modelo constituído por quatro parâmetros (os quais têm de ser analisados para que se compreenda a natureza dos objectivos que emergem na actividade individual):

(i) A estrutura dos objectivos das práticas culturais consiste nas tarefas gerais que devem ser realizadas quando se participa numa prática, e que estão muito relacionadas com os motivos. Por exemplo, quando um indivíduo faz uma compra, os objectivos matemáticos que emergem são, em geral, guiados por motivos económicos, tendo muitas vezes em conta a relação complexa preço-qualidade-necessidade. Se esta mesma situação de compra for apresentada aos alunos, numa situação de aula, os objectivos matemáticos emergentes estarão ligados a outros motivos — motivos escolares. Assim sendo, os objectivos que emergem numa prática, podem ser distintos dos que emergem noutra prática em que os mesmos indivíduos participam.

(ii) As interacções sociais entre os vários participantes numa determinada prática poderão influenciar a natureza dos objectivos de cada indivíduo. Os problemas que envolvem interacções sociais estão interligados aos objectivos e sub-objectivos que emergem e que os indivíduos realizam na prática.

(iii) As convenções e artefactos culturais também têm de ser considerados como elementos importantes na emergência de objectivos nas práticas culturais. É fácil percebermos como, por exemplo, certos sistemas de numeração, podem constranger mas também ser muito úteis na construção de certos objectivos, de uma determinada solução computacional, ou mesmo influenciar certos valores particulares que a tarefa envolve, e os sub-objectivos que emergem na resolução do problema.

(iv) Os conhecimentos prévios, que os indivíduos apresentam como suporte das práticas culturais, podem constranger bem como potencializar os objectivos que são construídos na prática. Os conhecimentos prévios, como facilmente se percebe, estão bastante relacionados com as convenções e artefactos culturais.

Os artefactos culturais e os recursos estruturantes

Um dos pontos que foi objecto de análise no esquema conceptual de Saxe (1991) (e utilizado para analisar os dados recolhidos nesta investigação), foi a relação entre os objectivos emergentes da prática e os artefactos culturais. Por outro lado, o episódio que irá ser apresentado mais à frente terá o foco de análise na apropriação dos artefactos culturais da matemática escolar. Assim, sente-se necessidade de iluminar o conceito de artefacto, nos termos em que será abordado neste trabalho; ou seja, pretende-se clarificar o conceito de artefacto no âmbito da aprendizagem escolar da matemática.

Para os antropólogos "qualquer objecto construído conscientemente pelo Homem para ser usado pelo Homem, é um artefacto" (Titiev, 1969, p. 388 em Santos, 1996, p. 166). Por seu lado Saxe (1991), refere que artefactos são "produtos que emergiram da História (...) e que podem ser conceptuais (por exemplo, conceitos científicos), formas simbólicas (por exemplo, sistemas de numeração) ou materiais (por exemplo, livros, cadernos, calculadoras, computadores, etc.)" (p. 4). Esta forma de definir artefacto leva-nos a afirmar que os conceitos matemáticos, bem como os materiais escolares, são artefactos de que os alunos se apropriam para a construção do conhecimento matemático. Segundo Vygotsky (1978, citado em Saxe, 1991), a apropriação de artefactos culturais, cria uma ligação intrínseca entre o desenvolvimento cognitivo e cultura (neste caso — a cultura matemática). Na ligação entre as formas simbólicas e as interacções, os conceitos científicos não são internalizados de uma forma directa. Em vez disso sofrem uma série de transformações complexas, que vão desde a apropriação de artefactos, durante a actividade, até aos processos mentais que estão relacionados com as funções intelectuais da criança.

Uma outra ideia que se revelou importante na análise dos dados, em particular no que dizia respeito à apropriação dos artefactos culturais foi o papel dos recursos estruturantes (Lave, 1988). Recurso estruturante é "algo — actividade, pessoa, objectos, etc. — que pode auxiliar a estruturação de um determinado processo, dando e tomando, ao mesmo tempo, forma a partir das pessoas em acção, da actividade e do contexto" (Santos, 1996, p. 168).

Os resultados

Com o intuito de responder às questões de investigação, inicialmente colocadas, e utilizando o esquema conceptual de Saxe (componente1), procurei então: (i) identificar a estrutura da prática escolar matemática num contexto de trabalho cooperativo, bem como os motivos[7] e objectivos dos intervenientes nessa prática; (ii) revelar o papel das interacções entre os vários elementos envolvidos; (iii) perceber como é que os alunos se apropriam de artefactos da Matemática escolar e (iv) identificar o uso de conhecimentos prévios (espontâneos, no sentido de Vygotsky), no seu dia-a-dia, da prática escolar.

Nesta secção apresento uma síntese dos principais objectivos[8] emergentes da prática matemática escolar num contexto de trabalho cooperativo, bem como das interligações com os outros três pontos do Esquema Analítico de Saxe (1991). As interacções sociais e a estrutura da prática serão discutidas colateralmente, visto as primeiras assumirem diferentes papeis, consoante a fase da aula em que acontecem.

Na primeira parte da aula, os motivos que se denotam nos alunos são de natureza escolar, mas de âmbito mais individual. Parece ser a estrutura dessa parte da aula aquilo que determina que os motivos sejam desse âmbito, pois essa etapa da aula é normalmente escolhida pela professora como um momento forte de interacções entre ela e os alunos enquanto elementos da turma e não como elementos do pequeno grupo. Este tipo de motivos dão origem a certos objectivos. Este momento é aproveitado pelos alunos, para mostrarem à turma o que são capazes de fazer sós, sem o suporte do grupo. Nesta primeira parte da aula as interacções são bastante guiadas pela professora, sempre numa linha dos 'como' e dos 'porquês'. Um dos objectivos da professora, nesta fase, parece ser, mostrar aos alunos o 'caminho' que devem seguir quando estiverem a trabalhar cooperativamente.

A segunda parte da aula é o momento escolhido pela professora, para que os alunos desenvolvam um trabalho mais independente da sua orientação directa. O objectivo principal é concretizar as propostas de trabalho, sugeridas pela professora, em cooperação com os colegas de grupo. É também finalidade desta parte da aula, que se desempenhe a tarefa proposta da maneira mais rápida possível, mas é importante que ela esteja bem resolvida.

Nesta segunda parte da aula, os motivos evidenciados pelos alunos, são tal como na primeira parte da aula, de natureza escolar. Reconhece-se, no entanto, algumas diferenças nos seus objectivos consoante esses motivos têm um âmbito mais social ou mais individual. Há alunos para quem o importante é resolver a questão — executar a tarefa; outros há que para a executarem necessitam de compreender o que está a ser feito. Acontece muitas vezes, que estes alunos que necessitam de fazer compreendendo, ao questionarem sobre algo que não estão a perceber, 'obrigam' os colegas a explicitar o seu modo de pensar. Este processo é normalmente gerador de discussão entre os vários elementos do grupo. É muitas vezes desta discussão que nasce um domínio consensual de compreensão entre os vários elementos do grupo. A necessidade de compreensão de uns acaba por influenciar o pragmatismo de outros e vice-versa. No processo de cooperação acontece, por vezes, redefinição de objectivos.

Os alunos numa tentativa de se entenderem explicam processos e raciocínios uns aos outros. Este facto não é deliberado, é algo construído conjuntamente pelos dois (ou mais) elementos (o que explica e o(s) que recebe(m) a explicação). Assim, podemos dizer que o desenvolvimento individual e o desenvolvimento do grupo são interdependentes e estão reflexivamente relacionados. Ou seja, os alunos aprendem em situações de aula à medida que participam na construção da situação na qual aprendem.

A legitimação dos resultados e processos de resolução é também feita nesta parte da aula. A discussão entre os vários elementos do grupo, é muitas vezes a confirmação (no interior do grupo) de que estão no caminho certo. Só chamam a professora (autoridade) no caso de não chegarem a um consenso no seio do próprio grupo. Só em último recurso, fazem apelo aos outros grupos, para legitimar um resultado. Tal facto deve-se à competição[9] que se denota entre os vários grupos. Nas fases de trabalho individual, maioritariamente na primeira parte da aula, o aspecto competição não é relevante. Poder-se-á dizer que os alunos assumem diferentes papéis enquanto elementos da comunidade pequeno grupo e enquanto elementos do grande grupo (turma).

Também o papel da professora apresenta algumas variações nesta segunda parte da aula, mas tem sempre como suporte aquilo que ela acha que deve ser a aprendizagem da Matemática — aprender a pensar. Nesta fase a orientação que a professora dá aos grupos é menos directa. Agora a sua preocupação é tentar perceber como é que os alunos estão a pensar e a sua orientação é feita mais à base do levantar questões. Preocupa-se também em perceber se os alunos com mais dificuldades na aprendizagem da Matemática estão a trabalhar e se estão a perceber aquilo que está a ser discutido no grupo. Para tal, normalmente pede a esse aluno para explicar o que o grupo está a fazer, com a desculpa de que não está a perceber muito bem o processo. Nas suas interacções com os alunos faz uso explícito de métodos utilizados na comunidade dos matemáticos (adaptados ao nível escolar e etário dos alunos em questão).

Artefactos culturais da Matemática escolar. Nesta parte do trabalho de investigação mais amplo (da qual este artigo é um resumo), foram analisadas as formas como os objectivos matemáticos se evidenciam na actividade dos alunos, num contexto de trabalho cooperativo mas com particular foco na inter-relação com os artefactos culturais inerentes à prática. Aqui irei apresentar e analisar um episódio (como exemplo de algumas das análises efectuadas no estudo) — a construção do artefacto potenciação em **Z** e em **Q** — em que tento perceber como é que um recurso estruturante se transforma em artefacto matemático. É também analisado a inter-relação entre artefactos escolares e objectivos emergentes da prática.

No episódio que se segue, em que descrevo e analiso o trabalho dos alunos do grupo I, a professora inicia esta actividade fazendo algumas considerações, antes de entregar a ficha de trabalho, que pretende que os alunos resolvam cooperativamente. Começa por relembrar que já falaram de Potências, no 1º Período. A primeira parte da ficha de trabalho que os alunos vão resolver tem um texto escrito, com espaços para os alunos completarem.

Episódio 1: O Artefacto Potência de Base Negativa

Professora (Dirigindo-se à turma): Agora já conhecemos novos números — os do conjunto **Z** e os do conjunto **Q** — o que será então uma potência em **Z** ou em **Q**? Como é que funcionam?

O que eu vos proponho é que, trabalhando cooperativamente, resolvam esta ficha que tem um duplo objectivo: tem o objectivo de vos fazer recordar alguns conceitos, mas também tem o objectivo de ser o grupo a descobrir como é que as potências se comportam nestes novos conjuntos.

Sandro começa a ler o enunciado da questão.

Primeira Parte

Sandro: No produto 7 x 7 x 7 o número 7 repete-se três vezes como factor. Este produto pode ser representado de uma forma abreviada por $\underline{7}^3$. Lê-se sete três.
Ana: Não se lê assim. É sete ao cubo.
Liliana: Sete à terça.
Ana: Sete ao cubo.
Sandro: Sete ao cubo. Então sete ao cubo é uma potência cuja base é $\underline{7}$ — o factor que se repete — e cujo o expoente é 3 — número de vezes que o factor se repete.
Professora (aproxima-se do grupo I): Então e nós? Já se lembraram como é que se lê o sete com um três penduradinho?
Ana: Sete ao cubo.
Sandro: Eu disse sete três — ri-se. Enganei-me.

Esta primeira parte da ficha tem por objectivo, fazer os alunos relembrar o artefacto[10] matemático potenciação em **N**, que é neste momento da aula, é um artefacto matemático para a professora. O objectivo da professora é que este artefacto, seja para os alunos, um recurso estruturante para a aprendizagem da potenciação em **Z** e em **Q**. Ou seja, a professora pretende que os conhecimentos dos alunos sobre as operações com potências, em **N**, os ajude a estruturar a potenciação em **Z** e em **Q**.

Nesta primeira parte do episódio, salientam-se motivos de natureza escolar — os alunos estão simplesmente a fazer aquilo que a professora lhes pediu.

Segunda Parte

João (recomeça a ler a ficha): De um modo análogo...
Professora: O que é que isso quer dizer?

Faz-se silêncio no grupo.

Sandro: De uma forma... como é que eu explico? De uma forma parecida.
Professora: Exactamente. De uma forma parecida, de uma forma semelhante... continuem... (dirige-se para outro grupo).
Ana: De um modo análogo se define potência em **Z** e em **Q**. Assim o produto (-2) x (-2) x (-2) x (-2) poderá ser escrito de uma forma abreviada por...

João: $(-2)^4$. Não é?
Ana: cuja base é
João: -2.
Ana: Agora és tu que lês [João], para ela [Liliana] responder.
João: Também o produto (-1/2) x (-1/2) x (-1/2) pode ser escrito sob a forma de uma potência.
Liliana: $-1^3/2$. Calcula agora cada uma das seguintes potências.
Sandro: -2 à uma.
Ana: à uma ... (ri-se).
Sandro: Dá -2. Porque é -2 vezes -2 que dá -4.
João: Oh Sandro!
Liliana: À uma, é só uma.
Ana: É só uma vez.
Sandro: Então? É uma única vez que o -2 se multiplica por -2.
João: Professora Elsa...
Investigadora: Sim.
Sandro: Isto aqui no (-2) à uma ...
Inv.: -2 elevado a um. Mas antes disso, vamos ver outra coisa. $-1^3/2$ quer dizer...
Sandro: Falta os parênteses
Inv.: Porquê?
Sandro: Que é para dizer que cada número, neste caso o numerador e o denominador é sempre por três.
Inv.: E se estivesse sem os parênteses, o que é que significava?
Sandro: Que só o 1 é que estava ao cubo. Professora, mas aqui ... -2 elevado a um é (-2) x (-2)?
Inv.: O que é uma potência?
Sandro: Uma potência é quantas vezes o factor se multiplica.
Inv.: O que é que indica o número de vezes que o factor se multiplica?
Sandro: O expoente.
Inv.: Então o que você me estava a dizer (-2) x (-2) é -2 elevado a quanto?
Sandro: A dois. Então no -2 elevado a um, o -2 só aparece uma vez. Não se multiplica por nada. Já percebi.

Quando a professora questiona o grupo sobre o significado de “de um modo análogo” evidencia-se a importância desta frase para ela. Como pretende que os alunos se apropriem[11] do artefacto potenciação em **N**, para irem construindo o artefacto potenciação (começando pela potenciação em **Z** e em **Q**), é muito importante que estes saibam o significado de ‘análogo’.

Quando o João chama a professora (investigadora), fá-lo por um motivo escolar — tirar a dúvida ao colega que está a dizer uma “grande asneira”, como se pode deduzir das palavras deste aluno. Esta atitude do João, evidencia que ele reconhece na professora (neste caso, na investigadora), a autoridade. Se ela disser quem tem razão, acaba-se a discussão. Mas o motivo do Sandro parece ser de outra natureza — individual (compreender). Ele vai respondendo a todas as questões da investigadora de uma maneira rápida. O seu interesse é compreender como é que se resolve (-2) elevado a um, pois esta potência parece ir contra todas as regras que ele já conhecia (de facto vai pois $(-2)^1 = -2$ é uma convenção). Parece que a investigadora ao questioná-lo, levou-a a perceber que não havia nenhum contra-senso com a potência (-2) elevado a um. A investigadora foi um recurso estruturante para a aprendizagem do Sandro.

Terceira Parte

Ana: $(-2)^2$ é (-2) x (-2) que dá -4.
Sandro e João: + 4
João: $(-2)^3$ é (+4) x (-2) que dá -8.
Liliana: + 8.
João: -8.
Liliana: Dá + 8...
Sandro: Dá menos.
Liliana: Porque os sinais são iguais.
João: Mas não é assim. Repara. Este [-2] com este [-2] dá + e com este [-2] dá menos (apontando para os respectivos -2 na sua ficha).

Sandro olha para a sua ficha e com um ar pensativo:

Sandro: Então não dá -8.
João: + 4 vezes -2 dá -8.
Sandro (para a Ana): Empresta-me a calculadora.
Ana: Dá menos, porque o número de...
Sandro. Eu sei. Eu sei. Não é isso, é o oito. +4 - 2 dá -6.
João: Sandro, uma potência é uma multiplicação. Eu vou-te explicar. (-2) x (-2) dá +4, vezes -2 dá -8.
Sandro: Com esse (-2) ... não sabes que um anula o outro.
Liliana: Nas potências tu tens de multiplicar, não é somar.
Ana: Já percebeste? Vá Liliana, agora és tu.
Liliana: $(-2)^4$ dá 16.
Sandro: (-2) x (-2) x (-2) x (-2) x (-2) isto dá menos ... trinta e dois.

O Sandro, no fim da segunda parte deste episódio, parecia já ter conceptualizado a potenciação, mas nesta terceira parte dá mostras que ainda não o fez. A sua dúvida nasceu da explicação do João à Liliana; ou seja, a linguagem usada pelo João (o facto de não ter falado em multiplicação), confundiu o Sandro. A Ana, numa tentativa de fazer o Sandro perceber aquilo que ela pensava ser a sua dúvida (o porquê do resultado ser negativo), parece fazer uma tentativa de generalização.

Podemos identificar em todos os alunos do grupo, motivos de natureza social.

Nenhuma resposta errada foi modificada sem uma explicação do porquê dessa alteração e, quando um elemento falha, todos querem explicar-lhe como se deve fazer. Mais uma vez, torna-se claro ser objectivo dos elementos do grupo que todos aprendam.

No fim desta terceira parte, o Sandro dá sinais exteriores de ter conceptualizado a potenciação, pois quando resolve a última questão, não a resolve como uma soma, conforme tinha referido anteriormente, mas sim como um produto.

Quarta Parte

O grupo continua o trabalho. Liliana lê agora a próxima tarefa.

Liliana: Será que podemos observar alguma regularidade nos resultados? Será que existe alguma relação entre o número de factores negativos e o sinal do produto? Escreve as conclusões a que chegaste.
Sandro: É no sinal. É entre o par e o ímpar.
Ana: Par e ímpar?
Sandro: Sim. Se o número de factores for par, o sinal é positivo. Se for ímpar é negativo.

A professora aproxima-se do grupo e ouve o comentário do Sandro.

Professora: E donde é que vem o número par e o número ímpar de factores?
Ana: Do expoente.
Professora: Exacto. Então vamos lá ver o que é que vocês já sabem.
João: Se o expoente é ímpar o resultado é negativo. Se o expoente é par o resultado é positivo.
Professora: Certíssimo. Vamos lá agora escrever essa conclusão a que chegaram.

Dito isto a professora dirige-se para outro grupo.

Sandro: Como é que vamos escrever.

Os alunos começam então a escrever. É a Ana que dá o mote.

Ana (dita): "Quando"...
João (continua a ditar): O número de factores for par.
Sandro (interrompe): Mas ponham entre parênteses — o expoente.
Ana: É mesmo.
João: Não.
Ana: Que é para saber que o expoente é que indica o número de factores.
Sandro: É sim. Tem de ser.
João (faz-se desentendido): Não sei de que estão a falar. Não percebo nada.
Sandro: Quando o número de factores...
Ana: (virando-se para o João): O expoente é o que indica quantas vezes nós vamos fazer, não é?

João: Não foi assim que dissemos à professora.

Os alunos fazem uma nova tentativa de escrever. Novamente é a Ana quem toma a iniciativa.

Ana: Quando o número de factores – expoente — for...
João: Eu vou escrever. Mas não é preciso pôr nada disso. Não metam nada disso por aí.
Sandro: Vá escrevam. Quando o número de factores (expoente) for par, o resultado é positivo.
Ana: o produto é positivo, e quando o número de factores (expoente) for impar o produto é negativo.

O João que não escreveu — o expoente — entre parênteses (conforme sugestão do grupo) continua a escrever e a dizer o que escreve.

João: Isto depende do valor do expoente.
Sandro: Isso é mais confuso. Estás a escrever *bué,* para nada. Não compliques.
João: As minhas opiniões não servem, mas depois vamos ver a nota do teste.

A professora aproxima-se do grupo, pega na ficha da Liliana e diz:

Professora: Está incompleto. Falta dizer se isto que vocês escreveram acontece para uma base negativa ou positiva.
Liliana: Negativa.

Nesta parte do episódio torna-se claro que os alunos se apropriaram do artefacto matemático — potenciação de base negativa. O único ponto de desacordo foi a escrita. Este pormenor da discussão da linguagem a utilizar na escrita, que numa primeira análise poderia parecer insignificante, podia-nos levar a concluir que o João não se tinha apropriado deste artefacto matemático. Mas o João confirma que realmente percebeu tudo o que foi feito pelo grupo, ao dizer que o sinal 'depende do valor do expoente'. Esta discussão parece ter origem num querer 'medir forças' por parte do João. Ele, normalmente, é o aluno do grupo que obtém melhores resultados nos testes e, por isso, acha que a opinião dele deve ser aquela que tem mais peso. O seu desabafo "as minhas opiniões não servem" confirma-nos este facto.

A Liliana foi a aluna do grupo que praticamente não fez qualquer intervenção neste episódio, à excepção da resposta dada à professora. O facto de ter ficado calada, durante toda a discussão, poderia ser um indicador de que não estava a perceber. Na realidade, o silêncio da Liliana parece dever-se à falta de autoridade no grupo (ela é a aluna que revela mais dificuldades na aprendizagem da Matemática). Mas se a Liliana não estivesse a seguir o raciocínio do grupo, talvez não fosse capaz de responder à questão colocada pela professora tão pronta e convictamente como o fez.

A discussão que se gerou ao longo de todo este episódio, foi animado pela motivação social. Mas ao mesmo tempo esta serviu para que os elementos do grupo se 'apercebessem' das lacunas ou insuficiências do seu conhecimento, as quais tentaram (implícita ou explicitamente) colmatar.

Grande parte do trabalho desenvolvido pelos alunos[12] do grupo, nestas quatro partes do episódio 1, tem índole de actividade de sala de aula. No entanto, há alguns momentos em que a actividade dos alunos se aproxima da matemática *feita* pelos matemáticos, nomeadamente a Ana quando faz uma primeira tentativa de generalização[13] , sem que isso tivesse sido ainda pedido. Também na quarta parte do episódio, quando os alunos estão a generalizar a potência de base negativa, pode-se reconhecer alguma natureza matemática nessa actividade. No episódio 2 (continuação do episódio 1) como teremos oportunidade de ver, o Sandro faz uso explícito do método experimental, o que também evidencia a natureza matemática da actividade dos alunos.

> *Sandro* (pega na calculadora): $(-8)^3$ é igual a ... -512. Agora vamos experimentar com base positiva. 8^3 é igual a 512. E agora com expoente par: $(-8)^2$ é igual a 64 e 8^2 é igual a 64. Portanto a resposta do João está totalmente correcta.

Durante a actividade dos alunos, houve objectivos que emergiram da prática, que por sua vez deram origem ao aparecimento de motivos de natureza diferente daqueles que existiam inicialmente. No início do episódio, os alunos tinham um objectivo de execução, guiados por um motivo de natureza escolar. Com o desenrolar do trabalho, e com a dinâmica criada pela discussão, algumas dúvidas surgiram na mente de alguns elementos do grupo. Tal facto gerou o aparecimento de motivos de natureza individual (no aluno que tinha dúvidas) — querer compreender (objectivo da compreensão) e motivou os outros alunos do grupo a tentarem esclarecer a dúvida do colega — motivo de natureza social.

Podemos ainda dizer que os alunos se apropriaram do artefacto potenciação em **N** para construir um novo artefacto — o de potenciação em **Z** e em **Q**. A potenciação em **N**, bem como a multiplicação em **Z** e em **Q**, foram recursos estruturantes da aprendizagem do novo artefacto. Também a interacção entre os diferentes elementos grupo, serviu de recurso estruturante à apropriação do artefacto potenciação em **Z** e em **Q**. A apropriação do novo artefacto também foi um recurso estruturante, para a melhor compreensão do artefacto matemático — potenciação em **N**.

Os artefactos materiais escolares. Outro tipo de artefactos usados pelos alunos são os artefactos materiais — as ferramentas — como sejam caderno, livros, lápis, canetas, etc. Estes são artefactos mais ou menos característicos do cenário Escola. Mas há também aqueles que são característicos da aula de Matemática, como sejam calculadora, régua, compasso e transferidor. O uso destes artefactos influencia a actividade matemática dos alunos, mas muitas vezes acontece que o seu uso é influenciado pela forma como a actividade se desenvolve. Por vezes acontece que a utilização de um artefacto escolar é um recurso estruturante para a aprendizagem. Vejamos como o uso da calculadora foi um recurso estruturante para a aprendizagem do Sandro. O episódio que se segue é a continuação do primeiro episódio descrito.

Episódio 2

Professora: E agora lanço-vos outro desafio. E se a base for positiva?
Sandro: É ao contrário...
Professora: Vá lá, pensem. Já sabem que eu não gosto que respondam sem pensar.

Sandro pede autorização à professora para ir buscar a sua calculadora, que estava na posse de um colega de outro grupo. Volta ao seu lugar e vai introduzindo os números na calculadora ao mesmo tempo que fala.

Sandro: (-5) x (-5) x (-5) x (-5) ....
João: Quando a base é positiva dá sempre positivo.
Sandro: Vamos confirmar [na calculadora]
João: Não é preciso.
Sandro: Vamos confirmar.
João: Não é preciso. Quando a base é positiva dá sempre positivo.
Sandro: Hã?

A expressão do rosto do Sandro modifica-se. Parece que ele já percebeu o que o João quis dizer. Mas:

João: Não é preciso. Quando a base é positiva dá sempre positivo ou há expoentes negativos?
Sandro (pega na calculadora): $(-8)^3$ é igual a ... -512. Agora vamos experimentar com base positiva. 8^3 é igual a 512. E agora com expoente par: $(-8)^2$ é igual a 64 e 8^2 é igual a 64. Portanto a resposta do João está totalmente correcta.

Quando faz esta última afirmação, ri-se. Depois guarda a calculadora .

Sandro: Eu sabia que estava certo. Só fui buscar a calculadora para confirmar, porque eu sei que um número positivo vezes um número positivo dá sempre positivo, indiferentemente do expoente.

O Sandro, ao utilizar a calculadora, apropriou-se de um artefacto que lhe deu meios para confirmar a afirmação do João, a qual ele à partida não partilhava. Quando o João lhe explica o seu raciocínio, o Sandro parece que, de repente se apercebeu porque é que não necessitava de utilizá-la, mas mesmo assim vai confirmar. Neste processo o Sandro utilizou um método — método experimental — muito próximo do que fazem os matemáticos na sua actividade diária. Ele experimentou os vários casos possíveis (base positiva — expoente par e expoente ímpar; base negativa — expoente par e expoente ímpar) para a resolução daquela tarefa. A Liliana e a Ana não tiveram nenhuma intervenção oral nesta parte do episódio, mas seguiram atentamente o que o Sandro fazia. No início, com um ar de quem não estava a perceber, mas à medida que o Sandro foi dizendo o que fazia, a expressão do rosto das colegas foi-se modificando. A confirmar está o facto de logo de seguida terem escrito a conclusão. Era sabido que se a Ana não tivesse percebido, não escrevia nada até que os colegas a esclarecessem. A confirmação de que a Liliana percebeu é que logo após os alunos terem escrito a conclusão, a professora aproximou-se do grupo e questionou-os sobre o que tinham acabado de escrever e foi a Liliana quem explicou (correctamente) à professora a razão de uma potência de base positiva ser sempre positiva.

Podemos então dizer que os alunos se apropriaram de diferentes tipos de artefactos — materiais e conceptuais — em diferentes momentos da aula e com propósitos e formas de utilização variadas, mas sempre ligados aos seus objectivos. A apropriação dos artefactos aconteceu nas interacções com os colegas e professora e seguindo orientações da professora ou necessidades próprias. Os artefactos antes de serem apropriados pelos alunos, serviram de recurso estruturante à sua aprendizagem.

Sintetizando. Neste artigo apresentei e analisei um episódio (a exemplo do que foi feito num trabalho de investigação mais alargado) em que os alunos se apropriaram de um artefacto cultural da Matemática escolar (artefacto matemático) e um outro em que os alunos se apropriaram de um artefacto material escolar. Todo este processo de apropriação teve por base motivos e objectivos dos alunos. Tanto a intervenção da professora, como a estrutura da tarefa, bem como as interacções com os colegas, tiveram um papel fundamental neste processo.

Processo de Apropriação

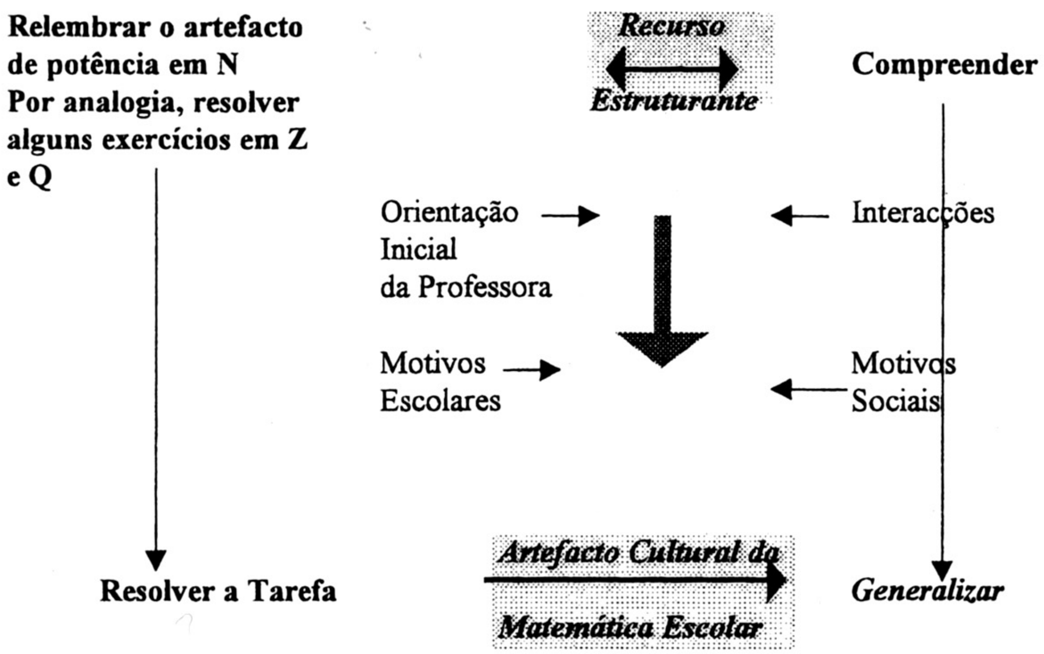

Figura 1. Processo de Apropriação do Artefacto Potência de Base Negativa

Numa primeira fase, a professora, através do enunciado da tarefa, apresenta-lhes um recurso estruturante — potenciação em **N** (para a professora artefacto cultural). Os alunos utilizam-no, não porque estejam a perceber qual a sua função, mas sim pela própria estrutura da tarefa. A partir de uma certa altura (terceira parte do primeiro episódio) os alunos começam a fazer uso explícito (como recurso estruturante) da multiplicação em **N** e em **Z** (que é para eles um artefacto cultural), sem que isso lhes seja explicitamente pedido. Utilizam este artefacto matemático por necessidade (resolver a tarefa). Ou seja, inicialmente a potenciação em **N** foi utilizada por um objectivo escolar mas depois, quando começam a explicitar a potenciação em termos de multiplicação (que é um artefacto mais utilizado por eles e com o qual têm mais facilidade de lidar), fizeram-no com um objectivo de natureza escolar mas de âmbito mais individual (compreender o que fazem) ou mais social (explicar aos colegas). Quando os alunos fazem a generalização da potenciação em **Z** e em **Q**, parece que se apropriaram realmente do artefacto cultural da Matemática escolar. O segundo episódio parece ser a confirmação para tal facto.

No que diz respeito aos artefactos materiais escolares, esses eram utilizados pelos alunos com mais naturalidade. No episódio que apresentei para ilustrar este facto, verifica-se que o Sandro se apropriou da calculadora, de uma forma muito natural. Talvez da mesma forma que ele a usa fora da aula de Matemática. Esta apropriação deveu-se a uma necessidade do aluno — legitimar um resultado que não era muito claro para ele. Apesar disso, a apropriação do artefacto material — calculadora, associada ao discurso egocêntrico (no sentido de Vygotsky, 1978) do Sandro, foram um recurso estruturante para a sua aprendizagem, bem como para a de alguns elementos do grupo.

No decurso da apropriação de artefactos culturais os alunos serviram-se de alguns suportes que estruturaram essa mesma apropriação e, consequentemente, a aprendizagem — os recursos estruturantes.

Podemos distinguir dois tipos distintos de recursos estruturantes, utilizados pelos alunos em todo este processo: (i) os conceptuais (potenciação em **N**, multiplicação em **N** e em **Z**), e cuja sua utilização umas vezes foi sugerida pela professora outras vezes os alunos sentiram, eles próprios, necessidade de utilizar; (ii) os que tiveram a ver com acção, nomeadamente as interacções e as discussões que daí advieram. Assim sendo, podemos dizer que a professora, a investigadora e os colegas do grupo foram, em certos momentos, recursos estruturantes para a aprendizagem de alguns alunos.

Os alunos apropriaram-se de diferentes tipos de artefactos — materiais e conceptuais, em diferentes momentos da aula e com propósitos e formas de utilização variadas, mas sempre ligados aos seus objectivos. A apropriação dos artefactos aconteceu nas interacções com os colegas e professora e seguindo orientações da professora ou necessidades próprias.

Objectivos emergentes desta prática. Da análise dos dados (utilizando o esquema analítico de Saxe, 1991 — componente 1 — Objectivos Emergentes da Prática), os objectivos que emergiram da actividade matemática dos alunos foram:

(1) Fazer compreendendo e compreender fazendo

Em Matemática, execução e compreensão estão associados; ou seja a execução é necessária para a compreensão, mas à medida que a execução vai avançando, é importante ir pensando porque se está a executar daquela forma e não de outra. Ou seja, quando se executa procura-se um sentido. Compreensão/execução e/ou execução/compreensão faz parte de um processo da construção de conhecimento matemático.

(2) Aprender cooperando e cooperar aprendendo

Em Matemática, aprender é um processo de cooperação. É importante cooperar porque todos somos responsáveis pela aprendizagem de todos. Aprende-se ajudando os outros a aprender. A construção do conhecimento matemático acontece na partilha de saberes e nas discussões que daí advêm.

(3) Utilizar artefactos próprios da matemática escolar

Aprender Matemática, decorre de um processo de aprender a usar certos métodos (método experimental, generalizações), conceitos (potenciação em **N**), regras (multiplicação em **N** e em **Z**) e materiais (calculadora). É também importante saber justificar a opção tomada quanto à escolha de um método, conceito, regra ou material e não de outro.

(4) Legitimar processos e resultados

Em Matemática existem várias formas de legitimar os resultados e processos. Elas são, por exemplo: (i) o consenso entre os vários elementos do grupo; (ii) o professor e menos frequentemente o livro (autoridade); (iii) os artefactos culturais (por exemplo potenciação em **N**, multiplicação em **Z**) e em último recurso (iv) os colegas dos outros grupos.

Conclusões

As conclusões e discussão das mesmas serão orientadas tendo em vista os sub-objectivos definidos e os objectivos emergentes da prática matemática dos alunos.

A actividade matemática escolar num contexto de trabalho cooperativo

A actividade matemática escolar dos alunos num contexto de trabalho cooperativo pode ser caracterizada pela sua índole prática e escolar. Apesar disso podemos identificar nos alunos um modo próprio de actuar e de dialogar que está bastante relacionado com o facto de ser uma aula de matemática e com o facto de estarem a trabalhar cooperativamente.

O modo de actuar dos alunos está bastante relacionado com os seus motivos e objectivos. Assim, motivos de natureza escolar mas de âmbito mais individual, dão origem a objectivos de compreensão. Os alunos que têm necessidade de compreender, questionam os outros, numa tentativa de colmatar essa mesma necessidade. De uma necessidade individual nasce a discussão entre os elementos do grupo. Os alunos discutem e explicam as suas escolhas, confirmam ou rejeitam hipóteses. A formação da opinião de grupo cria um ambiente social que dá origem a esforços cognitivos no sentido de provar que a sua opinião é correcta e/ou desafiar a opinião dos outros. Existe uma esta dupla motivação — social e epistémica — construída neste tipo de aula. O debate toma forma devido a uma motivação social (é importante que todos aprendam), tem origem numa necessidade individual (fazer compreendendo), mas também serve para que os alunos que à partida não tinham dúvidas (só estavam a ajudar o(s) colega(s) a aprender), se apercebam das lacunas e/ou insuficiências do seu conhecimento, e tentem colmatá-las.

É, muitas vezes neste tipo de discussão que os resultados e processos acabam por ser legitimados sem ser necessária a autoridade do professor. Como nenhum argumento é cabalmente aceite pelo grupo, sem que seja devidamente justificado e sem que essa justificação seja suficientemente convincente, este facto faz com que a legitimação dos resultados seja muitas vezes feita no seio do próprio grupo. Implicitamente o grupo sente-se com autoridade para legitimar processo e resultados. É de salientar que não é o aluno do grupo que goza de melhor estatuto a nível da Matemática, que legitima os resultados; ou seja não é pelo facto de ser um bom aluno a dizer que se deve utilizar este processo e não outro que o grupo aceita a sugestão; é sim pela argumentação que este aluno usa. O discurso utilizado pelo aluno, que apresenta a sua ideia é importante. Quando se trata de 'convencer' o grupo, ou algum elemento do grupo, de que um processo é mais viável do que outro, não é necessário ser-se muito 'matemático' em termos de linguagem. É importante ser-se claro e explícito.

No que diz respeito à utilização de artefactos culturais e materiais da matemática escolar os alunos actuam com muita naturalidade no que diz respeito aos artefactos materiais (calculadora, lápis, livros, régua, etc.) e com menos naturalidade em relação a artefactos como sejam a utilização de certos conceitos para se apropriarem de outros. Neste caso, eram as sugestões da professora aquilo que motivava a utilização dos mesmos.

Continuando a caracterização da actividade matemática dos alunos num contexto de trabalho cooperativo vou discutir quais os *recursos que são utilizados e como são utilizados*.

Quando no início deste estudo, formulei este sub-objectivo pensava nos recursos materiais que seriam utilizados pelos alunos. Com o desenrolar da análise fui-me apercebendo que outros tipo de recursos são utilizados, na sua prática matemática. Identifiquei três tipos de recursos de natureza diferentes: (i) os recursos materiais que são usados em todas as aulas, como sejam papel, lápis, borracha, livros, cadernos, acetatos, giz, etc.; (ii) os recursos estruturantes materiais (nos quais incluo pessoas e objectos); (iii) recursos estruturantes conceptuais.

(i) recursos materiais — não darei grande destaque a este tipo de recurso, porque eles não tiveram, nestas aulas um papel diferente do que teriam noutras aulas, quer fossem de matemática ou de outra qualquer disciplina.

(ii) Recursos estruturantes materiais

As interacções mantidas entre os diferentes alunos do grupo e entre estes e a professora ou investigadora serviram de recurso estruturante (no sentido de Lave, 1988) à aprendizagem dos alunos. Acontece muitas vezes, nestes ambientes interactivos, que a circularidade de ideias (e não simplesmente o causa-efeito das questões-respostas, como muitas vezes somos levados a crer), faz com que o aluno que questiona ou que explica um determinado raciocínio a outro, seja um recurso estruturante para a sua própria aprendizagem, bem como para a aprendizagem do(s) aluno(s), com quem interage.

(iii) Recursos estruturantes conceptuais

No que diz respeito à apropriação e utilização de artefactos culturais da matemática escolar, os alunos também fizeram uso de recursos estruturantes para a sua aprendizagem. Utilizaram recursos estruturantes conceptuais (potenciação em **N**, multiplicação em **N** e em **Z**). Esta utilização de tais recursos, umas vezes foi sugerida pela professora, outras vezes os alunos sentiram, eles próprios, necessidade de os utilizar

A utilização de recursos na aula de matemática e o modo como os utilizaram, aconteceu em diferentes momentos da aula e com propósitos e formas de utilização variadas, mas sempre ligados aos seus objectivos. Essa utilização aconteceu nas interacções com os colegas e professora e seguindo orientações da professora ou necessidades próprias.

O modo como os *alunos percepcionam a sua actividade matemática* escolar, pode ser identificado através do modo como utilizam e valorizam certas formas de argumentar e de prática. Nas aulas desta turma do 7º ano, podemos dizer que em certos momentos os alunos confiam no seu saber (ou no saber do grupo), outras há em que isso não acontece. Quando não acontece procuram ajuda no professor. Quando os alunos percepcionam que a sua actividade matemática está a avançar no caminho certo, dão sinais exteriores como sejam: (i) continuação do seu trabalho; (ii) segurança com que esclarecem certas dúvidas colocadas pelos colegas; (iii) não necessidade de recorrer ao professor ou ao livro para confirmar os resultados ou processos (Santos, 1996).

Devido ao tipo de interacção que a professora mantinha com eles (muito importante as justificações), estes alunos percepcionavam a actividade matemática de um colega como válida se fosse explicitada a justificação para tal processo. Caso contrário, o grupo "exigia" ao colega que argumentasse em favor do que tinha dito anteriormente.

Portanto, a percepção que os alunos têm da sua actividade matemática é de que esta é válida quando eles próprios conseguem argumentar ou justificar como é que chegaram a certo resultado. Dizer só o resultado final, não deve ser a sua prática diária.

A actividade está associada a um motivo, a acção está associada a um objectivo e a operação está associada às condições sob as quais é levada a cabo (Wertsch *et al*., 1984). O aluno cria o seu espaço social e a sua actuação depende do espaço que foi criado por ele na interacção com os outros. Por um lado, as suas experiências e modos de actuar são controladas pelo seu espaço social. Por outro, tudo o que se aprende, faz com que o conhecimento aumente e se torne mais diferenciado.

O trabalho cooperativo na aula de Matemática

O facto de os alunos trabalharem grande parte do tempo cooperativamente, não é alheio a certo tipo de acontecimentos que tiveram lugar nestas aulas.

O trabalho cooperativo *gera uma dinâmica* diferente do que aconteceria por exemplo em aulas de tipo expositivo. Para estes alunos, aprender matemática é construir relações matemáticas, negociar significados matemáticos com os outros e reflectir sobre a sua actividade matemática.

Por vezes a compreensão duma tarefa é algo de natureza mais individual; acontece quando o aluno se apercebe que não está a perceber e termina quando ele sente que encontrou uma resposta satisfatória. Noutros casos a compreensão é algo colectivo. Alguns elementos do grupo interessam-se por saber o 'como' e o 'porquê', colocam uma questão ou pedem aos colegas que comentem as suas ideias. Os 'comentadores', ao explicarem o processo que utilizaram para chegarem a um determinado resultado acrescentam informação adicional, ou seja explicitam aquilo que para eles, à partida já era claro (por essa razão não sentiam necessidade de explicitar). Desta explicitação, nasce a discussão entre os elementos do grupo. Este processo termina quando todos os elementos do grupo estão satisfeitos ou convencidos com a explicação (ou aborrecidos da tarefa!), e é, por si só, na maioria das vezes suficiente para legitimar os resultados e/ou processos.

A explicação de um elemento do grupo a outro não é deliberada, é algo construído conjuntamente pelos dois elementos (o que explica e o que recebe a explicação), numa tentativa de entenderem-se um ao outro. O desenvolvimento individual e o desenvolvimento do grupo são interdependentes e estão reflexivamente relacionados; ou seja, por um lado, a actividade matemática dos alunos é condicionada pela sua participação na construção interactiva duma base tomada como partilhada para a actividade matemática. Por outro lado, essa base para a actividade matemática é interactivamente construída através da tentativa de cada aluno coordenar a sua actividade matemática com a dos outros. Por outras palavras, os alunos aprendem em situações de sala de aula à medida que participam na construção da situação na qual aprendem.

O trabalho cooperativo promove um ambiente onde há pouco espaço para a competição e muito para as interacções entre os alunos. De facto, com estes alunos, aconteceu que entre os elementos do grupo não havia espaço para a competição, a dinâmica que se gerava era a de inter-ajuda entre eles. Denotavam-se motivos de natureza mais social. Todos (elementos do grupo) deviam aprender, caso contrário o trabalho do grupo não tinha sido satisfatório. Esta forma de actuar foi-lhes bastante incutida pela professora. Ela própria responsabilizava-se e responsabilizava-os pelo sucesso da aprendizagem de todos.

A interacção social foi a componente central da aprendizagem.

Hatano e Inagaki (1989) afirmam que a construção do conhecimento matemático através das interacções sociais é mais observável com as interacções horizontais (todos os elementos do grupo num mesmo nível de conhecimento) do que nas interacções verticais (um elemento do grupo mais capaz). Nas aulas observadas aconteceram os dois tipos de interacção atrás referidos e os dois tiveram papel fundamental na construção de conhecimento matemático. Estes tipos de interacção estavam de algum modo relacionados com *quem e porquê tomava iniciativas*. Podemos salientar dois casos distintos de interacções, que se relacionam com o tomar de iniciativas e com a justificação para tal facto: (i) pelos elementos do grupo enquanto trabalhavam como tal; (ii) pela professora.

No caso (i) os alunos tinham dois tipos de procedimentos quanto à tomada de iniciativas: (i1) no seio do grupo; (i2) em relação à professora.

(i1) No seio do grupo diferentes alunos tomavam diferentes iniciativas e consoante o momento de trabalho em que se encontravam. Por exemplo, quando se tratava de dar início ao trabalho (de grupo), era normalmente o aluno mais competitivo, quem tomava a iniciativa e normalmente explicitava a razão para tal *"Vamos ficar atrasados em relação aos outros grupos"*. Quando se tratava de decidir, qual dos alunos iria começar a resolver a questão, era normalmente o aluno com personalidade mais forte, quem decidia. Essa iniciativa, mesmo sem justificação, normalmente era aceite pelo grupo. Quando algum aluno tinha alguma dúvida, em relação ao processo de resolução que outro aluno apresentava, ele próprio tomava a iniciativa de interromper e pedir explicações. Quem começava por tentar esclarecer o colega era o aluno que fora interrompido, mas de imediato os outros colegas do grupo também faziam as suas intervenções. Este processo tinha o seu fim quando os alunos sentiam que a sua necessidade tinha sido colmatada. Os alunos com fortes necessidades de compreensão eram os que, com mais frequência, tomavam a iniciativa de pedir explicações ao grupo, sobre um processo ou resultado.

Todo este processo de discussão entre os alunos servia, na maior parte das vezes para legitimar resultados e/ou processos. Quando tal não acontecia o grupo tomava iniciativas (i2), em relação à professora. Ou seja, quando dois ou mais elementos do grupo não conseguiam chegar a um consenso, um dos alunos chamava a professora para que ela (a autoridade) esclarecesse o grupo. Acontecia, por vezes, que o grupo chamava a professora com o único objectivo de mostrar trabalho feito, mas com a desculpa de lhe pedir para ver se o que tinham feito estava bem, quando no fundo o grupo já tinha legitimado o resultado.

(ii) As iniciativas da professora apresentam características diferentes consoante os seus objectivos — explicação (daquilo que considera importante), sugestão (de artefactos ou caminhos que levam a raciocínios que os alunos devem seguir) ou de controlo/apreciação (comportamentos, ritmo de trabalho e compreensão da tarefa) — e consoante o momento da aula — orientação mais directa no início da aula; menos orientação e mais apoio no decorrer do trabalho de grupo.

Assim, as iniciativas tomadas nestas aulas estão bastantes relacionadas com os motivos e os objectivos tanto dos alunos como da professora.

Continuando com a especificação do desenvolvimento do trabalho cooperativo na aula de matemática vou agora referir-me ao papel assumido pela discussão.

A discussão mantida entre os vários elementos da turma assume características diferentes consoante o momento da aula em que acontece e consoante os intervenientes. Assim, se a discussão acontece no início da aula, (momento escolhido pela professora para o trabalho directamente orientado por ela), a professora lança uma questão, um aluno responde, outro completa o que disse o colega ou discorda e apresenta o seu ponto de vista. A professora orienta a discussão na linha dos 'como' e dos 'porquês' e dá o juízo final. Se a discussão acontece na segunda parte da aula, em que os alunos trabalham cooperativamente, podemos pensar na discussão entre o grupo e a professora e entre os elementos do grupo. No primeiro caso a professora responde às questões dos alunos com outra questão, tentando mostrar-lhes o caminho, mas sem lhes dizer a resposta final. No segundo caso, ou seja, quando se trata da discussão entre os diferentes elementos do grupo, esta tem também um papel importante, vai também na linha dos "como" e dos "porquês". E é da discussão que nascem, muitas vezes, dúvidas nos alunos que à partida não sabiam que as tinham, e que *com* e *através* dela, acabam por colmatar essas dúvidas. É através das interacções comunicativas que os alunos constróem o seu conhecimento matemático.

Reflexão final

Deste trabalho decorreram dois tipos de implicações. Um primeiro que se relaciona com questões para a investigação, como sejam aprofundamento da apropriação de artefactos da Matemática escolar, a actividade matemática dos alunos noutros ambientes que não o de trabalho cooperativo, aprofundamento do estudo da prática matemática escolar. Um segundo tipo de implicação, mais ligado à sala de aula. Atendendo às conclusões do estudo, poderemos dizer que é importante ter em conta não só o professor ou o aluno individualmente ou a tarefa proposta, mas a estrutura da prática que tem lugar na sala de aula e as interacções sociais que aí acontecem, não descurando o sistema de motivos dos intervenientes nessa prática.

Notas

[1] Elaborado com o apoio do Instituto de Inovação Educacional e da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

[2] Tese de Mestrado em Educação — Área Específica Didáctica da Matemática

[3] Ver Sfard (1996) para uma interessante discussão desta questão.

[4] Houve uma aula que a professora teve necessidade de faltar e a investigadora ficou com a turma a seu cargo, trabalhando com os alunos do modo que era usual a professora da turma trabalhar com eles.

[5] O foco da recolha de dados era o trabalho dos dois grupos, mas atendendo ao que foi referido no ponto 2. não fazia sentido observar os grupos desligados do contexto turma.

[6] Neste artigo, apresentarei apenas a 1ª componente do esquema conceptual de Saxe. As outras duas não foram utilizadas neste trabalho de investigação, mas estão descritas em Fernandes (1998).

[7] O sentido que aqui tem as palavras motivos e objectivos é o adoptado por Leont'ev (1981). Em Fernandes (1998), é apresentada discussão desta temática.

[8] Os objectivos emergentes estão muito relacionados com os motivos existentes nos alunos. Por vezes, nas interacções os motivos e consequentemente os objectivos são alterados.

[9] Note-se que a competição existente é somente entre os diferentes grupos e não entre os alunos do grupo. Este facto não contradiz em nada o que atrás referi acerca do trabalho cooperativo versus trabalho colaborativo.

[10] Atendendo a que os artefactos culturais, a que me refiro nesta parte da análise são artefactos culturais da Matemática escolar, usarei a nomenclatura artefacto matemático com o sentido de artefacto cultural da Matemática escolar apenas para simplificar a escrita e leitura do texto.

[11] Apropriação segundo Saxe (1991, p. 9) é "...aquilo que era só um artefacto externo para a criança, é gradualmente transformado por ela, primeiro num auxílio externo que a ajuda a organizar a resolução de problemas e depois num ingrediente central do pensamento consciente" Para Lerman (1994) a apropriação de elementos culturais pelos indivíduos é um processo bastante diferente da absorção passiva. O modo como o aluno "enfrenta" aquilo que tem de ser apreendido interfere no

modo como se processa a aprendizagem.

12 Os métodos e estratégias utilizados pelos matemáticos são recontextualizados para a Escola. A prática matemática escolar vai buscar processos e estratégias à prática escolar e à prática dos matemáticos.

13 É de salientar que esta é uma generalização feita a partir de muito poucos exemplos. Por essa razão poderíamos não a considerar como tal. Mas o facto de ela ser feita por alunos que se encontravam no 7º ano de escolaridade, levou-nos a considerá-la uma generalização.

Agradecimentos

À Quadrante, pela oportunidade que me deu convidando-me para relatar a investigação realizada no âmbito da tese de Mestrado. Ao meu orientador, professor João Filipe Matos, pela maneira amiga como me ensinou a fazer compreendendo e compreender fazendo. Aos colegas da equipa do Projecto Cultura, Matemática e Cognição — Pensar a Aprendizagem em Portugal e Cabo Verde, pelas críticas e sugestões apresentadas.

Referências

Atkinson, P. e Hammersley, M. (1994). Ethnography and participant observation. Em N. Denzin e Y. Lincolm (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 235-367). Newbury Park: Sage.

Bogdan, R. e Bicklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto Editora.

Brownell, C. e Carriger, M. (1993). Collaborations among toddler peers: Individual contributions to social contexts. Em L. Resnik, J, Levine e S. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 365-383). Washington: Americam Psychology Association.

Cole, M. (1985). The zone of proximal development: Where culture and cognition create each other. Em J. Wertsh (Ed.), *Culture, communication and cognition* (pp. 125-152) Cambridge: Cambridge University Press.

Damon, W. e Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to peer education. *International Journal of Educational Research. 13*(1), 9-19.

Davidson, N. (Ed) (1990). *Cooperative learning in mathematics*. Addison-Wesley.

Dees, R. (1991). Cooperation in Mathematics classroom: A user's Manual. Em N. Davidson (Ed.), *Cooperative learning in mathematics* (pp. 25-46). Addison-Wesley.

Dillenbourg, P., Baker, M., Blaye, A. e O'Malley, C. (1996). The evolution of research on collaborative learning. Em P. Reimann e H. Spada (Eds.), *Learning in humans and machines: Towards an interdisciplinarity learning science* (pp. 67-90) . Universitat Freiburg — Psichologisches Institut.

Fernandes, E. (1998). *A aprendizagem da Matemática escolar num contexto de trabalho cooperativo*. Tese de Mestrado. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Gruber, H., Law, L., Mandl, H. e Renkl, A. (1996). Situated learning and tranfer. Em P. Reimann e H. Spada (Eds.), *Learning in Humans and Machines: Towards an Interdisciplinarity Learning Science* (pp. 124–133). Universitat Freiburg — Psichologisches Institut.

Hatano, G. e Inagaki, K. (1993). Sharing cognition through collective comprehension activity. Em L. Resnik, J. Levine e S. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 331-348). Washington: Americam Psychology Association.

Johnson, D. e Johnson, R. (1990). Using cooperative learning in math. Em N. Davidson (Ed.), *Cooperative learning in mathematics* (pp. 97–111). Addison-Wesley.

Lakoff, G. e Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago and Londres: University of Chicago Press.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everydat life*. Cambridge: Cambridge University Press.

Lave, J. e Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripherial participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Leont'ev (1981). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood cliffs, NH: Prentice Hall.

Matos, J. F. e Carreira, S. (1994). Estudos de caso em Educação Matemática — Problemas actuais. *Quadrante, 3*(1), 19-53.

Merriam, S. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. São Francisco: Jossey-Bass.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum an evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.

Pateman, N. A. (1996). Future directions in young children's early learning of mathematics. Em H. Mansfield, N. Pateman e N. Bednarz (Eds.), *Mathematics for tomorrow´s young children — International perspectives on curriculum* (pp. 317-327). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Perret-Clermont, A. N., Perret F. e Bell, N. (1991). The social construction of meaning and cognitive activity in elementary school children. Em L. Resnik, J, Levine e S. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 41-66). Washington: American Psychology Association.

Resnick, L. (1993). Shared cognition: Thinking as social practice. Em L. Resnik, J, Levine e S. Teasley (Eds), *Perspectives on socially shared cognition* (pp. 1-22). Washington: Americam Psychology Association.

Reynolds, A. e Wheatley, G. (1996). How do social interactions contribute to learning? Em H. Mansfield, Pateman, N. e N. Bednarz (Ed.), *Mathematics for tomorrow´s young children — International perspectives on curriculum* (pp. 186-197). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Rogoff, B. (1984). Introduction: Thinking and learning in social context. Em B. Rogoff e J. Lave (Ed.), *Everyday cognition: Its development in social context* (pp. 1-8). Harvard: Harvard University Press.

Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development*. Hillsdade: Laurence Erdbaum.

Santos, M. (1996). *Na aula de Matemática fartamo-nos de trabalhar*. *Aprendizagem e contexto da Matemática escolar*. Tese de Mestrado. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Sfard, A. (1996). On acquisition metaphor and participation metaphor for mathematics learning. Em C. Alsina, J. M. Alvarez, B. Hodgson, C. Laborde e M. Perez (Eds.), *8th International Congress on Mathematical Education: Select Lectures* (pp. 397–411). S. A. E. M. 'THALES'. Sevilha.

Schoenfeld, A. (1989) Ideas in the air: Speculations on small group learning, environmental and cultural influences on cognition, and epistemology. *International Journal of Research in Mathematics Education*, *13*(1), 71-88.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard: Harvard University Press.

Wertsch, J. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind*. Cambridge: Harvard University Press.

Wertsch, J. (1993). A sociocultural approach to socially shared cognition. Em L. Resnick, J. Levine e S. Teasley (Eds.), *Perspectives on socially shared cognition*. (pp. 85-100). Washington: American Psychological Association.

Elsa Fernandes, Departamento de Matemática, Universidade da Madeira. Endereço electrónico: elsa.fernandes@mail.telepac.pt

RESUMO. *Neste artigo relata-se parcialmente uma investigação desenvolvida com o objectivo de contribuir para o conhecimento das características da actividade matemática escolar dos alunos, na sala de aula, com referência a actividades específicas desenvolvidas com o apoio do professor, nomeadamente no trabalho cooperativo. O foco do artigo é compreender o modo como os alunos se apropriam de artefactos culturais da Matemática escolar. Numa primeira parte do mesmo são apresentadas algumas ideias teóricas que serviram de suporte ao estudo, depois apresenta-se a opção metodológica adoptada e finalmente os resultados e conclusões.*

Palavras chave: *Aprendizagem; Interacções sociais; Trabalho cooperativo; Artefactos; Recursos estruturantes.*

ABSTRACT.In this paper it will be partly related a research which aim is to contribute to the analyses of school mathematics activity in the classroom, when they work cooperativelly. The focus of the paper is to understand the way students appropriate cultural artefacts of school mathematics. In the first part of the paper it will be presented some theoretical ideas, then the methodological approach and finally the results and conclusions of the study.

Key words: *Learning; Social interactions; Cooperative work; Artifacts; Structuring resources.*