# Interacções entre Pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional[1]

Carolina Carvalho
Universidade de Lisboa

Margarida César
Universidade de Lisboa

## Introdução

A maioria dos alunos que frequenta o ensino obrigatório, inclusive em Portugal, tem nos seus currículos Estatística. A Estatística faz parte dos currículos de Matemática mas há diversas disciplinas que fazem apelo à literacia estatística. Os Estudos Sociais, a Biologia, a Geografia, por exemplo, recorrem aos mais variados dados, modos de os apresentar e analisar, como forma de transmitir uma determinada informação. Os currículos actuais reflectem bem como, nas sociedades modernas, a Estatística, os seus métodos e conceitos passaram a fazer parte do quotidiano de todos nós. É cada vez mais improvável comentar um acontecimento social ou físico sem o recurso a esta forma de conhecimento.

Uma das preocupações dos actuais currículos, que reflecte as características da sociedade pós-moderna, é a de formar cidadãos mais críticos e participativos. Numa era que se caracteriza pela velocidade no tratamento e difusão da informação, pela enorme competitividade e por uma necessidade constante de actualização ou reciclagem, ser capaz de seleccionar informação, de tomar decisões, de trabalhar em equipa e de assumir responsabilidades tornou-se uma exigência comum. Neste quadro, a Estatística pode desempenhar um duplo papel: por um lado, é um domínio privilegiado para desenvolver competências sócio-cognitivas nos alunos; por outro, a apropriação dos seus conhecimentos é essencial para o exercício de uma cidadania plena.

Em Portugal, o movimento responsável pela introdução da Estatística nas escolas surge com Sebastião e Silva, nos anos 60. Como refere Branco (2000), no ano lectivo de 1963/64 três turmas piloto ensaiam pela primeira vez um programa experimental, onde o Cálculo das Probabilidades e a Estatística surgem explicitamente como fazendo parte dos conteúdos a leccionar nas turmas dos últimos anos do ensino liceal. Porém, é ainda o mesmo autor que afirma "apesar da sua inclusão no currículo estas matérias, muitas vezes colocadas no final dos programas, nem sempre eram apresentadas aos alunos, por falta de tempo ou por falta de convicção do seu real interesse" (p. 16). Cerca de 30 anos mais tarde, a situação parece não ser muito diferente. Como afirmam Ponte e Fonseca (2000), "(...) a verdade é que em Portugal, a Estatística parece ser ainda um tema marginal do currículo, facilmente relegável para segundo plano" (p. 179).

Para Batanero (2000) assiste-se a um momento de grande expansão da ciência estatística, mas que não tem sido acompanhado por um necessário desenvolvimento da didáctica deste domínio: "o número de investigações acerca do ensino da Estatística é escasso e só agora se começa a ter algum conhecimento das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos mais importantes" (p. 32). Uma opinião semelhante é partilhada por Shaughnessy (1992), segundo o qual, se recuássemos vinte anos, constatávamos que a investigação realizada por educadores matemáticos ou estatísticos, acerca do ensino da Estatística, era praticamente inexistente. Em Portugal, Ponte, Matos e Abrantes (1998) afirmam que, no que "se refere à Estatística e às Probabilidades, e apesar de se tratar de uma área bastante importante, a identificação dos conhecimentos, capacidades, dificuldades e estratégias de raciocínio dos alunos está essencialmente por fazer" (p. 171). A panorâmica descrita torna pertinente a afirmação de Batanero (2000): "é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, dado que nem sempre é possível transferir princípios gerais do ensino da matemática" (p. 32).

Tendo como ponto de partida o pressuposto de que a compreensão dos conceitos de média e mediana envolve conhecimentos instrumentais e relacionais, temos dois objectivos fundamentais neste artigo: (a) analisar o desempenho de alunos do 7ºano de escolaridade, identificando o recurso a estas duas formas de conhecimento; (b) analisar as dinâmicas de interacção social (trabalho em díade), que facilitam a co-elaboração de conhecimentos relacionais.

# Quadro de Referência Teórico

## Recomendações para o Ensino da Estatística

O programa português, no que se refere ao tema de Estatística para o 3º ciclo (ME, 1991), aponta como objectivo geral a recolha, organização, representação e interpretação da informação. Sugere-se que os alunos formulem conjecturas, tirem conclusões fundamentadas partindo da informação disponível, servindo-se das medidas de tendência central e dos gráficos enquanto ferramentas que os ajudam a organizar e a sintetizar a informação recolhida.

Num outro documento, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) indicam, como sendo as competências essenciais que os alunos devem desenvolver ao longo do tema da Estatística, a organização e representação de dados, a aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos bem como a capacidade de comunicar resultados, distinguir fenómenos aleatórios e deterministas, interpretando situações concretas onde estes fenómenos estejam presentes.

Ponte e Fonseca (2000), ao comparar os objectivos e os conteúdos do currículo de Estatística português, o currículo nacional inglês recente e um documento de orientação curricular do NCTM (1998), concluem que o currículo português precisa de sofrer alterações nos anos de escolaridade mais elementares. Na opinião destes autores essa revisão deverá ser no sentido de

> integrar plenamente o ensino deste tópico com a análise de dados, para favorecer um desenvolvimento dos respectivos conceitos mais orientado para a compreensão (...) é preciso ultrapassar a noção de que a Estatística se reduz a umas tantas formas de representar dados em gráficos e tabelas e à execução de certos cálculos para determinar a média ou o desvio padrão. (p. 194)

Contudo, não basta alterar os planos curriculares para que os alunos passem a aprender Estatística evitando a excessiva computação que o seu ensino tem contemplado. É também necessário que as práticas dos professores vão ao encontro dessas mesmas orientações, através de "experiências capazes de transformar a aprendizagem numa actividade gratificante" (Almeida, 2000, p. 330) tanto para alunos como para professores.

Na literatura são numerosos os autores que, para os três ciclos da escolaridade básica, sugerem que as tarefas criadas pelos professores devem traduzir contextos próximos dos interesses dos alunos mas que, simultaneamente, lhes permitam desenvolver competências que os tornem cidadãos mais críticos, reflexivos e participativos na sociedade do próximo milénio (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; Batanero, 2000; Cobb, 1999; Curcio e Artzt, 1997; Gal e Garfield, 1999; Mcclain, Cobb e Gravemeijer, 2000; Pereira Mendonza e Swift, 1989; Scheaffer, 2000). Um dos objectivos da Educação Estatística é possibilitar aos alunos que desenvolvam competências que lhes permitam descrever, julgar e inferir opiniões acerca de dados, argumentando e interpretando-os, usando várias ferramentas estatísticas de forma a compreender que, em Estatística, o contexto motiva os procedimentos, é fonte de significado e a base para interpretar as soluções, sendo esta dificilmente certas ou erradas, pois os números têm de ser analisados como números num contexto determinado, só assim adquirindo significado (Gal e Garfield, 1997).

O receituário, a computação excessiva e a não utilização das novas tecnologias, como os computadores, são ainda apontados como responsáveis pela dificuldade dos alunos em atingir níveis mais elevados de literacia estatística. Em particular a *Internet* apresenta-se como uma fonte preciosa de possibilidades a explorar nas aulas de Estatística, sendo vários os *sites* com sugestões a que o professor pode recorrer para trabalhar com os alunos (Batanero, 1998; Ng e Wong, 1999).

As ideias anteriores encontram eco nas Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar do NCTM (1991) onde se pode ler que "o estudo da Estatística realça a importância de questionar, conjecturar e procurar relações quando se formulam e resolvem problemas da vida real" (p. 66), sendo precisamente esta ligação da Estatística à vida quotidiana o que mais a distingue de outros domínios da Matemática, criando-lhe especificidades próprias.

Como considera Almeida (2000), tratando-se a Estatística de um domínio vocacionado para descrever a realidade, não pode ser ensinada de modo convencional. Ao lidar com o incerto, ao procurar encontrar regularidades e conexões no que parece ser desordenado, aleatório ou desconexo, ao mesmo tempo que legitima extrapolações e inferências de acordo com margens de erro e níveis de significância, a Estatística não pode ser trabalhada segundo práticas tradicionais. É a impossibilidade de ensinar Estatística de acordo com "os cânones tradicionais sob os quais assenta um entendimento mais clássico da Matemática (...) e uma visão determinista do mundo e da Matemática" (Almeida, 2000, p. 25) que obriga muitos professores de Matemática a aceitar o desafio de terem de "suprir a sua deficiente formação neste domínio" (Almeida, 2000, p. 26), investindo no seu desenvolvimento pessoal e profissional.

Apesar das diversas recomendações que têm sido feitas por investigadores, referidas nos documentos nacionais e internacionais de política educativa para os anos de escolaridade elementar, inclusivamente nos programas do ensino básico português, a literatura mostra que, mesmo nos anos de escolaridade básica, a maioria dos alunos não aprende Estatística de acordo com essas sugestões (Shaughnessy, 1992). Para muitos deles os conteúdos de Estatística são leccionados de uma forma que lhes permite atingir um entendimento do algoritmo das medidas de tendência central, mas com acentuadas dificuldades em construir um significado estatístico das mesmas (Batanero *et al.*, 1994; Hawkins, Jolliffe e Glickman, 1991), ou seja, o desenvolvimento de competências de argumentação e de interpretação de informação estatística costuma ser pouco trabalhado pelos professores.

## Conhecimento instrumental e relacional em Estatística

Skemp (1978) considera que se possui um *conhecimento instrumental* de um conceito quando se domina uma colecção isolada de regras e algoritmos aprendidos através da repetição e da rotina. Quando o conhecimento que o sujeito possui é deste tipo, só consegue resolver um conjunto limitado de situações, em contextos semelhantes. Por oposição, o autor refere um *conhecimento relacional*, como sendo aquele onde o aluno construiu um esquema do conceito que pode ir actualizando sempre que novas situações assim lho exijam, ou seja, um conhecimento que consegue mobilizar face a novas situações.

As sugestões referidas anteriormente apontam para que os objectivos a atingir com o estudo da Estatística deveriam proporcionar aos alunos um *conhecimento relacional* e não, apenas, um *conhecimento instrumental* dos conceitos. Este facto não é, contudo, um problema que apenas diga respeito à Estatística, como afirmam Sfard e Linchevski (1994a), "professores e investigadores queixam-se frequentemente de que a compreensão que os alunos têm da álgebra é meramente instrumental: as crianças são capazes de "avançar nos passos necessários" mas não são capazes de explicar aquilo que estão a fazer" (p. 257).

Uma distinção mais subtil é introduzida por estas autoras quando diferenciam a noção *de processo computacional* e de *objecto abstracto*, afirmando que "o que é concebido como processo num determinado nível torna-se objecto num nível mais elevado" (p. 194), o que equivale a considerar que as competências computacionais precedem as formalizações mais elaboradas. Assim, na sua opinião, "as mesmas representações, os mesmos conceitos matemáticos, podem por vezes ser interpretados como processos e outras como objectos; [ou seja] podem ser concebidos operacional ou estruturalmente" (p. 193), sendo a concepção operacional associada à realização de procedimentos computacionais e a estrutural à atribuição de significado aos símbolos.

Douady (1985) inspirando-se nos trabalhos de Vygotsky afirma que um conceito matemático pode ser encarado como uma *ferramenta*, "quando o nosso interesse se foca na sua utilização para resolver problemas" (p. 35) ou como um objecto, quando o encaramos como "um objecto cultural que faz parte de um corpo científico de conhecimentos"(p.35), o que implica também ser socialmente reconhecido. Neste caso, considera-se um objecto qualquer definição matemática, bem como os exemplos, contra-exemplos e descrições estruturais. Se pensarmos em termos de sala de aula, um conceito é uma *ferramenta* se permite ao aluno resolver problemas. Estas *ferramentas* podem ser *implícitas* ou *explícitas*. Com as *ferramentas explícitas* o aluno consegue justificar os procedimentos que usou. Assim, o objectivo educacional a atingir seria que os alunos conseguissem fazer apelo a *ferramentas explícitas*, pois são estas que podem favorecer a compreensão dos conceitos, permitindo-lhes ultrapassar o nível computacional para a utilização dessas mesmas ferramentas em determinadas situações que exigem uma utilização mais flexível (Sfard e Linchevski, 1994b).

## Estatística e Interacções Sociais

Quando os alunos têm a oportunidade de se confrontarem com tarefas e situações de sala de aula onde são encorajados a trabalhar de forma não rotineira, encontra-se uma grande riqueza de estratégias de resolução (Bartolini Bussi, 2000) o que, na opinião de Yackel *et al*. (1990), mostra como cada aluno constrói o seu próprio significado matemático. Este conhecimento não pode ser dado ao aluno uma vez que é ele quem tem de o apropriar, dar-lhe um sentido próprio, pois já é partilhado por outros sujeitos, de uma mesma cultura. Estamos perante a necessidade de uma reconstrução intra-individual de um conhecimento que começa por ser partilhado no nível interpessoal (Vygotsky, 1978).

Yackel *et al*. (1990) sublinham que o professor não deve dar aos alunos tarefas fechadas como os tradicionais exercícios, mas antes tarefas abertas, onde seja possível o trabalho colaborativo, levando os alunos a co-construirem estratégias de resolução. No caso da Estatística, vários autores afirmaram que "estes conteúdos devem ser trabalhados em pequenos grupos e em projectos" (Godino, Batanero e Cañizares, 1996, p. 54), o que realça a necessidade de os alunos conseguirem construir uma intersubjectividade comum (Sfard, 2000; Wertsch, 1991), visto que sem ela o diálogo entre pares não seria possível. Porém, uma tarefa aberta não é igualmente problemática para todos os alunos, no sentido de desencadear uma variedade rica de conjecturas e argumentações. Cada aluno tem conhecimentos, vivências, sentimentos e expectativas diferentes quando é confrontado com uma mesma tarefa, o que influi na sua capacidade para lhe atribuir um significado. Como afirmam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999)

> na verdade o aluno dá significado às coisas a partir daquilo que sabe, de toda a sua experiência anterior, e não necessariamente a partir da lógica interna dos conteúdo ou do sentido que o professor atribui às mesmas coisas. (p. 24)

O aparecimento de conflitos sócio-cognitivos, é um dos elementos facilitadores dos progressos dos alunos (Carvalho e César, 2000; César, 2000a), na medida em que os levam a descentrar-se das suas posições iniciais e a confrontar-se com os pontos de vista do outro, negociando entre si até resolverem o conflito sócio-cognitivo que se gerou. Este duplo movimento das posições inicialmente assumidas actua, frequentemente, como um facilitador da apropriação de conhecimentos por parte dos alunos e como um modo de promover a passagem de formas mais elementares de conhecimento, como o conhecimento instrumental, para formas mais flexíveis de conhecimento, como o conhecimento relacional.

Outros autores salientaram o aspecto facilitador da marcação social (Mugny e Doise, 1983), ou seja, da capacidade que os sujeitos podem ter de atribuir um significado familiar às tarefas que lhes são propostas, podendo rentabilizar os conhecimentos que apropriaram informalmente noutros contextos e que contêm informações sociais do seu quotidiano. São estas informações suplementares que ajudam o aluno a atribuir mais facilmente um significado à tarefa, conseguindo resolvê-la. Assim, o grau de dificuldade de uma tarefa não pode ser determinado apenas pelo nível operatório a que faz apelo, tem de ser sempre visto de uma forma contextualizada.

Contudo, a atribuição de significado não é independente do contrato didáctico estabelecido entre o professor e os alunos, uma vez que é ele que legitima as expectativas mútuas que regem as relações entre os diversos actores da situação didáctica (Brousseau, 1988; Schubauer-Leoni, 1986). Quando se pretende implementar práticas inovadoras de sala de aula, torna-se fundamental explicitar algumas das regras do novo contrato didáctico, sobretudo quando estas são diferentes das que regem o contrato didáctico habitualmente existente (César, 2000c; César *et al.*, 2000). Em relação à Estatística para a qual as recomendações constantes dos documentos de política educativa focam a relevância do trabalho colaborativo, nomeadamente o trabalho de projecto, e do desenvolvimento do espírito crítico na abordagem da cidadania plena, a necessidade de explicitar as regras do novo contrato didáctico é imperiosa.

## Metodologia

Actualmente existem diversos estudos, no domínio da Educação Matemática, que combinam elementos quantitativos e qualitativos. Devido à natureza do fenómeno em estudo, que é complexo e multifacetado, a abordagem quantitativa permite-nos verificar o tipo de conhecimentos que os alunos conseguem mobilizar e procurar a existência de padrões nas suas respostas. Por outro lado, a abordagem qualitativa possibilita que se compreenda em profundidade o papel que as interacções sociais podem desempenhar, enquanto elemento facilitador da passagem de um conhecimento instrumental para um conhecimento relacional, tal como é defendido pelas actuais recomendações curriculares.

### Amostra

A amostra integra alunos do 7º ano de escolaridade, pertencentes a duas escolas nos arredores de Lisboa, todos eles frequentando o ensino oficial diurno, durante os anos lectivos de 1996/97 e 1997/98. Em qualquer dos anos mencionados foram consideradas todas as turmas de 7º ano de escolaridade das duas escolas seleccionadas, à excepção das que integravam alunos com necessidades educativas especiais e turmas de currículos alternativos.

No ano lectivo de 1996/97, o estudo abrangeu 165 sujeitos, o que permitiu formar 81 díades e uma tríade. As idades variavam entre os 11 e os 15 anos ($\mu$=12,3; d=0,9), quando se iniciou o ano lectivo. No segundo ano, quando o estudo foi replicado, abrangemos 108 alunos, o que corresponde a 54 díades. A idade destes alunos no início do ano lectivo estava compreendida entre os 11 e os 15 anos ($\mu$=12,8; d=0,71).

Os alunos considerados já tinham terminado a unidade curricular de Estatística, incluindo a avaliação sumativa. Os conteúdos leccionados eram os que constavam nos currículos do 7º ano de escolaridade e, de acordo como o que é sugerido, tinham ocupado entre 7 e 8 aulas. As observações não participantes efectuadas mostraram que não foi realizado trabalho em grupo nem se valorizaram as interacções horizontais (aluno/aluno). A correcção das tarefas privilegiava a relação aluno/professor, em que o diálogo se mantinha entre quem tinha sido chamado ao quadro e o professor. No entanto, no primeiro ano do estudo houve práticas lectivas inovadoras numa das aulas, por parte de dois professores, referentes ao conceito de mediana.

## Instrumentos

No estudo de onde foram retirados os dados apresentados no presente artigo, considerámos dois tipos de tarefas, que designamos por tarefas habituais e tarefas não-habituais (Carvalho, 2001). Designamos por tarefas não-habituais aquelas que correspondem a actividades que os professores afirmam utilizar raramente na sua prática lectiva, quando leccionam esta unidade. Em geral, trata-se de actividades que, na literatura, aparecem designadas como "problemas" ou como "actividades de investigação". De acordo com o plano da investigação, os alunos, quando trabalhavam em díade, durante três sessões, com intervalos de uma semana entre elas, apenas realizavam tarefas não-habituais de Estatística.

Neste artigo vamos considerar duas alíneas da segunda tarefa não-habitual, que os alunos resolveram na segunda sessão de trabalho em díade e que foi registado em áudio. Convém realçar que o grau de dificuldade destas duas questões não é semelhante: a primeira apela para o conceito de média, sendo necessárias competências computacionais e a aplicação de propriedades deste conceito; a segunda compara o conceito de média e mediana, pedindo aos sujeitos para tomarem uma decisão estatística, o que se insere no nível de maior complexidade de argumentação, pois refere-se à sua utilização numa determinada condição ou situação (Ponte, 1992).

**Tarefa** — Numa empresa escolheram-se, ao acaso, cinco dos seus empregados para se fazer um estudo acerca dos salários. Obtiveram-se os seguintes resultados:

| Empregado | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| Salários (escudos/mês) | 54 000 | 42 000 | 60 000 | 48 000 | 180 000 |

1. Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?
2. O que achas que representa melhor os salários nesta empresa, a média ou a mediana? Porquê?

Com as tarefas não-habituais pretende-se fomentar o confronto entre diversas estratégias de resolução e desenvolver a capacidade de argumentação dos dois elementos da díade, ou seja, criar a possibilidade de cada um expor as suas ideias, ouvir as do outro, pôr dúvidas, discutir estratégias de resolução, argumentar, criticar pontos de vista e, por fim, co-elaborar uma resolução em conjunto. Nestas tarefas procura-se criar uma ruptura com as tarefas habituais, geralmente designadas como exercícios, que são aquelas que os alunos mais realizam na sala de aula e estão, também, associadas à representação social de Matemática.

### Procedimento

As tarefas não-habituais eram sempre resolvidas em díade (numa turma, formou-se também uma tríade, atendendo ao número impar de alunos), sendo propostas pela investigadora, ao longo de três sessões. A primeira sessão de trabalho colaborativo decorria aproximadamente três semanas após ter sido terminada a unidade curricular de Estatística, pelo professor que leccionava a turma. Estas três sessões tinham intervalos de uma semana entre elas. As díades resolviam a tarefa da sessão intermédia num horário extra-lectivo. Esta situação resulta da necessidade de registar em áudio as interacções dos alunos, tendo em atenção uma posterior análise de conteúdo, e da impossibilidade de o fazer na sala de aula, com qualidade sonora, quando estavam várias díades a realizar a mesma actividade. As instruções de trabalho dadas aos alunos consistiam em pedir para discutirem um com o outro a resolução da tarefa, assim como o que iam pensando. Era-lhes ainda dito que não podiam escrever na folha de respostas sem que ambos estivessem de acordo sobre a estratégia de resolução encontrada, o que os levava a ter de gerir o aspecto social da relação: quem lidera, quando se fazem concessões, ou que tipo de estratégias de resolução são preferidas e porquê. Os alunos não tinham limite de tempo para terminar a tarefa, embora nenhuma díade demorasse mais do que 60 minutos a conclui-la.

Sendo um estudo de índole quantitativa e qualitativa, pareceu-nos conveniente proceder à sua replicação em 1997/98, como forma de validação dos resultados obtidos no ano anterior (Cohen e Manion, 1998; Tuckman, 1972).

## Apresentação e discussão de resultados

### Análise global das respostas

Um aspecto que nos parece de salientar é que, embora não seja pedido ou necessário o valor da média, a maioria das díades calcula-o. Este facto confirma o domínio que os alunos têm quanto aos aspectos computacionais relacionados com este parâmetro estatístico, o que nem sempre se verifica em relação à mediana. Uma análise global quantitativa mostra que a maioria das díades aplica, com sucesso, o procedimento estatístico para calcular a média (94% em 1996/97 e 87% em 1997/98). Isto significa que conseguem aplicar correctamente a fórmula da média, ou seja, somar os valores que tomam os salários e dividir o total pelo número de elementos da amostra.

No primeiro ano lectivo em que efectuámos o estudo, 89% das díades aplicam correctamente a regra de ordenar os elementos da amostra e depois encontrar o valor central para determinar o valor da mediana mas, no ano seguinte, só 52% têm sucesso nesta parte da tarefa. Como foi referido anteriormente, no primeiro ano do estudo houve práticas lectivas inovadoras numa das aulas, por parte de dois professores, referentes ao conceito de mediana. Apesar deste fenómeno só se ter verificado em duas turmas, pode explicar parcialmente as diferenças encontradas.

Destes dois parâmetros, a mediana surge como o que levanta mais dificuldades às díades, o que corrobora resultados que já tínhamos obtido com um outro tipo de tarefas (Carvalho, 1996, 1998) e que também são descritos por outros autores (Batanero, 2000; Cobo, 1998; Cobo e Batanero, in press).

**Respostas à primeira questão.** Quando procedemos a uma análise qualitativa das respostas à primeira questão, verificamos que é possível encontrar três situações, que correspondem a um nível de complexidade crescente quanto ao domínio dos conceitos: 1) argumentos que não fazem referência a conhecimentos matemáticos; 2) argumentos que apelam para um significado matemático, mas pouco elaborados do ponto de vista conceptual; e 3) argumentos que apelam para um significado matemático do conceito, indicando propriedades do mesmo. No entanto, para a primeira questão apenas encontramos respostas nos Níveis 1 e 3, enquanto para a segunda questão temos os Níveis 1 e 2.

Convém salientar que a categorização que efectuamos, e que aqui aparece designada por uma pequena expressão, resulta de uma análise dos argumentos usados no processo interactivo. Assim, algumas das frases que ilustram as propriedades da média podem parecer um tipo de argumentação simplista, mas a análise da interacção completa revela argumentos mais ricos, que procuramos sintetizar no seu aspecto fundamental.

No que se refere às respostas à primeira questão, em relação aos argumentos que não apelam a um significado matemático do conceito de média (Nível 1) encontramos as seguintes situações (N=22 (27%); N=6 (11%)), respectivamente no ano lectivo de 1996/97 e 1997/98:

- Sim, porque já é um bom ordenado *(8, em 1996/97; 1, em 1997/98)*
- Não, porque não fazem o mesmo esforço *(7; 1)*
- Não, porque nem todos fazem o mesmo trabalho *(4; 2)*
- Não, porque é uma grande diferença e pode-se fazer muita coisa com esse dinheiro *(3; 0)*
- Não, porque não dá para comprar as coisas que necessitam *(0; 2)*

Podemos verificar que os alunos que resolvem a tarefa sem recorrer a significados matemáticos, limitando-se a produzir argumentações baseadas no senso comum, são muito poucos no ano em que replicámos o estudo. Além disso, o quinto tipo de argumentações utilizadas apenas aparece neste ano.

Para a situação da média foi possível encontrar, dentro do Nível 3, que corresponde ao nível de maior complexidade conceptual, argumentos dos alunos que traduzem algumas das propriedades matemáticas deste conceito. Estas propriedades são descritas na literatura como sendo as que os alunos têm mais facilidade em compreender (Batanero *et al*., 1994; Pollatsek, Lima e Well, 1986).

As propriedades utilizadas pelos alunos em relação ao conceito de média são:

1 – A média pode não ser igual aos valores das observações (N=33 (40%); N=38 (70%))

• Não, porque os salários são muito diferentes *(12; 21)*
• Não, porque nenhum empregado ganha esse dinheiro *(10; 3)*
• Não, porque era abaixo do E e acima dos outros *(8; 10)*
• Não, porque a média é maior do que os salários de quase todos *(3; 3)*
• Sim, porque juntando os 5 salários e dividindo por 5 dá 76.800$00 *(0; 1)*

Como podemos verificar, os quatro primeiros tipos de argumentação que ilustram esta propriedade da média aparecem no ano lectivo de 1996/97, repetindo-se em 1997/98. O que varia, quando comparamos os dois anos, é a sua frequência, pois a maioria dos alunos de 1997/98 recorre a esta propriedade da média nas suas argumentações, o que não acontece de forma tão elevada no primeiro ano em que realizámos o estudo. Porém, só no segundo ano lectivo aparece uma argumentação que parte de uma resposta afirmativa.

2 – A média situa-se entre valores extremos da amostra (N=18 (22%); N=10 (19%))

• Não, porque um ganha um valor maior que a média e os outros ganham menos *(10; 5)*
• Não, porque uns recebem mais do que os outros *(6; 5)*
• Não, porque a média não está certa, porque na sua maioria os salários estão entre os 40 contos e os 180 contos *(2; 0)*

Há uma percentagem semelhante de alunos que recorre a esta propriedade da média, em cada um dos anos lectivos considerados, embora o último tipo de argumentação só seja encontrado no primeiro ano em que realizámos o estudo.

3 – A média é influenciada por todos os valores da amostra (N=9 (11%); N=0 ( 0%))

• Não, porque nenhum ganha esse salário. Têm que tirar ao E para os outros terem mais dinheiro *(4; 0)*
• Os empregados A, B, C, D vão ficar de acordo porque quando tirarem ao E eles ficam a ganhar mais. Mas, o E não fica de acordo porque passa a ganhar menos *(3; 0)*
• Não, porque tiram ao E para porem nos outros *(2; 0)*

Convém realçar que, nesta questão, e em relação à média, todos os alunos que utilizam argumentos matemáticos que fazem apelo a propriedades deste conceito. Assim, numa primeira abordagem, os alunos parecem ter passado de um conhecimento instrumental para um relacional, ou já ultrapassaram a fase do mero processo computacional. Quando comparamos os argumentos que fazem apelo a conhecimentos matemáticos e os que não o fazem, verificamos que os primeiros são mais poderosos que os últimos, pois recorrem a propriedades dos conceitos estudados, enquanto os outros se situam no nível das opiniões pouco fundamentadas, do ponto de vista matemático.

**Respostas à segunda questão.** A segunda questão requer a comparação entre a média e a mediana, pois os alunos têm de indicar qual das duas representa melhor a realidade daquela empresa. As respostas das díades estão agrupadas segundo os mesmos critérios que utilizámos para a média. O primeiro dado saliente é que não existem respostas de Nível 3, ou seja, nenhum aluno faz apelo às propriedades matemáticas destes dois conceitos. Esta constatação revela bem a importância que a natureza da tarefa tem nas respostas que obtemos e realça, de forma inequívoca, o carácter multifacetado e complexo da avaliação dos conhecimentos dos sujeitos, uma vez que os seus desempenhos não são independentes do que se pergunta, como se pergunta e em que situação isso ocorre (César, 2000b; Grossen e Py, 1997).

Na categoria dos argumentos não matemáticos (Nível 1) encontramos apenas opiniões, relacionadas com as vivências sociais dos sujeitos (N=37 (45%); N=28 (52%)):

• A média porque é mais dinheiro *(32; 26)*
• A média porque era a maneira de ver que os ordenados da empresa eram bons/ganhavam bem *(5; 0)*
• A mediana porque pagava menos aos empregados *(0; 1)*
• A média porque trabalham todos na mesma coisa *(0; 1)*

Na segunda categoria (Nível 2) verificamos que os argumentos a que os alunos recorrem prendem-se mais com uma comparação acerca da grandeza dos dois parâmetros estatísticos do que com uma discussão acerca da assimetria dos próprios valores das observações (N=45 (55%); N=26 (48%)):

• A mediana porque dá um valor mais real/próximo dos ordenados *(21; 16)*
• A média porque se faz mais depressa/é mais fácil de calcular *(9; 0)*
• A mediana porque o valor é menor do que o da média. Na média puseram todos a ganhar o mesmo o que é mentira *(3; 1)*
• A mediana porque é mais justo/equilibrado *(3; 3)*
• Nem a média porque é muito alto nem a mediana porque é muito baixo. Os salários são muito diferentes uns dos outros, por isso nenhum valor serve *(3; 0)*
• A média porque a mediana não é tão rigorosa *(3; 2)*
• A média porque simplifica melhor o cálculo dos ordenados *(3; 3)*
• A média porque representa os salários iguais para todos os empregados *(0; 1)*

A análise efectuada às respostas fornecidas às duas perguntas mostra que, quando os alunos trabalham em díade, conseguem, na maioria dos casos, revelar uma compreensão instrumental do conceito de média e mediana, ou seja, aplicar o respectivo algoritmo. Mas este conhecimento, por ser instrumental, não lhes diz quando devem escolher uma média ou uma mediana, já que "não se pode dizer em termos absolutos qual destas medidas é preferível, dependendo do contexto em que estão a ser utilizadas" (Martins *et al.*, 1997, p. 80). Para isso, é necessário que os alunos tenham desenvolvido um conhecimento relacional que lhes permita adaptar o esquema que construíram de média e mediana a outras situações, aquilo que Sfard e Linchevski (1994a) designam por flexibilização do conceito.

A análise qualitativa efectuada permite-nos atingir níveis de maior compreensão sobre a literacia estatística destes alunos. Em relação à média e à primeira questão, é de salientar que apenas 27% dos alunos (1996/98) apresentam argumentos que não apelam para um significado matemático relacionado com as propriedades deste conceito, ou seja, um argumento matemático correcto e que já possui um certo grau de formalização. Sobressai, também, a maior dificuldade que os alunos apresentam em relação à compreensão do conceito de mediana. Do ponto de vista instrumental — mera aplicação do algoritmo ou de um conjunto de procedimentos — tínhamos verificado que a diferença não era muito acentuada: 94% de respostas correctas no caso da média e 89% para a mediana, no primeiro ano. No entanto, quando já se faz apelo a um conhecimento relacional, como o que é pedido na segunda questão, constatamos que quase metade dos alunos não é capaz de usar argumentos matemáticos que relacionem este conceito com as suas propriedades. Se tivermos em conta os dados do segundo ano, verificamos um aspecto curioso: o conhecimento instrumental em relação à mediana, é menor do que em relação à média, mas o tipo de argumentos que utilizam quando respondem à segunda questão é semelhante nos dois anos.

Uma possível compreensão deste fenómeno passa pelo reconhecimento de que tanto no contexto macro-social, como no micro-social, o conceito de média é mais frequentemente usado. Na vida quotidiana fala-se de média em situações diversas, o mesmo acontecendo na escola, onde está implícito ao contrato didáctico saber o que é uma média, até para conseguir calcular a nota que se espera numa determinada disciplina e num dado período. Assim, podemos afirmar que a noção de média tem uma forte marcação social (Mugny e Doise, 1983), o que não acontece com a mediana que é um conceito pouco utilizado pelos *media*, pelos alunos e professores, na prática pedagógica quotidiana.

Estas constatações reforçam a ideia de que o nível de complexidade das questões não é equivalente, sendo a segunda mais difícil, pois já apela para o que Ponte (1992) designa por competências avançadas ou de ordem superior, que implicam uma capacidade significativa de lidar com situações novas, semelhante ao que Skemp (1978) denomina por conhecimento relacional, enquanto que a primeira questão apenas necessita de fazer apelo a competências elementares, relativas a processos simples de memorização e execução, correspondendo ao que Skemp (1978) designa por conhecimentos instrumentais.

Quando se pretende chegar a conhecimentos de nível superior, que já incluem o tipo relacional, o facto de se tratar de um conceito com marcação social torna mais fácil a obtenção de desempenhos deste tipo. Por isso mesmo, a avaliação, em termos pedagógicos, é uma questão tão complexa e multifacetada. Não chega ter em conta a dificuldade instrumental das tarefas propostas, é preciso compreender e considerar as dificuldades que os alunos terão, ou não, em atribuir-lhes um significado, como já afirmaram Carraher, Carraher e Schliemann (1989) ou Saxe (1989), quando compararam desempenhos matemáticos em diversos contextos, como em situações da vida quotidiana e na sala de aula.

## Análise de dois casos

A análise de alguns casos permite ficar com uma descrição mais completa da realidade, ou seja, possibilita uma melhor compreensão do significado que os alunos atribuem a estes dois parâmetros estatísticos: a média e a mediana. Ficando por uma análise quantitativa, que apenas tem em conta os aspectos computacionais, somos levados a afirmar que estes conceitos não apresentam grandes dificuldades, uma vez que a maioria dos alunos domina o seu conhecimento instrumental. Contudo, quando passamos do conhecimento instrumental para o relacional, verificamos que surgem dificuldades e que o conceito de média está mais desenvolvido e é mais flexível que o de mediana.

Analisar as interacções sociais que se estabelecem quando dois alunos realizam uma tarefa não-habitual, durante a qual têm de co-elaborar uma resolução, parece-nos essencial para compreender como este duplo processo de negociação, simultaneamente cognitivo e social, pode contribuir para a construção ou o enriquecimento de um objecto matemático. Dois exemplos de interacções ilustram como esta forma de trabalho com os alunos permite ver como eles se apropriam de um conhecimento quando têm de negociar uma resolução.

**Caso 1**

*Apresentação da díade*. A A. tinha 12 anos quando realizou a tarefa com o D., no ano lectivo de 1996/97. A. é uma aluna considerada como *trabalhadora* pelo professor de Matemática. O seu percurso escolar corrobora esta opinião: nunca reprovou e gosta de andar na escola para *ter um emprego bom...* . Para a A. a Matemática é difícil e *é preciso percebê-la logo no primeiro dia* mas o *stôr é que me ajuda a gostar de Matemática...* o deste ano *é fixe ...* '*tá a correr bem*. A. é aluna, como ela diz, *dos 60%*.

D. tem 14 anos. Ao contrário de A., já ficou retido no 7º ano de escolaridade. O professor considera D. *muito inseguro*, mas *como repetente em certas matérias tem algum à vontade* e nessas alturas *arrisca mesmo uma ida ao quadro*. Tal como A. também considera a Matemática *difícil*, pois tem que *se trabalhar muito...trabalhar muito é fazer os exercícios todos do livro* e *são todos muito parecidos mas mesmo assim falho os testes... também não os faço todos* [Risos]. Segundo o professor, D. é um aluno que, nos testes, consegue atingir o nível 3, mas não em todas as matérias. Ambos afirmaram que tinham gostado das aulas de Estatística, que já sabiam como se fazia a média e os gráficos de barras.

[Lêem individualmente a pergunta 1]

39. *D* - Acho que os cinco empregados não estão todos equilibrados.
40. *A* - Pois não.
41. *D* - Porque há um a ganhar 180.
42. *A* - E há outro a ganhar 42 contos praticamente só. Agora vamos fazer a média primeiro.
43. *D* - Somamos isto tudo, somando os ordenados dos empregados e dividimos pelo número dos empregados.
44. *A* - 54 mil, 42 mil, 60 mil, 48 mil, 180 mil. Agora divide por cinco.
45. *D* - A média é 76 contos e 800 [Depois de fazer os cálculos na calculadora].
46. *A* - Indica aí a conta.

47. *D* - [Começa a escrever]
48. *A* - Então podes pôr assim: soma-se tudo, soma-se os resultados e depois... divide-se por cinco que dá 76 e 800.
49. *D* - [Escreve o que a A. disse]
50. *A* - Espera… [Olha para a folha]
51. *D* - Acho que não estou de acordo porque os ordenados deviam ser mais equilibrados.
52. *A* - Sim, se o salário fosse igual à média, se cada empregado tivesse isto [Aponta para o valor de média] já estava mais equilibrado.
53. *D* - Então metemos não, porque os salários não são equilibrados.
54. *A* - [Escreve] Equilibrados ou diferentes?
55. *D* - Diferentes como? Por eles não receberem todos o mesmo?
56. *A* - Sim, como eles não devem fazer todos o mesmo.
57. *D* - É por isso que não recebem o mesmo. O E deve ser o que manda.
58. *A* - Então metemos que não porque os ordenados são diferentes uns dos outros. Pode ser assim?
59. *D* - 'Tá. Numa empresa tem de haver sempre chefes e empregados.
60. *A* - Por isso os ordenados são tão diferentes.
61. *D* - E eles não podem concordar com a média porque fica a parecer que têm todos o mesmo...
62. *A* - Dinheiro e está mal.
63. *D* - Está mal não, está a enganá-los. Pois, a média está certa.
    (…) [Lêem individualmente a pergunta 2.3]
64. *D* - Agora temos que fazer a mediana.
65. *A* - Sabes qual é a mediana?
67. *D* - A mediana é meter todos por ordem e ver o que está no meio.
68. *A* - Sim.
69. *D* - Então fica 42 mil, 48 mil, 54 mil, 60 mil, 180 mil.
70. *A* - Agora o do meio é...
71. *D* - É 54 mil.
72. *A* - Falta-nos responder à pergunta.
73. *D* - A pergunta é...
74. *A* - Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa? Eu escolhia a média porque é um salário maior. A média é 76 e 800.
75. *D* - A média para representar os salários?
76. *A* - Sim, tem que escolher uma para representar os salários. O que escolhias?
77. *D* - [Olha para A.] Não sei. E tu o que escolhias?
78. *A* - A média porque é um salário maior. Ganham mais. [Escreve]
79. *D* - Muito maior. É de 54 para 76. Tens razão. É mais dinheiro.
80. *A* - Por isso é que representa melhor os ordenados.

*Análise da Interacção*. O D. começa por emitir uma opinião acerca da desigualdade dos salários, visível na descrição que faz sobre as diferenças entre os dados. Nesta tarefa é ajudado por A., ou seja, os alunos, ao confrontarem-se com o facto de existir uma grande disparidade entre os salários, decidem analisar os dados mais detalhadamente, partindo dos valores máximos e mínimos que a distribuição toma. A comparação que fazem entre o limite máximo e mínimo da distribuição, ou seja, entre o salário máximo e mínimo, leva-os a reforçar a ideia inicial do desequilíbrio existente entre os salários, considerando a distribuição assimétrica.

Neste começo da interacção, estamos perante um caso de co-construção da resolução (Carvalho e César, 1999, 2000a; Gilly, Fraisse e Roux, 1988), pois ambos completam e continuam o raciocínio um do outro, não havendo uma liderança muito marcada por parte de nenhum dos elementos da díade. Assim, podemos afirmar que, neste exemplo [até à fala 63], há uma procura de solução conjunta, em que cada um contribui para o avanço da resolução ouvindo e compreendendo as intervenções do par, continuando o que ele está a expor, procurando clarificar as estratégias utilizadas e escrevê-las de modo a que indiquem tudo o que pensaram, tal como era pedido nas instruções de trabalho que se encontravam escritas na tarefa.

Até este momento também se verifica que não existe nenhum conflito sócio-cognitivo. Ambos estão de acordo quanto à estratégia de resolução e quanto aos procedimentos computacionais inerentes à resposta fornecida, o que evita o conflito cognitivo. A gestão do processo interactivo, do ponto de vista social (quem lidera, como o faz, quando se concorda, quando são feitas concessões), é feita de forma natural, sem que tenham de ser resolvidas divergências acentuadas. Porém, como referem os autores já citados, esta aparente harmonia entre os dois elementos não exclui a possibilidade de as intervenções de um perturbarem o outro ou desencadearem uma nova conjectura que não apareceria sem esta dinâmica.

Contudo, uma análise mais fina denota uma maior confiança nas suas capacidades, por parte da A. e um respeito pela sabedoria (ou pelo estatuto de melhor aluna) da colega, por parte do D.. Isto faz com que a A. assuma, em alguns momentos, uma liderança subtil: *Agora vamos fazer a média primeiro* [fala 42]; *Agora divide por cinco* [fala 44]; ou *Indica aí a conta* [fala 46]. Aliás, as marcas do tempo [Agora] enquanto forma de pressão para persuadir o outro, são indicadores subtis de liderança (César, 1996). O modo verbal utilizado, na forma de imperativo, sugere igualmente alguma liderança, pois tem implícita uma ordem, conselho ou pedido, por parte de A. No entanto, não podemos falar de uma liderança nítida porque as sugestões da A. são sempre acompanhadas pelo D., que completa e alarga a sugestão inicial, como acontece na fala 43, em que é ele quem fornece a primeira definição de média: *Somamos isto tudo, somando os ordenados dos empregados e dividimos pelo número de empregados.*

Ambos analisam os diversos valores da distribuição com base na leitura da tabela, enriquecendo-a com informações da sua experiência quotidiana acerca dos salários. É esta informação que parece dar origem a que os alunos encontrem uma propriedade estatística da média: a média pode não ser igual aos valores das observações. Esta constatação, que eles discutem e completam mutuamente leva-os a construir um significado relacional deste conceito. Contudo, o facto do cálculo do algoritmo surgir logo nas primeiras falas de A., sem ser pedido explicitamente na pergunta, induz-nos a pensar que, no contrato didáctico usual destes alunos com o seu professor, se começa mais frequentemente por o calcular antes de analisar qual o melhor parâmetro para a situação em causa.

Ao longo de toda a primeira parte da resposta desta díade verificamos como ambos os alunos se questionam obrigando o colega a precisar a sua explicação inicial. Cada um retoma a estratégia de resolução do outro, enriquecendo-a. Sem esta dinâmica de co-construção de uma estratégia comum, baseada nas intervenções de cada elemento, seria muito difícil que os dois sujeitos tivessem chegado a uma resposta tão completa, ou seja, uma compreensão do conceito de média próxima do seu significado usual.

Curioso, é o facto de D. falar de desequilíbrio para caracterizar os salários. Ferrer (1995), baseando-se numa análise de trabalhos realizados acerca do conceito de média por diversos autores, afirma ser frequente os alunos revelarem uma ideia intuitiva de média associada a uma balança e aos efeitos que se produzem quando se altera algum dos dados da distribuição. Como refere a autora, estas ideias que os alunos trazem devem ser o ponto de partida para o estudo das medidas de tendência central, enquanto medidas de localização. Contudo, nem sempre isto acontece. É frequente os professores não explorarem estas ideias intuitivas dos alunos, construídas nas suas experiências quotidianas, optando pela introdução precoce do algoritmo.

Depois dos alunos terem calculado a média aritmética com base na aplicação directa do algoritmo têm que, com base no valor encontrado, analisar os valores fornecidos. O D. considera que os empregados não vão estar de acordo porque os seus salários vão ser desequilibrados, isto é, são muito diferentes uns dos outros. A A. refere que, se eles tivessem um salário igual à média, iam estar de acordo porque já estavam equilibrados, ou seja, os empregados já recebiam todos o mesmo.

Verificamos, ainda, uma divisão social de papéis: é D. quem faz os cálculos na calculadora e escreve; é A. quem dita. Esta divisão do trabalho é pouco vulgar pois a representação social mais frequente é que as raparigas escrevem, porque é suposto terem a letra mais bonita e certinha (César, 1994). A situação descrita por esta autora é o resultado do contracto didáctico de muitas salas de aula onde é claro para os alunos que a apresentação dos trabalhos influencia e avaliação do professor, mas também de representações sociais mais latas como o do papel feminino e masculino na sociedade.

Um aspecto a realçar é o facto de, quando surgem algumas dificuldades na resolução da tarefa, os sujeitos recorrerem à sua experiência quotidiana, o que se pode designar por argumentações baseadas no senso comum, para justificar as opções que vão tomando [falas 56 a 60]. Esta reacção revela que esta é uma tarefa com marcação social e que, como Vygotsky (1962, 1978) afirma, os conceitos espontâneos precedem a apropriação dos conceitos científicos. Neste caso, há uma nítida procura de justificação social para a disparidade dos salários: *O E deve ser o que manda* [fala 57] ou *Numa empresa tem de haver sempre chefes e empregados* [fala 59]. Como acontece na maioria das interacções que até hoje analisámos, são os alunos com desempenhos mais fracos e com um passado em que já existe insucesso escolar os que mais frequentemente recorrem ao quotidiano para justificar as suas resoluções.

Na pergunta seguinte (2), o D. sabe como se calcula a mediana [fala 67] e, quando a A. diz que agora os empregados vão estar mais de acordo com o valor da média não se dá nenhuma discussão em torno desta resposta. O D. continua a fundamentar a sua opinião considerando o equilíbrio dos salários, ou seja, o que rege a sua resposta é uma procura de justificação social – que os empregados ganhem mais dinheiro. A resposta tem como base o valor concreto dos salários, sem atender ao contexto da pergunta, que obriga a uma comparação entre duas medidas. Ao não realizarem esta comparação, os alunos dão uma resposta incorrecta. Aliás, D. revela algumas dificuldades na interpretação da pergunta e faz um pedido de esclarecimento à A., que lhe responde. Porém, o D. não compreende essa resposta, ficando calado e sem solicitar uma nova explicação. O silêncio do colega, é interpretado pela A. como concordância e ela escreve a sua resposta.

A análise desta interacção ilustra o que é afirmado por Skemp (1978): os alunos atingem mais facilmente um conhecimento instrumental do que um conhecimento relacional. Neste caso, não é o cálculo da média nem da mediana que levanta dificuldades a qualquer um destes sujeitos. Eles conhecem os algoritmos e são capazes de os aplicar. No entanto, não conseguem mobilizar um conhecimento relacional e, neste caso, o facto de trabalharem em díade não os levou a ultrapassar os constrangimentos iniciais porque, ao estabelecerem uma interacção em que o conflito sócio-cognitivo nunca está presente, conseguem construir respostas bem elaboradas sempre que a ideia inicial está bem adaptada à pergunta formulada, mas não conseguem progredir quando partem de uma ideia inicial incorrecta, o que mostra que o acordo total nem sempre é a melhor forma de atingir desempenhos elevados, como já tínhamos verificado noutras análises (César, 1996, 2000a; César e Silva de Sousa, 2000).

**Caso 2**

*Apresentação da díade*. J. e R. tinham ambos 12 anos, no início do ano lectivo de 1997/98. Ambos são considerados bons alunos em Matemática, tendo atingido níveis 4 ou 5. Gosta de Matemática pois, como afirma, *comigo nunca falha... quem não gosta é porque não deve estudar... estudar é fazer os exercícios todos mas com atenção, nem todos são iguais...* é *preciso ter boas notas a Matemática senão não podemos entrar na universidade... quero* ser *engenheiro... gosto de construir coisas...* .

Para R. a Matemática não levanta dificuldades [pois] *sempre tive facilidade em perceber... acho que tudo depende de seguir a nossa cabeça... não sei... devem ser as nossas ideias para a Matemática... não é jeito porque se não se faz os exercícios não se percebe nada, mas não é só fazer sem se perceber nada... é difícil de explicar...*

43. *R* – Numa empresa escolheram-se ao acaso cinco dos seus empregados para fazer um estudo acerca dos salários, obtiveram-se os seguintes resultados: empregado A, B, C, D e E.
44. *J* – Salários escudos/mês... ganham bem. [Risos]
45. *R* – Então não ganham! Este é o chefe. [Aponta para o empregado E]. Ora bem, vamos lá a ler a pergunta.
46. *J* – Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?
47. *R* – Então vamos fazer a média. Temos de... temos de somar isto tudo, não é?
48. *J* – Hum... hum... [Acena positivamente com a cabeça]. Eu faço [Agarra na calculadora] É três zeros, não é?
49. *R* – É sempre três zeros porque é 1000. Eu vou-te dizendo os números: 42000 mais 60000 mais 48000 mais 180000 igual a…
50. *J* – 384000.
51. *R* – Então, agora achas que os empregados estão de acordo?
52. *J* – Calma, falta dividir.
53. *R* – Por cinco.
54. *J* – Temos que ter o resultado para saber a média. Agora põe só aquele X.
55. *R* – Ah! O X barra? [J acena positivamente com a cabeça] Igual a 76800. Pronto, só assim? [Olha para J que acena positivamente com a cabeça] Ah! Ainda diz aqui o porquê. Eu acho que não estão de acordo. E tu?
56. *J* – Também não, porque o salário não é igual. Achas que isto é igual? [Aponta para o valor da média e para os salários da tabela]
57. *R* – É óbvio que não. Então, eles não estão de acordo porque...
58. *J* – Agora temos que explicar o porquê.
59. *R* – Porque a maioria dos empregados...
60. *J* – Escreve aqui por baixo. [Aponta para a folha de resposta]
61. *R* – Aqui?
62. *J* – [Acena positivamente]. Não, porque alguns empregados têm menos e outros têm mais.

63. *R* – Não, porque uns recebem menos e outro recebe mais, que é o E.
64. *J* – Pois, tens razão. Só o E recebe mais. Todos os outros é menos.
65. *R* – Menos que o dinheiro da média.
66. *J* – É por isso que não vão estar de acordo.
67. *R* – O E, deve ser o chefe e faz aumentar a média.
68. *J* – O quê? Não percebo nada.
69. *R* – Quando metes o 180, os outros parece que ganham mais. É por isso que não estão de acordo.
70. *J* – Já metem o chefe para os empregados pensarem que ganham mais dinheiro. São espertos. [Risos]

(…)

91. *J* – A mediana é esta. [Aponta para o 54000] É a do meio.
92. *R* – Põe um quadradinho à volta, para a gente saber que é a mediana.
93. *J* – E ponho a mediana por baixo, para nós sabermos.
94. *R* – Escreve só "me". É como a gente simboliza a mediana. É com "me". Pronto.
95. *J* – Agora porquê? Ah! Agora já... já anima mais. Agora já há igual a este, [Aponta para o valor 54000 da tabela] já há mais pequenos e há maiores. Já está melhor, mais igual ao que eles ganham.
96. *R* – Então o porquê fica, agora a gente já está mais de acordo, não é? Eu cá já estou mais de acordo.
97. *J* – Eu também. Agora já estamos mais de acordo porque a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário intermédio.
98. *R* – Porquê intermédio? Não é intermédio. 'Tão mais de acordo porque a maioria dos empregados, já recebem um salário igual à mediana. Por isso não é intermédio, é igual.
99. *J* – Igual ou próximo? Põe próximo da mediana porque só um é que é igual. É o 54.
100. *R* – Escolhíamos a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa porque está mais próximo dos salários que as pessoas recebem.
101. *J* – Mais próximo dos salários que eles ganham.
102. *R* – Do salário normal ou do salário só?
103. *J* – Só do salário dos empregados.

*Análise da Interacção*. O início deste excerto começa com um comentário [falas 44 e 45] que resulta das vivências quotidianas dos sujeitos: considerarem que os empregados ganham bem e que o E deve ser o chefe. É de salientar que a maioria dos alunos teve necessidade de encontrar uma justificação social para a disparidade entre o salário do E e o dos outros empregados, recorrendo ao que é aprendido do ponto de vista cultural. No entanto, este episódio é muito curto. Rapidamente começam a responder à questão formulada.

A primeira estratégia que surge consiste em calcular a média para que a possam comparar com os salários de cada empregado, o que é um procedimento bastante frequente quando analisamos as interacções referentes a esta tarefa (Carvalho e César, em impressão). À semelhança do que acontece no Caso 1, durante o tempo que demoram a calcular a média, existe uma co-construção da resolução, em que cada um completa o raciocínio do outro, não se verificando uma liderança nítida por parte de nenhum dos elementos [falas 47 a 57]. Mesmo quando existe uma precipitação, por parte da R. [fala 51], percebemos, pela continuação da interacção, que ela é capaz de entender imediatamente que o algoritmo da média inclui a divisão [fala 53].

Bastante curioso é o facto destes alunos fazerem frequentemente referência ao que costumam efectuar nas aulas de Matemática e às designações de média e mediana que é habitual utilizarem [falas 54, 92 e 94]. Isto revela que o contrato didáctico estabelecido com a professora está bem interiorizado, levando-os a usá-lo mesmo quando se encontram numa situação diferente, em que foi estabelecido um novo contrato experimental (os alunos sabem que estão a trabalhar com uma investigadora, fora da sala de aula e que o seu desempenho não conta para a avaliação). Assim, podemos verificar que o novo contrato experimental não deixa de sofrer de um certo fenómeno de contaminação por parte do contrato didáctico. Nuns casos, como aqui acontece, esse facto leva a uma maior busca de rigor, não sendo prejudicial; noutros, como exemplificamos em análises já efectuadas, pode conduzir a uma falta de flexibilidade que se pode revelar prejudicial (Carvalho, 2001).

Esta díade apresenta uma abordagem analítica da tarefa, em que cada parte é resolvida passo a passo, de acordo com as questões formuladas. Têm um extremo cuidado em certificar-se de que responderam a tudo o que é pedido, o que está de acordo com o seu estatuto de alunos com bastante sucesso escolar nesta disciplina. Este estatuto revela-se também na procura de rigor, nomeadamente em relação às designações utilizadas e às justificações que dão para as suas respostas. Este último aspecto é particularmente saliente nas falas 62 a 66, em que reparam no pormenor de ser apenas o empregado E - o chefe, como lhe chamam - o que recebe um salário superior.

Muito interessante é o que afirma o R., na fala 67: *"O E, deve ser o chefe e faz aumentar a média"*. Este comentário, que revela traços de uma compreensão relacional (Skemp, 1978), provoca o primeiro conflito cognitivo da interacção, pois o J. responde que não percebe nada. Isso leva o R. a ter de explicitar o que afirmou, acrescentando *"Quando metes o 180, os outros parece que ganham mais"* [fala 69], o que é suficiente para que o seu par consiga perceber uma propriedade da média: esta é afectada pelos valores extremos. Neste episódio, temos um claro exemplo de como um aluno que domina o conhecimento relacional pode provocar conflito cognitivo noutro, ajudando-o depois a ultrapassá-lo e a progredir no seu próprio conhecimento. Para além disso, também ilustra o facto de, uma vez confrontado com a dúvida do colega, o par que neste momento actua como mais competente ser obrigado a explicitar mais detalhadamente a sua posição, o que também o faz progredir a ele.

Neste caso é notória a co-construção de respostas bastante elaboradas, em que cada um tenta levar o outro a fazer o máximo que é capaz, não descurando sequer o rigor da linguagem. A capacidade organizativa está também patente quando iniciam a resposta que necessita da mediana [falas 91 a 95] e no rigor da linguagem que procuram ter nas falas seguintes [98 a 103], nas quais consideram detalhes como a diferença entre *igual* ou *próximo*, ou se devem escrever *salário normal* ou apenas *salário*. Assim, apesar de apenas ter existido um pequeno momento de conflito cognitivo, o trabalho colaborativo revelou ser um facilitador de melhores desempenhos dos sujeitos, promovendo mesmo a passagem de conhecimento instrumental para relacional, por parte do J..

## Considerações Finais

O conceito de média é importante não só no contexto escolar, mas também na cidadania responsável e participante. Deste modo, é um dos conceitos fundamentais para o desenvolvimento da literacia estatística. Muita da informação com que lidamos quotidianamente, com base na qual são tomadas algumas das decisões pessoais, sociais e políticas, utilizam o conceito de média. Para além disso, muitas das decisões estatísticas que o aluno poderá vir a ter de tomar num futuro mais ou menos próximo passam pela noção de média e de diferenças entre médias, como acontece quando pensamos no que está em jogo na maioria das escolhas vocacionais e profissionais que terá de realizar. Assim, implementar práticas de sala de aula que facilitem a mobilização de um conhecimento relacional deste conceito parece-nos essencial.

Uma análise global dos resultados, sobretudo em relação à sub-amostra do primeiro ano, poder-nos-ia levar a pensar que os alunos apropriaram os conhecimentos relativos à média e à mediana, pois uma elevada percentagem de alunos consegue aplicar os procedimentos necessários ao cálculo destes dois parâmetros estatísticos. No entanto, quando se procede a uma análise qualitativa das suas respostas, verificamos que uma elevada percentagem de alunos consegue utilizar argumentos que ilustram propriedades da média, mas o mesmo já não acontece em relação à mediana. Quando questionados sobre a representatividade destes dois parâmetros em relação a uma determinada distribuição, muitos alunos evidenciam dificuldade em responder, o que revela que eles dominam os aspectos instrumentais destes conhecimentos, o mesmo não acontecendo com os relacionais. Esta constatação é também ilustrada pelos excertos das interacções que apresentamos, em que apenas um dos alunos revela facilidade em utilizar o conhecimento relacional.

Se tivermos em consideração as recomendações que constam dos diversos documentos de política educativa, um longo caminho resta ainda por percorrer para que se atinjam os objectivos desejados. No entanto, os dois casos apresentados mostram como, quando os alunos têm a possibilidade de trabalhar colaborativamente, aderindo a um contrato didáctico ou experimental inovador, em que se confrontam com a necessidade de co-elaborar soluções e de justificar os seus argumentos, se lhes facilita a passagem de um conhecimento instrumental para um relacional. Os cálculos deixam de ser o essencial da sua resposta pois, nesta forma de trabalho, saber gerir conflitos sócio-cognitivos, explicitar conjecturas e argumentos faz parte das práticas. Deste modo, o trabalho de interacção entre pares é uma das formas de promover atitudes mais positivas face às tarefas propostas, incluindo a persistência nas tarefas e a busca de rigor terminológico, o pleno desenvolvimento dos alunos, melhores desempenhos matemáticos e a literacia estatística.

**Notas**

[1] O projecto *Interacção e Conhecimento* foi financiado pelo I.I.E. - Instituto de Inovação Educacional - medida SIQE 2, em 1997 e 1998 e pelo C.I.E.F.C.U.L.- Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, desde 1996.

**Agadecimentos**

O nosso profundo agradecimento a todos os alunos e professores que tornaram possível este projecto.

**Referências**

Abrantes, P., Serrazina L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

Almeida, M. R. (2000). *Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da estatística*. Lisboa: DEFCUL. [Tese de Mestrado – documento policopiado]

Batanero, C. (1998). Recursos para educatión estadística en Internet. *Uno, 15*, 13-25.

Batanero, C. (2000). Dificultades de los Estudiantes en los Conceptos Estadísticos Elementales: el Caso de Las Medidas de Posicíon Central. Em C. Loureiro, F. Oliveira e L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística - Associação de Professores de Matemática - Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Batanero, C. *et al*. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *Internacional Journal of Educational Science and Techonology*, *25*(4), 527-547.

Bartolini Bussi, M. (2000). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia: Analisi di un caso paradigmatico. Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália - Actas da Escola de Verão - 1999* (pp. 235-254). Lisboa: SPCE-SEM.

Branco, J. (2000). Estatística no Secundário: o Ensino e seus Problemas. Em C. Loureiro, F. Oliveira e L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística - Associação de Professores de Matemática - Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Brousseau, G. (1988). Le Contract Didactique: Le Milieu. *Recherches en Didactiques des Mathématiques, 9*(3), 309-336.

Carraher, T., Carraher, D. e Schliemann, A. (1989). *Na vida dez, na escola zero*. S. Paulo: Cortex Editora.

Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7º ano. *Actas do Profmat 1996* (pp. 165-171). Lisboa: APM.

Carvalho, C. (1998). Tarefas estatísticas e estratégias de resposta. *Actas do VI Encontro de Educação Matemática* (pp. 127-134). Portalegre: SPCE-SEM.

Carvalho, C. (2001). *Interacção entre Pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lígico e do desempenho estatístico, no 7º ano de escolaridade*. Lisboa: DEFCUL. [Tese de doutoramento - documento policopiado]

Carvalho, C. e César, M. (1999). Interacções Sociais: Que mitos? Que realidades?. *Actas do ProfMat99* (pp. 329-334). Portimão: APM.

Carvalho, C. e César, M. (2000). Reflexões em torno de dinâmicas de interacção: O caso do trabalho em díade em tarefas não-habituais de estatística. Em C. Monteiro *et al*. (Eds.), *Interacções na Aula de Matemática* (pp. 85-97). Viseu: SPCE/SEM.

Carvalho, C. e César, M. (em impressão). Co-constructing Statistical Knowledge. Em S. Starking (Ed.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-9*. Londres: South Bank University.

César, M. (1994). *O papel da interacção entre pares na resolução de tarefas matemáticas – trabalho em díade vs. trabalho individual*. Lisboa: DEFCUL. [Tese de doutoramento – documento policopiado]

César, M. (1996). *Time's role in peer interaction*. Poster interactivo apresentado na Conferência Internacional Mind and Time, Neuchâtel (Suiça), 8-10 de Setembro de 1996.

César, M. (2000a). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: a investigação contextualizada. Em J. P. Ponte e L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália - Actas da Escola de Verão - 1999* (pp. 5-46). Lisboa: SPCE-SEM

César, M. (2000b). Interacções na Aula de matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. Em C. Monteiro *et al*. (Eds.), *Interacções na Aula de Matemática* (pp. 13-34). Viseu: SPCE/SEM.

César, M. (2000c). Interaction and Knowledge: Where are we going in the 21st century?. Em M. A. Clements, H. H. Tairab e W. K. Yoong (Eds.), *Science, Mathematics and Technical Education in the 20th and the 21st Centuries* (pp. 317-328). Bandar Seri Begawan: Universiti Brunei Darussalem.

César, M. *et al*. (2000). Interacções Sociais e Matemática: Ventos de mudança nas práticas de sala de aula. Em C. Monteiro *et al*. (Eds.), *Interacções na Aula de Matemática* (pp. 47-83). Viseu: SPCE/SEM.

César, M. e Silva de Sousa, R. (2000). Estatística e Interacções Sociais: Jura que não vai ser (só) uma aventura!. Em C. Loureiro, F. Oliveira e L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 195-211). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística - Associação de Professores de Matemática - Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(1), 5-43.

Cobo, B. (1998). *Estadísticos de orden en la ensenanza secundaria*. Granada: Universidad de Granada.[Memória de Terceiro Ciclo – documento policopiado]

Cobo, B. e Batanero, C. (em impressão). La Mediana En La Educación Secundaria Obligatoria: Un Concepto Sencillo?. *Uno*.

Cohen, L. e Manion, L. (1998). *Research Methods in Education*. Londres: Routledge.

Curcio, F. e Artzt, A. (1997). Assessing Student's Statistical Problem-Solving Behaviors in Small-Group Setting. Em I. Gal. e J. Garfield (Eds), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 123-138). Amesterdão: ISI.

Douady, R. (1985). The interplay between different settings: Tool-Object dialetic in the extension of mathematical ability. Em L. Streefland (Ed.), *Proceedings of PME9* (pp. 33-52). Utrecht: Utrecht University.

Ferrer, C. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la media arimética. *Uno*, *5*, 29-36.

Garfield, J. e Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. Em L. Stiff e F. Curcio (Eds), *Developing mathematical reasoning in grades k-12. 1999 Yearbook* (pp. 207-219). Reston: NCTM.

Gal, I. e Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. Em I. Gal. e J. Garfield (Eds), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amesterdão: ISI.

Gilly, M., Fraisse, J. e Roux, J.-P. (1988). Résolution de problèmes en dyades et progrès cognitifs chez des enfants de 11 a 13 ans: dynamiques interactives et mecanismes socio-cognitifs. Em A. N. Perret-Clermont e M. Nicolet (Eds.), *Interagir et Connaître* (pp. 73-92). Fribourg: DelVal.

Godino, J., Batanero, C. e Cañizares, M. J. (1996). *Azar y probabilidad*. Madrid: Editorial Sintesis.

Grossen, M. e Py, B. (1997). *Pratiques sociales et médiations symboliques*. Berna: Peter Lang.

Hawkins, A., Jolliffe, F. e Glickman, L. (1991). *Teaching statistical concepts*. Londres: Longman.

Martins, M. E. *et al*. (1997). *Estatística*. Lisboa: ME-DEB.

Mugny, G. e Doise, W. (1983). Le marquage social dans le development cognitif. *Cahiers de Psychology Cognitive*, 3, 89-106.

Mcclain, K., Cobb, P. e Gravemeijer, K. (2000). Supporting student's ways of reasoning about data. Em M. Burke e F. Curcio (Eds), *Learning mathematis for the new century 2000 Yearbook* (pp. 174-1187). Reston: NCTM.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM/ IIE.

NCTM (1998). *Principles and standards for school mathematics: Working draft*. Reston: NCTM. «on line» http://www.nctm.org/standards2000/

Ng, V. M. e Wong, K. Y. (1999). Using simulation on the Internet to teach statisitcs. *The Mathematics Teacher*, *8(92)*, 729-733.

Pereira Mendoza, L. e Swift, J. (1989). Porquê ensinar estatística e probabilidades. *Educação e Matemática*, 9, 17-19.

Pollatsek, A., Lima, S. e Well, A. D. (1986). Concept or computation: students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(402), 191-204.

Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de Matemática e processos de formação. Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos e J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: IIE/ SPCE-SEM.

Ponte, J. P. e Fonseca, H. (2000). A Estatística no currículo do Ensino Básico e Secundário. Em C. Loureiro, F. Oliveira e L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística - Associação de Professores de Matemática - Departamentos de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ponte, J. P., Matos, J. M. e Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: IIE.

Saxe, G. B. (1989). Selling candy: a study of cognition in context. *The Quartely Newsletter of the Institute for Comparative Human Development*, *11*(1-2), 19-22.

Schefffer, R. (2000). Statistics for a new century. Em M. Burke e F. Curcio (Eds), *Learning mathematics for the new century 2000 Yearbook* (pp. 158-173). Reston: NCTM.

Schubauer-Leoni, M. L. (1986). Le Contract Didactique: Un Cadre Interprétatif pour Comprendre les Savoirs Manifestés par les Elèves en Mathématiques. *European Journal of Psychology of Education*, *I*(2), 139-153.

Sfard, A. (2000). Steering (dis)course between metaphors and rigor: using focal analysis to investigate an emergence of mathematical objects. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(3), 296-327.

Sfard, A. e Linchevski, L. (1994a). The gains and the pitfalls of reitification: The case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191-228.

Sfard, A. e Linchevski, L. (1994b).The tale of two students: The interpreter and the doer. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of PME XVIII* (pp. 257-266). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Shaughnessy, M (1992). Research in probabily and statistics: refletions and directions. Em D. A. Gronws (Ed.), *Handbook of research and Mathematics teaching and learning* (pp. 465-494). Nova Iorque: Macmillan Publisching Company.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, November, 9-15.

Tuckman, B. (1972). *Conducting Educational Research*. Nova Iorque: Harcourt Brace Jovanovich Inc.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. Cambridge MA: MIT Press. [Original publicado em russo em 1934]

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and Society: The development of higher psychological processes*. Cambridge MA: Harvard University Press. [Original publicado em russo em 1932]

Wertsch, J. V. (1991). *Voices of Mind. A sociocultural approach to mediated action*. Hemel Hempstead: Havester Wheatsheaf.

Yackel, E. *et al*. (1990). The importance of social interaction in children's construction of mathematical knowledge. Em T. Cooney e C. Hirsch (Eds), *Teaching and learning Mathematics en the 1990s* (pp. 12-21). Reston: N.C.T.M.

*Carolina Carvalho, Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Edifício C1, Bloco C1, Campo Grande, Lisboa. Endereço electrónico: ccarvalho@fc.ul.pt.*

*Margarida César, Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Edifício C1, Bloco C1, Campo Grande, Lisboa. Endereço electrónico: mcesar@fc.ul.pt.*

*RESUMO. Pretendemos analisar o modo como os alunos mobilizam os conhecimentos estatísticos relacionados com os conceitos de média e mediana. Vários autores afirmam que os alunos aprendem a utilizar conhecimentos de forma instrumental, mas não são capazes de o fazer de forma relacional, ou seja, limitam-se a adquirir competências computacionais. Por outro lado, a investigação recente no domínio da psicologia social genética e da investigação sócio-cultural tem realçado o papel que as interacções sociais desempenham nos processos de apropriação e mobilização de saberes e competências, por parte dos alunos. A análise das estratégias de resposta de 136 díades a uma tarefa de Estatística (7º ano de escolaridade) revelou que a maioria dos alunos não apresenta dificuldades no cálculo da média e da mediana. Contudo, se efectuarmos uma análise de tipo qualitativo, verificamos que os argumentos que os alunos utilizam possuem níveis diferentes de compreensão destes dois conceitos: a média está mais frequentemente associada a um conhecimento relacional do que a mediana, como se pode observar através dos excertos de interacções que apresentamos.*

Palavras chave: *Estatística; interacção entre pares; conhecimento instrumental e relacional; mobilização de competências.*

*ABSTRACT. We intend to analyse how pupils mobilise statistical knowledge related to the concepts of mean and median. Several authors state that pupils learn to use knowledge in an instrumental way but are not capable of using it in a relational form, that is, they simply acquire computational competencies. On the other hand, recent research in the field of social genetic psychology and socio-cultural research has stressed the role social interactions play in pupils' processes of appropriation and mobilisation of knowledge and competencies. The analysis of the response strategies of 136 dyads regarding a Statistics task (7th grade) showed that most pupils do not have difficulties in calculating the mean and the median. However, a qualitative analysis reveals that the reasons pupils use imply different levels of understanding of these two concepts: the mean is more frequently associated with a relational kind of knowledge than the median, as we can see from the excerpts of the interactions we present.*

Key words: *Statistics, peer interraction; instrumental and relational knowledge; mobilisation of competencies.*