
Interacções sociais na aprendizagem da Matemática

Margarida Rodrigues
Escola Básica 2º e 3º Ciclos de Bocage

Introdução

Neste artigo, pretendo dar a conhecer parte do estudo que desenvolvi no âmbito do meu mestrado em Informática e Educação. A minha tese debruça-se, essencialmente, na caracterização da forma como os alunos aprendem Matemática num contexto escolar, utilizando o computador como instrumento mediador. Na investigação que conduzi, cujo objectivo consistia na análise do significado matemático, construído pelos alunos, foram equacionados, de uma forma integrada, (a) a natureza da compreensão desenvolvida pelos alunos, (b) o papel do computador na actividade matemática escolar e (c) os padrões das interacções sociais na sala de aula e sua relação com a construção do significado matemático. Aqui, darei uma atenção destacada ao papel desempenhado pelas interacções sociais na aprendizagem da Matemática, sem as isolar, todavia, dos outros factores objecto de análise, atrás referidos, uma vez que todos eles se inter-relacionam.

Começarei por apresentar a base conceptual do estudo, enquadrando a questão particular do artigo numa dada perspectiva de aprendizagem e dando especial relevo às ideias teóricas que mais directamente se relacionam com a mesma. Em seguida, farei uma descrição sucinta das opções metodológicas que assumi. Apresentarei, depois, alguns dos resultados do estudo, nomeadamente os que se referem ao modo como os estudantes construíam o significado matemático em interacção social, e por fim, as conclusões relativas aos resultados apresentados.

Base conceptual do estudo

As interacções sociais

As interacções sociais constituem uma das dimensões da vida sócio-cultural que têm sido estudadas, isoladamente, no sentido de investigar a influência dos factores sociais na cognição. Vygotsky (1995) aborda o desenvolvimento cognitivo intrinsecamente ligado aos factores sociais. Para este autor, quer a componente individual quer a componente social são concebidas como fazendo parte de um único sistema interactivo.

Os estudos empíricos de Rogoff (1990), Saxe, Guberman, e Gearhart (1987, referidos por Saxe, 1991) revelaram-se consistentes com a teoria vygotskiana no que respeita à *zona de desenvolvimento proximal*. Este constructo delimita, na resolução de problemas (entendidos de uma forma lata), por um lado, o que a criança é capaz de fazer sozinha, no seu nível de desenvolvimento actual, e por outro, assistida pelo suporte de outrém mais experiente, num nível superior de desenvolvimento potencial. É esta actividade de suporte na *zona de desenvolvimento proximal* que providencia o desenvolvimento cognitivo. Assim, os resultados dos referidos estudos deram manifesta evidência de que as crianças, em interacção com os adultos ou com companheiros mais competentes, alcançavam objectivos mais sofisticados do que quando trabalhavam sozinhas, tornando-se, progressivamente, mais responsáveis, à medida que aumentava o seu grau de perícia e consequente controlo das próprias actividades.

Qualquer função psicológica de ordem superior (Vygotsky, 1995) surge duas vezes: (a) primeiro, entre as pessoas, no plano social, como categoria interpsicológica e (b) seguidamente, na criança, individual, no plano psicológico, como categoria intrapsicológica.

Partilhando esta ideia básica de Vygotsky (1995), Wertsch (1991) utiliza o termo *voz*, introduzido por Bakhtin (1981, 1984, 1986, referido por Wertsch, 1991) como conceito de personalidade (consciência) falante, para dar a ideia de que o modo de funcionamento da mente humana individual tem origem, precisamente, nos processos sociais comunicativos. Para Wertsch (1991), está também ligada à sua noção de *voz*, a convicção de que a adequada compreensão da acção mental humana passa pelo entendimento dos dispositivos semióticos mediadores dessa acção e pela sua análise genética ou desenvolvimentista. Este autor prefere o termo *vozes* por encerrar a pluralidade de formas de pensamento e de discurso existentes no plano individual, e também, o nível dialógico, no plano social. As *vozes* têm, mesmo se pensarmos no

indivíduo, um cunho marcadamente social, pois envolvem sempre o outro, posicionado socialmente, com uma determinada perspectiva, e pertencente a uma dada categoria cultural e social.

A abordagem de Bakhtin incide essencialmente no significado, e por isso, ele focou a sua análise na elocução, intimamente ligada à *voz*, por considerar que o significado do discurso não pode ser analisado de uma forma abstracta, sem tomar em consideração as efectivas condições de produção desse mesmo discurso. Para Vygotsky (1995), os significados das palavras estabelecem a ligação entre o pensamento e a linguagem.

O sistema de linguagem é um fenómeno puramente social, organizado por padrões que caracterizam a linguagem do grupo social que o utiliza. Por outro lado, existem *géneros de discurso* que constituem tipos de elocução relativamente estáveis correspondentes a situações típicas de comunicação (por exemplo, comandos militares, conversas entre amigos, conversação num estabelecimento comercial, diálogos numa sala de aula, no pátio da escola). As *linguagens sociais* diferem entre si pelas características dos estratos sociais a que pertencem os indivíduos, enquanto os *géneros de discurso* diferem na sua forma (Wertsch, 1991).

Assim, o discurso de um indivíduo invoca sempre uma linguagem social que, por sua vez, dá forma a esse discurso, e simultaneamente, invoca um género de discurso, relativamente estável e típico. No *ventriloquismo* (Wertsch, 1991) — processo de uma *voz* falar através de outra *voz*, numa linguagem social — existe uma certa *interferência* de uma *voz* noutra *voz*, acompanhada por uma *subordinação* parcial e correlativa. Qualquer palavra, antes de ser apropriada pelo indivíduo — quando ele lhe confere a sua própria intenção — é retirada das outras pessoas e dos seus contextos concretos. Esta apropriação individual da palavra e do seu significado constitui a capacidade do indivíduo em utilizar o género de discurso e a linguagem social como recursos que lhe permitem um desempenho criativo e único.

O significado só tem existência num meio social, quando as *vozes* entram em contacto, num processo dinâmico (Wertsch, 1991). A elocução está inerentemente associada a pelo menos duas *vozes*, pois encerra, em si mesma, o conceito de endereçamento: uma *voz* dirige-se a outra *voz*, e esta responde-lhe. A resposta implica a consideração da *voz* anterior, no que se refere às suas intenções, à sua perspectiva e visão do mundo. Cada uma das elocuições é encarada como um anel de uma longa cadeia que constitui a comunicação. Daí que as elocuições sejam consideradas interdependentes, numa reflexão mútua. Para compreender a elocução de uma outra pessoa, há que situá-la no seu contexto correspondente, e orientarmos em direcção ao seu ponto de vista. “Qualquer compreensão é por natureza

dialógica” (Voloshinov, 1973, p. 103, citado em Wertsch, 1991, p. 54).

Para Wertsch (1991), adoptando o ponto de vista de Lotman (1988, referido por Wertsch, 1991), os textos ou elocuições podem comportar uma dualidade de funções: unívoca e dialógica. A função unívoca (presente, por exemplo, numa linguagem artificial), subjacente a um processo comunicativo modelado pela transmissão de informação, pressupõe a total coincidência entre a mensagem enviada e a recebida: só um defeito no canal comunicativo poderia causar alguma diferença entre as mensagens. Esta diferença é a norma e a essência da função dialógica que, por isso, gera, constantemente, novos significados. Wertsch (1991) considera que na maior parte dos processos sociais e individuais está subjacente a função dialógica. Segundo este autor, as duas funções encontram-se, num texto, em tensão dinâmica: a função unívoca é uni-direccional (do emissor para o receptor) enquanto a função dialógica pressupõe múltiplas vozes (tal como foi teorizado por Bakhtin). E é o contexto sócio-cultural que influenciará o predomínio de uma ou de outra função.

Estas duas funções estão estritamente relacionadas com a distinção feita por Bakhtin entre o *discurso autoritário* e o *discurso persuasivo internamente*. A função unívoca está ligada ao conceito de Bakhtin (1981, referido por Wertsch, 1991) de discurso autoritário, com toda uma estrutura de significado fixa, inalterável, que não lhe permite interagir com outras vozes. Assim, este discurso impõe-se aos outros pelo poder de quem o profere e não pelo poder persuasivo. Entre os exemplos de textos autoritários referidos por Bakhtin, contam-se o discurso de um pai, de um adulto, de um professor, de um político. Caracterizam-se pela sua indivisibilidade associada à autoridade de que são revestidos. Estes textos, quando transmitidos aos outros, ou são aceites na sua globalidade, ou rejeitados totalmente: e é a aceitação ou rejeição da autoridade que se encontra em causa.

Bakhtin (1981, referido por Wertsch, 1991) contrapõe a este tipo de discurso, aquele que é persuasivo internamente, e que pertence quer a quem o diz quer às outras vozes que com ele interanimam. Está, portanto ligado à função dialógica, por funcionar como “um gerador de significado ou como um instrumento de reflexão” (Wertsch, p. 78). Tem uma estrutura de significado dinâmica, flexível, e aberta: inesgotavelmente, revela novos significados em cada um dos novos contextos que fazem parte do diálogo deste discurso.

Uma linguagem social é sempre encarada como sendo mais ou menos apropriada ou adequada num cenário sócio-cultural determinado e preciso, isto é, os valores são inerentes a essa mesma linguagem. Trata-se, segundo Wertsch (1991), de *privilegiar* um dado tipo de discurso social, como mediador da acção, num processo de negociação dinâmica, no qual é possível a definição da situação pelos participantes,

decorrente da sua reflexão consciente geradora de mudança.

Se pensarmos no género de discurso que caracteriza a instrução formal, vemos uma heterogeneidade de *vozes* (Wertsch, 1991). A *voz* do professor tem mais poder do que a dos alunos e tem uma função reguladora da atenção e do pensamento destes. Ao perspectivar o seu discurso instrucional em torno dos conceitos científicos, o professor dá uma mensagem implícita de que o seu discurso racional é o único apropriado no contexto escolar.

A negociação do significado matemático

Podemos considerar que, no contexto de sala de aula, os objectos matemáticos emergem pela actividade desenvolvida pelos alunos. Assim, uma das características da natureza dos objectos matemáticos, numa situação escolar, é a sua ambiguidade que possibilita múltiplas interpretações, decorrentes da experiência e dos conhecimentos prévios quer do professor quer dos alunos (Voigt, 1994). Qualquer ideia matemática nova torna-se significativa pelas suas conexões com o conhecimento presente e pessoal do indivíduo (Bishop e Goffree, 1986; Minsky, 1986). O objecto é interpretado pela formação de um contexto sensível e nesse sentido é vivido como factual, nem sempre experimentado pelo indivíduo como objecto pluri-semântico.

Esta perspectiva é partilhada por Meira (1996) que contesta a existência de tarefas matemáticas com significados fixos, uma vez que elas são sempre transformadas em actividade. Por conseguinte, professor e alunos produzem os seus próprios significados (individuais e colectivos).

Ao considerar a ambiguidade como uma propriedade dos objectos matemáticos no contexto escolar, convém, contudo, distinguir a natureza da Matemática vivida neste contexto, da Matemática vivida por um matemático ‘puro’. Quando o matemático trabalha e explora a realidade matemática nas suas relações formais, num contexto teórico, a linguagem simbólica assume-se sem ambiguidades ao representar, explicar, modelar e predizer (Cockcroft, 1982). Ou seja, o conhecimento matemático é descontextualizado, constituído por abstrações puras que não se encontram directamente referenciadas ao mundo experiencial. Mas num contexto escolar, a linguagem simbólica está relacionada com as experiências dos alunos. Deste modo, modelos matemáticos semelhantes podem ter diferentes sentidos para os alunos e professor.

A dificuldade sentida pelos iniciados na utilização de um sistema inscricional deve-se, segundo Pimm (1996), à dupla função de qualquer símbolo: (a) função de nomear ou indicar algo, sem que suporte necessariamente relação com o referente e (b) função de descrever algo ligado à realidade ou situação a que se reporta. Assim,

ganhar fluência na utilização dos símbolos matemáticos implica que se desenvolva uma dupla fluência. Pode atender-se à forma dos símbolos matemáticos, criando associações, ou seja, funcionando com cadeias de significantes. Pode ainda atender-se ao referente, dando significados aos símbolos, interpretando cada uma das elocuições. Pimm (1996) exemplifica esta perspectiva dual com o caso da álgebra que “oferece um cálculo e uma linguagem” (p. 47).

No âmbito da geometria, Laborde (1993, 1997) considera que existe uma multiplicidade de interpretações possíveis num desenho geométrico. Ela distingue, na geometria euclidiana, a *figura do desenho*. A figura, entidade teórica, corresponde à descrição discursiva, linear e analítica de um objecto geométrico, com a explicitação das relações geométricas. O desenho, entidade material, corresponde à descrição sintética e global de um objecto geométrico, sendo possível que certas relações geométricas não se encontrem visíveis. Daí, esta autora considerar existir ambiguidade no desenho e problematizar o facto de que, muitas vezes, os professores questionam os alunos na premissa de estes se basearem única e exclusivamente na informação retirada dos desenhos. É impossível ultrapassar a ambiguidade existente no desenho sem acrescentar informação discursiva. A figura, como objecto teórico que é, constitui o referente que pode emergir de vários significantes (desenhos ou descrições discursivas).

Laborde (1993) partilha com outros autores a assunção de que “um dos objectivos do ensino da geometria é desenvolver a capacidade de reconhecer a mesma figura em várias descrições ou de descrever uma figura através de várias descrições” (p. 52). Como vemos, quer a descrição discursiva quer o desenho constituem significantes da figura, embora de natureza diversa: enquanto o desenho é de natureza ambígua, possibilitando múltiplas interpretações, decorrentes da invisibilidade de algumas relações geométricas da figura, a descrição discursiva, por intermédio da linguagem, explicita sem ambiguidades as relações geométricas da figura.

A autora considera que algumas das dificuldades dos alunos na aprendizagem da geometria residem no facto de os mesmos trabalharem com desenhos materiais quando se espera que trabalhem com figuras ou com descrições de figuras, e de fazerem interpretações (desses desenhos) diferentes das pretendidas pelo professor. Assumir, por conseguinte, a natureza dual dos objectos geométricos, na sala de aula, é clarificar perante os alunos a distinção entre *desenho* e *figura*, de forma a facilitar a sua análise teórica.

Pensando agora não apenas no domínio da geometria, podemos afirmar que uma mesma frase empírica pode ser lida/matematizada de diferentes maneiras. Segundo Voigt (1994), pretender que os alunos identifiquem frases empíricas com frases

teóricas é misturar diferentes bases racionais subjacentes a essas acções, sem os ajudar a distingui-las: os alunos podem ser capazes de inferir num modelo matemático (base teórica), funcionando apenas com os significantes (Pimm, 1996) e não partilharem das suposições interpretativas do professor (base empírica), relacionadas com a função descritiva do modelo (Pimm, 1996). Deste conflito potencial — a disparidade entre a matematização do fenómeno empírico feita pelo estudante e a esperada pelo professor — nasce a necessidade de negociação de significados matemáticos. Esta pode, deste modo, contribuir para a distinção entre as razões empíricas e teóricas.

Voigt (1994) assinala que a negociação do significado matemático é uma condição necessária à aprendizagem de Matemática quando o conhecimento prévio dos alunos é diferente do conhecimento que o professor pretende que eles venham a ter — conhecimento académico, intimamente ligado à instituição escolar. “Esta diferença (não necessariamente défice) caracteriza o discurso na sala de aula” (p. 292).

Segundo Voigt (1994), a negociação do significado matemático pode ser feita de forma explícita, se os participantes argumentam diferentes pontos de vista, ou de forma implícita, se os participantes ajustam as suas acções de acordo com a avaliação das expectativas ou das reacções do outro. No entanto, a negociação é passível de ser estudada directamente se o foco de atenção incidir nos conflitos existentes entre professor e alunos no que diz respeito ao significado atribuído aos objectos matemáticos. Estes conflitos são minimizados, na sala de aula, através de rotinas (regularidades na interacção, estáveis e implícitas) e de obrigações (rotinas interligadas).

Este autor refere, ainda, que através dos diversos padrões de interacção (formados pelas relações entre rotinas e obrigações), o professor e os estudantes chegam a significados matemáticos partilhados, intersubjectivamente, relacionando-os com contextos partilhados entre si. Simultaneamente, cada um dos contextos é confirmado pela constituição do significado de cada um dos objectos. Daí existir uma alimentação recíproca entre o contexto e o significado.

Voigt (1994) enfatiza a experiência do sujeito como ponto de partida para compreender a relação entre interacção social e aprendizagem, tomando a negociação entre professor e alunos como unidade de análise. Para ele, o objectivo mais importante da educação matemática é a resolução significativa e profunda de problemas matemáticos. É esta a diferença subjectiva, não propriamente observável ao nível comportamental: as acções dos alunos devem-se à tentativa de corresponder às expectativas do professor ou são motivadas pelas conclusões alcançadas na

resolução de um problema matemático no seu mundo experiencial?

Também Lave (1992) considera que a matematização da experiência real dos alunos será o produto final da educação matemática: a imersão dos alunos numa cultura matemática habilitá-los-á a conferirem significado matemático à sua experiência, quando estes se apropriam do problema e o matematizam intencionalmente.

Se traçadas com sucesso pelos aprendizes de matemática, as conexões com a vida diária resultariam de os alunos se tornarem parte dessa cultura matemática, quando as crianças se descobrem com um modo ‘matematizante’ de olhar a sua experiência com o espaço, o tempo, a quantidade, o padrão, o processo, e os eventos prováveis e improváveis (Lave, 1992, p.87).

Esta antropóloga contesta a teoria de aprendizagem que assume que

saber algo requer que o aprendiz seja separado, ou distanciado, da experiência situada a ser conhecida; que o aprendiz deve abstrair características da experiência, generalizá-las e então transportá-las para uma variedade de novas situações nas quais se reconhece que podem ser aplicadas. As escolas são muitas vezes referidas como lugares onde as pessoas aprendem ‘fora de contexto’, aprendem conceitos gerais, ou são preparadas para o mundo fora da escola (Lave, 1992, p. 76).

Para a autora, os problemas hipotéticos, tão usualmente utilizados na instituição escolar, não são motivadores e não agarram as intenções dos alunos. Pelo contrário, são os dilemas matemáticos que facultam oportunidades de improvisar novas práticas matemáticas, ou seja, oportunidades de aprender Matemática. Para Lave (1992), mais do que fazer a distinção entre o concreto e o abstracto, o que importa é fazer a distinção entre o que capta ou não o interesse e o envolvimento dos alunos, que possa dar significado à sua actividade matemática, ao despertar a sua imaginação em torno daquilo que é, para si, realmente problemático.

Parece-me, assim, importante salientar aqui a visão de uma aprendizagem da Matemática enquanto processo de construção de significado aliada à imersão dos alunos, na sala de aula, numa cultura matemática que lhes proporcione situações de *experiência matemática* (como modelar, explorar, investigar, conjecturar, demonstrar). É através deste tipo de situações que os alunos poderão desenvolver o gosto pela Matemática e a motivação para se envolverem nas actividades escolares. Estas poderão (e deverão), por conseguinte, conduzir os alunos a pensar matematicamente.

Podemos, pois, considerar que uma actividade matemática é significativa para um aluno quando este tem a oportunidade de sentir a alegria de ter descoberto algo, de ter investigado algo, quando este tem a oportunidade de *fazer* Matemática de um

modo criativo (D’Ambrosio, 1997). William Hanks, no seu prefácio ao livro de Lave e Wenger (1994), refere-se à aprendizagem como uma prática na qual os aprendizes se encontram envolvidos:

[A] aprendizagem é um modo de estar no mundo social, não um modo de vir a conhecê-lo. Aprendizes, tal como observadores, numa perspectiva mais geral, estão envolvidos quer nos contextos da sua aprendizagem quer no amplo mundo social dentro do qual estes contextos são produzidos. Sem este envolvimento, não há aprendizagem, e sempre que o próprio envolvimento seja mantido, a aprendizagem ocorrerá. Tal como fazer teoria é uma forma de prática no mundo, não uma especulação distanciada dele, também a aprendizagem é uma prática, ou uma família de práticas (p. 24).

A teoria da actividade

O conhecimento não é independente da situação em que é produzido e usado. Se a situação é estruturante da cognição, então podemos assumir também que conhecimento e actividade são inseparáveis e mutuamente constitutivos. O conhecimento é “em parte um produto da actividade, contexto, e cultura nos quais é desenvolvido” (Brown, Collins e Duguid, 1988, p. i).

A centralidade da actividade na cognição constitui a base do enquadramento teórico do presente estudo e encerra uma visão epistemológica particular — a essência da cognição é, de acordo com a concepção filosófica de Heidegger (1999), a experiência de envolvimento numa dada situação de actuação, experiência esta que assume uma natureza pré-reflectiva. “O conhecer em si mesmo se funda previamente num já-ser-junto-ao-mundo, no qual o ser da pre-sença se constitui de modo essencial” (Heidegger, 1999, p. 100). Este filósofo confere uma importância primordial à compreensão prática, resultante do envolvimento prático dos sujeitos, em interacção social, com o mundo no qual agem irreflectidamente. O mundo envolvente mantém, nesta fase, as suas propriedades invisíveis, ou seja, não reconhecidas explicitamente. Trata-se de uma compreensão que antecede a compreensão de cariz teórico, abstracto e reflectivo. É, por conseguinte, uma compreensão que acompanha a acção, e é a sua interacção mútua que vai dando forma a uma e a outra, reciprocamente. Para Heidegger (1999), os objectos e suas propriedades não são inerentes ao mundo, de um modo predefinido; eles emergem por uma acção de ruptura e tornam-se *presentes à mão* quando se relacionam, de um modo consciente e reflexivo, com a nossa actividade. Toda a interpretação da realidade implica necessariamente uma ruptura com essa realidade. E é na ruptura que se dá o encontro com o mundo envolvente.

Segundo Heidegger (1999), o mundo da significação surge pela análise da existência vivida. Rejeita, por conseguinte, a noção do mundo objectivado da representação. De acordo com o autor, o homem, através da sua acção, “descobre que a sua percepção do mundo não é senão uma perspectiva sobre o mundo” (Resweber, 1979, p. 100).). A expressão heideggeriana *ser-no-mundo* tem subjacente a ideia de um fenómeno unitário no qual quer o interpretante quer o interpretado não existe sem o outro.

Pre-sença é projeto, é abertura, é possibilidade de se tornar sendo no mundo com os outros. Assim, ela é possibilidade que se realiza conforme a trajetória mundana que percorre. Trajetória essa feita de decisões e de escolhas que, ao serem tomadas e seguidas, cessam possibilidades e abrem outras. Portanto, é no *sendo* que sua história se faz (...) Nesse sentido é também construção trabalhada de dentro do próprio círculo existencial, portanto, histórico, do *sendo-no-mundo*.

Heidegger denomina esse círculo de existencial hermenêutico, pois entende que se trata de interpretação elaborada de dentro da dinâmica do processo de vida mundana e não a partir de fundantes externos a essa realidade (Bicudo, 1996, p. 8).

É na condição histórica do ser humano que, segundo Heidegger (1998) podemos encontrar o motivo por que nunca se tem um conhecimento completo, explícito e objectivo de si próprio. Estamos continuamente envolvidos numa situação (que diz respeito a uma tradição que tentamos compreender, e a um conjunto de possibilidades futuras) e pelo facto de não estarmos fora dela, não podemos obter um conhecimento objectivo da mesma. Assim, pode considerar-se que a tarefa de compreender uma dada situação nunca está inteiramente completa devido à essência histórica da natureza humana. O facto de as nossas crenças implícitas e de as nossas assunções não poderem ser totalmente explicitadas constitui o cerne do círculo hermenêutico.

Em síntese, nós, como seres humanos que somos, com a nossa natureza dialógica, encorporizada e temporal, conferimos sentido às nossas vidas ligando o seu historial passado ao conjunto de acções projectadas. Considerando toda a representação como uma interpretação da realidade, não poderemos falar de um conhecimento objectivo, uma vez que só terá sentido fazer referência a propriedades de objectos na presença de acção humana correlacionada. É um processo dinâmico de contínua reinvenção e reapropriação do significado.

Leont'ev (1978), sendo o autor da teoria da actividade, assume alguns pontos de contacto com a perspectiva heideggeriana, nomeadamente quando afirma que algo só é reconhecido quando se torna objecto da consciência do indivíduo, e que para tal é necessário que o mesmo constitua o objectivo da acção, em última instância, que

se relacione com o motivo da actividade. Assim, o facto de um dado objecto entrar no domínio da consciência do indivíduo dependerá, segundo Leont'ev, da posição ocupada pelo objecto na estrutura da actividade do indivíduo.

A actividade humana individual constitui pois, de acordo com Leont'ev (1978), um sistema dentro do sistema de relações sociais. As actividades são compostas por acções, as quais, por sua vez, são compostas por operações que dão significado às acções desenvolvidas sob constrangimentos específicos. As acções estão subordinadas a objectivos que representam passos intermédios na satisfação dos motivos humanos gerais, limitadores do sistema de coordenações, concebido como actividade. Pode distinguir-se três níveis hierárquicos na estrutura da actividade. O nível mais elevado corresponde ao motivo. O nível intermédio da actividade é a acção direccionada por objectivos. As operações (meios de concretização de uma acção) são desenvolvidas socialmente podendo ser influenciadas pelas condições envolventes, sem aceder conscientemente aos objectivos, e constituem o nível de base.

Leont'ev (1978) distingue dois tipos de motivos segundo a sua função diferenciada: os motivos cuja função é a de formação de sentido e os motivos cuja função é a de estimulação (associada, por vezes, a experiências emocionais e afectivas). O autor refere que o indivíduo está constantemente a relacionar-se com a sociedade e consigo próprio. E exemplifica a presença simultânea dos dois tipos de motivos numa mesma actividade: a actividade do trabalho é motivada socialmente pela formação de sentido que o indivíduo lhe confere, dada a sua integração na sociedade, e é motivada individualmente pela função estimulante de remuneração. O autor considera que as relações entre os motivos “são determinadas pelas conexões trazidas pela actividade do sujeito, pelas suas mediações, e que por esta razão, elas são relativas.” (Leont'ev, 1978, p. 124) mas que são os motivos de formação de sentido que ocupam, sempre, o nível mais elevado no âmbito da hierarquia dos motivos.

O conhecimento da estrutura da actividade externa pode auxiliar na compreensão da actividade interna, ou seja, pode ajudar a traçar inferências acerca do pensamento. Por isso, o conceito de Leont'ev de actividade constitui a unidade básica de análise da relação entre cognição e práticas socioculturais. Wertsch (1991) critica o facto de a mediação semiótica (tão enfatizada na sua importância por Vygotsky) não se encontrar contemplada na unidade de análise de Leont'ev. Segundo Wertsch, não se pode isolar a acção dos artefactos que medeiam essa mesma acção:

A unidade ideal de análise preserva-se num microcosmos (Vygotsky, 1978) com tantas dimensões do fenómeno geral sob consideração quanto possível, permitindo assim movermo-

nos de uma dimensão para outra sem perder de vista o modo como elas se ajustam num todo mais complexo (Wertsch, 1991, p. 121).

Lave (1988) integra a corrente designada por *cognição situada* e assume uma posição semelhante à defendida por Wertsch (1991) no que se refere à unidade de análise que deverá contemplar os sujeitos em acção bem como os ambientes dessa mesma actividade. Ao considerar a cognição como um complexo fenómeno social, Lave (1988) afirma que a cognição se estende (de uma forma inter-relacionada) pela “mente, corpo, actividade e cenários organizados culturalmente” (p. 1), os quais incluem não apenas o sujeito em causa mas também os outros actores envolvidos. Ela coloca a ênfase na especificidade da forma tomada pela actividade matemática consoante a situação onde a mesma é desenvolvida. E para que ocorra a aprendizagem, a autora considera imprescindível a ocorrência de actividade. Uma não existe sem a outra. Toda a actividade implica aprendizagem; logo, esta é encarada como algo inerente a toda e qualquer actividade. Enquanto que na abordagem da teoria da actividade, segundo a perspectiva de Leont’ev, se dá uma importância primordial à história como relação constitutiva entre as pessoas em acção e os contextos, para Lave, o que é fundamental é identificar as relações entre as diferentes práticas sociais, tanto dentro como entre os contextos.

Também para Pea (1993) — que propõe a corrente designada por *cognição distribuída*, corrente esta relacionada com a *cognição situada* —, o conhecimento é socialmente construído: a inteligência revelada nas práticas cognitivas é distribuída quer pelas pessoas quer pelos ambientes simbólicos e físicos, sejam eles naturais ou artificiais.

Segundo a concepção de Pea (1993), o computador é um dos artefactos, nesses ambientes, que funciona como estrutura mediadora da actividade, organizando-a e, simultaneamente, constringendo-a. Ele representa uma economia cognitiva e diminui a oportunidade do erro.

Os recursos existentes no mundo envolvente são utilizados para direccionar e dar forma à actividade que possa emergir da vontade humana. Pode-se mesmo considerar que eles existem e desempenham o seu papel por fazerem parte da acção (Wertsch, 1991). Eles “tornaram-se tão profundamente uma parte da nossa consciência que não os notamos” (Pea, 1993). Esta invisibilidade dificulta a nossa compreensão em olhar para os instrumentos como suportes de inteligência, na medida em que eles resultam das decisões individuais ou da comunidade de tornar estes meios estáveis para a utilização de outrém.

Ao designar os objectivos por *desejos*, no sistema de actividade que envolve pessoas, ambiente e ferramentas, Pea (1993) estabeleceu uma taxonomia de desejos,

cada um dos quais correspondente a uma experiência diferente trazida para a situação para realizar a actividade:

1. *Desejo-tarefa* — intenção e meta definidas de uma forma clara; necessidade de especificar uma acção com um instrumento mediador particular.

2. *Desejo-planeamento* — planeamento da realização da actividade projectada para a acção específica a ser conduzida com um instrumento avaliável; hiato entre a intenção e a especificação da acção (intenção de encontrar os modos pelos quais o instrumento se torna útil nessa acção); para fechar o hiato, há necessidade de uma cognição reflectiva.

3. *Desejo-circunstancial* — intenção e meta não existem especificamente: surgem, oportunisticamente, em resposta à revelação das propriedades de uma situação ou instrumento que emergem durante a acção.

4. *Desejo-habitual* — repetição de acções familiares com a incorporação dos recursos físicos ou humanos na actividade; os instrumentos tornam-se invisíveis no que se refere às suas propriedades mediadoras; a cognição carece de reflectividade.

Segundo este autor, a criatividade emerge das interpretações — baseadas nos desejos — dos recursos utilizados na actividade.

Precisamos de compreender melhor a génese dos desejos humanos, porque as pessoas criam, inventam, e inovam quando criam ou actuam em *designs* para a inteligência distribuída. Elas não actuam simplesmente por modos habituais, estáticos. A interpretação, relevância, e significado dos recursos avaliáveis para a actividade são formados pelos desejos com que as pessoas chegam às situações (Pea, 1993, p. 55).

Para concluir, debrucemo-nos nas palavras de Leont'ev que ilustram de forma elucidativa a sua noção de actividade:

Na actividade o objecto é transformado na sua forma ou imagem subjectiva. Ao mesmo tempo, a actividade é convertida em resultados e produtos objectivos. Vista por esta perspectiva, a actividade emerge como um processo de transformações recíprocas entre o pólo do sujeito e o pólo do objecto (Leont'ev, 1981, p. 46, citado por Cole, 1985, p. 159).

Assim, segundo a sua concepção, a internalização de elementos cognitivos vivenciados em contextos sociais não é a transferência de uma actividade externa para um plano interno, preexistente, mas sim, o processo em que esse plano de consciência interno é formado. Consequentemente, a unidade básica de análise deixa de residir nas propriedades do indivíduo e suas interacções com o meio envolvente, concebidos como duas entidades separadas, para passar a constituir os processos de

actividade sociocultural que envolve a participação activa das pessoas em práticas sociais, numa perspectiva de olhar o indivíduo e o mundo social como aspectos inseparáveis de um mesmo sistema.

O papel do computador na educação matemática

O computador foi considerado por Lesh (1985) como um *amplificador conceptual* por amplificar a capacidade de reformular os conceitos matemáticos, no sentido de se obter uma maior compreensão dos mesmos. Ao permitir a disponibilidade dos alunos para processos cognitivos de ordem superior, libertando-os de tarefas mecânicas (automáticas), este instrumento deixa espaço para o desenvolvimento de processos reflexivos em torno das actividades, possibilitando um refinamento dos próprios processos de pensamento. A ênfase dada ao pensamento conceptual em detrimento dos aspectos do trabalho em Matemática que podem ser feitos rapidamente pelos computadores constitui uma das mudanças, apontada por Fey (1991) e Ball, Higgo, Oldknow, Straker, e Wood (1991), ao nível dos objectivos de conteúdos/processos, sugerida pela tecnologia.

Contrastante com a visão de *amplificador conceptual* como algo que promove mudanças quantitativas, Pea (1993) encara o papel do computador como o de um *reorganizador do funcionamento mental*. Para ele, o que as pessoas fazem é modificado qualitativamente quando a organização funcional da actividade humana é transformada pela utilização das tecnologias. No entanto, pode considerar-se que a contradição entre as diferentes concepções do papel do computador assumidas por Lesh (1985) e por Pea (1993) é mais aparente do que substancial, uma vez que se na concepção de amplificador conceptual existe um incremento de reformulação de conceitos matemáticos, deve-se, essencialmente, à mudança qualitativa dos processos cognitivos utilizados.

A compreensão do que significa a actividade de utilização do computador passa pela consciência de que essa actividade não constitui um fenómeno isolado ou independente. Pelo contrário, está integrada numa rede de relações sociais, num contexto de comunicação. E são as práticas desenvolvidas com o computador, em determinadas situações específicas, com as interacções interpessoais subjacentes, que conferem sentido a este instrumento.

Um dos resultados do estudo de Borba (1993) reside no facto de os estudantes incorporarem o computador no seu pensamento matemático. Assim, este instrumento não é apenas algo externo que pode ser usado para fazer “as coisas mais rapidamente, mas [é usado] como uma parte “real” do pensamento do indivíduo” (p. 353). Podemos, também aqui, explicitar uma relação dialéctica, de constituição

recíproca entre os recursos (que estruturam o conhecimento do sujeito) e o sujeito (que estrutura e dá forma aos recursos usados), contestadora da tradição racionalista assente nas dualidades cartesianas (entidades assumidas como independentes e separadas, como seja o caso do corpo/mente, sujeito/objecto):

Interessa-nos o que acontece quando novos dispositivos são criados, e que novas possibilidades de inovação surgem. Existe aqui uma circularidade: o mundo determina o que nós podemos fazer e o que nós fazemos determina o nosso mundo. A criação de um novo dispositivo ou domínio sistemático pode ter um significado de longo alcance — pode criar novas maneiras de ser e de estar que não existiam e um quadro de acções que não fariam sentido anteriormente (Winograd e Flores, 1993, p. 177).

Segundo o ponto de vista de Papert (1991), a utilização de computadores na sala de aula pode contribuir para o empenhamento criativo das crianças em projectos pessoais significativos, de tal modo que as mesmas sejam colocadas “em situação de fazer Matemática em vez de somente aprender algo sobre ela.” (p. 29).

Hoyles (1992) cita exemplos de transposições didácticas do uso de computadores inseridas no currículo do Reino Unido — uso dos comandos do LOGO para explorar as distâncias e a direcção; uso da Folha de Cálculo para explorar sequências tais como 2 5 10 17 26 — ilustrativos de uma utilização que em nada difere de um ensino da Matemática, baseado no recurso do manual adoptado, que institucionaliza a prática de exercícios rotineiros, nos quais é suposto existir um único caminho para uma dada solução (previamente muito bem definido e completamente especificado), conduzindo os alunos a tentar ‘adivinhar’ as pretensões do professor. A filosofia subjacente aos micromundos contrasta com a filosofia que enquadra a incorporação dos computadores no currículo, tal como descrito atrás. Num micromundo, as crianças tomam decisões e *fazem* Matemática.

Foi Papert (1980) quem introduziu o conceito de *micromundo* como um mundo onde o pensamento matemático se desenvolveria com facilidade, através da interacção dos alunos com o *software*. Um *micromundo* comporta realidades artificiais correspondentes a um modelo teórico. Além dos objectos próprios do micromundo, sobre os quais se pode agir, é possível criar-se novos objectos, e todos eles possuem um comportamento regulado pela teoria subjacente ao modelo (Laborde, 1997). Assim, um micromundo é caracterizado pelas suas leis (regras) guiadas pelos imperativos matemáticos que determinam quais as acções possíveis, e ao mesmo tempo que constroem a actividade também a estimulam. No âmbito dos micromundos, os estudantes constroem o seu conhecimento matemático em interacção cooperativa com os seus colegas e o professor, sentindo-se interessados pela

actividade matemática e ‘donos’ das ideias matemáticas construídas em conjunto, na sala de aula (Hoyles, 1992).

Hoyles (1992) caracteriza os micromundos como ambientes onde os estudantes geram *abstracções situadas*, as quais constituem os primeiros passos na construção de generalizações matemáticas. A autora explicita o significado da designação *abstracção situada*: *situada* porque decorre das acções feitas no contexto da interacção com o computador; *abstracção* porque corresponde às reflexões dos alunos acerca das suas acções.

Ressaltando o papel fundamental do professor no desenvolvimento do saber matemático das crianças e aludindo ao constructo de *zona de desenvolvimento proximal* de Vygotsky (1978, referido por Hoyles, 1992), Hoyles (1992) salienta a importância do suporte prestado pelo professor e pelos colegas, apontando como um dos resultados empíricos de estudos conduzidos por si o facto de a emergência do conhecimento matemático se processar por intermédio de interacções sociais. Também Laborde (1997) afirma que não basta confrontar os alunos com os micromundos para que as aprendizagens ocorram efectivamente: existe a necessidade de uma organização didáctica e de intervenções de ensino.

Um micromundo como o *Cabri-Géomètre*¹ permite construir figuras geométricas, no âmbito da geometria euclidiana, manipulá-las directamente com o rato, sem que se alterem as suas propriedades e relações, desde que tenham sido construídas com o recurso à descrição explícita dessas mesmas propriedades e relações. Os objectos do micromundo, mesmo quando manipulados, apresentam uma certa autonomia relativamente ao utilizador (Laborde, 1997), que lhes advém da teoria subjacente ao modelo desse mesmo micromundo. O que é invariante numa figura ressalta da transformação dinâmica a que ela é sujeita no ecrã do computador, pondo em evidência a relação entre os objectos matemáticos. Quando se constrói uma figura, o *Cabri* vai definindo uma hierarquia entre os diversos elementos resultante do processo de construção escolhido pelo utilizador.

Noss, Hoyles, Healy, e Hoelzl (1994) apontam como um dos resultados do seu estudo o facto de os estudantes, em situações de utilização do *Cabri*, possuírem aversão em construir objectos que não serão contemplados na construção final, com a única função de servirem de *meios* para viabilizar um produto final, revelando dificuldade em fazê-lo por sua própria iniciativa.

Os autores distinguem os propósitos práticos (empíricos) dos propósitos matemáticos (teóricos) que poderão existir na actividade dos alunos de resolução de uma dada tarefa matemática quando aqueles concretizam uma tarefa, por exemplo, apontando para uma posição aproximada do objecto (sabendo em termos práticos

qual a sua localização) ou quando sentem necessidade de usar a circunferência como um utensílio matemático, abstraído, tácita e previamente, as suas propriedades e o seu papel desempenhado na construção em causa (o que não parece ser nada óbvio para os alunos, de acordo com os resultados do estudo conduzido pelos autores).

Noss *et al.* (1994) referem que a utilização consciente e explícita das propriedades de um dado objecto implicaria que os alunos passassem a encará-lo não como um objecto mas como um utensílio, o que parece tornar-se particularmente difícil num programa que explicita e foca a atenção dos estudantes na construção de objectos. De acordo com os autores, a construção geométrica torna-se “um objecto de estudo, e um instrumento para compreender as relações geométricas, os teoremas e as abstracções.” (p. 365). Noss *et al.* (1994) concluem que tem de se encontrar o modo como explorar as características específicas do *Cabri* — quando os alunos lidam com os objectos matemáticos formais de uma forma informal — na negociação de processos de resolução que, partindo das abordagens feitas pelos estudantes, lhes possibilite fazer construções mais robustas e permanentes pela descrição explícita das figuras geométricas.

Pelo facto de o desenho sofrer transformações dinâmicas no *Cabri-Géomètre*, mantendo inalteráveis os próprios constrangimentos impostos na construção desse desenho, é que se pode considerar que os sucessivos desenhos modificados continuamente no ecrã representam diversos exemplos da mesma figura geométrica. Mais, as suas propriedades invariantes são salientadas pela visualização das suas diferentes aparências. Por esse motivo, Laborde (1997) confere a estas construções em computador um estatuto próximo do conceito de figura geométrica, diferente do estatuto das construções estáticas, feitas em papel com o recurso a instrumentos como o lápis, régua e compasso. Esta autora enfatiza a importância da possibilidade, no *Cabri*, de fazer múltiplas experimentações sobre o desenho representado no ecrã — retirar um elemento, medir, verificar relações geométricas, observar as modificações do desenho (o que varia e o que não varia). Laborde (1997) salienta o facto de estas experimentações, além de serem potencialmente mais numerosas, terem uma natureza diferente das experimentações feitas com o recurso a papel, lápis, compasso, uma vez que o comportamento do desenho no ecrã do computador é regulado pela teoria geométrica subjacente ao modelo do micromundo do *Cabri*, assumindo alguma independência relativamente à vontade do utilizador.

Mesmo que as propriedades das figuras geométricas não sejam definidas de início, elas podem ser intuídas pelos alunos, através de conjecturas, e descobertas indutivamente por experimentação, e pela verificação de todos os casos em que se mantêm invariantes (Junqueira, 1995). Nos micromundos do tipo do *Cabri*, “além

de uma densidade de fenómenos observáveis — teoremas potenciais — parece que as ocorrências mais salientes ... se encontram correlacionadas com bons, investigáveis e solúveis problemas.” (DiSessa, 1987, p. 65, citado em Hoyles, 1992, p. 172). Segundo Veloso (1995), o tipo de actividades que melhor se adequa a este *software* são as explorações e as investigações: “*a procura do que permanece constante, no meio de tudo o que varia*” (p. 58).

Em suma, o *Cabri-Géomètre* promove uma aprendizagem dinâmica da geometria, e possibilita de uma forma eficaz a interacção com o utilizador. De acordo com Veloso (1995), este tipo de *software* conduz à necessidade de demonstração — no sentido de compreensão da razão por que é verdadeira uma dada afirmação — das descobertas que os alunos forem fazendo, sendo por este motivo “particularmente apropriado para apoiar um ensino renovado da geometria.” (p. 58).

Hanna (1996) considera que a prova, quando utilizada na sala de aula de Matemática, constitui um “argumento transparente” ao apresentar claramente todas as regras de raciocínio e, no sentido em que estabelece uma validade proveniente de si própria e não de uma autoridade externa, é intrinsecamente “anti-autoritária”. Ela está aberta ao criticismo e “transmite aos estudantes a mensagem de que eles podem raciocinar por si próprios, de que eles *não* precisam de se submeter à autoridade” (p. 31). Penso que, numa sala de aula, a prova não assume sempre esta natureza anti-autoritária, tal como considerado por Hanna (1996), uma vez que a sua natureza irá depender do contexto situacional e do modo como for explorada, podendo, portanto, em certas situações, ficar subalternizada à autoridade do professor.

Yackel e Cobb (1994, referidos por Garnica, 1996) defendem que as provas desenvolvidas em contexto de sala de aula devem ser essencialmente explicativas, e que deverão decorrer da prática de argumentação, de comunicação (oral e/ou escrita) das diferentes ideias dos alunos, e de partilha, por intermédio de interacções sociais, de diferentes métodos encontrados na resolução de um problema ou de diferentes caminhos percorridos pelos alunos na procura de uma solução. Também Hanna (1996) defende a utilização da prova, na sala de aula, como um instrumento crucial de justificação matemática. Esta autora considera necessário familiarizar os estudantes com a argumentação matemática estandardizada para que os mesmos possam produzir com sucesso argumentos válidos na justificação das suas conjecturas e afirmações matemáticas.

Concluindo, lembremos que entre as orientações curriculares para o ensino da Matemática inclui-se a utilização da tecnologia, nomeadamente dos computadores. Esta tendência actual curricular surge na sequência da convicção de que a utilização dos computadores na sala de aula de Matemática poderá contribuir para a concretização

de alguns dos objectivos da educação matemática (APM, 1988).

A introdução dos computadores nas aulas de Matemática irá afectar o currículo de diferentes modos. Em particular, há implicações:

- nos conteúdos, nos métodos utilizados pelos professores, e nas atitudes dos alunos face à Matemática;
- na importância relativa dos diferentes assuntos no currículo de Matemática;
- na ordem pela qual os conceitos matemáticos são introduzidos;
- no modo como os conceitos matemáticos são apresentados e abordados;
- na medida em que o currículo de Matemática é integrado com o currículo de outras disciplinas;
- na organização do currículo;
- no modo como é feita a avaliação em Matemática (Ball *et al.*, 1991, pp. 96-97).

Assim, a utilização dos computadores na educação matemática deverá ser acompanhada de um foco de atenção nos significados matemáticos através de actividades exploratórias e de investigação que promovam o desenvolvimento do pensamento matemático e a formação integral do indivíduo enquanto elemento integrante e interveniente na sociedade. Sendo o computador, um recurso mediador da actividade e a aprendizagem, uma característica da actividade, devo salientar ainda a importância do papel das interacções sociais na aprendizagem da Matemática uma vez que é através delas que se negocia processos de raciocínio, que se argumenta, que se constrói o conhecimento matemático, reforçando uma vez mais a ideia do sistema cognitivo como sistema social que se estende pela actividade, pelas pessoas em acção e em interacção e pelos recursos mediadores da actividade.

Opção metodológica feita no estudo

Caracterização da metodologia adoptada

Uma vez que o objectivo central do estudo era analisar a construção, por parte dos alunos, do significado matemático, tentando alcançar uma compreensão profunda da natureza da actividade matemática mediada pela utilização do computador, optei por uma metodologia de natureza qualitativa, por considerar tratar-se de uma abordagem adequada à problemática em questão. A própria perspectiva teórica assumida no estudo aponta, de igual forma, para uma abordagem interpretativa, dado que esta abordagem não se confronta com a procura de relações causais.

Com efeito, tal como Denzin e Lincoln (1984) referem, o que distingue,

essencialmente, a investigação quantitativa da qualitativa é o facto de a primeira realçar a medida e a análise das relações causais entre variáveis, ao contrário da segunda que enfatiza os processos e significados. Da mesma forma, Bogdan e Biklen (1994) sublinham o facto de a investigação qualitativa privilegiar a compreensão de fenómenos a partir das perspectivas dos participantes no estudo. Daí, a opção por uma metodologia qualitativa, uma vez que a investigação que desenvolvi focava os processos de aprendizagem e os significados dos alunos, e não pretendia estabelecer qualquer relação de causa-efeito. Segundo Merriam (1991), o que se pretende, fundamentalmente, numa investigação qualitativa, é a descrição e a explicação de um dado fenómeno, e não a predição do comportamento humano, baseada em relações causais.

Por outro lado, dentro do paradigma positivista que caracteriza a investigação de tipo quantitativo, há necessidade de isolar as variáveis a estudar e a medir. Contudo, no âmbito do objecto deste estudo, só se torna possível captar a complexidade do fenómeno de aprendizagem, inseparável do contexto educativo, se estudarmos todas as suas componentes — a natureza dos significados construídos pelos alunos na sua actividade matemática, a utilização do computador, e as interacções sociais — de uma forma holística, relacionando-as intrinsecamente, de tal forma que, ao atendermos a uma das dimensões consideradas, tenhamos simultaneamente em conta, a influência recíproca das outras. Esta perspectiva de investigação, em que as componentes do fenómeno não podem ser estudadas isoladamente é, precisamente, atingida através de métodos qualitativos (Merriam, 1991).

Assumo neste estudo determinados pressupostos que caracterizam o paradigma interpretativo, nomeadamente os de natureza ontológica, epistemológica e metodológica. No que se refere à ontologia, ou seja, à natureza do ser humano e da realidade, assumo que não existe uma realidade objectiva, independente do pensamento e da actividade cognitiva dos indivíduos, uma vez que a realidade é construída socialmente e é mediada pela interpretação. No que diz respeito à epistemologia, isto é, à relação entre o investigador e o objecto de estudo, assumo que este é co-definido por si próprio e pelo investigador: não existem dados objectivos mas sim única e simplesmente interpretações. O investigador apenas pode oferecer interpretações das interpretações dos outros (Smith e Heshusius, 1986). E por último, no que concerne à metodologia, ou seja, ao modo como podemos obter conhecimento acerca do mundo, assumo que, uma vez que o mundo é subjectivo, função da interacção pessoal, então o mesmo apenas poderá ser interpretado e explicado (nas suas relações dialécticas entre os seus elementos mutuamente constitutivos), em vez de medido (Merriam, 1991).

O fenómeno é pois compreendido, a partir das perspectivas dos participantes no mesmo, através do envolvimento do investigador nas situações a estudar, pela participação nas actividades em ocorrência, no respectivo contexto natural, com o propósito de ficar imerso no próprio fenómeno (Bogdan e Biklen, 1994; Denzin e Lincoln, 1984; Firestone, 1987). O interesse fundamental do investigador qualitativo é, portanto, compreender os significados dos participantes no estudo (e das suas acções), captando e interpretando, de forma adequada, as suas perspectivas. As experiências vividas pelos participantes são tomadas em consideração, pelo investigador, do ponto de vista desses mesmos participantes. O significado é encarado como uma construção social, na medida em que é construído através das interacções com os outros e através da experiência: o significado é algo que é atribuído; não são os objectos ou as situações que têm um significado próprio (Bogdan e Biklen, 1994).

Optei por um modelo que estabelece pontos de contacto com o modelo etnográfico, uma vez que pretendia uma descrição e uma reconstituição analítica do cenário educativo e das práticas escolares, sob o ponto de vista cultural. A actividade matemática escolar dos alunos constitui, assim, a unidade de análise, pretendendo-se a sua caracterização tal como ela é organizada e estruturada.

A utilização do método de observação participante, em que o investigador vive a prática de uma dada comunidade, é uma das características dos estudos de tipo etnográfico: “o investigador deve estar envolvido na actividade como um *insider* e ser capaz de reflectir sobre ela como um *outsider*” (Eisenhart, 1988, pp. 103-4, citado em Ponte, 1994, p. 9). Será a reflexão sobre o fenómeno como um de fora que permitirá tornar visíveis os padrões das acções do dia-a-dia, documentados sistematicamente. Erickson (1986) chama a atenção para a invisibilidade da *vida diária*, dada a sua familiaridade e as suas contradições (nem sempre enfrentadas), e cita o antropólogo Clyde Kluckhohn, para melhor ilustrar este ponto de vista: “O peixe será a última criatura a descobrir a água” (p. 121). De acordo com aquele autor, é extremamente importante problematizar o lugar-comum, nomeadamente nas investigações educacionais.

A recolha de dados

Optei, no presente estudo, por uma observação participante e naturalista do desempenho dos alunos sob condições habituais de trabalho por permitir ter acesso aos comportamentos e aos acontecimentos no próprio momento em que se produzem. Ao assumir o papel de observadora participante, não manipulei as actividades para os fins da investigação, uma vez que pretendia que aquelas ocorressem da forma mais natural possível, de acordo com a planificação estabelecida pela professora de

Matemática da turma, e sem qualquer tipo de intervenção experimental. Todas as tarefas propostas nas aulas foram, pois, da responsabilidade da professora, não tendo existido, neste aspecto, qualquer intervenção da minha parte. Nas aulas observadas, assumi um duplo papel — de investigadora e simultaneamente de professora — circulando pelos diversos grupos e interagindo com os alunos, tal como a professora participante no estudo.

Observei, durante um mês, todas as aulas de Matemática de uma turma do 8º ano de uma escola básica de 2º e 3º ciclos dedicadas ao estudo da unidade didáctica *Lugares Geométricos*, o qual se inseria no projecto de Área-Escola da turma e contemplava a utilização do *Cabri* na maior parte das aulas. Logo após as aulas, eu redigia as notas de campo referentes às observações que tinha feito.

A professora participante no estudo, sendo do meu conhecimento íntimo, ofereceu-se para colaborar na investigação ao saber da minha necessidade de encontrar professores disponíveis para o efeito e a trabalhar de uma forma continuada com os computadores nas aulas de Matemática com os alunos, uma vez que a mesma já tinha planificado recorrer à utilização do *Cabri* no estudo da referida unidade didáctica no âmbito do projecto de Área-Escola de uma das suas turmas.

A turma era composta por 24 alunos e estava organizada em grupos de quatro alunos. Estes grupos foram formados no início do ano lectivo e mantiveram-se durante todo o ano. A composição dos grupos foi escolhida pelos alunos, respeitando a única condição imposta pela professora: a de serem grupos mistos, ou seja, com elementos de ambos os sexos. Todas as aulas de Matemática, em todo o ano lectivo, decorriam em trabalho de grupo, existindo, porém, nalgumas delas, momentos colectivos em que a professora se dirigia a toda a turma, ou em que se fazia o confronto do trabalho realizado pelos grupos. Nas aulas que funcionaram na sala dos computadores, os grupos que estavam a utilizar o computador subdividiam-se em grupos de dois alunos, de modo a permitir uma maior participação por parte dos mesmos. Refira-se ainda que era a primeira vez que os alunos trabalhavam com o *Cabri*.

Da necessidade de fazer uma observação, em profundidade, que desse conta do fenómeno, tal como ele ocorre, seguindo o respectivo processo (Merriam, 1991), decorreu a opção de proceder a registos vídeo da actividade matemática dos alunos, por forma, a captar, integralmente, todos os pormenores das suas actividades e interacções, e poder ver e rever (tantas vezes quantas as necessárias) os mesmos após a ocorrência dos acontecimentos na sala de aula. Estes registos assumiram grande importância na análise de dados do presente estudo uma vez que captaram pormenores importantes da actividade matemática dos alunos e das suas interacções

verbais e não-verbais que escaparam à minha observação directa (tanto mais que circulei igualmente por todos os grupos de trabalho para permitir que as suas interacções se desenvolvessem, de forma espontânea, sem a presença constante de uma professora) e que foram posteriormente dissecados e analisados.

Feita a opção de proceder a registos vídeo, tive necessidade de seleccionar um grupo de alunos que fosse alvo dos mesmos. O grupo seleccionado — de quatro elementos, dois do sexo masculino e dois do sexo feminino — foi indicado pela professora como o que melhor satisfazia o meu critério de selecção: grupo de alunos onde fossem habituais a discussão e a frequência de interacções verbais. Ser-me-ia mais fácil tentar perceber e analisar o pensamento dos alunos e a sua construção de significados se esse mesmo pensamento fosse, pelo menos, em parte, traduzido em palavras, e da forma mais natural possível, para que se evitasse a situação de o investigador ter de incitar os alunos a ‘pensar em voz alta’.

Os subgrupos formados no grupo de alunos seleccionado tinham a seguinte composição (escolhida por eles): um era formado por dois elementos do sexo masculino e o outro era formado por dois elementos do sexo feminino. Por esse motivo, e para efeitos de apresentação de resultados, os subgrupos são designados por *subgrupo das rapazes* e por *subgrupo das raparigas*. Não existiu, contudo, qualquer intenção da minha parte de os comparar relativamente ao facto de os seus membros serem do sexo masculino ou do sexo feminino. De igual forma, a semelhança que estes dois subgrupos apresentam no que respeita às relações de poder não foi procurada intencionalmente por mim; pelo contrário, foi algo que emergiu da análise de dados.

Coloquei uma câmara de vídeo, a que estava ligado um microfone, junto do grupo seleccionado nas aulas em que os seus elementos trabalharam em grupo de quatro, e duas câmaras com os respectivos microfones junto dos subgrupos quando os mesmos utilizavam os computadores.

Foram utilizados, na presente investigação, essencialmente, três métodos de recolha de dados: a observação participante, entrevistas semiestruturadas aos 4 alunos do grupo alvo de registo vídeo, e documentos.

Os documentos incluíram: (a) os registos em vídeo da actividade dos quatro alunos do grupo seleccionado, na sala de aula, e respectivas interacções com a professora; (b) os registos em vídeo das entrevistas; (c) os trabalhos dos alunos realizados no período da recolha de dados; (d) o dossier de turma; e (e) o dossier do projecto de Área-Escola.

A análise de dados

A análise de dados foi sendo feita por fases sucessivas, num processo de interacção entre a dedução e a indução, num processo de interacção entre a análise teórica e os dados recolhidos. Com efeito, é a teoria que orienta os processos de recolha e análise de dados, e por sua vez, são os dados empíricos que ajudam a entender a teoria, e a dar uma resposta às questões impulsionadoras do estudo.

Os significados constituintes dos dados são construídos com relação às questões que norteiam a investigação e aos conceitos teóricos. A análise dos aspectos particulares empíricos, ao ser integrada na prática da investigação, dá sentido à teoria, que ocupa, assim, um lugar primacial. Tal como é referido por Matos, Santos, Carreira e Amorim (1995), os estudos de natureza qualitativa colocam a ênfase nas descrições teóricas. Estas “descrições não são teorias mas ao mesmo tempo são teóricas na medida em que são construídas com base em conceitos e teorias” (p. 165).

Segundo Winegar e Valsiner (1992, referidos por Matos *et al.*, 1995), a forma de concretizar uma via interpretativa, com progressão do conhecimento do fenómeno, consiste em explicitar as ligações existentes entre os diferentes níveis da prática da investigação — a meta-teoria², a teoria, a metodologia, os dados e o fenómeno — mantendo-os distintos, para que não exista fusão entre eles, e simultaneamente, mantendo-os relacionados, para que não exista autonomia entre os mesmos. Para estes autores, a metodologia tem um sentido mais amplo do que o habitual. Não se relaciona unicamente com os métodos de recolha e análise de dados, mas sim com os métodos de investigação com consideração explícita de todos os seus níveis.

A primeira fase da análise de dados acompanhou o trabalho de campo, tendo sido, ainda, pouco consistente e pouco sistematizada. Durante a recolha de dados, dei início à tarefa de realizar as transcrições. A segunda fase coincidiu com o acto de transcrever, em definitivo, os episódios videogravados, o que ocorreu após a recolha de dados. Foi nesta fase que a análise ganhou profundidade, e que os dados começaram a ser organizados por categorias, resultantes dedutivamente, quer das questões do estudo, quer dos conceitos fortes teóricos, e simultaneamente, emergentes indutivamente, dos próprios dados. A teoria ajudou a entender e a construir os dados e a recolha empírica ajudou a entender os conceitos teóricos. A terceira fase de análise caracterizou-se por um trabalho de síntese e conduziu à criação de relações entre as várias categorias na procura da compreensão global do fenómeno em estudo.

Apresentação de alguns resultados

Caracterização dos padrões de interação

Tornou-se de primordial importância observar e encontrar padrões de interação entre os alunos, pois podemos detectar relações entre os mesmos e o processo de aprendizagem da Matemática. Os padrões de interação entre os alunos do grupo alvo do registo vídeo foram progressivamente caracterizados, quer através da análise dos seus diálogos quer através da observação das suas práticas e do modo como se relacionavam com o computador (com o rato em particular).

Começarei por caracterizar os padrões de interação entre a professora e os alunos, e seguidamente os padrões de interação existentes nos dois subgrupos constituintes do grupo seleccionado, bem como neste último. Em termos de relações de poder no interior dos mesmos, os dois subgrupos têm características semelhantes: ambos têm um elemento com um poder superior no grupo (sendo considerado institucionalmente com bom aproveitamento escolar) e ambos se caracterizam por uma grande frequência de interações verbais e por uma forte amizade entre os seus elementos.

Professora. O discurso da professora tinha uma natureza dialógica e persuasiva, e mesmo quando este apresentava uma estrutura condutora baseada em perguntas, verificava-se que a professora evitava sempre proferir, adiantadamente, afirmações matemáticas com as ideias que pretendia que fossem os alunos a elaborar a partir do trabalho exploratório realizado em grupo.

Por exemplo, durante a resolução do Problema do Campismo, enquanto o João traçava as mediatrizes, a professora indagou junto do grupo se eles já tinham uma ideia onde ficaria a tenda (correspondente à localização do circuncentro) ou se só saberiam depois de traçar as mediatrizes, ao que a Ana respondeu: “Acho que é depois das mediatrizes.”. Em seguida, a Ana sugeriu uma possível localização para a tenda:

A- Ó stora, (soergue-se para alcançar o trabalho que estava na posse do João e aponta para um ponto específico da folha) deve-se situar mais ou menos práqui [sic] assim.

P- Haa... Prái [sic] assim... Mas não me sabes dizer assim... sem ser um ponto na folha... (bate levemente na mesa com os dedos) Não é? Sem ser um ponto daquele plano (imperceptível).

A- É um ponto da circunferência também.

P- Achas?

A- Acho. Vai-se situar num ponto da circunferência.

Neste momento, a professora não está a ser captada pela imagem do registo vídeo, mas parece dizer algo imperceptível ao mesmo tempo que a Ana.

C- *(com um tom discordante)* Então fazemos a circunferência *(desenha-a com o dedo e depois aponta para o centro imaginário)* e depois... *(olha em frente, parecendo ouvir a professora dizer algo, que é imperceptível; pausa; ouve-se a voz e o riso da professora longe do grupo)* Fazemos a circunferência e depois marcamos o ponto? *(volta a desenhar a circunferência com o dedo em cima da mesa e a apontar no final para o centro)*

A professora tentava averiguar se os alunos já tinham identificado a localização da tenda com a localização do circuncentro, explorado na Actividade 5, na mesma aula. O que é de salientar neste pequeno excerto é o facto de a professora não ter contestado a afirmação da Ana “É um ponto da circunferência também.” A sua pergunta “Achas?” mostra que o que é mais valorizado por si é a possibilidade de serem os alunos a construir as suas próprias ideias matemáticas, neste caso, relativas à localização da tenda, ou seja, do circuncentro, através da sua actividade matemática. Portanto, a professora mostra aqui uma prática associada a uma crença sua de não existir interesse em negar, pura e simplesmente, a Ana, contrapondo a sua própria ideia, uma vez que fazê-lo seria antecipar o trabalho do grupo e até anular, à partida, toda a discussão que pudesse existir depois no seio do grupo. Ou seja, ela retira parte do poder decisório do saber matemático da sua figura de professora para o remeter para os alunos, fomentando a validação compartilhada das ideias matemáticas, através do envolvimento dos alunos na actividade matemática, por forma a que esta seja significativa para os mesmos. Este aspecto encontra-se também evidenciado no modo como, por exemplo, a professora organizou a actividade relacionada com o Problema de Almourol: depois de escreverem condições matemáticas, ensaiando-as na folha de papel impressa com o esquema representativo das muralhas do Castelo de Almourol, feito pela professora com o *Cabri*, poderiam deslocar-se até à sala de computadores, para verificar, com o *Cabri*, se as referidas condições estariam correctas e se permitiriam a procura do tesouro no espaço pensado pelos alunos, ou até para especificar melhor as condições pretendidas, por intermédio de experimentação feita no computador. Mais uma vez, a professora pretendia fomentar a autonomia dos alunos, bem como a co-responsabilização e a co-autoria na validação do trabalho efectuado.

Poderá ter algum interesse analisar ainda as repercussões no grupo da sua pergunta “Achas?” relativa à resolução do Problema do Campismo. A Ana parece não ter vislumbrado na mesma qualquer sombra de contestação uma vez que ainda se torna mais afirmativa, revelando uma grande serenidade e certeza na sua resposta:” Acho. Vai-se situar num ponto da circunferência.” Quem parece ter

adivinhado algum tom contestatório na pergunta da professora é a Carla que, ao contrário do que é usual, tomou agora uma nova força e ousou discordar da Ana, como se fosse o poder da voz da professora que lhe estivesse a dar suporte e apoio. Pelo gesto com que acompanhou a sua afirmação “Fazemos a circunferência e depois marcamos o ponto?” ao assinalar o centro da circunferência depois de a desenhar na mesa com o dedo, existe alguma evidência de a sua discórdia residir na assunção de o ponto correspondente à localização da tenda constituir o centro e não um ponto da circunferência. Por outro lado, a sua interrogação levanta dúvidas sobre a forma de obter o centro: traçar a circunferência e só depois o centro? A demissão da professora em adiantar o que ela esperaria que emergisse do trabalho dos alunos acabou por suscitar, portanto, um confronto de ideias entre a Ana e a Carla.

As questões que colocava aos alunos (fossem elas as das fichas de trabalho ou as proferidas oralmente na sala de aula) suscitava nos mesmos a necessidade de fundamentar e justificar as suas ideias, como se existisse sempre, nelas, implicitamente, um ‘porquê’ que se tinha de esclarecer na procura da razão subjacente, fosse ela empírica ou teórica.

Notou-se, nas aulas observadas, que a professora se preocupava em compreender a actividade matemática desenvolvida pelos alunos bem como o seu pensamento relacionado com a mesma, chegando a assumir um papel de parceria com os alunos, na procura de possíveis caminhos. Este aspecto ficou evidenciado sobretudo na primeira aula dedicada à construção do Problema de Almourol dada a natureza aberta desta actividade que pressupunha que fossem os alunos a inventar o enunciado do problema, imaginando pistas para a procura de um tesouro hipoteticamente escondido no Castelo de Almourol, através de condições matemáticas escritas por eles e baseadas no estudo dos Lugares Geométricos. Numa das vezes que a professora foi solicitada pelo grupo, ela incitou o João a explicar o seu raciocínio — “Faz lá, faz lá. (...) Só que eu assim também não ajudo que eu não sei o que é que vocês estão a pensar. Têm que contar. Conta lá.” —, tomando uma atitude de, não só considerar as ideias dos alunos, mas também de pensar com eles em condições que limitassem ainda mais o espaço de procura, dando, inclusivamente, sugestões nesse sentido.

Os alunos chamavam a *professora*, fosse ela de facto a própria professora, ou a investigadora, todas as vezes que sentiam necessidade de ajuda na interpretação das questões e de confirmação da correcção do trabalho realizado, ou das ideias conducentes à concretização das acções seguintes.

A *professora* é, deste modo, alguém em quem depositam confiança no seu saber e a quem reconhecem uma autoridade natural de legitimação do trabalho realizado, ou das ideias em curso.

Os resultados sugerem, portanto, a simultaneidade, na sala de aula, da função unívoca (ligada a um discurso autoritário, sem interacção com outras vozes) e da função dialógica (ligada a um discurso persuasivo, com interacção com outras vozes) (Wertsch, 1991). Estas duas funções parecem não colidir uma com a outra, apesar de constituírem pólos de um contínuo. Fundamentalmente, encontramos a função dialógica na interacção social entre a professora e os alunos: múltiplas vozes se interanimam, gerando continuamente novos significados, e diferentes interpretações. Tal facto não invalida que a confiança que os alunos depositam no saber da professora se não transforme numa aceitação das suas afirmações que, no conjunto, se caracterizam pela sua indivisibilidade, dado que, se é verdade que elas se impõem pelo seu poder persuasivo interno (associado à função dialógica), não o é menos afirmar que as mesmas também se impõem pelo seu poder de autoridade institucional (daí o seu carácter indivisível que faz com que sejam aceites na globalidade pois o que está em causa não é a aceitação ou a rejeição de uma asserção entre outras, mas sim a aceitação ou a rejeição da autoridade que lhe está associada).

Desde que sentissem confiança no seu trabalho, os alunos prosseguiram-no, de forma independente, sem precisar de chamar ninguém. Só nas situações de dúvida e de insegurança, ocorridas durante o processo de desenvolvimento das actividades, é que requeriam a legitimação da *professora*, ou a sua ajuda para desbloquear alguma situação. A confirmação da correcção do trabalho era também procurada junto dos colegas, embora com menos frequência relativamente à professora. Quando concluíam o trabalho, sentiam-se confiantes no que respeita à sua correcção, e, pura e simplesmente, comunicavam o facto à professora, sem precisar de receber dela qualquer tipo de aval do género “Isto está certo, ou isto está errado”. Sentiam-se confortáveis com os resultados do seu trabalho.

Estes elementos sugerem que a legitimação do trabalho pode ser dada pelos colegas, mas fundamentalmente é dada pela *professora* ao longo do processo de desenvolvimento da actividade matemática. A conclusão do trabalho está associada a uma confiança intrínseca no mesmo e dispensa a legitimação da *professora*.

Subgrupo dos rapazes. O Tiago, aluno com vários anos de retenção, tem um alto conceito a respeito do João. Na entrevista, referiu-se-lhe como o “crânio da turma”, por ser “mais inteligente, um bocadinho mais que os outros”.

T- Quando a gente tem alguma dúvida, ele... não... não é preciso a gente pedir-lhe. Ele vê que a gente não tamos [*sic*] a elaborar bem e dá-nos sempre uma ajuda. É por isso que dá sempre maior força a trabalhar no grupo. É por causa disso. (...) Quando tenho dúvidas, ele ajuda sempre.

Por sua vez, o João, na entrevista, nunca se colocou numa posição superior à do Tiago. Pelo contrário, tratou-o como um igual, dizendo que, no grupo, ajudavam-se mutuamente.

J- Ele também, às vezes, sabe e eu não... e eu não sei. (...) Ele, às vezes, também me ajuda. (...) Agora, quando foi isto das equações, houve uma parte em que eu não tava [*sic*] a conseguir perceber. (...) Ele, se calhar, não sabia também quase nada, mas já sabia aquela. (...) Sabia tanto como ele, agora. Depois, os dois juntos, é que começámos a perceber melhor.

Nas aulas observadas, eles interagem bastante um com o outro. Desempenham papéis nitidamente diferenciados. É o João que conduz e orienta as actividades. É ele também que responde, por escrito, às questões das fichas de trabalho, sozinho, sem as discutir com o Tiago. Mesmo quando o Tiago mostra vontade em dar início ao trabalho no computador, com a mão no rato, é ao João que pergunta: “Vai-se aonde?” para receber dele instruções precisas acerca dos menus a optar e dos itens a seleccionar. Porém, o Tiago não se limita a acatar ordens e a executar instruções. Tenta compreender, e questiona o João frequentemente, entrando em contradição com ele. Afirma as suas ideias duas ou três vezes, e perante as respostas do João, ele parece ficar conformado, ou convencido. Aliás, as respostas do João assumem o carácter de um esclarecimento rápido, a que o João confere pouca importância. Não se vê nele uma necessidade de argumentar com o colega ou de pretender sequer convencê-lo. Em termos de execução do trabalho, são sempre as ideias do João que vingam.

Quando o João compreende um dado assunto, fica com uma confiança inabalável no seu trabalho, e desse modo, não necessita da legitimação da professora ou colegas, e as questões que possam ser colocadas pelo Tiago não fazem a mínima ‘beliscadura’ na certeza das suas ideias. Mas se, pelo contrário, sente dúvidas, as questões que o Tiago coloca surtem nele um efeito de ampliação dessas mesmas dúvidas. É nessa altura que sente necessidade de recorrer à *professora*³. Nunca, em momento algum, superou as dúvidas através da discussão com o Tiago. E nunca, o Tiago confrontou, com a *professora*, as suas ideias contraditórias às do João. Assim, o acto de chamar a *professora* é, quase sempre, ideia do João. Contudo, em vez de verbalizá-lo logo de imediato, manda, muitas vezes, o Tiago fazê-lo: “Pergunta lá à stora.”; “Pergunta à stora se deste tamanho é bom”. E só depois é que, efectivamente, ambos a chamam. Quando a *professora* já está perto, é o João, então, que usualmente coloca a questão que ainda não entende bem, ou confirma com ela se algo está certo.

Um dos elementos ricos em leitura do padrão de interacção social existente entre

os dois rapazes consiste na posse do rato. A situação de supremacia do João relativamente ao Tiago também aqui se manifesta. Sempre que o João necessita de pensar sobre um determinado aspecto do trabalho, a acção é simultânea ao seu pensamento, e o acto de pegar no rato e actuar no trabalho, no ecrã, surge quase como algo ‘natural’, ou até ‘instintivo’, como se o rato constituísse um prolongamento do seu pensamento, sem o qual lhe fosse impossível raciocinar acerca da situação. Não constitui, portanto, uma acção reflectida nem premeditada. Esta dominância nem sempre significa posse do rato numa maior extensão de tempo, significa primazia na sua posse pois o João apodera-se do rato sempre que sente necessidade de o fazer, sem que tenha de dar, ao Tiago, qualquer satisfação. Numa dessas ocasiões, a sua mão tocou no pulso do Tiago, incitando-o a largar o rato. O Tiago, por várias vezes, disputa o rato, pedindo ao João que o deixe fazer. Também o João pede ao Tiago a posse do rato, mas apenas nas situações banais que não são cruciais ao seu raciocínio. Deste modo, o João apenas dispensa a posse do rato nas situações que não lhe oferecem qualquer dúvida, o que parece ser aceite tacitamente pelo Tiago.

Subgrupo das raparigas. A Ana e a Carla são amigas desde o início da escolaridade, sendo companheiras de turma desde o 1º ano do 1º Ciclo. São marcadamente diferenciados os papéis que desempenham neste pequeno grupo. O desenvolvimento das actividades passa sempre pela iniciativa e pela condução das mesmas por parte da Ana. É ela que possui sempre o rato e é ela que dita as respostas que a Carla há-de escrever na ficha de trabalho. Aparentemente, a Carla limita-se a escrever as respostas pensadas pela Ana. São papéis claramente assumidos por ambas. E dá a ideia que se sentem confortáveis com os mesmos. Os posicionamentos que ocupam no grupo são bastante estáveis, talvez devido à sua relação tão antiga que teria, possivelmente, desenvolvido entre elas um amadurecimento relacional afectivo, com posições bem demarcadas.

Essa estabilidade confere ao grupo um ambiente de tranquilidade e de equilíbrio. Não há evidência de existência, ao longo das aulas observadas, de alterações do tipo de interacção entre ambas, ou de conflito respeitante à divisão de tarefas. Por exemplo, nunca a Carla tentou apoderar-se do rato, nem nunca a Ana tentou escrever na ficha de trabalho. A este propósito, a Carla justifica, na entrevista, o facto de preferir escrever: “Porque era sempre as medidas, e então eu não sei fazer aquilo. Deixava para a Ana fazer, e eu escrevia. Gosto mais de escrever.”

A Carla revela um grau menor de participação na realização das tarefas propostas pela professora. Parece alhear-se ou desinteressar-se das questões suscitadas pelas fichas de trabalho. As mesmas não são, de uma forma geral, discutidas no grupo. São questões debatidas pela Ana consigo própria e/ou com a *professora*. Por exemplo, a

uma dada altura da realização da Actividade 3, a Ana lê para a Carla a questão 2 “Assinala três pontos...” e a Carla aponta com a caneta para o meio do ecrã. Quando a Ana acaba de ler, a Carla diz “Já sei.”, mas a Ana nem a ouve e ignorando a intervenção da sua companheira, chama logo a investigadora: “Stora, como é que a gente mete os outros três pontos?”. A Carla acabou por nunca expressar qual era a sua ideia quando afirmava que já sabia, e pouco interveio nas interacções verbais seguintes estabelecidas com a investigadora. Aliás, é o que usualmente acontece com a Carla quando a mesma se encontra na presença da *professora*: demitir-se de emitir as suas ideias ou de colocar dúvidas. Porém, e apesar do seu grau menor de participação, a Carla acompanha sempre o trabalho com alguma concentração, ou escrevendo, ou seguindo o trabalho da Ana, no ecrã do computador, e por vezes, dá sugestões, faz comentários de discordância, ou de orientação acerca dos itens a seleccionar ou acerca da forma como deverão pintar o trabalho, revelando alguma envolvimento na actividade escolar. Quase nunca se vê a Carla distraída e é raro as duas alunas conversarem de outros assuntos enquanto estão a realizar a actividade proposta.

Um dos aspectos que caracteriza a Ana é a sua postura reflectiva de querer compreender bem o que faz. E a discussão em torno de questões matemáticas é, para ela, uma rotina a que dá bastante valor.

O pensamento da Ana parece ganhar em clareza pelas interacções estabelecidas entre ambas. A presença da Carla suscita na Ana interrogações e uma verbalização clara e explícita do seu pensamento. É como se a Ana encontrasse na Carla um público que lhe permite ouvir a sua própria voz, pensar em voz alta. E ao fazê-lo, clarifica as suas ideias. É o que acontece quando dita as respostas para a ficha de trabalho.

Poucas vezes a Carla discorda da Ana. E perante a resposta da companheira, fica logo convencida, ou pelo menos, não volta a fazer qualquer refutação.

A Ana assume-se como uma aluna que pensa no que faz e no que diz, capaz de se bater pelas suas ideias, e retrata a Carla como uma aluna que não reflecte acerca das questões, característica que acaba por ser assumida implicitamente pela própria Carla. Ilustrarão esta ideia pequenos excertos, retirados da transcrição da entrevista feita à Ana, e relativos à parte final, na qual se juntaram as duas jovens, a Ana e a Carla:

A- Ela disse aquilo ao calhas...! Nem sabe porque é que disse.

(...)

A- Ela às vezes amanda [*sic*] assim para o ar e acerta (*a Carla ri-se*).

I- Será? (*dirigindo-se à Carla*)

C- Mais ou menos! (*acompanhando a frase com um gesto de mãos*)

A- Mais ou menos! (*repete com uma entoação afirmativa e com o mesmo gesto de mãos*)

(...)

A- Eu acho que primeiro vou ver a lógica e só depois é que digo algo.

(...)

A- (*respondendo à eventualidade de ter uma ideia diferente das ideias partilhadas pelos colegas no grupo*) Se eu acho que estou correcta, tento provar a eles porque é que eu digo aquilo, se acho que estou erra..., e também oiço a opinião deles. Se achar que eles têm mais razão do que eu, sigo a opinião deles. Se achar que eu tenho mais razão, continuo com a minha opinião até conseguir provar a eles.

(...)

A- (*respondendo à eventualidade de ter uma ideia diferente da ideia da professora*) Oh! Isso nem vale a pena discutir! Não é? As professoras são e sabem mais do que eu.

(...)

A- (...) Quando eu não percebo, volto a perguntar.

As ideias formadas acerca de si próprio e do outro parecem, assim, jogar um papel fundamental no padrão de interacção estabelecido, com notórias consequências na aprendizagem, no envolvimento emprestado à actividade escolar, motivado por diversos factores, entre os quais, se poderão incluir, os factores afectivos abarcando a confiança depositada em si próprio e no outro, os jogos de liderança no grupo (ou grupos), e outras dimensões do foro afectivo.

Grupo de 4. Existe uma certa simetria nas relações de poder existentes neste grupo: por um lado, o João e a Ana ocupam uma posição dominadora, e por outro, o Tiago e a Carla têm uma posição subalterna. Assim, tal como os papéis desempenhados pelo João e pela Ana se caracterizam pela sua semelhança, em termos de poder, também os papéis desempenhados pelo Tiago e pela Carla são idênticos.

A Ana expressa na entrevista o conceito que tem dos seus colegas de grupo, colocando-se a si própria e ao João num mesmo nível:

I- E dentro do grupo, quem é que tu achas que...?

A- ... me ajuda mais?

I- Sim.

A- O João.

I- E porquê?

A- Porque, haa... a Carla tá [*sic*] sempre na brincadeira e o Tiago também. Então, o João... E o João também é inteligente, tá [*sic*] sempre a dar opiniões e...

O João e a Ana lideram as acções a conduzir na realização das tarefas propostas. As suas vozes revelam-se igualmente poderosas no grupo, e têm por hábito discutir entre si as suas ideias matemáticas. A argumentação ocorrida entre o João e a Ana

acaba por provocar no grupo uma maior autonomia em relação à professora do que aquilo que é habitual nos subgrupos. Vejamos um excerto da aula dedicada à resolução do Problema do Pirata⁴, em que a Ana defende a utilização da régua para traçar a mediatriz:

A- *(põe a folha do trabalho na frente do João, enquanto o Tiago está a olhar para a câmara, concentrado no microfone)* Agora faz lá tu. Agora tem de se me... meter uma mediatriz, não é...

J- *(olhando para ela, e falando ao mesmo tempo que a Ana)* — Agora dá aí o esquadro. O esquadro.

A- O que vais fazer com o esquadro?

J- *(apontando para a folha de papel)* Haa... Para... *(imperceptível)*.

A- Ah! seu burro! Divides isto ao meio, tá [*sic*] a mediatriz feita. *(pega na régua para medir)*.

J- Ah é? *(sorri, certo de ter razão; faz sinal com a mão para chamar a professora; e depois, volta a acompanhar a medição da Ana; não se percebe o que o Tiago lhe diz mas parece estar a dar razão à Ana, na intenção de ele não chamar a professora, e por isso o João vira-se agora para ele, falando para ele, repetindo o que a Ana tinha acabado de dizer, em tom de contestação)* Então ela tá [*sic*] a dizer que divido isto ao meio e fica a mediatriz feita?!

A- Ah! Não fica?! *(com um tom bastante convencido)*.

J- *(virado para a Ana)* Fica assim... *(com a régua fixa no ponto médio do segmento, vai rodando a folha de papel para o lado direito)* fica assim... fica assim... ao meio... *(uma leve pausa)* Tem de ser noventa graus.

(...)

A- Não tenho esquadro.

Os três alunos dialogam em torno da medida correspondente à metade do segmento de recta.

A- Não pode ser assim. A mediatriz tem de ser com a régua. *(o João estava a medir com a régua para marcar o ponto médio)*.

É interessante notar que é precisamente a intervenção do Tiago a favor da Ana que faz o João desistir de chamar a professora e inflamar a sua contestação até provar empiricamente (pelo recurso à movimentação da folha de papel) a necessidade de um instrumento que garantisse a perpendicularidade da mediatriz. É como se a ‘luta’ contra dois lhe desse mais força ainda!

Enquanto que, na aula anterior, a validação teve que ser negociada com a professora, parecendo ser uma acção que os alunos, por si só, dispensariam⁵, na resolução do Problema do Pirata, ela surge naturalmente no seio do grupo (embora não haja no João a consciência de que esteja a efectuar um acto de validação) por motivo da discórdia de ideias matemáticas e consequente necessidade de argumentar e de convencer o outro. No entanto, os dados sugerem que não é apenas a discórdia

existente no grupo que motiva a validação presente na argumentação utilizada, mas também o facto de a *voz* discordante apresentar um grau elevado de poder, equivalente ao seu. Quando acontece o Tiago discordar do João, este limita-se a negar o seu colega, sem despende energia e sem qualquer preocupação em provar o que afirma. Mas no caso da Ana, por um lado, reconhece-lhe importância, e por outro, sabe que, ao contrário do Tiago, ela não se convence facilmente da veracidade de ideias diferentes das suas, e muito menos, única e exclusivamente, pelo poder da *voz* do João. Daí a ênfase colocada pelo João na sua argumentação que o leva a validar perante a Ana a sua afirmação matemática. A Ana parece ter ficado convencida quando admite a possibilidade da necessidade do esquadro, ao afirmar “Não tenho esquadro”. No entanto, momentos depois, volta a persistir com a defesa da régua: “A mediatriz tem de ser com a régua”.

A dominância da Ana no grupo é ligeiramente superior à do João. Nota-se que o Tiago confere um maior poder à *voz* da Ana do que à do João. Aconteceu, por várias vezes, o Tiago repetir as frases da Ana acabadas de proferir, numa atitude visível de reconhecimento e de credibilidade⁶. E em caso de discordância entre o João e a Ana, o Tiago dá razão à Ana. A Ana é quem, no grupo, solicita mais vezes a professora e quem entra mais frequentemente em interacção verbal com a professora, levantando questões, colocando dúvidas e respondendo às perguntas proferidas pela professora. Este elevado grau de participação oral por parte da Ana mantém-se, igualmente, no contexto comunicativo colectivo de toda a turma. Também é ela que costuma desempenhar no grupo o papel de distribuir as tarefas pelos seus diferentes elementos, o que não invalida que cada um deles não tome a iniciativa de participar no trabalho.

Podemos, portanto, considerar que todos os elementos do grupo manifestam envolvimento no trabalho, embora em diferente grau, quer através de intervenções orais quer através da execução prática da actividade. Com maior grau de envolvimento, encontramos o João e a Ana, logo seguidos do Tiago, e parece ser a Carla, o elemento do grupo, que apresenta menor grau de envolvimento no trabalho.

Síntese. Os alunos com uma *voz* mais poderosa dão explicações bastante rápidas aos seus colegas, acerca de qualquer assunto, sem qualquer pretensão de convencer ou de argumentar na defesa de um dado ponto de vista, e dada a sua autoridade reconhecida implicitamente na turma, convencem de imediato os seus companheiros de grupo. Este é um aspecto que é observado, principalmente, nas actividades desenvolvidas dentro dos subgrupos por constituírem grupos em que se verifica um grande desequilíbrio nas relações de poder decorrentes do desempenho habitual prestado pelos seus elementos em Matemática. Daí que exista pouca discussão de

ideias matemáticas entre os elementos dos subgrupos, apesar das interacções verbais serem em elevado grau. No grupo de 4, existe uma maior discussão de ideias matemáticas o que, por sua vez, contribui para uma maior autonomia relativamente à professora. A argumentação matemática está, pois, intrinsecamente ligada a uma interacção entre alunos com vozes situadas a um mesmo nível de poder. Quando um aluno *A* considera um seu colega *B* como situado num nível de compreensão inferior ao seu, aquele (*A*), à partida, não acredita na validade das ideias deste (*B*), ou sequer no facto de o aluno *B* possuir alguma ideia acerca do assunto em questão, tendendo, portanto, a recorrer de imediato à professora, em caso de dúvida, em vez de procurar debater o assunto em conjunto. O aluno *B*, por sua vez, tenderá a ver-se como os outros o vêem, e mesmo quando discorda do aluno *A* fá-lo com pouca convicção e acaba sempre por aceitar a ideia do seu colega *A*. O conceito que cada um tem de si próprio é construído socialmente, através da interacção estabelecida com os outros. Quando *A* e *C* se olham (a si próprios e a cada um deles, respectivamente) como merecedores de credibilidade, desenvolvendo uma relação com equilíbrio de poderes, na qual se manifesta uma maior autonomia em relação à professora, discutem entre si as suas ideias matemáticas, procurando fundamentar as mesmas: ambos se permitem discutir (por se sentirem num nível equivalente de poder associado a cada uma das vozes) e ambos consideram que vale a pena discutir (por cada um conferir credibilidade ao outro).

Embora Vygotsky (1995) conceba uma interacção entre aprendizagem e desenvolvimento, confere ao processo de ensino-aprendizagem um papel importante na promoção do desenvolvimento cognitivo da criança, relacionando aquele com o seu constructo de *zona de desenvolvimento proximal*, referindo que o único tipo positivo de processo de ensino-aprendizagem “é aquele que caminha à frente do desenvolvimento, servindo-lhe de guia; deve voltar-se não tanto para as funções já maduras, mas principalmente para as funções em amadurecimento.” (p. 89). Assim, o processo de ensino-aprendizagem deverá ocorrer por intermédio de actividades que visem o desenvolvimento dos indivíduos para níveis superiores de competência. Nesse processo, as interacções sociais desempenham um papel fundamental, uma vez que é através delas que os indivíduos recebem de outrém um dado suporte que os capacita a realizar tarefas promotoras de desenvolvimento.

Os resultados do presente estudo são consistentes com a teoria vygotskiana mas sugerem ainda que os alunos também progridem e aprendem em interacção social quando não recebem apoio. Assim, os estudantes progridem em múltiplas situações:

1. quando recebem um suporte dos outros:

- intencional e explícito, como é o caso do suporte dado pela professora; ou
- dado na forma de ‘explicação rápida’ sem intencionalidade de suporte, como

é o caso do suporte dado pelo João ao Tiago;

2. mesmo que não recebam qualquer tipo de suporte, os alunos que, nos subgrupos, manifestam um nível de competência superior, também progridem, por interação com os seus colegas de grupo; neste caso, aqueles alunos clarificam as suas ideias, o que pode acontecer em dois tipos de situações:

- confronto de ideias (como quando as questões colocadas pelo Tiago ampliam as dúvidas residuais do João e o faz procurar a legitimação da professora); e
- explicitação de ideias (como quando a Ana dita as respostas para a Carla as escrever: a Carla é o público que suscita uma maior clareza na Ana quando esta tem de expressar em voz alta o seu pensamento).

A negociação do significado matemático

Encontramos nos dados analisados evidência de heterogeneidade de *vozes*, e subsequentemente, situações de *ventriloquismo* (Wertsch, 1991) associado às relações de poder existentes entre as *vozes*, uma vez que numa situação de *ventriloquismo* é a *voz* com mais poder que interfere numa outra *voz*, que por sua vez, e correlativamente, se lhe subordina. A ocorrência de *ventriloquismo* é, portanto, usual nos subgrupos dado o desequilíbrio relativamente aos níveis de poder das *vozes* dos seus elementos.

Se atendermos ao padrão de interação entre os dois rapazes, atrás caracterizado, constatamos que a *voz* do João é mais poderosa que a do Tiago. Existe alguma evidência de *ventriloquismo* no modo como o Tiago vai, gradualmente, interiorizando e incorporando os significados do João nos seus próprios significados.

Por exemplo, quando o Tiago coloca questões à *professora* que já não são resultantes das suas ideias pessoais, mas sim provenientes das ideias proferidas pelo João, encontramos um processo de *ventriloquismo*, através do qual o Tiago se convenceu da razão do seu colega e incorporou como suas as ideias do mesmo. Sobretudo, o Tiago espera ser avaliado positivamente pela *professora*, já que deposita mais confiança nas ideias do João do que nas suas. Aliás, as ideias deixam de ser pertença exclusiva do João: elas são partilhadas e os significados matemáticos passam a pertencer a ambos os elementos do grupo.

Vejamos pois um excerto ilustrativo relativo à aula em que foi realizada a Actividade 3. Quando a investigadora pergunta “O que é que sucedeu ao segmento de recta?” após o traçado da respectiva mediatriz, no *Cabri*, o João responde “Foi dividido ao meio.”, a investigadora afasta-se, parecendo anuir com o seu silêncio, e o Tiago parece alheado da questão. Só mais tarde, ao ouvir o João a ler a sua resposta “O segmento de recta foi dividido ao meio.”, se interroga:

T- Então, mas isto está metade?

J- Tá [sic]. (*estão os dois de cabeças juntas a olhar*)

T- (*aponta para o lado direito do ecrã*) Isto está metade?

J- Sim.

T- Acho que não tá [sic]. (*sem convicção, com um sorriso muito ténue, olhando para o João*).

J- (*baixinho*) Tá, tá [sic]. (*e em seguida, cantarola*).

T- (*olha para a ficha e lê a questão 2*) Assinala três pontos que se encontrem à mesma distância dos extremos do segmento de recta em questão.

O Tiago interroga-se, duvida, embora sem convicção, e a certeza do colega basta para o tranquilizar. Dá a ideia que acaba por aceitar como verdadeira a afirmação do companheiro, pois passa para a questão seguinte, sem refutar. Essa aceitação pacífica pode advir do estatuto do João dentro do grupo, ou seja, da credibilidade que o Tiago lhe confere. E aliado a esse aspecto, pode acontecer que, progressivamente, os olhos do Tiago vejam, efectivamente, como os do João! E consequentemente, a ideia de que a mediatriz corta o segmento ao meio vai sendo interiorizada. Tanto assim que, alguns instantes depois, é o Tiago que tem a iniciativa de apontar, na presença da investigadora, para o ponto de intersecção do segmento com a mediatriz (correspondente ao ponto médio do segmento) como um dos pontos a assinalar (a igual distância dos extremos do segmento de recta). É curioso notar que nunca lhe ocorreu utilizar o *Cabri* para clarificar a questão, o que não é de estranhar, dada a reduzida familiaridade, manifestada pelo Tiago, nesta fase do trabalho, com a selecção dos diversos itens do programa. Poderemos inferir portanto que, neste caso, a negociação dos significados matemáticos se fez por *ventriloquismo*, pela apropriação que o Tiago fez dos significados expressos pelo João, uma vez que este apresenta no grupo uma voz poderosa, revestida por uma certa autoridade (proveniente do reconhecimento dado ao João no grupo e na turma).

Vejamus ainda um outro exemplo de *ventriloquismo* em que a subordinação é feita relativamente à voz da *professora*. A Ana lê em silêncio a questão 3 da Actividade 4 “Relaciona a colocação do ponto de encontro das mediatrizes com a altura do triângulo”. Em seguida, a Ana arrasta o vértice superior do triângulo acutângulo criado anteriormente e começa, de imediato, a ditar a respectiva resposta à Carla que estava a escrever na ficha de trabalho: “As mediatrizes (...) continuaram cruzadas (...) porque é sempre proporcional. Conforme a altura aumenta, (...) o ponto de encontro também se move ficando sempre no mesmo lugar em relação à altura.”.

Na globalidade das aulas observadas, constatou-se que os alunos tinham tendência a usar o *Cabri* de uma forma estática, sendo nesta aula que a Ana efectuou, pela primeira vez um arrastamento por sua própria iniciativa. A necessidade de fazer

transformações dinâmicas, usando o *Cabri*, surge pois intimamente associada à formulação de conjecturas.

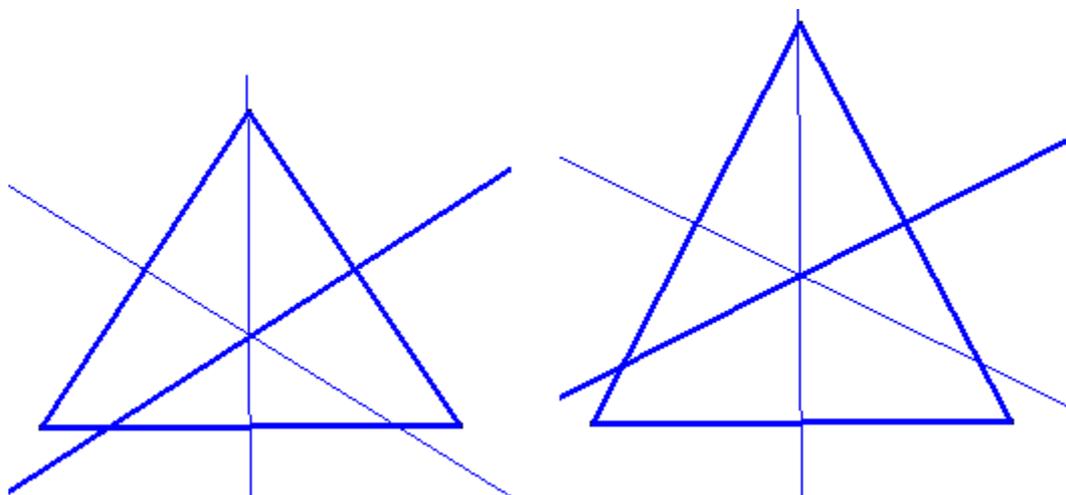


Figura 1. As duas fases (inicial e final) do possível arrastamento do vértice superior.

Existe na conjectura da Ana a ideia de funcionalidade subjacente ao *Cabri*. Quando observa o movimento dependente do circuncentro, ela afirma que a distância entre o circuncentro e o vértice se mantém inalterável.

Entretanto a investigadora, interagindo com as duas alunas — Ana e Carla —, leva-as à observação da posição do circuncentro em relação ao triângulo (dentro ou fora do triângulo).

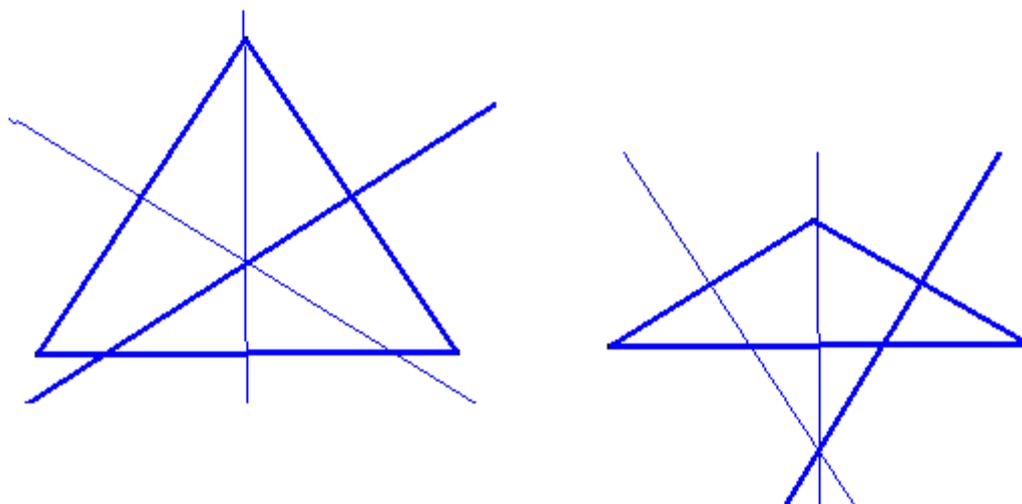


Figura 2. As duas fases (inicial e final) do arrastamento do vértice superior correspondentes à sugestão da investigadora.

É impressionante constatar o poder e a autoridade legítima que os alunos conferem à voz da *professora*. Imediatamente, abandonam a ideia inicial e até a renegam (“Risca isto que é para a stora não pensar que é isto.”, referindo-se à sua professora de Matemática), e dão outra resposta, tentando seguir as orientações dadas pela investigadora. No entanto, o modo como a Ana está presente numa e noutra resposta é totalmente diverso. Na primeira resposta (a que acabaram por riscar), a Ana está integralmente envolvida: nada a faz desviar do seu discurso, ao tentar explicitar a sua conjectura. Pensa enquanto fala. É um discurso que lhe pertence cabalmente. Na segunda resposta, toma atenção, por várias vezes, ao que se passa no grupo de trás, e interrompe, por uma vez, o que estava a ditar para comentar o que observava no referido grupo. É como se as suas palavras saíssem automatizadas, sem precisar de reflectir acerca do assunto. Na segunda resposta, a Ana está muito menos presente, revelando até alguma ausência e distância.

Vemos portanto que a Ana, ao formular a sua conjectura, estava certa acerca da sua veracidade e, por isso, nunca lhe ocorreu a possibilidade de a testar. Depois do diálogo com a investigadora (que estava a matematizar de um diferente modo), a Ana simplesmente abandonou a sua conjectura e deu uma resposta de acordo com a perspectiva da investigadora, em que faz uso de *ventriloquismo* (Wertsch, 1991), incorporando, em parte, o discurso da investigadora, dado o seu poder institucional. O significado matemático acaba por ser negociado, neste caso, de uma forma implícita, quando a Ana ajusta as suas acções — dá uma nova resposta e manda riscar a anterior — de acordo com a avaliação das expectativas da investigadora. As dimensões social e institucional do conhecimento estão aqui visíveis de um forma bastante demarcada.

Conclusões

Dos resultados apresentados, poderei apontar as seguintes conclusões:

- *Vozes*. Existem diferentes *vozes* (Wertsch, 1991) na sala de aula, as quais se encontram intimamente associadas ao respectivo estatuto social implícito. Assim, as *vozes* que veiculam um discurso científico, racional, característico da cultura escolar (académico e formal), personificadas pela professora e pelos alunos com um elevado aproveitamento escolar, têm, por inerência, uma autoridade natural que lhes advém, essencialmente, do seu estatuto, conferido pela instituição escolar. Apesar da natureza dialógica da voz da professora, sempre atenta às diversas intervenções dos seus alunos, e tomando em consideração o percurso do raciocínio de cada um, é uma voz com um poder,

intrínseco ao seu estatuto de professora, de autoridade e de legitimação. Consta-se que as suas afirmações são sempre aceites sem questionamento ou contestação, uma vez que contestar uma asserção sua seria contestar a autoridade da sua *voz*. Pode encontrar-se uma autoridade um pouco semelhante à da *voz* da professora nas *vozes* dos alunos que são encarados na turma como alunos com um bom desempenho em Matemática, embora num nível subalterno. As afirmações matemáticas destes alunos podem ser questionadas pelos seus colegas, o que nunca acontece com as da professora, sendo, no entanto, sempre muito valorizadas pelos mesmos. A argumentação matemática, a autonomia dos alunos no trabalho de grupo e a envolvência no trabalho estão relacionados com as relações de poder existentes no grupo uma vez que a discussão de ideias pressupõe um equilíbrio de poderes (e incrementa a autonomia do grupo).

- *Confiança no trabalho realizado*. A certeza, sentida pelos estudantes, da veracidade de uma dada conjectura provém da legitimação dada pela professora (ligada à sua autoridade) e/ou da compreensão alcançada no desenvolvimento da sua prática matemática. Quando os alunos estão certos da veracidade das conjecturas que formulam, estas não são encaradas como hipóteses, mas sim como explicações (com carácter definitivo) de fenómenos matemáticos, das quais não têm qualquer dúvida, não sentindo pois necessidade de as testar. A legitimação, nas aulas observadas, era requerida à professora durante o processo de desenvolvimento das actividades; a conclusão do trabalho estava associada a uma confiança integral no mesmo.

- *Ventriloquismo*. A ocorrência de ventriloquismo está associada a um desequilíbrio relativamente aos níveis de poder das *vozes* intervenientes, sendo que a *voz* menos poderosa incorpora como suas as ideias matemáticas das *vozes* mais poderosas.

- *Suporte*. Os alunos progridem e aprendem em interacção social quer quando recebem um suporte dos outros, quer quando não recebem qualquer suporte (uma vez que, pelo facto de interagirem com os outros, clarificam as suas próprias ideias).

Em síntese, as interacções sociais (dentro do grupo e com a professora) constituem um factor a considerar na construção do significado matemático, sendo através delas que se realiza: (a) a actividade de suporte por parte da professora ou dos colegas com maior competência, num dado assunto; (b) a actividade de clarificação das ideias, conseguida pela explicitação do seu ponto de vista aos colegas e pelo confronto com ideias diferentes; (c) o conceito de si próprio e do poder associado à sua *voz*, que se repercute na envolvência prestada ao trabalho a realizar e na

convicção colocada nas suas próprias ideias; (d) a internalização de novos significados partilhados anteriormente num plano social interpsicológico (Vygotsky, 1995); e (e) a emergência de novos significados matemáticos e, conseqüentemente, de novos objectivos matemáticos.

Considero, portanto, de primordial relevância aumentar o nosso conhecimento acerca das relações de poder existentes na sala de aula relacionando as mesmas com a aprendizagem de Matemática e tirar algumas implicações relativamente ao papel do professor e à constituição dos grupos de trabalho.

Notas

¹ O *Cabri-Géomètre* foi a aplicação computacional utilizada nas aulas em que se recolheram os dados.

² As crenças e as assunções do investigador incluem-se na meta-teoria cuja operacionalização ocorre, “pelo menos parcialmente, através de elementos de natureza estética, e portanto não explicitamente racional” (Matos *et al.*, 1995, p. 166).

³ O termo *professora* em itálico é usado sempre que na situação considerada o que esteja em causa seja a figura institucional de professora, sendo indiferente o facto de se tratar da professora de Matemática da turma ou da investigadora.

⁴ Os alunos tinham tomado contacto com o objecto matemático *mediatriz* na aula anterior, na sala dos computadores, tendo sido o mesmo disponibilizado pelo *Cabri*. Nesta aula do Problema do Pirata, os alunos deveriam traçar pela primeira vez uma mediatriz à mão.

⁵ A apresentação dos resultados referentes a esta aula encontra-se em Rodrigues (1997).

⁶ As transcrições de exemplos ilustrativos das interacções estabelecidas podem ser encontradas em Rodrigues (1997).

Referências

- APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- Bakhtin, M. (Ed.) (1981). *The dialogic imagination: Four essays by M. M. Bakhtin*. Austin: University of Texas Press.
- Bakhtin, M. (1984). *Problems of Dostoevsky's poetics*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Bakhtin, M. (1986). *Speech genres and other late essays*. Austin: University of Texas Press.
- Ball, D., Higgs, J., Oldknow, A., Straker, A. e Wood, J. (1991). A Matemática contará? *Cadernos de Educação e Matemática*, 2, 81-112. (Trabalho original em inglês publicado em 1987)
- Bicudo, M. A. (1996). Possibilidades de trabalhar a educação matemática na ótica da concepção heideggeriana de conhecimento. *Quadrante*, 5(1), 5-27.
- Bishop, A. e Goffree, F. (1986). Classroom organisation and dynamics. Em B. Christiansen, A. G. Howson e M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: Reidel.

- Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora. (Trabalho original em inglês publicado em 1991)
- Borba, M. (1993). *Students' understanding of transformations of functions using multi-representational software*. Tese de doutoramento. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Brown, J., Collins, A. e Duguid, P. (1988). *Situated cognition and the culture of learning*. (Report N° IRL 88 0008) Palo Alto: Institute for Research on Learning.
- Cockcroft, W. (1982). *Mathematics counts: Report of the Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics*. Londres: Her Majesty's Stationary Office.
- Cole, M. (1985). The zone of proximal development: Where culture and cognition create each other. Em J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives*. Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press.
- D'Ambrosio, U. (1997). Formação de professores de Matemática: Dificuldades e possibilidades, com uma referência às universidades portuguesas. Em *Actas do ProfMat 97* (pp. 75-85). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Denzin, N. e Lincoln, Y. (1994). Introduction: Entering the field of qualitative research. Em N. Denzin e Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*. Newbury Park: Sage.
- DiSessa, A. (1987). Artificial worlds and real experience. Em R. W. Lawler e M. Yazdani (Eds.), *Artificial intelligence and education, volume one: Learning environments and tutoring systems*. Norwood, Nova Jersey: Ablex.
- Eisenhart, M. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99-114.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (3ª ed.). Nova Iorque: Macmillan.
- Fey, J. T. (1991). Tecnologia e educação matemática — Uma revisão de desenvolvimentos recentes e problemas importantes. *Cadernos de Educação e Matemática*, 2, 45-79. (Texto original em inglês apresentado no ICME VI em 1988)
- Firestone, W. A. (1987). Meaning in method: The rhetoric of quantitative and qualitative research. *Educational Researcher*, 16(7), 16-21.
- Garnica, A. V. (1996). Da literatura sobre a prova rigorosa em educação matemática: Um levantamento. *Quadrante*, 5(1), 29-60.
- Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. Em L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp 21-34). Valência: Universidade de Valência.
- Heidegger, M. (1998). *Ser e tempo — Parte II* (6ª ed.). Petrópolis: Editora Vozes.
- Heidegger, M. (1999). *Ser e tempo — Parte I* (8ª ed.). Petrópolis: Editora Vozes.
- Hoyle, C. (1992). Computer-based microworlds: A radical vision or a Trojan mouse? Em D. Robitaille, D. Wheeler e C. Kieran (Eds.), *Selected lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education* (pp171-182). Montreal (Canadá).
- Junqueira, M. (1995). *Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos: Um estudo no 9º ano de escolaridade*. Tese de mestrado. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: The case of geometry. Em C. Keitel e K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology*. Berlim: Springer-Verlag.

- Laborde, C. (1997). La géométrie et les figures dynamiques à l'écran de l'ordinateur: Passages d'un monde à l'autre. Em A. M. Boavida, A. Domingos, J. M. Matos e M. Junqueira (Eds.), *Aprendizagens em Matemática*. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. Em P. Light e G. Butterworth (Eds.), *Context and cognition: Ways of learning and knowing*. Hemsstead: Harvester Wheatsheaf.
- Lave, J. e Wenger, E. (1994). *Situated learning: Legitimate peripheral participation* (3^a ed.). Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press.
- Leont'ev, A. (1978). *Activity, consciousness and personality*. N. J.: Prentice Hall.
- Leont'ev, A. (1981). The problem of activity in psychology. Em J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology*. Armonk, N. Y.: Sharpe.
- Lesh, R. (1985). Conceptual analyses of mathematical ideas and problem solving processes. Em L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the 9th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 73-96). University of Utrecht.
- Lotman, Y. M. (1988). Text within a text. *Soviet Psychology*, 26(3), 52-58.
- Matos, J. F., Santos, M. P., Carreira, S. P. e Amorim, I. M. (1995). Matemática e realidade: Pensar a aprendizagem. Em Associação de Professores de Matemática. *VI Seminário de Investigação em Educação Matemática: Actas* (pp. 149-172). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Meira, L. (1996). Students' early algebraic activity: Sense making and the production of meanings in mathematics. Em L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp. 377-384). Valência: Universidade de Valência.
- Merriam, S. (1991). *Case study research in education: A qualitative approach* (2^a ed.). São Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Minsky, M. (1986). *The society of mind* (2^a ed.). Nova Iorque: Simon And Schuster.
- Noss, R., Hoyles, C., Healy, L. e Hoelzl, R. (1994). Constructing meanings for constructing: An exploratory study with Cabri Géomètre. Em J. P. da Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp.360-367). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Computers, children and powerful ideas*. Nova Iorque: Basic Books.
- Papert, S. (1991). Ensinar crianças a serem matemáticos versus ensinar Matemática. *Cadernos de Educação e Matemática*, 2, 29-44. (Artigo original em inglês publicado em 1972)
- Pea, R. (1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. Em G. Salomon (Ed.), *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations*. Cambridge, Massachusetts: Cambridge University Press.
- Pimm, D. (1996). Modern times: The symbolic surfaces of language, mathematics and art. Em L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1* (pp.35-50). Valência: Universidade de Valência.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.

- Resweber, J. (1979). *O pensamento de Martin Heidegger*. Coimbra: Livraria Almedina. (Trabalho original em francês publicado em 1971)
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. Nova Iorque: Oxford University Press.
- Rodrigues, M. (1997). *A aprendizagem da Matemática enquanto processo de construção de significado mediada pela utilização do computador*. Tese de mestrado. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Saxe, G. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, Nova Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R. e Gearhart, M. (1987). Social processes in early number development. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 216, 52(2).
- Smith, J. K. e Heshusius, L. (1986). Closing down the conversation: The end of the quantitative-qualitative debate among educational inquirers. *Educational Researcher*, 15(1), 4-13.
- Veloso, E. (1995). Software dinâmico: Uma abordagem estimulante no ensino da geometria. Em *Actas do ProfMat 95* (pp.53-64). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.
- Voloshinov, V. (1973). *Marxism and the philosophy of language*. Nova Iorque: Seminar Press. (Trabalho original em russo publicado em 1929)
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. (1995). *Pensamento e linguagem* (5ª ed.). São Paulo: Livraria Martins Fontes Editora. (Trabalho original em inglês publicado em 1961)
- Wertsch, J. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated action*. Hempstead: Harvester Wheatsheaf.
- Winegar, L. T. e Valsiner, J. (1992). Contextualizing context: Analysis of metadata and some further elaborations. Em L. T. Winegar e J. Valsiner (Eds.), *Childrens' development within social context: Research and methodology*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Winograd, T. e Flores, F. (1993). *Understanding computers and cognition: A new foundation for design* (8ª ed.). Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
- Yackel, E., e Cobb, P. (1994). *The development of young children's understanding of mathematical argumentation*. Hammond: Purdue University.

Margarida Maria Amaro Teixeira Rodrigues, R. Silva Porto, n° 25, 1º esq, 2900-100 SETÚBAL.
Endereço electrónico: margarida.rodr@mail.telepac.pt.

RESUMO. O presente artigo apresenta parte de uma investigação desenvolvida com o objectivo de analisar a construção do significado matemático, em interacção social, num ambiente computacional dinâmico. Este artigo foca essencialmente as interacções sociais e sua relação com a construção do significado matemático e está estruturado em três partes. Na primeira, é apresentada a base conceptual do estudo; na segunda, é descrita e discutida a opção metodológica adoptada; e na terceira parte, são apresentados os resultados do estudo e

respectivas conclusões referentes às interações sociais.

Palavras-chave: Significado matemático; Interação social; Computador; Aprendizagem; Actividade.

ABSTRACT. The present paper presents part of a research which aim was to analyse the processes of meaning making that occur, in social interaction, within a computer dynamic geometry environment. This paper focuses essentially the social interactions and their relationship with the development of mathematical meaning and it is structured in three parts. In the first part of the paper it is presented the study's framework; in the second, it is described and discussed the methodological approach, and in the third part it is presented the research findings and respective conclusions concerning social interactions.

Key-words: Mathematical meaning; Social interaction; Computer; Learning; Activity.

