

Las ideas sobre la educación matemática de Pedro Puig Adam ¿precursoras de la Matemática Moderna?

Maria Teresa González Astudillo
Universidad de Salamanca

Introducción

La vida de Pedro Puig Adam discurre durante los dos primeros tercios del siglo XX caracterizados en España por fuertes cambios políticos que traerán consigo cambios económicos, sociales y educativos. Desde el punto de vista político se suele dividir este periodo de tiempo en cuatro etapas determinadas por cuatro regímenes distintos: la Monarquía (1875–1931), la Segunda República (1931–1936), la Guerra Civil (1936–1939) y la Dictadura franquista (desde 1939). A lo largo de las siguientes líneas se van a reflejar algunas de estas transformaciones, los avances y retrocesos que van a caracterizar este etapa y que permiten contextualizar el trabajo de Puig Adam.

La época de *La Monarquía* está caracterizada por una gran conflictividad social, reflejada en numerosas huelgas. En el ámbito educativo se crea, en el año 1900, el Ministerio de Instrucción Pública y Bellas Artes cuyo primer titular fue Antonio García Alix que contribuirá al desarrollo y la consolidación del sistema educativo español. En 1901 el ministro Romanones organiza la enseñanza primaria que se divide en párvulos, elemental y superior, se fija la escolaridad obligatoria de seis a doce años y se establece un plan de estudios que se mantendrá hasta el final de la segunda república. La enseñanza secundaria se organiza según un decreto de 1900 teniendo como fin dar una formación cultural general y preparar el ingreso en la universidad. Se hicieron posteriormente diferentes reformas en las que, alternativamente, se hacía o no distinción entre ciencias o letras en los últimos cursos con el fin de distinguir estas especialidades. En el año 1911 un grupo de intelectuales inaugura la *Escuela Nueva*.

Se conoce con el nombre de *La Restauración* al periodo republicano que va desde 1931 hasta 1936, fecha en la que comienza la Guerra Civil Española. Algunos historiadores han considerado esta época como *Edad de Plata* de la cultura española, ya que constituye una época de despegue e impulso social y cultural. En lo que se refiere a la educación, el gobierno de la República, con Marcelino Domingo y Fernando de los Ríos como sucesivos ministros de Instrucción Pública, lleva a cabo una serie de medidas destinadas, principalmente, a resolver las gravísimas deficiencias de infraestructura y personal existentes, sobre todo en la enseñanza primaria. Todas estas reformas se llevarán a cabo en un

contexto económico desfavorable y con un paro creciente. Desde el punto de vista pedagógico, se produce un contraste entre la renovación de los métodos de enseñanza impulsada por grupos activos y preocupados por los temas educativos y la enseñanza mediocre y rutinaria que se seguía impartiendo en la mayoría de los centros educativos.

El desastre de *La guerra civil* supuso un freno en el desarrollo de la educación española aunque ambos bandos, republicano y nacional, realizaron reformas educativas que tuvieron mayor incidencia en la Educación Secundaria que en la Primaria. Así el plan de Estudios de 20 de septiembre de 1938 que tendría vigencia hasta bastante después de finalizada la contienda, estableció las bases organizativas de lo que pasó a denominarse Enseñanza Media (Kilpatrick, Rico y Sierra, 1994). En este plan de estudios los aspectos formativos y de orientación ideológica y política prevalecían sobre los instrumentales y los utilitarios.

Inicialmente, durante la posguerra, hubo un gran desinterés por la enseñanza y así, en la ley de Educación Primaria de 1945, se reduce la escolaridad obligatoria a seis años (de los 6 a los 12 años), se abandona la escuela pública, al mismo tiempo que se produce un auge de la enseñanza privada. Por el contrario, los años cincuenta comenzaron una lenta evolución del régimen con una mayor apertura internacional de España, un mayor desarrollo económico y político y un intento de modernización de la enseñanza que permitió la toma de contacto con organismos internacionales educativos y la colaboración con instituciones, universidades y grupos de investigación en didáctica de otros países. Así mismo, comenzaron a publicarse revistas de educación como *Bordón*, *Revista de Misiones Pedagógicas*, *Revista de la Sociedad Española de Pedagogía*, *Revista de Enseñanza Media*, *Revista Vida Escolar*. En 1953 aparecen por primera vez los cuestionarios relativos a las asignaturas de Primaria y en cuanto a la Enseñanza Secundaria se establece un plan de estudios estructurado en seis cursos: los dos primeros de carácter común (bachillerato elemental) y los dos últimos divididos en dos especialidades Letras y Ciencias (bachillerato superior).

Algunos datos biográficos

Pedro Puig Adam vivió esta evolución y cambios que sufrió España durante más de la primera mitad del siglo XX ya que nació en Barcelona el 12 de mayo de 1900 y murió en Madrid en el 13 de enero de 1960. Inició sus estudios primarios en su ciudad natal, en la escuela pública de la Barceloneta. Cursó la enseñanza media en el único Instituto que había entonces en Barcelona. Ingresó en la Escuela de Ingenieros Industriales de Barcelona simultaneando los dos primeros cursos de Ingeniería con los tres primeros años en la Facultad de Matemáticas, lo que pudo realizar al estar ubicados ambos centros en el mismo edificio. En esta Facultad fue discípulo de Antonio Torroja quien deja una profunda huella en su formación matemática (Rodríguez, 1960). Abandona entonces la carrera de ingeniero, para centrarse en el estudio de las matemáticas.

Al terminar la licenciatura, con Premio Extraordinario, se trasladó a Madrid para ha-

cer el Doctorado en Matemáticas, puesto que esa Universidad era la única que tenía capacidad, en aquel momento, para conceder ese grado. Allí conoció a Julio Rey Pastor de quien fue primero discípulo y, después, amigo y colaborador. En 1921 lee su tesis doctoral bajo la dirección de don José María Plans, titulada *Resolución de algunos problemas elementales de Mecánica relativista restringida* obteniendo Premio Extraordinario. Trabajó después como profesor auxiliar de Geometría de la Facultad de Ciencias en la Universidad Central de Madrid¹ y como profesor del I.C.A.I.²

En 1926 obtiene la Cátedra de matemáticas del Instituto San Isidro³ de Madrid. La lucha fue dura pues hubo hasta veinte contrincantes, la mayoría ya catedráticos de Instituto. Este puesto lo ocupó hasta 1960 el año de su muerte y, de entonces, surge su vocación por la didáctica que alterna con la investigación matemática. En este Instituto fue profesor de destacadas figuras de la vida política y cultural española.

En 1931 terminó la carrera de Ingeniero Industrial y tres años más tarde comienza a trabajar como profesor en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Madrid, obteniendo, en 1946, la cátedra de Extensión de Cálculo en 1946 obteniendo así una amplia visión de las matemáticas.

Este doble aspecto de la vida de Puig, universitario e ingeniero, cultivador de la Matemática en sus dos vertientes pura y aplicada, se reflejará en toda su obra científica y en la enseñanza de ambos grados, media y superior. Y si en sus clases del Instituto, donde la enseñanza tiene un marcado carácter formativo, trae un hálito de vida, al considerar la Matemática como representación de la realidad física, a la enseñanza profesional de la Escuela de Ingenieros aportará una mejor fundamentación teórica, porque el futuro técnico necesita cultivar el sentido de lo esencial, y para eso su formación matemática ha de ser racional sin dejar de ser práctica (Pascual, 1960c, p. 796)

Fue también profesor de cálculo de la Escuela Superior de Aerotécnica, encargado de la cátedra de Metodología y Didáctica de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid y asesor de la enseñanza de la Matemática en los Institutos Laborales⁴ a cuyo profesorado de Matemáticas orientó. También tuvo a su cargo diversos cursillos de formación del profesorado de enseñanza media tanto en la capital como en otros distritos universitarios.

Su primer trabajo de investigación científica trató *Sobre algunas propiedades de las redes armónicas*⁵ y tras él siguieron más de treinta títulos que abarcaron todas las ramas de la matemática pura y aplicada y que le llevarán en 1956 a ingresar en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid, habiendo ya participado en diversos certámenes y conferencias científicas internacionales. Recibió las Encomiendas de la Orden del Mérito Civil y de Alfonso X el Sabio por sus muchos méritos.

Al morir recibió numerosos testimonios de ilustres personalidades en el campo de la Educación Matemática lo que no hace sino confirmar su talla como educador matemático.

Su contribución a la didáctica de la matemática

La contribución de Pedro Puig Adam a la didáctica de la matemática fue muy amplia y abarcó diferentes niveles y ámbitos del espectro educativo. Desde la publicación de textos escolares, la asistencia a Congresos, la formación de profesores, la publicación de artículos, el diseño de materiales o la colaboración con diversos organismos nacionales e internacionales dan debida cuenta del amplio interés que mostró por mejorar la práctica docente.

Sus preocupaciones didácticas le llevaron desde un principio de su carrera docente a colaborar con su maestro Julio Rey Pastor en la elaboración de una colección de textos para el Bachillerato español en un intento de contribuir a la renovación de la enseñanza de la Matemática en España. Así entre los dos hicieron una obra renovadora, una colección completa de nuevos textos, desarrollando las ideas que tenía Puig Adam sobre la enseñanza de las matemáticas.

Gracias a la colaboración con Rey Pastor, logró entablar contacto con el doctor Estalella (Sales, 1985), fundador del Institut-Escola⁶, institución de la Generalitat, en los tiempos de la IIª República. A partir de entonces serán numerosos sus trabajos de investigación y de didáctica de las matemáticas. Durante la guerra civil marchó a Barcelona, quedándose allí tras acabar la guerra para salvar lo que se pudiera de la obra pedagógica del doctor Estalella y de su Institut-Escola, tras su fallecimiento en 1938. Pero sólo pudo aportar sus esfuerzos para disminuir los efectos de la represión que se cernió sobre profesores y alumnos y abandonó, desilusionado, su proyecto regresando a Madrid, al San Isidro.

En el año 1955 fue encargado por el Centro de Orientación Didáctica, que acababa de crearse, para que realizara un estudio con el objetivo puesto en una urgente mejora de la Enseñanza de las Matemática en el bachillerato (Pascual⁷, 1960c). A partir de ese momento organiza y dirige las primeras reuniones de profesores; incorpora a España a los movimientos internacionales didácticos; participa activamente en los congresos y reuniones didácticas (Ramsau, Ginebra, Roma, Bruselas, Dinamarca); organiza cursos de perfeccionamiento al profesorado privado y laboral y pronuncia numerosas conferencias (Pascual Ibarra, 1960b). Llegaron noticias de sus trabajos a las grandes figuras de la Didáctica Matemática en el mundo y comenzó a intercambiar sus experiencias con el profesor belga W. Servais, con la italiana Emma Castelnuovo, con la francesa Lucienne Félix, con el alemán F. Drenkhan y con tantos otros. Especialmente inició una gran amistad con el profesor Caleb Gattegno, que visitó España en 1955 para dar a conocer sus famosas “regletas de color” (o material de Cuisenaire). En ese momento era el secretario de la Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Enseñanza Matemática (CIEAEM), creada cinco años antes por iniciativa suya, y pronto reconoció el gran valor de los trabajos de Puig Adam por lo que fue nombrado miembro activo de esta comisión desde 1955 hasta su muerte en 1960. Desde 1956 formó parte del comité que presidido por Piaget redactó las Recomendaciones para la enseñanza de la Matemáticas y Gattegno apoyó calurosamente su propuesta de que la XI Reunión de la CIEAEM se celebrase en

Madrid. Dicha reunión tuvo lugar en el Instituto de San Isidro en Madrid bajo el título “El Material de la Enseñanza Matemática” junto con una Exposición Internacional de Material Didáctico y Matemático. A ambos eventos, de gran repercusión internacional asistieron investigadores de gran renombre. La descripción del material expuesto allí, en gran parte creado por Puig Adam, quedó recogida por éste en un libro que, con el título de *El Material Didáctico Matemático Actual*, fue publicado, con algún retraso, por la Revista *Enseñanza Media* del Ministerio de Educación Nacional. En España, estos dos acontecimientos de rango internacional fueron acogidos, salvo algunas excepciones, con lamentable indiferencia, de la que Puig Adam se quejaba amargamente, por lo que suponía de menosprecio para la Didáctica Matemática, y para la Enseñanza Media en general. En contraste con la situación española, a partir de ellos, Puig Adam fue considerado en toda Europa como una de las principales figuras mundiales de la Didáctica Matemática.

Poco después Puig Adam reunió sus principales aportaciones a la citada reunión y la Exposición aneja junto con algunas de sus conferencias y trabajos anteriores, dando lugar a un libro que con el título de *La Matemática y su Enseñanza Actual* se publicó en 1960, es decir, en el año de su fallecimiento, por lo que tan sólo llegó a ver sus pruebas de imprenta.

Algunas ideas que marcaron su obra

La primera vez que se trata oficialmente en España el tema de la introducción de la Matemática Moderna fue en el año 1961 en una Reunión de Catedráticos de Matemáticas de Enseñanza Media que tuvo por título “*Nuevas Orientaciones en la Enseñanza de las Matemáticas*” (González, 2006, p. 63). Esta reunión se celebró justo tras la muerte de Pedro Puig Adam que, hasta aquel momento, había sido el matemático español más destacado y el que había participado en las reuniones del CIEAEM. Es de suponer, por lo tanto, que muchas de las ideas de la Matemática Moderna que se estaban gestando en la Comisión con anterioridad a esa fecha, estuvieran presentes en el pensamiento pedagógico de Puig Adam. Trataremos de comprobar si efectivamente en sus escritos se reflejaron algunas de estas ideas y en qué sentido lo hicieron.

Aunque la contribución de la obra de Pedro Puig Adam se refiere a ámbitos y niveles muy diversos de la enseñanza de la matemática y en relación con muchos aspectos de ésta: la organización de las materias, la relación entre los contenidos, la actividad del alumno, ..., hay algunos elementos clave que definen o caracterizan su forma de hacer y que han llegado hasta nosotros de diferentes formas. Algunos de estos aspectos se relatan a continuación para perfilar la concepción que tenía acerca de la enseñanza de la matemática.

Se ha utilizado el método de investigación histórico: una vez planteado el problema de investigación, se han buscado y seleccionado diversos textos escogidos, escritos por él (fuentes primarias) o por alguno de sus alumnos (fuentes secundarias), en los que se fue reflejando su quehacer y su pensamiento. A partir de la revisión de dichos escritos se fue

realizando un análisis del contenido que permitiera una comparación entre sus ideas y las reflejadas en algunos documentos publicados sobre la Matemática Moderna⁸ y que marcaron las pautas de actuación de la reforma de las matemáticas en los diferentes países. En este artículo nos vamos a centrar en los aspectos que aparecen a continuación:

Su visión de la enseñanza “tradicional”

Desde 1926 que entró en el Instituto San Isidro, como catedrático por oposición y, en los diversos cargos docentes que tuvo a lo largo de su vida, ese constante contacto con alumnos de todas las edades le llevó a preocuparse profundamente por la enseñanza de las Matemáticas. Sus observaciones estaban centradas en el hecho de que la mayor parte de esos alumnos parecían padecer esa enseñanza más que disfrutar con sus beneficios. Por ello comenzó a centrar cada vez más sus actividades en torno a la Didáctica Matemática, con el fin de mejorar la enseñanza de la Aritmética, del Álgebra, de la Geometría y del Cálculo en todos los niveles y que en aquella época necesitaban una profunda revisión.

La enseñanza de las Matemáticas caía entonces en la primaria en un exceso de empirismo y en el bachillerato en un prematuro logicismo, con un vacío difícilmente salvable entre ambos. Este dilema entre el empirismo y el logicismo, y el salto sin gradaciones intermedias es lo que según Puig Adam caracterizaba a la vieja enseñanza de las matemáticas:

Mientras no pudiera obtenerse del niño frutos de razonamiento lógico no quedaba otra tarea que la de inculcarle destrezas, excitando a falta de otro interés, su espíritu de competencia y campeonato. Pero en cuanto apuntaran sus facultades de raciocinio, ¡ah!, entonces era llegada la hora de abrumarle con axiomas, teoremas, corolarios, escolios, etc. Todos los individuos de nuestra generación y de las anteriores hemos sufrido las consecuencias de este angosto dilema, cuyo resultado ha sido la aversión total y definitiva de muchos espíritus hacia la Matemática, espíritus que en otros campos han acreditado luego una gran finura. (Puig, 1951, p. 2)

Toda su teoría didáctica chocaba con la pomposidad y el conservadurismo de la práctica docente de sus compañeros por lo que en 1953 decía:

... la formación del profesorado de Enseñanza Media había fomentado inconscientemente la falsa idea de que el Instituto era una Universidad en pequeño [...] ¡Cuánto camino había que recorrer (y falta por recorrer todavía en muchos centros) hasta llegar a la clase taller, a la cátedra sin estrado, a la cátedra sin cátedra, en la que el profesor, sin lugar especial para sí, está sin embargo en todas partes! (Puig, 1953, p. 5)

En 1957 agregaba:

Se ha tardado no poco en tener conciencia clara de que el acto de aprender es mucho más complicado que lo que supone la recepción pasiva de co-

nocimientos transmitidos; que no hay aprendizaje donde no hay acción y que, en definitiva, enseñar bien ya no es transmitir bien, sino saber guiar al alumno en su acción de aprendizaje. Esta acción del alumno ha terminado así primando sobre la acción del maestro, condicionándola totalmente y subvirtiendo así la primacía inicial de sus papeles. El centro de atención de la enseñanza ya no es hoy el maestro, sino el alumno. Rotunda verdad que, de puro sencilla, muchos maestros no han asimilado todavía. (Puig, 1957^a, pp. 6-7)

Por otro lado la enseñanza tradicional de las matemáticas se había basado hasta ese momento exclusivamente en el contenido matemático sin tener en cuenta ni las características psicológicas de los alumnos ni sus motivaciones. Así las exposiciones de los profesores se muestran impecables en su forma, pero dado que el niño es todavía incapaz de procesos de síntesis se obtiene como resultado sólo el cultivo de la memoria bajo la apariencia de un raciocinio prestado.

Se olvidaba lo que llaman algunos psicólogos “el realismo intelectual del niño”; es decir, su incapacidad para la comprensión prematura de las relaciones lógicas formales o abstractas. Así veíamos usar prematuramente demostraciones por reducción al absurdo que en modo alguno podrían entender los alumnos de tierna edad, ya que se fundan en premisas no sólo desligadas de la realidad tangible (única que pueden concebir), sino por añadidura contrarias a la realidad misma. (Puig, 1951, p. 7)

Puig Adam defendía la ley de la biogenética de Haeckel según la cual el desarrollo del individuo reproduce en pequeño el desarrollo de la especie. La matemática que se presentaba a los alumnos no tenía en cuenta este desarrollo genético de la ciencia y se introducía sin tener en cuenta la fase experimental e intuitiva presentándola de una forma exclusivamente racional lo que supone un pensamiento adulto.

Para salvar este salto entre la enseñanza primaria y la secundaria Puig Adam introduce los programas cíclicos para favorecer la continuidad en el estudio de las materias y el método intuitivo para el tratamiento de los contenidos. Por un lado, la división escolar de las matemáticas en Aritmética, Geometría, Álgebra y Trigonometría que se fueron configurando a lo largo de la historia de la enseñanza no se corresponde con el nacimiento y desarrollo de las matemáticas. Por ello propone los programas cíclicos, estructurados en torno a unidades funcionales adaptadas tanto al espíritu unitario de las matemáticas como al desarrollo psicológico de los alumnos. Por otro lado los métodos intuitivos, una auténtica revolución en el momento en relación con la enseñanza de las matemáticas, permitían acercar al alumno a la verdadera actividad matemática.

La Matemática y sus aplicaciones

Una de las ideas más arraigadas en el pensamiento de Puig Adam es precisamente que las Matemáticas, aun siendo de naturaleza abstracta, no deben desligarse nunca del juego

de abstracciones y concreciones que, por una parte, las originan y, por otra, surgen sus aplicaciones, pues se corre el riesgo de perder lo más importante de su valor educativo y formativo, e incluso de hacerse estériles para su evolución posterior. Por eso buscaba en la técnica tanto una valiosa fuente de inspiración como un campo al que aplicar los resultados y buen ejemplo de ello es toda su obra.

Hay, pues, tres fases en el estudio matemático de los fenómenos naturales, una primera fase de planteo o de *abstracción*, una segunda fase de razonamiento lógico, y una tercera de traducción o paso de lo abstracto a lo concreto, operación que llamaremos de *concreción*. (Puig, 1951, p. 4)

Partía de la idea de que las Matemáticas manejan un conjunto de representaciones idealizadas, que por su sencillez son aptas para el razonamiento deductivo, pero que han sido obtenidas de una realidad enormemente compleja, a través de un proceso de abstracción. Si los resultados obtenidos a través de esas representaciones han de utilizarse en la realidad, es necesario un nuevo paso de concreción. El trabajo del matemático se realiza exclusivamente sobre esas sencillas representaciones abstractas, ajeno completamente a su origen y sin atender a su futura aplicación. Pero, como explica en su conferencia, *El papel de lo concreto en la Matemática*, en la enseñanza de las matemáticas nunca se debe ignorar el papel de esos procesos de abstracción y concreción que le dan origen y finalidad.

La enseñanza matemática clásica se ha reducido durante mucho tiempo al cultivo de la segunda fase; se han ido transmitiendo de generación en generación los conceptos matemáticos desprovistos de toda significación real, enrarecidos a fuerza de depurados, y de aquí el divorcio entre la enseñanza matemática y la realidad; de aquí el tipo de hombre de ciencia incapaz de conducirse con buen sentido en la vida, el tipo frecuente del ingeniero repleto de ciencia matemática, pero incapaz de plantear, con sentido práctico, los problemas que la técnica le ofrece. (Puig, 1951, p. 4)

Para resolver el problema considera que la enseñanza de las matemáticas no debe dejar de lado los dos procesos de abstracción y concreción.

Aun cuando parezca paradójico, la facultad de abstracción no se desarrolla razonando *in abstracto*, sino empezando por lo concreto, ya que si abstraer es prescindir de algo, es preciso que empiece por existir este algo de que se puede prescindir. La deficiencia de la enseñanza de tipo clásico en este punto consiste, pues, en dar las abstracciones hechas y no enseñar a formarlas, que es lo útil y lo eficaz. (Puig, 1951, p. 5)

Como ejemplo de esa concreción relata, el mismo Puig Adam, el caso de un niño que en su cuaderno calculaba la longitud de las calles en milímetros, la duración de las obras se expresaba en centésimas de segundo o el número de obreros era 17,8456 porque el profesor daba la mejor puntuación al que sacaba más decimales. Sólo cuando se le puso imaginativamente ante la situación real se dio cuenta el alumno de lo absurdo de la respuesta.

Su propuesta, se concreta en que, además de que el centro de la enseñanza sea el alumno, para proporcionar una educación matemática completa y eficaz, las actividades deben atender al desarrollo de la abstracción y la concreción como inicio y fin del proceso lógico-deductivo y con ello conseguir la doble finalidad formativa e instrumental de la enseñanza de las matemáticas, lo que permitirá, posteriormente, a los alumnos afrontar tanto los problemas profesionales como los simplemente vitales.

El papel de la intuición

Hacía notar también el importante papel que la intuición desempeñaba en la labor del investigador matemático y, aunque en su producto final, abstracto y de naturaleza lógico-deductiva, no quedase rastro de esa intuición, era improcedente, e incluso fraudulento, ocultar al alumno cómo había sido obtenido. Había, por el contrario, que ayudar a los alumnos a desarrollar su intuición orientada al manejo de los entes matemáticos. Había que enseñarle que la intuición no puede suplantar al razonamiento, pero casi siempre es su origen. Para ello distinguía entre intuición en el sentido matemático e intuición en el sentido psicológico, que según él apenas difiere de una simple percepción. Por el contrario la intuición matemática “Es predecir, el comportamiento de una realidad sensible saltando por encima de ella, cerrando los ojos y *viendo* lo que ocurre (si vale la palabra) en una realidad interna nuestra imaginada” (Puig, 1951, p. 5).

El sentido de la intuición proviene por lo tanto de la expresión *intuire* (mirar dentro) y es necesario para alcanzar el sentido de lo esencial, saber discriminar lo que es preponderante de lo que es secundario. Así introducía los métodos intuitivos en la enseñanza media como puente de enlace entre el empirismo de la enseñanza primaria y el método lógico-deductivo de la enseñanza media. Durante la enseñanza primaria las experiencias realizadas por los niños les conduce a un tipo de intuición sensible que constituye su base del conocimiento. Para llegar al estadio lógico-deductivo había que ascender por estadios sucesivos a través de la intuición basada en lo concreto imaginado y que es el resultado de evidencias interiorizadas. Este tipo de actividad no excluye la razón aunque no se puede considerar un razonamiento de tipo abstracto. Para llegar a este tipo de razonamiento el alumno debía tener una cantidad suficiente de experiencias concretas e intuiciones que proporcionaran el apoyo suficiente para no caer en el vacío.

Para enseñar a abstraer es necesario, por lo tanto, partir de lo concreto e iniciar los procesos de abstracción. No se puede dar al alumno la abstracción ya hecha, más bien tiene que ser el alumno el que recorra el camino para dotar de sentido a aquello que se está haciendo

La enseñanza matemática eurística

Esa concepción del objeto de la enseñanza de las Matemáticas, unido a un conocimiento profundo de la psicología infantil, le llevó a establecer las bases de una didáctica matemática que definió como *activa y eurística* (palabra ésta que él escribió siempre sin *h*). Más tarde, en 1956, recogió algunos de sus trabajos en ese sentido en un libro titulado

“*Didáctica matemática eurística*”. La estructura de sus clases comenzaba con el planteamiento de un problema concreto, una situación dinámica y estimulante que atrajera el interés del alumno. Estos se disponían en grupos para fomentar el trabajo colaborativo, él observaba la actividad del alumno y les guiaba a partir de las reacciones que tenían ante la situación planteada. Finalmente fomentaba el diálogo para llegar a los conceptos. Al final de cada lección anotaba en su cuaderno las observaciones y las reacciones de sus alumnos (Pascual, 1960c).

En este sentido, su discípulo Mariano Yela, afirma que Puig no fue tan sólo un profesor sino un educador. En el siguiente fragmento se puede apreciar cómo llevaba esto a la práctica.

Estamos en 1940. En un aula fría y destartalada del Instituto San Isidro, unos cien muchachos de sexto curso esperamos nuestra primera clase de matemáticas. Entra Don Pedro [...] y se ve, tras sus gafas, la mirada chispeante, ingeniosa, acogedora, ingenua, casi infantil. Se inicia la clase. Primera sorpresa: Don Pedro no explica, no escribe ninguna fórmula en la pizarra. Habla con nosotros como un amigo mayor. Pregunta a varios qué es la matemática. Pide a algunos que recojan y resuman las contestaciones. Los demás las revisan y discuten. Poco a poco, la clase se anima; todos intervenimos. Nos olvidamos de que estamos en clase, nos ponemos gozosamente a pensar. De pronto, Don Pedro lanza una pregunta sorprendente: ¿Creéis que hay dos españoles con el mismo número de pelos en la cabeza? Todos queremos hablar. Nos parece que no; algunos creen que podría darse el caso, pero que sería mucha casualidad. Entonces, Don Pedro nos va ayudando a reinventar la matemática, a percatarnos de lo que es y para qué sirve [...] Despacio, al principio, vertiginosamente, después, se van proponiendo ideas: se llega pronto a la solución ... La clase continúa. Las contestaciones se precisan cada vez más. ¿Qué hemos hecho?, pregunta D. Pedro. Intentamos expresarlo. D. Pedro, al final, repite lo que hemos dicho, lo resume, lo aclara, lo ordena. Conclusión, eso es la matemática ... Procesos de percepción y de acción, de esquematización y abstracción, de operación con esquemas mentales más o menos abstractos, de concreción y vuelta a la realidad. Se acaba la clase. ¿Serán todas así? Con mil variantes, sí lo fueron. (Yela, 1985, p. 1)

Se trataba de que el alumno elaborara por sí mismo los conceptos y conocimientos que debía adquirir. Para ello, el profesor debía crear situaciones tales que el propio interés por ella fomentará una actitud investigadora que finalmente asegurara la firmeza de lo adquirido. El esfuerzo, el interés, la creatividad, la actividad del alumno son los elementos imprescindibles para lograr el aprendizaje del alumno.

Su visión de la geometría

De todo el trabajo que supuso la redacción de sus libros, hay que destacar, especialmente, el dedicado a renovar la forma de enseñar la geometría, pues pensó que merecía la pena el esfuerzo de publicar un *Curso de Geometría Métrica* que recogiese sus originales ideas sobre la enseñanza de esa ciencia. Su propósito, ampliamente cumplido, en esa obra, publicada en 1947, fue *despertar el respeto al rigor sin ahogar la intuición*. Su redacción, aparte de sus valiosas aportaciones didácticas, comprendía construcciones de gran originalidad, que dieron lugar a publicaciones científicas en la *Revista Matemática Hispano-Americana*. Se escribió como preparación para el ingreso en la Escuela de Ingenieros, de manera que se consiguiese la formación científica del futuro técnico sin ahogar la intuición. En el primer tomo, titulado Fundamentos, desarrolla los aspectos teóricos a partir de los axiomas iniciales y en el segundo, titulado Complementos, se tratan los temas relativos a la Trigonometría, la Geometría métrico-proyectiva y la cónicas.

La primera innovación fue la de elegir como punto de partida los axiomas del movimiento en sustitución de los de congruencia, habitualmente utilizados por los autores anteriores. Puig Adam explica brillantemente por qué prefiere hacerlo así, siguiendo las ideas de Klein:

Los axiomas de la congruencia conducen invariablemente a la “triangulación” de la Geometría, al rígido reticulado euclídeo cuyas mallas triangulares aprisionan las figuras dictando leyes de igualdad y de proporción. Más educativo parece ... caracterizar desde un principio los movimientos, las transformaciones típicas de la Geometría y ligar a cada figura aquellas transformaciones que ponen de manifiesto sus propiedades». (Puig, 1958b, p. vi)

Todo el libro sigue fielmente esta idea lo que garantiza su unidad y originalidad, sin embargo, los diferentes capítulos contemplan los temas clásicos de la Geometría lo que ha hecho que sea un libro que se siga editando actualmente.

El método y el modo de enseñanza

Es reconocido mundialmente Puig Adam por su célebre decálogo⁹ relativo a la enseñanza de las matemáticas. En este decálogo se establecen una serie de sugerencias que se deben tener en cuenta para la enseñanza de las matemáticas. La primera es general, las tres siguientes se refieren al método de enseñanza (¿por dónde vamos?), las tres siguientes al modo¹⁰ (¿cómo vamos?) y las tres últimas se refieren a la plenitud.

Los métodos y modos deben adaptarse a la psicología del escolar. El método cíclico se entiende de forma que establezca una continuidad en los contenidos, sin fraccionar las materias. Esto apoyado con la intuición y la evolución progresiva hacia la abstracción permite desarrollar la actividad psicológica de los niños desde la infancia hasta la universidad. Esta evolución psicológica la subdivide en los siguientes periodos:

Período de observación (Jardín de infancia) — Análisis simple, observación de los hechos y cosas que rodean al niño. Desarrollo de los sentidos.

Período de experimentación (Primaria) — Se provocan nuevos hechos para su análisis. Se *inducen* analogías, Desarrollo de la *transducción*; es decir, paso de lo particular a lo particular análogo.

Período de intuición (Bachillerato elemental) — Los hechos reales y provocados se sustituyen por hechos imaginados. La realidad externa sensible, por el mundo interno de la fantasía. El niño empieza a mirar dentro de sí; hace afirmaciones no ya sobre *lo que está ocurriendo*, sino también sobre *lo que ocurriría si...* Desarrollo consiguiente de la imaginación o fantasía. Desarrollo de la *inducción*.

Período lógico (Bachillerato superior) — Se sustituye, la evidencia sensible por la evidencia lógica. Los hechos imaginados por las premisas abstractas y sus consecuencias necesarias. Esquematización del razonamiento mediante el simbolismo abstracto. Desarrollo de la deducción lógica y de la abstracción. (Puig, 1951, p. 8)

En cuanto al modo no se debe concebir al alumno como un recipiente que hay que llenar de contenidos sino que más bien se trata de buscar sus intereses y que sea la actividad del propio alumno la que genere ese conocimiento. Por ello propone el modo eurístico por el cual el niño va descubriendo por sí mismo las verdades y el profesor tan sólo actúa como guía. De esta forma se preservan los dos procesos relativos a la creación del conocimiento matemático: el proceso de génesis del mismo y el proceso de transmisión.

Por ello el modo de enseñanza más acorde con dichos intereses del educando es el modo heurístico en el cual el profesor tan sólo sirve de guía para que el alumno vaya descubriendo por sí solo las verdades o por lo menos se haga la ilusión de ello (Puig, 1951, p. 9)

En este sentido hace referencia a Piaget indicando que ha influido en los pedagogos modernos ya que no separan el conocimiento científico de su propia génesis y por eso utilizan el término Epistemología genética.

En cuanto al programa propone que debe atender a valores utilitarios pero no considerándolos opuestos a los contenidos formativos, más bien considera que lo formativo es el método y a igualdad de métodos formativos serán más apetecibles los contenidos que además de enriquecer nuestra cultura pueden aportar alguna utilidad en la vida moderna.

Consideraciones finales

Aunque Puig Adam nació y vivió antes de que comenzara propiamente dicho el Movimiento de la Matemática Moderna (MMM) en España, su concepción acerca de la matemática y su enseñanza están incardinadas en el ideario del movimiento que había en

aquel momento en Europa. Concebía la matemática como la ciencia de los esquemas por su poder simplificador de los fenómenos naturales. Según él, la Matemática llamada Moderna, no solo prescindía de las trabas del mundo real sino también de su propio contenido conceptual para estudiar exclusivamente las relaciones entre conceptos, lo que Puig Adam llamaba puro esqueleto legislativo.

En sus escritos se pueden encontrar algunas de las ideas bourbakistas¹¹ que luego marcaron el MMM. La unidad de la matemática que él quiso que se reflejara en la enseñanza a través del método cíclico, el método axiomático que como se ha indicado se puede ver desarrollado en su libro *Geometría Métrica*, o la estructura de la matemática que se desprende de alguno de sus artículos, como el relativo a los juegos (Puig, 1957b) dan fe de que estas ideas estaban germinando en la enseñanza mucho antes de que se iniciara formalmente este movimiento.

En la obra de Puig Adam se pueden observar otros aspectos comunes al MMM. Tal es el caso, por ejemplo, del papel de la intuición que se ha comentado anteriormente y al que el grupo Bourbaki también concede un papel importante, realizando igualmente la distinción entre intuición del sentido común e intuición especial.

En cuanto a las finalidades educativas que el MMM organiza en tres apartados: formativa, instrumental y propedéutica hemos visto que a través del método cíclico y el modo eurístico, Puig Adam procura ese aspecto formativo, mientras que son los programas los que deben centrarse en el papel instrumental. Además comienza a pensarse en el alumno y no tan solo en el contenido, procurando presentarle situaciones concretas familiares¹², la valorización de la comprensión frente a lo aspectos más repetitivos o rutinarios¹³, la utilización de materiales manipulativos, la componente del descubrimiento¹⁴, o bien el respeto a las diferentes etapas del desarrollo del niño que dentro del MMM estarían organizadas en torno al pensamiento de Piaget.

En cuanto a los contenidos de Geometría se ve claramente como Puig Adam abandona la utilización de la noción de triángulo como base para la construcción de la geometría y en su lugar concede un papel primordial a las transformaciones que definen las geometrías.

A pesar de ello hay algunos elementos que no concuerdan con los del movimiento. Uno de ellos se refiere a la concepción de la educación secundaria que para Puig Adam debía tener entidad propia para que sirviera de enlace o puente entre la primaria y los estudios superiores. Al contrario que en otros países, en España tradicionalmente la Educación Secundaria se consideraba, como hemos visto en palabras de Puig Adam, una “universidad en pequeño” introduciendo demasiado tempranamente conceptos y razonamientos muy abstractos que, en su opinión, deberían enseñarse de una forma más progresiva respetando las etapas de evolución del pensamiento del niño. En general, en Puig Adam predomina una concepción de la enseñanza fuertemente enraizada en la Escuela Nueva ya que considera que la base del proceso educativo no debe ser el miedo a un castigo ni el deseo de una recompensa, sino el interés profundo por la materia o el contenido del aprendizaje, para ello debía producirse el abandono de los objetivos puramente memorísticos ajenos a la vida del niño, centrar la actividad del alumno y la principal tarea del

maestro debía consistir en estimular los intereses del niño y despertar sus intereses intelectuales, afectivos y morales.

Estas ideas sobre la enseñanza de las matemáticas se fueron engarzando con la concepción que tenía de una matemática actual, que se estaba desarrollando en aquel momento en Europa, y dieron lugar a un movimiento totalmente innovador que permitió colocar a España dentro del ámbito educativo en una de las potencias europeas.

Notas

1 La Universidad Central de Madrid creada por la ley Pidal en 1845 pasaría posteriormente a convertirse en la actual Universidad Complutense de Madrid.

2 El I.C.A.I. es el Instituto Católico de Artes e Industrias, una Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Originalmente, el ICAI se fundó en 1908 como escuela de obreros y en 1978 pasó a formar parte de la Universidad Pontificia de Comillas.

3 Fundado en 1603, inicialmente albergó un colegio de jesuitas, posteriormente fue sede de la Universidad Central de Madrid y la Ley Pidal lo transformó en Instituto de Segunda Enseñanza. Junto con el Cardenal Cisneros fueron los dos primeros institutos de Madrid.

4 Los Institutos Laborales, fueron regulados por una Ley de 16 de Julio de 1949 por la que se establecía la Enseñanza Laboral como enseñanza media y profesional. El bachillerato tenía una duración de cinco años con especialización en alguna de las tres siguientes modalidades: agrícola-ganadera, industrial-minera y marítimo-pesquera. Por razones obvias, casi las tres cuartas partes de todos los institutos laborales creados en España por esos años, lo fueron en la modalidad agrícola y ganadera: no obstante, el que la especialidad fuese una u otra, no tenía gran relevancia puesto que los estudiantes que cursaban bachilleratos laborales en lugar de orientarse hacia la formación profesional, como hubiera sido lo lógico, lo hacían hacia las carreras más demandadas del momento, principalmente la de Magisterio.

5 Trabajo publicado en la Revista Matemática Hispano Americana en el año 1922.

6 El Institut-Escola fue creado en 1931 como una concesión del gobierno republicano a Cataluña e inició su actividad escolar en febrero de 1932 como centro de Enseñanza Secundaria. Se inspiraba en los principios de la Escuela Nueva Catalana y en la experiencia del Instituto-Escuela de Madrid y representó el motor de un sistema nuevo de enseñanza.

7 José Ramón Pascual Ibarra posiblemente sea su discípulo y colaborador más estrecho en el campo de la pedagogía matemática; cooperación que se hace especialmente activa y extensa cuando acometen la reforma, humanización prefería decir D. Pedro, de la enseñanza de la matemática en el bachillerato, que el Ministerio de Educación encarga a Puig en 1955. A la muerte de Puig Adam, Pascual le dedicará una serie de artículos en diversas revistas glosando su vida y su obra. Posteriormente, se convertirá en uno de los artífices del movimiento de la matemática moderna en España formando parte de la “Comisión para el Ensayo Didáctico sobre la Matemática moderna en los Institutos Nacionales de Enseñanza Media” realizando el trabajo piloto experimental en el Instituto Cervantes de Madrid.

8 OECE (Organisation Européenne de Coopération Économique), (1960a) *Mathématiques nouvelles*. Paris: OECE.

OECE (Organisation Européenne de Coopération Économique), (1960b) Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire. Paris: OECE.

9 — No adoptar una didáctica rígida, sino amoldarla en clase en cada caso al alumno, observándole constantemente.

— No olvidar el origen concreto de la Matemática, ni los procesos históricos de su evolución.

— Presentar la Matemática como una unidad en relación con la vida natural y social.

- Graduar cuidadosamente los planos de abstracción.
 - Enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumno.
 - Estimular la actividad creadora, despertando el interés directo y funcional hacia el objetivo del conocimiento.
 - Promover en todo lo posible la autocorrección.
 - Conseguir cierta maestría en las soluciones antes de automatizarlas.
 - Cuidar que la expresión del alumno sea traducción fiel de su pensamiento.
 - Procurar que todo alumno tenga éxitos que eviten su desaliento.
- 10 Para diferenciar entre método y modo, Puig Adam pone como ejemplos de método: analítico, sintético, inductivo, deductivo, intuitivo, racional, cíclico, histórico, etc. Y como ejemplos de modos: activo, pasivo, turístico, individual, colectivo,...
- 11 Según Guimaraes (2006) tres son las ideas clave en la concepción bourbakista de las matemáticas: la unidad de la matemática, el método axiomático y el concepto de estructura matemática.
- 12 OECE (1961b).
- 13 En OECE(1961b) se indica que el aprendizaje debe resultar de “una comprensión nacida de una experimentación” como señala Guimaraes (2006).
- 14 Más que exponer a los alumnos las propiedades del álgebra de conjuntos haremos que ellos las descubran (OECE 1960 a).

Referências

- Fernández, J. (1960). Puig Adam: su obra científica. *Gaceta Matemática*, 1 (12), 5–8.
- Fernández, J. (2000). *Pedro Puig Adam en el Instituto San Isidro*. Discurso pronunciado en la Real Academia de Ciencias el 7 de Junio de 2000 en el Acto celebrado para conmemorar el Centenario del nacimiento de Don Pedro Puig Adam, Madrid.
- González, M.T. (2006) La matemática moderna en España. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 6, 63–71.
- Guimaraes, H. (2006) Por una Matemática nova nas escolas secundarias. Perspectivas e orientações curriculares da matemática. En J. Matos (2006) *III Seminário Temático A matemática nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos*. Documento inédito.
- Kilpatrick, J. Rico, L. y Sierra, M. (1994) *Educación Matemática e Investigación*. Madrid: Síntesis.
- OECE (1960a) *Mathématiques nouvelles*. Paris: OECE.
- OECE (1960b) *Un programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire*. Paris: OECE.
- Pascual, J. R. (1960). Puig Adam: su obra didáctica. *Gaceta Matemática*, 1 (12), 9–14.
- Pascual, J.R. (1960b) En la muerte del Doctor Puig Adam: Homenaje de sus discípulos. *Revista de Enseñanza Media*, 56–58, 455–458.
- Pascual, J.R. (1960c) Pedro Puig Adam: Una vida al servicio de una vocación. *Revista de Enseñanza Media*, 59–62, 795–804.
- Pascual, J. R. (1985). Apunte biográfico de Don Pedro Puig Adam. *Boletín de la Sociedad “Puig Adam” de Profesores de Matemáticas*, 12, 21–36.
- Peralta, J. (2000) Sobre los maestros de Pedro Puig Adam. *Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas*, 56, 41–54.
- Puig, P. (1934). D. José María Plans y Freyre. *Revista Matemática Hispano-Americana*, 2 (9), 81–87.
- Puig, P. (1935). Crónica: En memoria de D. José María Plans. *Revista Matemática Hispano-Americana*, 2 (10) 85–87.

- Puig, P. (1951) *Valor formativo de las matemáticas en la segunda enseñanza*. Discurso pronunciado en la sesión inaugural de la XIX Semana de la FAE, Madrid.
- Puig, P. (1953) La evolución de la Didáctica Matemática en nuestra generación [Discurso inaugural de la Sección de Exactas del Congreso de Oviedo]. *Las Ciencias*, 20 (1).
- Puig, P. (1957a) *Sobre la formación del Profesorado de Matemáticas de grado medio*. Conferencia dada en la Escuela del Magisterio de Valladolid.
- Puig, P. (1957b) Estructuras matemáticas en un juego solitario. *Gaceta matemática*, 11 (1), 14–19.
- Puig, P. (1958a) Matemática, Historia, Enseñanza y Vida. [Conferencia dada el 13 de diciembre de 1957 en el Aula Magna de la Universidad de Valladolid]. *Revista de Educación Nacional*, 72.
- Puig, P. (1958b) *Curso de geometría métrica, Tomo I: Fundamentos*. Madrid: Euler.
- Puig, P. (1960) *La Matemática y su Enseñanza Actual*. Madrid: Ministerio de Educación Nacional. Publicaciones de “Enseñanza Media”.
- Rodríguez, D. (1960) Don Pedro Puig Adam: Renovador de la didáctica de la matemática en España. *Revista de Enseñanza Media*, 53–55, 167–173.
- Sales, P. (1985) Semblanza bibliográfica de D. Pedro Puig Adam. *Nueva Revista de Enseñanzas Medias*, 7, 47–56.
- Sierra, M. y González, M.T. (2005) Las matemáticas en la enseñanza primaria y secundaria en el primer tercio del siglo XX: un análisis a través de planes de estudio. *V CIBEM*.
- Sierra, M., González, M.T. y López, C. (2005) *Evolución histórica de la enseñanza de las matemáticas a través de contenidos y edades*. Memoria de investigación inédita.
- Utande, M. (1964) *Planes de estudio de enseñanza media*. Madrid: MEC.
- Yela, M. (1985) *Discurso pronunciado en la Sesión necrológica en memoria del Excmo. Sr. Don Pedro Puig Adam*. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid.

Resumo. Entre os matemáticos que ocupam um lugar privilegiado tanto na história da matemática como na educação matemática em Espanha, um dos mais reconhecido mundialmente é Pedro Puig Adam. Ao longo das páginas seguintes faz-se um percurso pela sua vida e obra tentando desentranhar algumas das ideias que marcaram o seu dia-a-dia e que estavam fortemente ligadas aos movimentos europeus em torno da necessidade de uma profunda reforma no ensino da Matemática.

Palavras-chave: História da educação matemática, Matemática Moderna.

Summary. Among the mathematicians that play a prominent roll in Spain in the history of mathematics and in mathematics education, one of the most worldwide recognized was Pedro Puig Adam. Along this article a vision of his life and work is made trying to get to the bottom of the ideas that stamped his daily work. They were strongly tied with the european movements that emerged because of a need of a deep reform in mathematics teaching.

Keywords: History of mathematics education, Modern Mathematics.

■■■

MARIA TERESA GONZÁLEZ ASTUDILLO

Universidad de Salamanca

maite@usal.es