

Matemática e tecnologias — Ao encontro dos “nativos digitais” com os “manipulativos virtuais”

Susana Carreira

Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve
UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

1. Introdução: o cenário e o roteiro

Em Novembro de 2008, o Instituto Nacional de Estatística publicou números relativos à utilização das TIC pelas famílias portuguesas, incluindo dados sobre o acesso à Internet de banda larga (INE, 2008). Atingiu-se, no primeiro trimestre de 2008, o patamar dos 50% de agregados familiares com acesso a computador (*desktop*, portátil, PDA), sendo 46% a percentagem de famílias com ligação à Internet em casa. Dos agregados com Internet disponível, uma esmagadora maioria (85,5%) tem ligação de banda larga, sendo superior a um terço a fracção de famílias portuguesas que dispõem de Internet de banda larga.

Como se ilustra no gráfico fornecido pelo INE (2008), o crescimento médio anual, entre 2004 e 2008, registou os valores seguintes (levando a uma aproximação crescente entre as três barras representadas, visível no gráfico 1): 5,9% no acesso ao computador em casa; 16,4% na ligação à Internet em casa; 35,2% na ligação de banda larga a partir de casa.

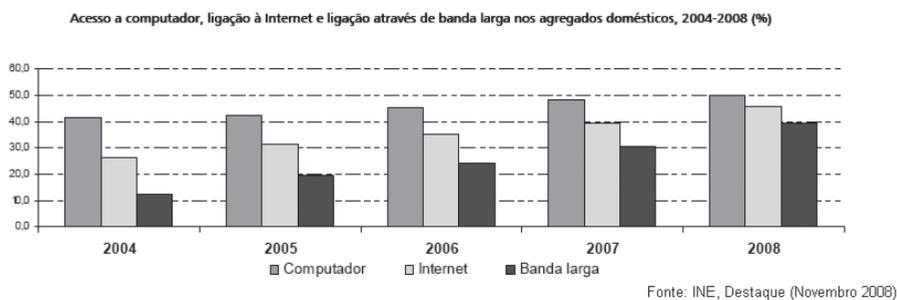


Gráfico 1. Computador e Internet nas famílias portuguesas, em 2004-2008.

O mesmo estudo do INE apresenta uma evidência muito significativa no que se refere à faixa etária da população que usa mais intensivamente o computador e a Internet. Na verdade, trata-se de um resultado que vai ao encontro da nossa percepção da realidade:

É nas faixas etárias mais baixas que a utilização das TIC se apresenta superior à média, sendo maioritária no grupo dos 16 aos 24 anos: 89,6% dos indivíduos utilizaram computador e 87,4% acederam à Internet. A partir dos 45 anos, os níveis de utilização, para ambos os indicadores, situam-se abaixo da média nacional. (INE, 2008, p. 5)

O inquérito dirigiu-se a agregados familiares com pelo menos um indivíduo de idade entre os 16 e os 74 anos e tem vindo a ser realizado, anualmente, mediante normas estabelecidas pelo Eurostat. Assim, não foram incluídos os sujeitos com idades inferiores a 16 anos, nomeadamente crianças e adolescentes. Por isso, a Carolina, uma criança portuguesa de 3 anos de idade, não foi abrangida pela estatística.

A Carolina vive no Algarve, a segunda região do país com maior proporção de utilizadores de computador e de Internet (48,5% e 43,4%, respectivamente), a seguir à região de Lisboa e antes da Região Autónoma da Madeira. Sobre esta menina, diga-se que sabe tão bem o que é o computador portátil da mãe como sabe o que é o carrinho de bebé em que ainda vai passeando quando está mais ensonada. A Carolina já faz muitas coisas no portátil da mãe, o que motiva uma ou outra birra para ver os vídeos de que mais gosta e que ela sabe escolher e abrir, sozinha, com o touchpad. Ela já não pertence ao grupo de pessoas que usam o rato como dispositivo apontador. Mesmo assim, a Carolina diverte-se a brincar com o rato do computador: tem a forma perfeita de um “ferro de engomar”, ajustado ao seu tamanho, que ela faz deslizar sobre um pano, fingindo que está a passar a ferro!

Note-se, pois, que esta criança de 3 anos nunca usou um verdadeiro ferro de engomar mas já usa amiúde um computador. Trata-se de um bom indício para o facto de estarmos a adoptar designações específicas para estes jovens membros da sociedade do conhecimento: Nativos Digitais, Geração Net, Geração Messenger, Milenares (Millennials), etc. (Gee, 2004; Oblinger & Oblinger, 2005; Prensky, 2001a, 2001b; McGlynn, 2005; Kennedy, Dalgarmo, Gray, Judd, Waycott, Bennett, Maton, Krause, Bishop, Chang & Churchward, 2007; Jukes & Dosaj, 2006).

A Carolina é uma nativa digital, de acordo com a idade que tem e a cultura ocidental em que está integrada. Os nativos digitais poderão localizar-se, pelo seu nascimento, desde os meados da década de 90. Um marco inequívoco a balizar estes jovens indivíduos é o advento, como fenómeno público, da *World Wide Web* que os acompanha até hoje.

Fala-se, assim, de uma nova geração que se mostra diferente de todas as anteriores, especialmente, no modo como aprende e encara a escola. Estes jovens distinguem-se pela grande familiaridade que têm com as tecnologias digitais e pela regularidade com que as utilizam. Há quem defenda que a sua imersão em ambientes fortemente tecnológicos, durante os anos em que se processou o seu desenvolvimento, terá mudado a forma como aprendem e até, eventualmente, o funcionamento dos seus cérebros (Prensky, 2001a, 2001b). Por isso, o maior desafio actual da educação está em conhecer, cabalmente, uma nova faixa cultural e etária que está hoje na escola e, em parte, começa a aproximar-se da entrada no mercado de trabalho.

Como será a Carolina, enquanto aluna de Matemática, daqui a breves anos, depois de iniciar o seu percurso escolar? Como será esta nativa digital que “passa a ferro” com o rato do computador e é capaz de transitar facilmente entre o real e o virtual?

Está desenhado o cenário sobre o qual se procurarão referenciais acerca do papel actual das tecnologias digitais na educação matemática dos jovens nativos digitais. O primeiro passo consistirá em estabelecer uma visão genérica do que são os nativos digitais — reconhecer tanto a sua homogeneidade, no tocante ao lastro político, económico e social que os envolve, como a diversidade e a diferença que possuem no mundo digital em que se movem agilmente. Um segundo ponto incidirá sobre a cisão que se observa entre a escola e esse outro mundo “iluminado” que é o habitat natural dos nativos digitais. O momento seguinte consistirá em examinar uma antítese classicamente estabelecida entre diversão (ou jogo) e aprendizagem ou educação. Trata-se de um trampolim que faz a passagem do conceito de “eduertimento” para a noção de “manipulativos virtuais” como ingredientes essenciais num novo (porque ainda ausente) paradigma da educação matemática: *matemática-experimental-com-tecnologia*. O último passo consiste em propor e examinar possibilidades — não com o intuito de perspectivar um modelo de currículo nem de resolver dilemas entre o “saber mundano” e o “saber da investigação” relativamente aos grandes propósitos da educação matemática no século XXI. O fim é bem mais singelo: defender três inadiáveis desígnios das tecnologias digitais na actividade matemática dos jovens: manipulação/experimentação, visualização, investigação.

2. Uma nova geração de alunos: os Nativos Digitais

As crianças de hoje são diferentes! (...) Para a maioria delas, nunca houve um período das suas vidas em que os computadores, os vídeo-jogos, a Internet e as restantes maravilhas digitais, que cada vez mais definem o seu (e o nosso) mundo, não tenham estado à sua volta. A constante exposição aos *media* digitais mudou a maneira como estes Nativos Digitais processam, trabalham e utilizam a informação. Como consequência, os ND's comunicam de formas fundamentalmente diferentes de qualquer geração anterior. (Jukes & Dosaj, 2006, p. 1)

Muitas descrições estereotipadas dos Nativos Digitais têm vindo a ser apresentadas por diversos autores, em áreas como a educação, a gestão de recursos humanos ou a indústria e design tecnológicos. Por exemplo, Marc Prensky (2006), refere que a divisão entre os Imigrantes Digitais e os Nativos Digitais não é um gracejo. Os nativos estão habituados a receber informação a uma velocidade muito maior do que qualquer imigrante é capaz de a apresentar; os imigrantes tendem a tratar de um assunto de cada vez e os nativos optam pelas multi-tarefas; os imigrantes entendem o texto como a sua fonte principal de registo e os gráficos como complemento; os nativos querem, primeiramente, os gráficos e, só depois, algum texto; os imigrantes gostam das coisas arrumadas com ordem, em capítu-

los sucessivos; os nativos têm tendência a reunir muita informação ao mesmo tempo, de uma forma aparentemente caótica, organizando-a à sua maneira.

Uma grande questão do mundo actual é que as tecnologias digitais e, em particular o acesso à Internet, estão a pôr em causa a escola como principal meio de aprendizagem e de educação.

As novas tecnologias colocam um desafio aos educadores. Os teóricos defendem que os computadores pessoais, os assistentes digitais pessoais, os Game Boys e a Internet podem retirar à escola formal o lugar de meio primordial de desenvolvimento de capacidades de pensamento. (Shaffer & Clinton, 2006, p. 283)

Graças às tecnologias modernas, os jovens de hoje estão frequentemente expostos, fora da escola, a processos que são mais profundos e mais ricos do que as formas de aprendizagem a que estão expostos nas escolas. (Gee, 2004, p. 107)

Ao mesmo tempo, apresenta-se como problemático o facto de serem os imigrantes digitais a ensinar os nativos digitais, na escola de hoje (Prensky, 2006; Gee, 2004; McGlynn, 2005).

Na minha opinião, o único grande problema que a educação enfrenta hoje é que os pais e professores Imigrantes Digitais, que vêm da era pré-digital, estão a debater-se para tentar ensinar uma população que fala uma linguagem inteiramente nova. (Prensky, 2006, p. 29)

Muitos dos fenómenos de cisão entre a escola formal e os alunos nativos digitais que a frequentam parecem ter contornos mais penosos do que suporíamos à primeira vista. O abandono, o desinteresse, a fuga e a rejeição a tudo o que possa aflorar a ideia de escola, sobretudo por parte dos alunos do sexo masculino, são fenómenos já bem identificados. De facto, Gee & Levine (2009) falam da crescente crise de empenho dos alunos nos Estados Unidos. A palavra de ordem começa a ser a de tentar motivar os alunos, perante taxas de abandono escolar em distritos urbanos que atingem os 50% e resultados de inquéritos que mostram que os jovens estão extremamente enfasiados na escola.

Os professores desejam preparar os seus alunos para a vida do século XXI e querem que os jovens gostem de andar na escola. Contudo, assistem regularmente a uma desconexão entre o mundo real, fora das salas de aula, e o mundo fixo e desactualizado que existe no seu interior. Eles vêem um contraste nítido entre os corpos inquietos e os olhares indiferentes que são despertados pelas aulas baseadas no manual escolar e a energia palpável originada por aulas em que a tecnologia foi habilmente incluída. (Gee & Levine, 2009, p. 51)

Vejamos o que se pode encontrar quando se procura elaborar um breve retrato psicológico da Geração Net — sem que isso nos deva levar a generalizações simplistas, já que estamos perante uma geração cheia de diversidades e cambiantes (Kennedy, Judd, Chur-

chward, Gray & Krause, 2008; Benett, Maton & Kervin, 2008). Embora a base cultural em que se apoia esse quadro psicológico esteja situada nos Estados Unidos da América, é certamente possível encontrarmos, em muitas das pinceladas, idênticas realidades noutros cantos do mundo ocidental.

Assim, do ponto de vista das suas preferências e formas de estar (McGlynn, 2005), os Nativos Digitais nasceram na era do novo capitalismo e cresceram numa época de prosperidade económica. São uma geração francamente favorecida pelo poder político e a estes jovens é dada grande atenção como potenciais consumidores.

Estão habituados a ser compreendidos, como resultado da mudança nas práticas de cuidar e disciplinar as crianças, e sentem com normalidade o facto de serem consultados na tomada de decisões pelos adultos. Alimentam fortes laços com os pais e estão muito em contacto com os seus progenitores. Sobre eles recaem grandes expectativas de sucesso. Quando existem os meios financeiros, os Nativos Digitais são prontamente apoiados por adultos que os orientam e ajudam nas suas tarefas escolares ou extra-escolares. Dentro da escola, este facto reflecte-se na sua necessidade de atenção individual e na exigência de auxílio extra ou de mais recursos para ultrapassarem dificuldades.

Os Milenares foram criados, em grande medida, por pais activos e envolvidos. Os pais protectores da geração Net tentaram garantir que os seus filhos cresceriam em segurança e que seriam bem tratados. Meia dúzia de mensagens retumbantes foram lançadas sobre estes jovens e usualmente reforçadas pela escola (Raines, 2002). “Tu és especial!” — Foram miúdos protegidos desde muito cedo. “Vais conseguir!” — Muitos pais decidiram criteriosamente qual seria a escola ou o colégio que os filhos iriam frequentar, muito antes da sua entrada.

A diversidade na geração dos Milenares é agora uma grande paleta de tons, de línguas e de culturas. A atenção deixou de estar concentrada nas questões raciais e a segregação continuou a aumentar mas, agora, principalmente, em função do nível económico (Gee, 2004).

Também na questão do género, parecem emergir diferenças, com as raparigas a revelarem maiores progressos do que os rapazes em quase todas as áreas. A percentagem de rapazes a abandonar estudos é agora superior e o desempenho das raparigas está a aproximar-se do dos rapazes em domínios como a Matemática e as Ciências, em que o sexo masculino ainda sobreleva.

Ano após ano, as estatísticas tendem a mostrar que os Milenares, mesmo aqueles que se incluem em camadas privilegiadas da sociedade, gostam cada vez menos da escola. Não obstante, são os primeiros a reconhecer que os diplomas escolares constituem uma vantagem no novo capitalismo, especialmente se provierem de certas instituições de elite. Simultaneamente, têm cada vez mais a consciência de que as capacidades essenciais, as experiências e as aptidões necessárias para o sucesso no mundo em que vivem não são obtidas na escola, mas antes fora da escola, em casa, em actividades extra, em viagens, em cursos de verão e na Net.

E, por último, a relação dos Nativos Digitais com a aprendizagem escolar também se alterou substancialmente. O estrato social continua a ser uma das principais razões que contribuem para o insucesso escolar das crianças. Mas parece haver hoje uma outra causa para a aversão dos jovens à linguagem da escola. Muitos estão expostos a formas de lingua-

gem e de interacção associadas às tecnologias digitais (Internet, vídeo-jogos, mensagens instantâneas, etc.). Tais estilos de linguagem são, por vezes, de grande complexidade mas têm o dom de se tornarem mais atractivos e apelativos do que os assuntos e as tarefas escolares. Os novos *media* estão a promover modos de pensamento, de interacção e de avaliação que são muito diferentes — mais motivadores e estimulantes — do que aqueles que se encontram na escola (Gee, 2004). Por isso, há alunos que simplesmente desanimam por terem de “se desligar” quando entram na escola (Prensky, 2006; Prensky, 2008a).

De certa forma, as escolas decidiram que toda a luz que rodeia os miúdos — isto é, as suas conexões electrónicas com o mundo — é, de algum modo, *prejudicial* para a sua educação. Por isso, sistematicamente, quando os miúdos entram nos edifícios da escola, são obrigados a fechar todas as suas ligações. Nada de telemóveis. Nada de leitores de música. Nada de aparelhos de jogos. Nada de abrir a Internet. Quando chegam à escola, deixam para trás a luz intelectual das suas vidas quotidianas e entram na escuridão da sala de aula antiquada. (Prensky, 2008a, p. 42, *itálico no original*)

Afinal, que luz intelectual é esta?

E poderá a futura escola da Carolina, essa criança portuguesa de 3 anos, manter a barreira entre o mundo da vida extra-escolar e o mundo da sala de aula? Será que a escola da Carolina continuará a ser um dos focos da actual (ou antiga que seja) “crise do tédio” (Prensky, 2008a) dos jovens em idade escolar?

3. Do jogo ao “edvertimento”... e ao mundo virtual

Muitos dos adultos cujos filhos pertencem à Geração Net têm uma tendência compreensível para lhes oferecer jogos, software, vídeos, etc. que, teoricamente, têm características educacionais. Em geral, vêem em tais recursos um meio de disponibilizar ensinamentos úteis e interessantes às suas crianças, sobre Física ou Geografia ou Ciências Naturais... Como afirma Prensky (2006), há mesmo aqueles que condescendem em deixar os seus miúdos jogar com os jogos que eles realmente preferem, na condição de que joguem primeiro, pelo menos durante meia hora, os alegados jogos instrutivos.

A diversão é vista, por grande número de pais e professores, como a antítese da aprendizagem e do conhecimento. E esta é uma faceta muito vincada dos Imigrantes Digitais. Contudo, para a maioria dos jovens e crianças do presente, os chamados jogos educativos são pouco divertidos. São o protótipo do “edvertimento”¹, uma tentativa de conciliar os aspectos apelativos e mobilizadores dos famosos jogos digitais com o carácter académico e estruturado da aprendizagem. São, por norma, os mini-jogos, as mini-simulações ou os programas de prática e treino, com um aspecto gráfico mais sofisticado, as principais produções que seguem o formato do “edvertimento”.

Marc Prensky (2006, 2001a) desdobra um conjunto de argumentos para explicar o insucesso que a perspectiva do “edvertimento” tem enfrentado, quer por parte da educação quer do entretenimento. Em poucas palavras, a grande lição consistirá em perceber e

adotar a metodologia dos nativos digitais e fazer com que esta passe a inspirar um novo modo de desenvolvimento da educação. Uma grande mudança de mentalidades parece, entretanto, necessária. Para mencionar um exemplo, alunos de engenharia já trabalham com software CAD, ao estilo de um jogo de computador conduzido por um “atirador na primeira pessoa”. Mas isso impõe várias alterações radicais na forma de trabalho dos professores que o levam para as suas aulas (Prensky, 2001a). Em vez de um conjunto de tarefas sequenciais e progressivas para ilustrar as principais capacidades a desenvolver, são criados breves *clips* de 30 segundos cada um. Em vez de se estabelecer uma ordem para a realização das tarefas é dado aos alunos o acesso livre a todas elas. Em vez de um ritmo lento e cadenciado, é criado um ambiente de trabalho flexível e rápido. Em vez de instruções e textos escritos, são fornecidos vídeos digitais. Elimina-se a linguagem académica tradicional dos “objectivos”, “exercícios”, “resoluções”, dispensando-se o típico discurso da educação. Como refere Prensky, trata-se de criar uma nova metodologia Nativa Digital:

À medida que [os professores] percebiam que esta abordagem funcionava, a nova metodologia ‘Nativa Digital’ tornou-se no seu modelo para mais e mais aulas — quer com jogos quer sem eles — e a rapidez do seu desenvolvimento aumentou dramaticamente. (Prensky, 2001a, p. 5)

Dir-se-á, portanto, que o “eduvertimento” tem os dias contados e que o início de uma nova fase deverá surgir com a mudança de paradigma na forma de educar (Prensky, 2007, 2008b; Gee & Levine, 2009). O papel da tecnologia na sala de aula deverá ser o de apoiar esse novo paradigma. É uma mudança cujos contornos não se esgotam na alteração de métodos, de materiais e de conteúdos. Requer, essencialmente, ter em conta que os nossos jovens carregam “mochilas digitais”, que contêm toda a espécie de dispositivos digitais portáteis que foram desenhados para manter a Geração Net sempre ligada e em modo de multi-tarefas (Oliver & Goerke, 2007).

Como vamos constatando em inúmeras situações do dia-a-dia, e tal como é enfatizado por muitos autores, parece hoje claro que grande parte dos jovens se sentem mais confortáveis a escrever num teclado do que num caderno de espiral ou a ler num ecrã de computador do que numa folha de papel (Frاند, 2000, citado por Oliver & Goerke, 2007). Por isso, a pergunta feita atrás renova-se: Como será a Carolina na escola daqui a alguns anos? Com o caderno ou com o ecrã? Ou com ambos e de que modo? Como será a sua “mochila digital”?

4. O novo paradigma e a abordagem *experimental-com-tecnologias*

Passemos a analisar com mais detalhe o que se entende pelo “novo” paradigmático educacional da Geração Net. Os alunos que estão agora a entrar para as escolas e universidades são mais novos do que o microcomputador. Será que eles pensam e tratam a informação de forma realmente diferente?

Há diversas tentativas de descrever o que existe de distintivo nas mentalidades da era da informação. Em particular, Frand (2000) propõe dez atributos que consubstanciam os valores, as necessidades e os comportamentos dos nascidos na era digital:

1. *Os computadores não são tecnologia* (a quantidade massiva de novas tecnologias digitais em torno das quais os jovens gravitam já fez do computador um instrumento banal e a reacção da maioria dos nativos digitais é esperar pelo passo seguinte, sem qualquer tipo de assombro perante a novidade; quando o novo aparece, já todos o esperam);
2. *A Internet é melhor do que a TV* (assiste-se a uma redução do numero de horas passadas pelos jovens em frente à televisão com o aumento correspondente de horas na Internet; a interactividade da última parece ser o que supera a primeira);
3. *A realidade já não é real* (da fotografia à informação, à mensagem, ao emissor, ao destinatário, à identidade, à veracidade, toda a questão da autenticidade do “real” passou a ser um problema crítico; ao mesmo tempo, para muitos jovens, a realidade virtual, como a que encontramos numa visita holográfica a um museu, passou a ser tão real como a experiência física de entrar no museu);
4. *Fazer em vez de saber* (no passado, a meia-vida da informação era medida em décadas ou em séculos e os jovens podiam almejar ter uma educação que os equipasse com o conhecimento necessário para toda uma carreira profissional; actualmente, a meia-vida da informação já é medida em meses ou anos e o ‘saber’ perde a prioridade sobre a ‘capacidade de fazer’);
5. *A experiência Nintendo sobre a lógica* (na era industrial, a abordagem de tentativa-e-erro era considerada como dispendiosa e pouco eficaz na resolução de problemas, ao passo que hoje ter sucesso num jogo *Nintendo* depende da descoberta de segredos que só se atingem com persistência e constante tentativa-e-erro; a par desta mudança, nota-se que a generalidade dos jovens nunca usa o manual de instruções e que a sua compreensão é fruto de uma experiência vivida);
6. *Uma forma de vida multi-tarefas* (a sobrecarga de informação que bombardeia a geração mais jovem torna quase inevitável a tendência para fazer várias coisas ao mesmo tempo — por exemplo, falar ao telefone e assistir a uma conferência; para a grande maioria dos jovens será um luxo poder dispor de tempo suficiente para aprofundar e investigar um problema: a regra será *surf* à superfície);
7. *Um teclado em vez de um lápis* (as centenas de horas que a geração anterior empregou a exercitar a caligrafia equivalem às horas que os mais novos passaram a usar um teclado, mas o processador de texto tem um poder muito maior, ao permitir manipular a escrita, da mesma forma que uma folha de cálculo aumenta o poder de criar modelos e de analisar ou avaliar situações complexas);
8. *Manter-se ligado* (o valor da conectividade aumenta com o número de pessoas ligadas e envolvidas numa conexão; o potencial da Net está também na quan-

tidade de ligações que se criam e na forma como permitem a distribuição do conhecimento);

9. *Tolerância zero aos atrasos* (o desejo crescente de reacção imediata, a importância de ter o banco electrónico disponível durante vinte e quatro horas, a vontade de ter uma resposta pronta a um e-mail, o SMS, o *voice mail*, as mensagens instantâneas mudaram o tempo e comprimiram-no; um ano da Internet equivale a sete anos de uma pessoa);
10. *Misto de consumidor e criador* (no presente, não existe uma clara distinção entre o criador, o detentor e o utilizador da informação; o fenómeno do MP3 bem como a própria estrutura do editor HTML, a *WikiWeb* ou o *YouTube* — entre tantos outros — fomentam a partilha, a transferência, a cópia e a reedição de materiais; mais frontalmente, ainda, o Movimento Software Livre leva a esbater progressivamente a distinção entre criador e consumidor).

Este é o cenário que parece estar a forçar, de uma forma cada vez mais urgente, uma mudança de paradigma educacional desde há muito anunciada. Prensky não é, obviamente, o primeiro a clamar pela necessidade de uma mudança na educação, em resposta à acelerada mutação que está em curso nas *tecnologias da inteligência*, como são designadas por Lévy (1990).

Vejam-se, a este respeito, os artigos analisados por Amado (2007) que, em Portugal, desde 1985, defendem, com múltiplos argumentos, a utilização educacional das tecnologias. Simultaneamente, porém, mencionam as muitas barreiras e resistências a vencer, evidenciando que um dos principais entraves continua a ser a mudança das práticas, ou seja, a dificuldade que o novo paradigma educacional tem tido para se impor.

Não esqueçamos, contudo, que a introdução das tecnologias no ensino da Matemática significa fundamentalmente uma mudança de práticas. E esta transformação implica uma nova consciência do que precisa de ser privilegiado e valorizado na aprendizagem da Matemática e na actividade matemática dos alunos. (Amado, 2007, p. 117)

É num artigo de 2007 que Marc Prensky consegue tornar mais contundentes as suas considerações em torno desta mudança de paradigma, adoptando o lema — do ‘ser ensinado’ para o ‘aprender por si próprio com orientação’. De facto, a primazia do aprender sobre o ser ensinado ou, se preferirmos, da aprendizagem sobre o ensino, não é desconhecida no campo da educação e, particularmente, da educação matemática. Mas tudo indica, como nos mostra Prensky (2007), que esta mudança de paradigma está a ser claramente impelida pelo desenvolvimento dos *media* digitais e das tecnologias de informação e comunicação.

[A tecnologia da informação] é uma nova extensão da memória com diferenças qualitativas relativamente a outras tecnologias da inteligência, permitindo que o raciocínio linear seja contrariado por outras formas de

pensamento baseadas na simulação, na experimentação e numa ‘nova linguagem’ que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea. Neste contexto, a metáfora da linearidade é cada vez mais substituída pela descontinuidade que caracteriza o uso da Internet. (...) Este é um desafio para todos os que investigam esta ‘nova linguagem’ produzida pelo nascimento quase diário de novas interfaces na tecnologia da informação. (Borba & Villareal, 2006, p. 22)

Na perspectiva de Presnky (2007), o novo paradigma educacional é tanto mais imperativo quanto mais se percebe que o grande problema da implementação das tecnologias na sala de aula não reside na própria tecnologia, mas sim, no que esta vem permitir, por um lado, e exigir, por outro.

Do lado da exigência, as tecnologias de informação e comunicação não se coadunam com a teoria da transmissão do saber e da aquisição de ferramentas intelectuais, com a tónica do ensino expositivo, com o conceito de leccionação (o *lecturing* na língua inglesa), com as ênfases dadas, no passado, à tabuada da multiplicação, ao algoritmo da divisão, à conjugação dos verbos, às regras de ortografia ou à escrita estruturada.

Em Matemática, por exemplo, o debate não deverá continuar preso a se deveremos usar ou não a calculadora e o computador – eles fazem parte do mundo dos Nativos Digitais — mas antes centrar-se em como poderemos usá-los para introduzir as coisas que serão úteis se forem absorvidas, desde capacidades e conceitos até factos como os da tabuada da multiplicação. (Prensky, 2001a, p.5)

Ainda no plano da exigência, a introdução das tecnologias de informação no ensino não se compadece com a utilização de um PowerPoint que o professor lê na aula, em vez de escrever várias frases ou cálculos no quadro. Também é cada vez mais difícil encaixar as novas tecnologias no velho padrão do “estudar para o teste” e de aprender a resolver com eficácia questões de escolha múltipla. As tecnologias digitais são a antítese de guardar para si as melhores ideias e não as partilhar com os outros.

O século XXI tem muito mais a ver com criação e invenção — de ferramentas, artes, vídeos, novas escritas, novos softwares, simulações, jogos. Mas está igualmente voltado para a distribuição rápida e imediata de todas essas criações por um mundo de indivíduos cada vez mais ligados entre si. Assim, do lado da oportunidade, o que faz sentido no novo paradigma? Trabalhar em grupos, desenvolver projectos, favorecer a partilha e a troca, permitir a exploração de todas as ferramentas disponíveis, colocar questões interessantes, propor desafios, ouvir, combinar várias fontes de informação e obtenção de dados, procurar o que é necessário, usar tudo o que houver nos bolsos, deixar o computador ligado dia e noite, criar significado e motivar.

“É claro que esta pedagogia não é *realmente* nova...” (Prensky, 2008b, p. 1). Vários outros autores, como Lévy (1990), Shaffer & Clinton (2006), Borba & Villareal (2006), dizem algo de convergente com o sentido que se quer dar a essa pedagogia.

Pierre Lévy anuncia um ‘réquiem por uma página’, ao comparar o poder do hipertexto ou dos documentos multimédia com o do texto enciclopédico.

O hipertexto ou a *multimedia* interactiva são particularmente adequados aos usos educativos. Conhece-se há muito o papel fundamental do envolvimento pessoal do aluno na aprendizagem. Quanto mais activamente participa na aquisição de um saber, melhor uma pessoa integra e retém aquilo que aprendeu. Ora, graças à sua dimensão reticular e não linear, a *multimedia* interactiva favorece uma atitude exploratória ou mesmo lúdica, face ao material a assimilar. É portanto um instrumento bem adaptado a uma pedagogia activa. (Lévy, 1990, p. 51)

Por seu turno, Borba & Villareal (2006) acentuam o facto de se tornar impossível separar as pessoas das tecnologias, exigindo-se pensá-las como uma unidade — os humanos-com-média. Nesta perspectiva, os seres humanos são constituídos pelas tecnologias, no sentido em que estas transformam e modificam o seu raciocínio mas, simultaneamente, são os seres humanos que estão a transformar continuamente as tecnologias. Então, perdem sentido algumas das dicotomias: sujeito/tecnologia, tecnologia/conhecimento, representação interna/externa.

Pensamos que o conhecimento é produzido em conjugação com um dado *medium* ou tecnologia da inteligência. É por essa razão que adoptamos uma perspectiva teórica que dá suporte à noção de que o conhecimento é produzido por um conjunto composto por humanos-com-*media* ou humanos-com-tecnologias e não, como outras teorias sugerem, apenas por indivíduos ou por conjuntos somente compostos por seres humanos. (Borba & Villareal, 2006, p. 23)

No que se refere às implicações dos ambientes computacionais na educação matemática, dois aspectos virão a ser essenciais: a visualização e a modelação (Borba & Villareal, 2006). Ambos se entroncam na experimentação e reflectem uma consciência evolutiva do valor da matemática experimental. Uma outra ideia poderosa, já antes defendida pelos mesmos autores (Borba & Villareal, 1998), é a de que a nossa experiência com determinados *media*, presente ou passada, faz parte da unidade humanos-com-média, ainda que a referida experiência possa não estar disponível em determinado momento. A experiência torna-se parte integrante de uma forma de cognição; o computador não se limita a assistir ou a ajudar na realização de determinados procedimentos matemáticos mas transforma a natureza daquilo que se faz com ele, isto é, altera a essência da própria actividade matemática. Assim, no caso da visualização, devemos notar que aquilo que vemos é *moldado* pelas tecnologias da inteligência que são parte intrínseca da unidade humanos-com-média e, por outro lado, aquilo que vemos também *molda* a nossa cognição.

Também esta é uma questão muito presente na discussão acerca das potencialidades e virtualidades, limitações e embargos perceptíveis na utilização das novas tecnologias no ensino da Matemática. Uma evidência de como a união entre as tecnologias e a activi-

dade matemática constitui algo de profundamente transformador pode encontrar-se na forma como diferentes ferramentas computacionais moldam os processos de resolução de problemas em Matemática (Carreira, 2003). A natureza transformadora das tecnologias nos processos humanos e culturais é amplamente discutida por Shaffer & Kaput (1999), que falam da *cultura virtual* com a qual vamos lidando, na qual vamos participando e que nos vai alterando das mais variadas maneiras — um conceito forte de mediação que postula a distribuição da inteligência pelas pessoas e pelos objectos. Os *media* computacionais estão a criar novas formas de actividade cognitiva e, com estas, uma nova cultura cognitiva. De facto, num estudo realizado por Ferreira (2007), foi possível observar o modo como alunos do ensino secundário (que a investigadora designou de “tecnológicos convictos”) desenvolveram toda uma cognição, permeada de concepções, crenças, convicções e motivações relativas ao valor e ao papel da tecnologia na aprendizagem da Matemática. Tratou-se de uma experiência de resolução de problemas em que os jovens puderam escolher livremente entre o recurso ao computador e o uso de papel e lápis. Nos alunos observados, foi visível um fenómeno discutido por Borba e Villareal (tendo por base as ideias de Devlin, 1997): “diferentes conjuntos de humanos-com-media produzem diferentes matemáticas; por exemplo, a matemática produzida por humanos, usando apenas papel e lápis, será diferente da que produzirão humanos-com-computadores” (Borba e Villareal, 2006, p. 98).

O que será, então, essa matemática dos humanos-com-computadores? Uma resposta é a da abordagem *experimental-com-tecnologias*, que dá grande destaque à experimentação, à visualização e à modelação matemática:

Premir teclas num ambiente experimental pode ser associado a produção de conjecturas, coordenação entre múltiplas representações, prova e também a uma nova forma de tentativa-e-erro — tudo características daquilo a que resolvemos chamar de abordagem experimental-com-tecnologia. (Borba & Villareal, 2006, p. 73)

Na categoria da matemática experimental-com-tecnologia estão incluídos objectos e experiências que vão ao encontro das formas de aprendizagem e de construção de sentidos, próprias dos Nativos Digitais (onde se inclui a pequena Carolina). Estamos a falar dos *manipulativos virtuais* ou, numa outra designação, dos *objectos de aprendizagem multimédia* (Way, 2008; Way & Rowe, 2008).

Uma das principais facetas do virtual é o desaparecimento do aqui e do agora (Lévy, 2001). Desaparecem as limitações do real, surge a ubiquidade, a simultaneidade, a distribuição paralela. Retirar o “aqui”, o “agora” e o “isto”, ou seja, eliminar uma posição espaço-temporal exacta é uma das formas mais evidentes de virtualização — a chamada *desterritorialização* (Lévy, 2001).

As situações analisadas nas próximas secções envolvem o recurso a pequenos artefactos computacionais, a que poderemos chamar de manipulativos virtuais. Focam-se numa realidade, problema ou fenómeno, e abrem portas à aprendizagem de conceitos e ideias matemáticas relevantes. Coadunam-se com a perspectiva da modelação matemática

tica emergente, no sentido que é defendido por Gravemeijer (1994), ou da matematização da realidade, como teoriza Freudenthal (1983, 1991). As diversas questões abordadas pretendem dar uma panorâmica do que pode ser uma combinação entre a Matemática e o virtual — considerar o pensamento (matemático) como uma interacção entre pessoas e ferramentas culturais (Shaffer & Clinton, 2006).

Cada um dos sucessivos problemas colocados ilustrará, com maior relevo, uma das três facetas predominantes dos manipulativos virtuais, enquanto *media* na actividade matemática dos jovens: (i) a manipulação/experimentação, (ii) a visualização e (iii) a investigação.

5. A Matemática e o virtual: manipular/experimentar

O PROBAN (versão 2.1 “upgrade”)

No número 1 da revista *Educação e Matemática*, publicado em 1987, encontra-se um pequeno artigo intitulado “PROBAN: Uma simulação ou... como tomar banho também acarreta problemas” (Duarte, 1987). Trata-se de um texto onde se apresenta um pequeno programa de computador² que simula uma situação real: encher e vaziar uma banheira, com o auxílio de duas torneiras — quente e fria. É referido que o programa em causa tem, também, as características de um jogo, implicando a busca de uma estratégia para atingir um dado objectivo. Na descrição deste antepassado dos *applets*, vão surgindo vários termos importantes: simulação, interpretação, visualização, modelo, exploração, resolução de problemas, estimação, conceitos matemáticos.

De um modo sucinto, a ideia básica do PROBAN consiste em manipular duas torneiras para encher uma banheira, de modo a que a água do banho (mistura de água quente e água fria) fique à temperatura desejada. Isto pressupõe que, no mundo virtual (o “aqui” é uma casa de banho, o “isto” é uma banheira com duas torneiras, o “agora” é o tempo de enchimento da banheira), podemos introduzir, como *inputs*, as temperaturas da água quente e da água fria e controlar o estado de cada torneira (aberta/fechada). Como *outputs*, temos diversos tipos de informações: a imagem dinâmica de uma banheira a encher, valores numéricos dinâmicos — os volumes de água fria e de água quente introduzidos, o volume de água na banheira, a temperatura actual do banho — e um gráfico temperatura-tempo.

Uma variação deste manipulativo virtual pode ser criada no Geometer’s Sketchpad (ou em qualquer dos seus congéneres AGDs), tendo por base um modelo matemático derivado das leis físicas da termodinâmica. Este colectivo de humanos-com-*media* exprime-se naquilo a que chamarei a versão 2.1 do PROBAN.

Esta versão é mais ligeira, pois não contém o aspecto de jogo que fazia parte da versão inicial (talvez um bom exemplo do “eduvertimento”), já que se pretendia encher a banheira com uma dada temperatura no menor tempo possível. Perdeu ainda outra das suas facetas: as temperaturas da água quente e fria eram fornecidas aleatoriamente pelo

computador e agora têm de ser definidas pelo utilizador. Estão disponíveis dois controladores para definir a temperatura da água de cada torneira (os termómetros) e três botões/interruptores para manipular: abrir/fechar a água quente, abrir/fechar a água fria e despejar a banheira completamente (figura 1).

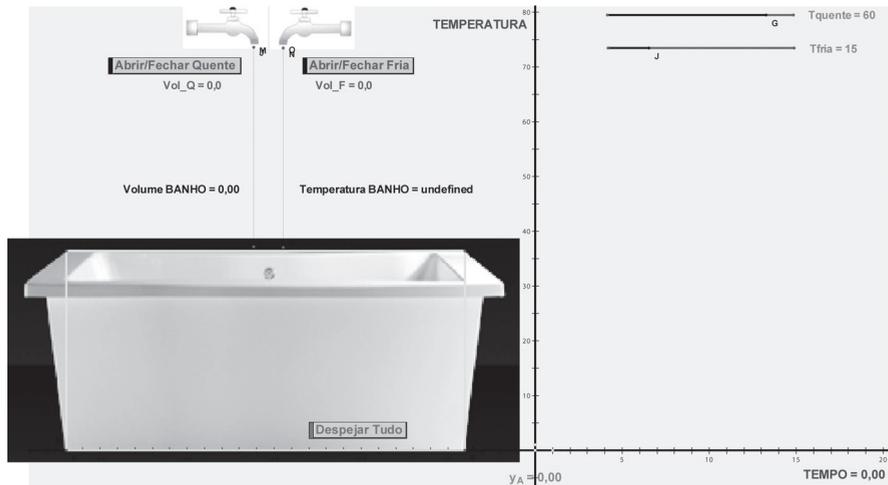


Figura 1. Aspecto do ecrã inicial.

Eis a situação *virtual* e algumas questões para explorar:

Pretendes preparar um banho de imersão numa banheira, em que se pode abrir uma torneira de água fria e uma torneira de água quente, separadamente, ou seja, cada torneira funciona à vez — para abrímos uma, temos de fechar primeiro a outra. Se a água fria sair a uma temperatura de 20°C e a água quente a uma temperatura de 50°C, como proceder para obter uma banheira cheia de água morna, a uma temperatura de 35°C? Explica o teu raciocínio.

- Escolhe as temperaturas TQuente e TFria nos “termómetros”. Enche a banheira e observa o gráfico, abrindo e fechando as torneiras. Explica o que se passa em cada troço do gráfico.
- Porque é que o gráfico faz um “bico” de cada vez que se muda de torneira?
- Simula os casos em que a quantidade de água fria/quente é muito pequena e a de água quente/fria é muito grande. O que mostra o gráfico?

Seguem-se algumas hipóteses de experiências realizáveis:

- a) Deitar água quente até meio e depois completar com água fria até acima;
- b) Deitar água fria até meio e depois completar com água quente até acima;

- c) Ir alternando, sucessivamente, entre água quente e água fria, controlando a temperatura do banho e o volume de água na banheira.

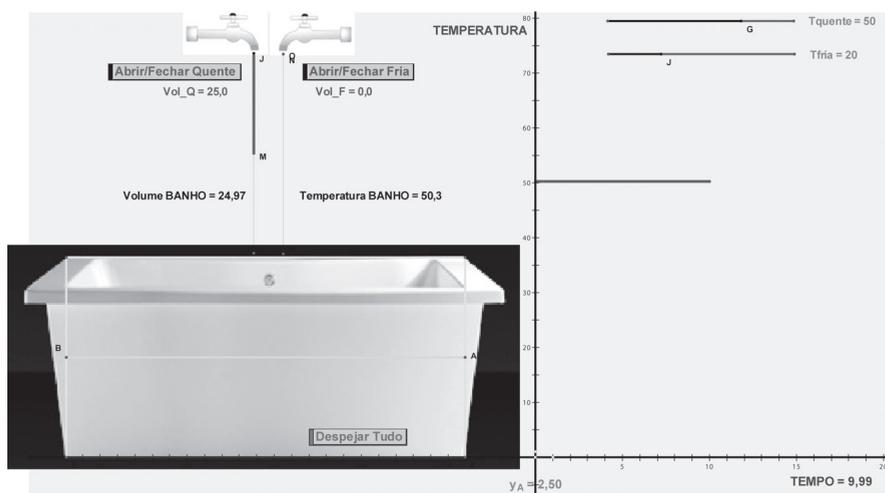


Figura 2. Água quente até meio da banheira; temperatura constante de 50°C.

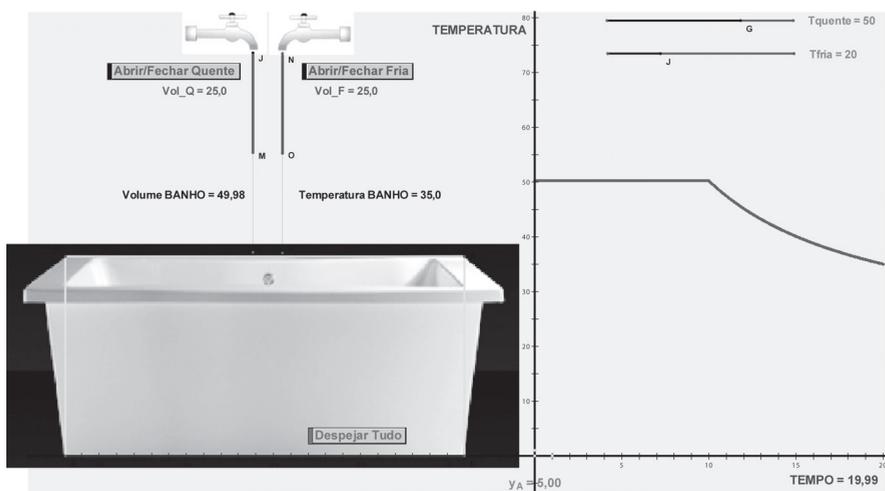


Figura 3. Água quente até meio da banheira e depois água fria até encher.

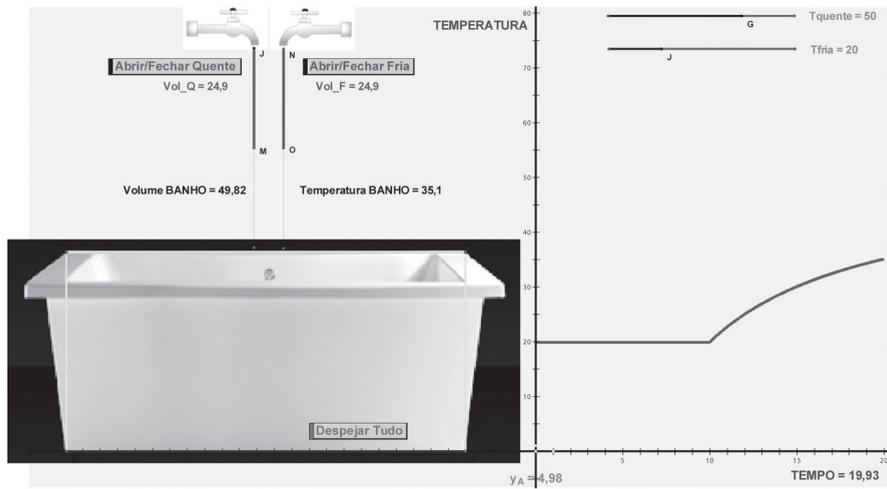


Figura 4. Água fria até meio da banheira e depois água quente até encher.

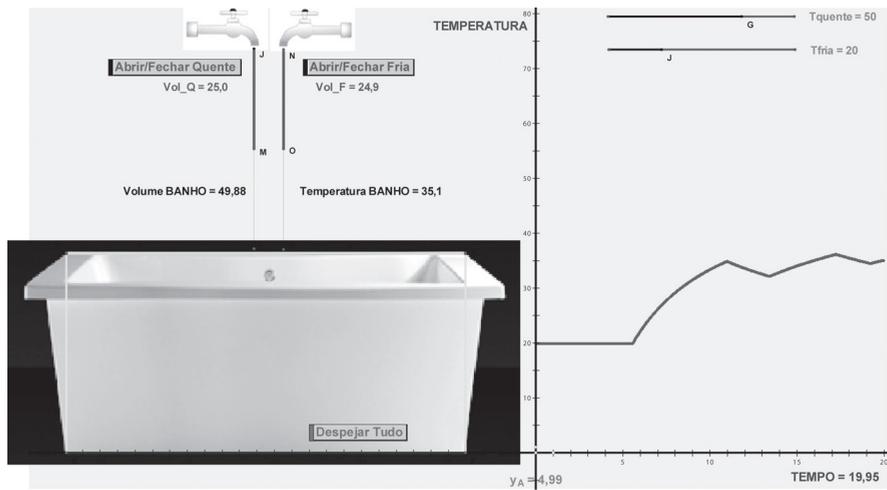


Figura 5. Exemplo de quantidades alternadas de água fria e quente.

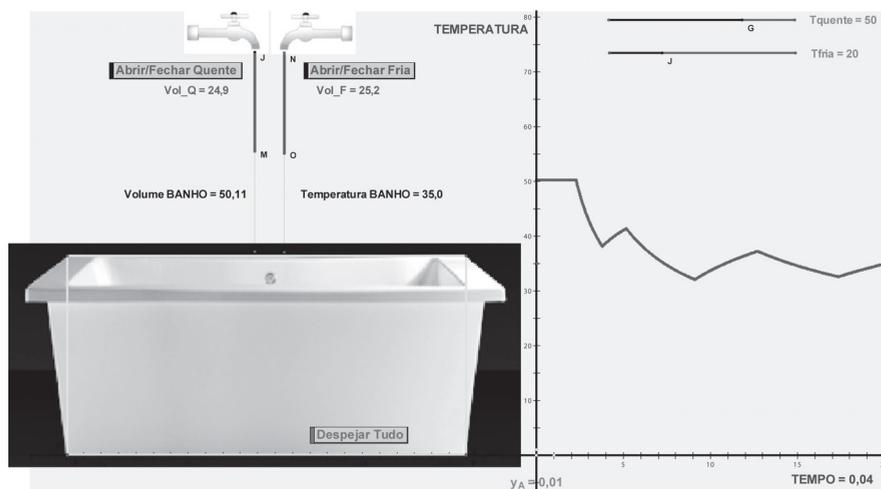


Figura 6. Outro exemplo de quantidades alternadas de água quente e fria.

Os registos apresentados nas figuras 3 a 6 mostram diferentes gráficos de variação da temperatura com o tempo, partindo de valores iniciais $T=20$ ou $T=50$ e terminando no valor $T=35$. Em qualquer dos casos, verifica-se que a quantidade de água quente introduzida é igual à de água fria. Uma forma plausível de explicar este facto tem por base a média dos valores das temperaturas de quente e fria (20 e 50), que é exactamente o valor da temperatura desejada (35). Esta conjectura poderá ser testada, mudando os controlos iniciais e definindo outros valores para as temperaturas de água quente e fria. Por exemplo, na figura 7, apresenta-se uma experiência feita com as temperaturas de 60°C e 20°C . Neste caso, para se obter uma temperatura de 35°C na água do banho, a quantidade de água fria tem de ser superior à de água quente (31,5 e 18,6 unidades de volume, respectivamente. Ver figura 7). A média das duas temperaturas iniciais é agora 40, ou seja, maior do que o valor 35 pretendido. Isso implica que a água fria tem de entrar em maior quantidade do que a quente. Estamos, assim, perante a ideia intuitiva de uma média ponderada.



Figura 7. Volumes diferentes de água quente e fria (média ponderada).

A interpretação para os “bicos” que aparecem no gráfico é interessante: eles surgem sempre que uma torneira pára e a outra começa a deitar. Mas porque aparecem os “bicos”? Suponhamos que, durante algum tempo, estamos a deitar água quente na mistura (torneira quente aberta). Então, a temperatura da mistura está a aumentar. Mas à medida que se vai acrescentando mais água quente, a subida da temperatura vai sendo progressivamente mais lenta. A temperatura sobe mais depressa, no início, e depois cada vez mais devagar (figura 8a). Fechamos, então, a água quente e abrimos a fria. A temperatura começa imediatamente a diminuir, mas no início o decrescimento é rápido e depois torna-se cada vez mais lento (figura 8a). Portanto, os “bicos” estão associados às seguintes mudanças “bruscas”: de um crescimento lento para um decrescimento rápido ou de um decrescimento lento para um crescimento rápido (figuras 8a e 8b). Quando isto acontece, estamos perante um ponto em que a função não é diferenciável.

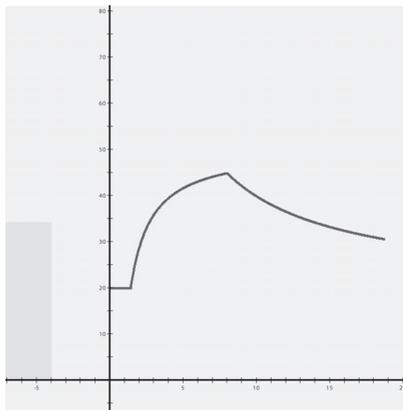


Figura 8a. Função contínua mas não diferenciável (fria-quente-fria).

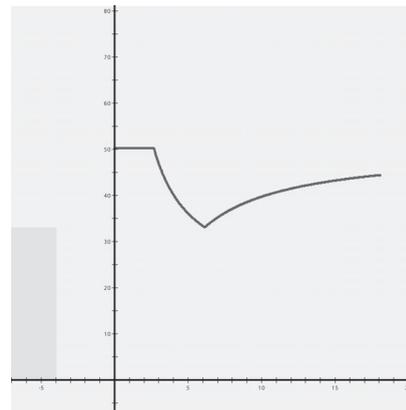


Figura 8b. Função contínua mas não diferenciável (quente-fria-quente).

Por último, uma outra experiência. O que acontece se deitarmos um pouco de água quente/fria na banheira, em seguida fecharmos essa torneira e acabarmos de encher a banheira com a outra torneira?

O que observamos, fazendo a experiência, é que após a abertura da torneira de água fria (depois de introduzida uma pequena quantidade de água quente), a temperatura da mistura não pára de decrescer, mas cada vez mais lentamente. O gráfico aproxima-se de uma recta horizontal definida pelo valor da temperatura da água fria inicial (figura 9). Portanto, a mistura tende para uma temperatura cada vez mais próxima da que tem a água fria, não sendo possível atingi-la (teoricamente) pois a pequena quantidade de água quente colocada antes não o permite. Um fenómeno análogo seria observável se colocássemos, no início, um pouco de água fria e depois acabássemos de encher a banheira com água quente.

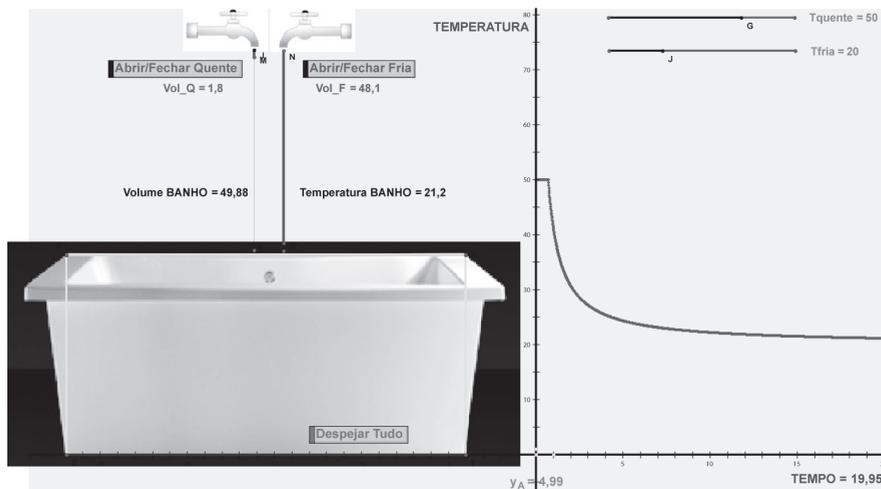


Figura 9. Uma assíntota horizontal: a temperatura da mistura tende para a temperatura da água fria.

6. A Matemática e o virtual: visualizar

Construindo caixas de pasteiro

A dobragem e manufactura de uma caixa de pasteiro é um exemplo de Origami, isto é, uma técnica de dobragens em papel que permite criar um objecto geralmente tridimensional. No caso da caixa de pasteiro, trata-se de criar um paralelepípedo “sem tampa”. O que nos interessa perguntar é se as dimensões da caixa obtida dependem do tamanho da folha rectangular inicial e como? Claro que folhas maiores produzirão caixas maiores e folhas menores, caixas menores. Mas de que forma?

Um *sketch* construído no GSP coloca em interacção uma folha de papel virtual (um rectângulo qualquer) e a caixa de pasteiro virtual resultante das dobragens (o paralele-

pípedo correspondente). Isto significa que se pode alterar o comprimento e a largura da folha e observar o que acontece à caixa. Podemos, deste modo, dobrar, virtualmente, uma imensa quantidade de folhas e construir as respectivas caixas, também virtualmente. Exige-se, unicamente, o modo de arrastamento de pontos (os vértices do rectângulo), que é típico dos AGDs.

No *sketch*, a folha virtual aparece desdobrada mas ostenta as marcas das dobras efectuadas, como se tivesse sido de novo esticada depois de desfeita a caixa. São fornecidos, como *outputs* dinâmicos, os valores das duas dimensões da folha, das três dimensões da caixa e do volume da caixa (figura 10).

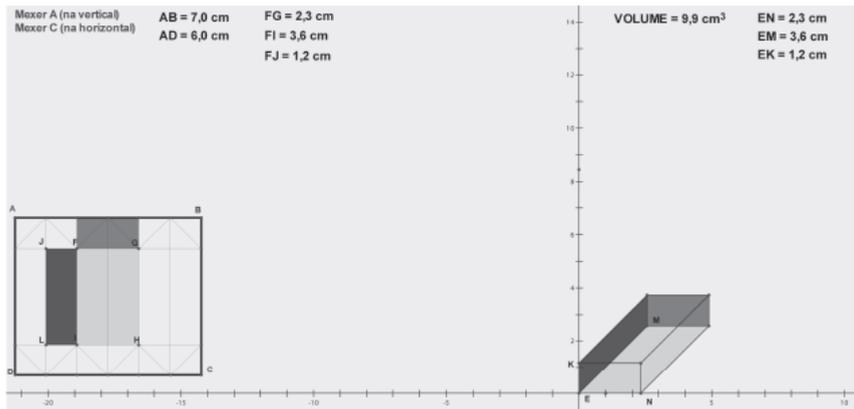


Figura 10. O ecrã da simulação da caixa de pasteleiro.

A situação é simples e permite algumas questões que favorecem a interpretação e compreensão de modelos matemáticos³.

Usando o processo de dobragens, será possível fazer uma caixa de pasteleiro com a capacidade que se quiser? E com as dimensões que se quiser?

Se pretendermos embalar fatias de uma torta de laranja, que caixa de pasteleiro deveremos criar?

E se quisermos embalar um bolo de aniversário redondo?

Poderemos começar por estabelecer um volume de 12 cm^3 para uma caixa deste tipo. Haverá diferentes hipóteses de caixas com este volume? Quantas e quais? Alguns ensaios de manipulação da folha rectangular (por arrastamento dos vértices) permitem-nos concluir rapidamente que há uma infinidade de caixas com o volume estabelecido e que estas poderão ser de diversos formatos: com bases variadas e também com alturas diversas (figuras 11, 12, 13). Nenhuma das caixas que se obtiveram tem a forma de um cubo. Porquê? Não será possível um cubo?

Percebemos que, mantendo o comprimento do lado AD da folha (por exemplo, 10 cm) e alterando o comprimento do lado AB, a caixa muda... Quando AB diminui, a caixa fica com uma base mais estreita, mais comprida e também mais baixa (figura 14). Porém, há alguma regularidade: (EN=5, EK=2,5); (EN=4, EK=2); (EN=2; EK=1). Nas faces do topo, uma das dimensões é sempre igual ao dobro da outra. Daí que não seja possível obter uma caixa de pasteleiro com a forma de um cubo.

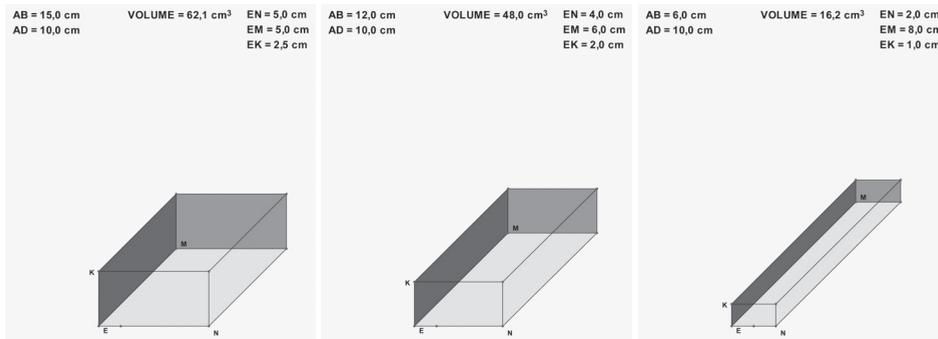


Figura 14. Diferentes caixas para o mesmo comprimento AD=10.

Se olharmos para a folha desdobrada, percebemos a razão por que isso sucede (figura 15). A face de topo corresponde a dois quadrados justapostos. Percebe-se, ainda, que o lado de cada um destes quadrados é $1/6$ do lado AB da folha. Portanto, a face de topo da caixa tem de dimensões: $AB/3$ e $AB/6$.

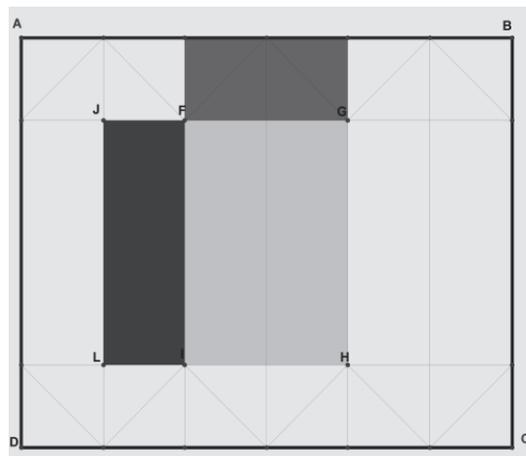


Figura 15. A folha desdobrada com a representação das várias faces da caixa.

Quando fixamos o lado AB e fazemos variar o lado AD, encontramos outro tipo de mudanças (figura 16). Agora, as faces de topo mantêm-se inalteradas. A caixa apenas encurta na sua terceira dimensão. Significa isso que o lado AD da folha apenas interfere numa das dimensões da caixa?

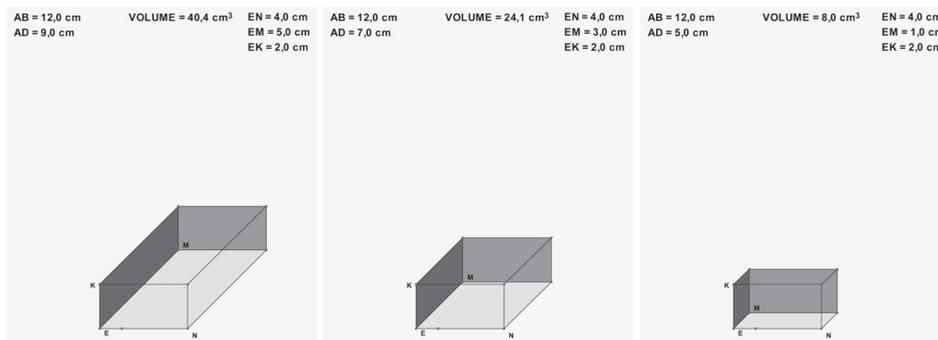


Figura 16. Diferentes caixas para o mesmo comprimento AB=12.

Olhando para o comprimento de FI (ou EM), que é a única dimensão da caixa que varia, percebemos que (figura 17). Como o lado AB foi fixado, é claro que $FI = AD - (AB/3)$ depende somente do valor de AD.

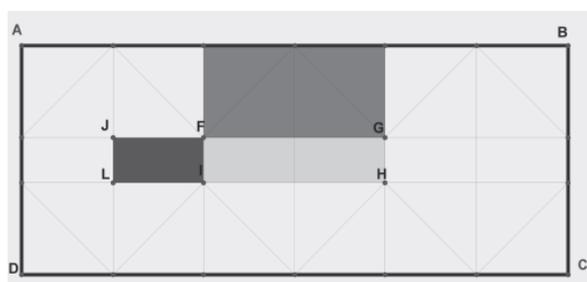


Figura 17. Relacionando o comprimento da aresta FI com os lados AB e AD.

7. A Matemática e o virtual: investigar

O eterno defeito das séries de luzes de Natal

Uma experiência recorrente na época Natalícia é a de assistirmos, com alguma frustração, à extinção das luzes de Natal que enfeitam a árvore. A frequência deste fenómeno é bastante grande, facto que nos permite ter uma razoável noção da precariedade deste tipo de circuito, montado em série, tornando uma única lâmpada na causadora da anulação de toda uma série de luzes.

Com base nesta situação, podem colocar-se questões que permitirão um tratamento experimental de um problema relativamente clássico de probabilidades⁴:

A avó da Carolina foi ao sótão buscar as suas luzes de Natal para enfeitar a casa. Ela sempre gostou de comprar séries de luzes com muitas lâmpadas. Mas, todos os anos, é habitual que uma ou mais dessas séries deixe de funcionar. É que basta uma lâmpada fundir para que toda a série se apague.

No outro dia, na loja que vendia as luzes de Natal, um dos empregados afirmou que a fiabilidade de cada lâmpada era de 95%. Não parece muito mau esse valor... Afinal o que faz com que estas séries durem tão pouco? E a avó da Carolina comprou uma nova série de 25 luzes.

- Qual a probabilidade de ficar com estas luzes de Natal apagadas?
- Se a fiabilidade das lâmpadas aumentar, como melhorará a fiabilidade da série?

Neste exemplo, trata-se de explorar um modelo virtual do funcionamento das séries de luzes. Não se trata de manipular no computador uma “série de lâmpadas digital” mas de simular o seu comportamento probabilístico. Desta feita, a virtualização da situação corresponde a passar de um objecto real (a série de luzes) para um objecto matemático e computacional (uma folha de Excel).

Um fio com lâmpadas sucessivas, por exemplo, 25 lâmpadas, pode ser visto como um intervalo da recta real, com uma lâmpada em cada unidade. Para 25 lâmpadas, haverá 25 unidades. Destas 25 unidades, cada uma é dividida em duas partes, com 0,05 e 0,95 de comprimento.

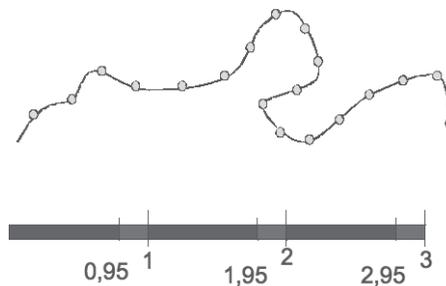


Figura 18. Uma interpretação matemática de uma série de luzes.

Cada lâmpada pode, agora, ser vista como um número aleatório dentro de cada intervalo com uma unidade de amplitude. Quando se liga a série, se uma lâmpada rebenta, isso significa que o seu número aleatório caiu na zona crítica. Por exemplo, 2,98 significa a “lâmpada 3 avariada”. A probabilidade de a série se extinguir é a probabilidade de pelo menos um número, de cada um dos 25 intervalos, cair na zona crítica.

O ficheiro de Excel sugerido é um instrumento de simulação. Pode incluir várias folhas, cada uma das quais com uma tabela para um determinado número de lâmpadas na série de luzes, por exemplo, 3, 10 e 25. Naturalmente que aumentar o número de lâmpadas virtuais apenas requer prolongar a tabela, copiando as fórmulas já introduzidas para novas colunas e recalculando.

A função ALEATÓRIO do Excel é um elemento-chave neste processo de simulação. Em cada linha da tabela representa-se uma série de n lâmpadas, sendo o número de linhas (ou seja, de séries) a reproduzir aquele que se desejar. De cada vez que se prime F9,

faz-se uma simulação. A tabela é actualizada com novos valores aleatórios, o que permite a realização de um grande número de experiências com séries de n lâmpadas para ver se estas se avariaram ou não. Para além dos testes lógicos (lâmpada avariada = 0; lâmpada não avariada = 1), o Excel permite-nos fazer a contagem dos acontecimentos e calcular os quocientes desejados.

A utilização da cor na formatação condicional das células serve para criar uma coluna que nos dá uma percepção rápida e sensorial da fiabilidade da série. Temos a possibilidade de “examinar” séries com diferentes números de lâmpadas e “ver” os resultados dos testes, investigando o que acontece com a fiabilidade das séries quando mudamos o número de lâmpadas.

Vejam as seguintes experiências (figuras 19 e 20), no caso de uma série com 3 lâmpadas, tendo em atenção o significado das cores na coluna “estado”: a cor escura representa uma série avariada e a clara uma série a funcionar bem.

LAMPADAS												
1	2	3			soma	estado	total	boas	fundidas			
0,493	1	1,637	1	2,028	1		827	708	119			
0,875	1	1,979	0	2,066	1							
0,126	1	1,164	1	2,333	1							
0,091	1	1,052	1	2,415	1		razão					
0,413	1	1,244	1	2,771	1		0,856					
0,375	1	1,733	1	2,689	1							
0,967	0	1,84	1	2,877	1							
0,993	0	1,513	1	2,846	1							
0,537	1	1,078	1	2,296	1							
0,158	1	1,82	1	2,865	1							
0,714	1	1,31	1	2,285	1							
0,742	1	1,055	1	2,242	1							
0,697	1	1,28	1	2,1	1							
0,341	1	1,553	1	2,494	1							
0,574	1	1,991	0	2,055	1							
0,418	1	1,378	1	2,388	1							
0,83	1	1,751	1	2,863	1							
0,983	0	1,502	1	2,962	0							
0,872	1	1,367	1	2,176	1							
0,375	1	1,217	1	2,148	1							
0,415	1	1,871	1	2,183	1							
0,668	1	1,194	1	2,586	1							
0,811	1	1,484	1	2,068	1							
0,942	1	1,807	1	2,722	1							
0,335	1	1,699	1	2,602	1							
0,808	1	1,133	1	2,551	1							
0,733	1	1,421	1	2,332	1							
0,197	1	1,396	1	2,51	1							
0,754	1	1,289	1	2,519	1							
0,097	1	1,208	1	2,199	1							
0,998	0	1,752	1	2,942	1							
0,737	1	1,624	1	2,81	1							

Figura 19. Uma simulação com séries de 3 lâmpadas (uma linha é uma série).

LAMPADAS																					
1	2	3							soma	estado	total	boas	fundidas								
0,341	1 1,751	1 2,439	1						3												
0,318	1 1,326	1 2,734	1						3												
0,366	1 1,33	1 2,344	1						3												
0,18	1 1,66	1 2,009	1						3												
0,753	1 1,14	1 2,729	1						3												
0,968	0 1,342	1 2,302	1						2												
0,379	1 1,208	1 2,161	1						3												
0,835	1 1,749	1 2,541	1						3												
0,649	1 1,606	1 2,786	1						3												
0,688	1 1,136	1 2,405	1						3												
0,313	1 1,585	1 2,625	1						3												
0,041	1 1,26	1 2,934	1						3												
0,544	1 1,563	1 2,958	0						2												
0,243	1 1,23	1 2,748	1						3												
0,323	1 1,866	1 2,756	1						3												
0,781	1 1,959	0 2,15	1						2												
0,837	1 1,441	1 2,868	1						3												
0,672	1 1,62	1 2,852	1						3												
0,435	1 1,778	1 2,107	1						3												
0,764	1 1,319	1 2,054	1						3												
0,861	1 1,429	1 2,902	1						3												
0,767	1 1,923	1 2,933	1						3												
0,689	1 1,896	1 2,676	1						3												
0,757	1 1,005	1 2,664	1						3												
0,285	1 1,708	1 2,672	1						3												
0,746	1 1,591	1 2,061	1						3												
0,987	0 1,272	1 2,613	1						2												
0,865	1 1,047	1 2,387	1						3												
0,107	1 1,237	1 2,834	1						3												
0,102	1 1,624	1 2,905	1						3												
0,433	1 1,752	1 2,369	1						3												
0,349	1 1,05	1 2,873	1						3												

Figura 20. Outra simulação com séries de 3 lâmpadas (uma linha é uma série).

No caso de uma série com 10 lâmpadas, a situação já é bastante diferente (figura 21).

6	7	8	9	10																		
										soma	estado	total	boas	fundidas								
5,363	1 6,455	1 7,253	1 8,645	1 9,156	1					10												
5,987	0 6,235	1 7,032	1 8,111	1 9,236	1					9												
5,61	1 6,737	1 7,816	1 8,368	1 9,851	1					10												
5,379	1 6,318	1 7,673	1 8,168	1 9,93	1					10												
5,96	0 6,09	1 7,45	1 8,28	1 9,018	1					9												
5,117	1 6,613	1 7,259	1 8,857	1 9,41	1					10												
5,36	1 6,109	1 7,449	1 8,169	1 9,612	1					9												
5,945	1 6,184	1 7,257	1 8,8	1 9,469	1					10												
5,373	1 6,385	1 7,221	1 8,012	1 9,302	1					10												
5,347	1 6,115	1 7,028	1 8,87	1 9,56	1					10												
5,071	1 6,452	1 7,022	1 8,504	1 9,74	1					10												
5,869	1 6,984	0 7,719	1 8,046	1 9,92	1					9												
5,996	0 6,347	1 7,068	1 8,799	1 9,517	1					9												
5,332	1 6,984	0 7,459	1 8,425	1 9,694	1					8												
5,184	1 6,449	1 7,586	1 8,761	1 9,161	1					10												
5,824	1 6,475	1 7,306	1 8,772	1 9,697	1					10												
5,069	1 6,966	0 7,747	1 8,836	1 9,027	1					9												
5,961	0 6,185	1 7,425	1 8,318	1 9,136	1					9												
5,806	1 6,513	1 7,564	1 8,188	1 9,55	1					10												
5,897	1 6,243	1 7,615	1 8,584	1 9,26	1					10												
5,714	1 6,9	1 7,853	1 8,616	1 9,874	1					10												
5,801	1 6,017	1 7,773	1 8,942	1 9,948	1					10												
5,831	1 6,531	1 7,692	1 8,144	1 9,594	1					9												
5,139	1 6,276	1 7,805	1 8,755	1 9,246	1					10												
5,333	1 6,801	1 7,065	1 8,743	1 9,376	1					10												
5,01	1 6,336	1 7,578	1 8,535	1 9,246	1					10												
5,581	1 6,424	1 7,086	1 8,433	1 9,22	1					9												
5,253	1 6,089	1 7,085	1 8,415	1 9,854	1					8												
5,556	1 6,283	1 7,671	1 8,943	1 9,954	0					9												
5,134	1 6,82	1 7,525	1 8,18	1 9,517	1					10												
5,675	1 6,181	1 7,965	0 8,841	1 9,28	1					9												
5,917	1 6,383	1 7,555	1 8,061	1 9,549	1					10												

Figura 21. Uma simulação com séries de 10 lâmpadas (uma linha é uma série).

E, em seguida, para as séries de 25 lâmpadas... O panorama é francamente negro, com uma fiabilidade próxima dos 28% (figura 22). De facto, ter muitas lâmpadas numa destas séries significa aumentar exponencialmente o risco de avaria. Parece preferível ter várias séries de luzes com menos lâmpadas do que uma única série com um maior número de lâmpadas.

23	24	25	soma	estado	total	boas	fundidas
22,95	0 23,16	1 24,87	1 24		1000	274	726
22,09	1 23,07	1 24,21	1 25				
22,15	1 23,18	1 24,59	1 23				
22,32	1 23,56	1 24,52	1 23		razão		
22,23	1 23,84	1 24,02	1 24		0,274		
22,41	1 23,83	1 24,06	1 24				
22,56	1 23,03	1 24,54	1 23				
22,68	1 23,39	1 24,68	1 25				
22,98	0 23,36	1 24,88	1 23				
22,42	1 23,19	1 24,72	1 24				
22,05	1 23,59	1 24,38	1 24				
22,14	1 23,96	0 24,88	1 24				
22,3	1 23,89	1 24,04	1 24				
22,78	1 23,28	1 24,21	1 24				
22,15	1 23,11	1 24,29	1 23				
22,99	0 23,21	1 24,59	1 21				
22,07	1 23,53	1 24,69	1 24				
22,51	1 23,6	1 24,74	1 25				
22,56	1 23,07	1 24,53	1 23				
22,08	1 23,31	1 24,99	0 23				
22,86	1 23,76	1 24,55	1 24				
22,81	1 23,85	1 24,99	0 22				
22,28	1 23,85	1 24,09	1 23				
22,79	1 23,71	1 24,15	1 25				
22,33	1 23,66	1 24,56	1 24				
22,37	1 23,32	1 24,4	1 25				
22,21	1 23,02	1 24,51	1 24				
22,81	1 23,75	1 24,8	1 24				
22,36	1 23,65	1 24,02	1 24				
22,93	1 23,8	1 24,09	1 25				
22,36	1 23,21	1 24,84	1 25				
22,16	1 23,92	1 24,64	1 25				

Figura 22. Uma simulação com séries de 25 lâmpadas (uma linha é uma série).

Uma outra investigação possível seria a de saber como aumentar em 50% a fiabilidade de uma série de luzes de Natal. Trata-se de analisar de que forma um aumento da qualidade das lâmpadas permitiria melhorar a fiabilidade da série. Sabendo que o valor da fiabilidade de cada lâmpada poderá funcionar como um parâmetro, consegue-se, com uma ligeira alteração na tabela de Excel, fazer outras simulações.

Por exemplo, para o caso de uma série de 25 lâmpadas, um aumento da fiabilidade de 28% para 42% requer que cada lâmpada, individualmente, passe a ter cerca de 96,5% de fiabilidade (figura 23).

					valor indiv.			
					0,965			
23	24	25	soma	estado	total	boas	fundidas	
22,9	1 23,51	1 24,31	1 25			1000	417	583
22,11	1 23,2	1 24,79	1 24					
22,91	1 23,41	1 24,59	1 25					
22,33	1 23,41	1 24,77	1 25			razão		
22,62	1 23,3	1 24,3	1 25			0,417		
22,74	1 23,48	1 24,49	1 25					
22,43	1 23,6	1 24,13	1 24					
22,43	1 23,74	1 24,54	1 25					
22,32	1 23,19	1 24,53	1 24					
22,59	1 23,73	1 24,08	1 24					
22,24	1 23,12	1 24,76	1 24					
22,84	1 23,61	1 24,2	1 25					
22,89	1 23,61	1 24,01	1 24					
22,6	1 23,22	1 24,82	1 25					
22,44	1 23,35	1 24,65	1 24					
22,33	1 23,27	1 24,3	1 25					
22,23	1 23,88	1 24,58	1 24					
22,04	1 23,25	1 24,88	1 25					
22,37	1 23,63	1 24,32	1 25					
22,13	1 23,71	1 24,3	1 23					
22,53	1 23,09	1 24,63	1 24					
22,34	1 23,39	1 24,5	1 23					
22,49	1 23,58	1 24,16	1 25					
22,61	1 23,37	1 24,46	1 24					
22,9	1 23,52	1 24,63	1 25					
22,13	1 23,57	1 24,58	1 23					
22,51	1 23,71	1 24,77	1 23					
22,74	1 23,49	1 24,93	1 25					
22,11	1 23,08	1 24,94	1 24					
22,59	1 23,65	1 24,33	1 25					

Figura 23. A busca, por experimentação, do valor da fiabilidade individual para uma série de 25 lâmpadas com uma fiabilidade de 42%.

E se quiséssemos uma série de 25 lâmpadas com uma fiabilidade bem maior, talvez 80%? Ao cabo de algumas experiências de manipulação do parâmetro introduzido, conclui-se que é bastante próxima de 99% a taxa de fiabilidade individual necessária para garantir uma fiabilidade de 80% numa série de 25 lâmpadas (figura 24).

Imagine-se o caso de uma série de 50 lâmpadas!...

					valor indiv.			
					0,991			
22	23	24	25	soma	estado	total	boas	fundida
21,59	1 22,5	1 23,42	1 24,13	1 25			794	206
21,62	1 22,94	1 23,86	1 24,01	1 25				
21,95	1 22,15	1 23,2	1 24,58	1 25				
21,52	1 22,54	1 23,34	1 24,47	1 25			razão	
21,2	1 22,34	1 23,29	1 24,31	1 24			0,794	
21,52	1 22,21	1 23,28	1 24,49	1 25				
21,06	1 22,26	1 23,1	1 24,84	1 25				
21,27	1 22,48	1 23,78	1 24,66	1 25				
21,9	1 22,38	1 23,5	1 24,12	1 25				
21,71	1 22,63	1 23,08	1 24,47	1 24				
21,82	1 22,07	1 23,99	0 24,7	1 24				
21,58	1 22,73	1 23,32	1 24,27	1 24				
21,94	1 22,13	1 23,89	1 24,26	1 25				
21,82	1 22,95	1 23,82	1 24,31	1 25				
21,62	1 22,56	1 23,43	1 24,05	1 24				
21,39	1 22,1	1 23,02	1 24,79	1 24				
21,31	1 22,61	1 23,89	1 24,55	1 25				
21,55	1 22,05	1 23,48	1 24,89	1 25				
21,79	1 22,33	1 23,15	1 24,83	1 25				
21,32	1 22,11	1 23,08	1 24,65	1 25				
21,9	1 22,87	1 23,71	1 24,63	1 25				
21,33	1 22,64	1 23,44	1 24,42	1 25				
21,16	1 22,02	1 23,31	1 24,33	1 25				
21,27	1 22,9	1 23,23	1 24,44	1 25				
21,92	1 22,4	1 23,44	1 24,31	1 25				
21,34	1 22,37	1 23,69	1 24,2	1 24				
21,61	1 22,79	1 23,44	1 24,17	1 25				
21,22	1 22,74	1 23,42	1 24,25	1 23				
21,65	1 22,16	1 23,28	1 24,43	1 25				
21,3	1 22,74	1 23,86	1 24,47	1 25				

Figura 24. A busca, por experimentação, do valor da fiabilidade individual para uma série de 25 lâmpadas com uma fiabilidade de 80%.

Uma nativa digital, como a Carolina, talvez venha a preferir, futuramente, algo do género de projectar uma árvore de Natal holográfica na parede da sala, que será enfeitada a partir de uma variedade de opções disponíveis num menu...

8. Pensamento (matemático) no cerne dos manipulativos virtuais

A abordagem da matemática experimental-com-tecnologia enfatiza um conjunto de aspectos alinhados com uma certa concepção da Matemática, uma forma de problematizar a aprendizagem e uma perspectiva da educação matemática no contexto da geração digital.

Como afirma Haapasalo (2007), exprimindo o que muitos sentem, diariamente, ao ver o crescente desinteresse de tantos jovens, “o facto de que os alunos parecem aprender eficazmente, quer conhecimentos matemáticos quer técnicos, fora da sala de aula, obriga-nos a pensar se existirá alguma coisa de errado dentro da escola no que diz respeito a ‘como aprender’” (p. 9). Se a Matemática faz parte da nossa forma de pensar, então a cultura de ensino-aprendizagem precisa de dar um salto profundo.

Em vez de falarmos de ‘implementar as tecnologias modernas na sala de aula’, poderia ser mais apropriado falarmos sobre ‘adaptar o ensino da matemática às necessidades da tecnologia de informação na sociedade moderna’. (Haapasalo, 2007, p. 1)

Ironicamente, contudo, à medida que os alunos se vão tornando mais conhecedores e familiarizados com aplicações tecnológicas e as usam, de forma informal, no seu tempo livre, grande parte dos ambientes de aprendizagem suportados pela tecnologia mantêm-se numa tradição behaviorista de aprendizagem de factos, regras e procedimentos (Haapasalo, 2007).

Os exemplos atrás descritos colocam o foco sobre a pertinência dos manipulativos virtuais mas reflectem, ao mesmo tempo, ideias e marcas da ‘metodologia nativa digital’, da ‘cultura virtual transformadora’ ou do ‘novo paradigma educacional’ do século XXI — ‘humanos-com-tecnologias a aprender com orientação’. Emergem de um exercício que tem em conta as “mochilas digitais” que todos vamos carregando, a consciência da presença de novos modos de aprender e a importância de considerar novas formas de recontextualização do conhecimento matemático escolar. É o papel das tecnologias nessa recontextualização que Shaffer e Clinton (2006) discutem, à luz do conceito de cognição distribuída, colocando o acento tónico na interacção dos alunos com ferramentas-para-pensar. São novas oportunidades que se abrem e não, simplesmente, uma nova roupagem para um mesmo estilo de situações de aprendizagem.

Se definirmos matemática como cálculo baseado no uso de técnicas específicas, então, de facto, quando estas se tornam patentes numa nova ferramenta, o propósito original do ensino foi ultrapassado pela ferramenta.

A teoria da cognição distribuída, contudo, foca-se nos resultados da interacção com ferramentas-para-pensar. Enfatiza o modo como novas ferramentas conduzem a novos tipos de acções e, conseqüentemente, a novos modos de pensamento. Nesta perspectiva, a razão para introduzir novas tecnologias na sala de aula não é a recriação de actividades já existentes, mas antes o permitir de novas oportunidades apelativas que as novas ferramentas-para-pensar oferecem. (Shaffer & Clinton, 2006, p. 294)

A exploração interactiva de manipulativos virtuais ajuda a encontrar um ponto de envolvimento para os nativos digitais, que ficará algures entre o jogo digital (complexo, fortemente apelativo e extremamente pesado computacionalmente) e os pequenos objectos dinâmicos (ficheiros de pequena dimensão, simples e quase desprovidos de estrutura ou contexto pedagógico) (Way, 2004; Way & Rowe, 2008). Experimentar, manipular, visualizar e investigar são elementos centrais do pensamento matemático, mas são-no igualmente no habitat natural dos nativos digitais e na sua capacidade de participar nesse habitat. Por outro lado, e não menos importante, refira-se que os manipulativos virtuais permitem conceptualizar e expandir a inter-relação entre diferentes partes da Matemática, o que nos leva a outro ponto fundamental, como o de um currículo escolar tendencialmente mais e mais conectado.

A Carolina, ainda de tenra idade, já tem uma grande capacidade de aprender, simulando. Como qualquer outra criança, um dos seus melhores recursos de aprendizagem é simular e experimentar: por isso, passa a ferro com o rato do computador e usa expeditamente o touchpad do portátil da sua mãe.

O que acontece dentro das instituições [escolares] deverá ter uma equivalência razoável com o que acontece fora da sala de aula. (Haapasalo, 2007, p. 8)

Notas

- 1 A palavra *eduvertimento* foi a opção feita neste texto para traduzir a expressão *edutainment*, usada por Marc Prensky (2006) como forma de designar a tentativa de fusão entre education (educação) e entertainment (divertimento).
- 2 O PROBAN foi criado por Carlos Grosso, Dulce Aldir, José António Duarte e Susana Carreira, em 1986, no âmbito da Licenciatura em Matemática — Ramo Educacional, na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- 3 Uma proposta de trabalho sobre a caixa de pasteleiro, realizada com alunos do 9º ano, foi descrita e analisada por Baioa e Carreira e serviu de base a uma comunicação com o título *Students' modelling cycles in the context of object manipulation and experimental mathematics*, apresentada na 14th International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 14), que decorreu em Hamburgo, Julho de 2009. Este trabalho foi igualmente apresentado por Baioa e Carreira, sob a forma de um poster intitulado *Ciclos de modelação num contexto de Matemática experimental e manipulação de objectos*, no XX Seminário de Investigação em Educação Matemática, que teve lugar em Viana do Castelo, Setembro de 2009.

4 Um problema também relativo às avarias das séries das luzes de Natal foi abordado por Kotelawala numa comunicação com o título *Stochastic case problems for the secondary classroom*, na 14th International Conference on Teaching Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 14), que decorreu em Hamburgo, Julho de 2009. A presente exploração do problema da série de luzes de Natal constituiu parte do conteúdo de uma conferência apresentada por Carreira, com o título *Da (presente) resolução de problemas à (ausente) modelação matemática na sala de aula*, no ProfMat 2009, que decorreu em Viana do Castelo, Setembro de 2009.

Referências

- Amado, N. (2007). *O professor estagiário de matemática e a integração das tecnologias na sala de aula — Relações de mentoring numa constelação de práticas*. Tese de Doutoramento. Lisboa: APM.
- Benett, S., Maton, K & Kervin, L. (2008). The 'digital natives' debate: A critical review of the evidence. *British Journal of Educational Technology*, Vol. 39, N.º 5, pp. 775–786.
- Borba, M., & Villarreal, M. (1998). Graphing calculators and reorganization of thinking: the transition from functions to derivative. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.) *Proceedings of PME 22*. (Vol. 2, pp. 135–143). University of Stellenbosch, South Africa.
- Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization*. New York, USA: Springer.
- Carreira, S. (2003). Problem solving with technology: how it changes students' mathematical activity. In T. Triandafyllidis e K. Hatzikiriakou (Eds.), *Proceedings of the 6th International Conference on Technology in Mathematics Teaching*, pp. 67–74. University of Thessaly, Volos, Greece.
- Devlin, K. (1997). The logical structure of computer-aided mathematical reasoning. *American Mathematical Monthly*, 104 (7), pp. 632–646
- Duarte, J. (1987). PROBAN: Uma Simulação ou & Como Tomar Banho Também Acarreta Problemas. *Educação e Matemática*, N.º 1, p. 23.
- Ferreira, P. (2007). *A opção dos alunos pelas tecnologias: um olhar sobre a utilização do Sketchpad na resolução de problemas*. (Tese de mestrado não publicada). Universidade do Algarve.
- Frاند, J. (2000). The information-age mindset: Changes in students and implications for higher education. *Educause*, September/October 2000, pp. 15–24. <http://net.educause.edu/ir/library/pdf/ERM0051.pdf> (Acedido em Julho de 2009)
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Gee, J. (2004). *Situated Language and Learning. A critique of traditional schooling*. New York, USA: Routledge.
- Gee, J. & Levine, M. (2009). Welcome to Our Virtual Worlds. *Educational Leadership* (March 2009), Vol. 66, N.º 6, pp. 48–52. http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el200903_gee.pdf (Acedido em Julho de 2009).
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Haapasalo, J. (2007). Adapting Mathematics Education to the Needs of ICT. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, Vol. 1, N.º.1, pp. 1–10. (Disponível em <http://www.radford.edu/ejmt>).

- INE (2008). Sociedade da Informação e do Conhecimento. Inquérito à Utilização de Tecnologias da Informação e da Comunicação pelas Famílias 2008. *Destaque — Informação à Comunicação Social*, 4 de Novembro de 2008. http://www.ine.pt/xportal/xmain?xpid=INE&xpgid=ine_destaques&DESTAQUESdest_boui=11071025&DESTAQUESmodo=2 (Acedido em 1 de Julho de 2009).
- Jukes, I., & Dosaj, A. (2006). Understanding Digital Children (DKs): *Teaching & Learning in the New Digital Landscape*. The InfoSavy Group, September, 2006. <http://edorigami.wikispaces.com/file/view/Jukes+Understanding+Digital+Kids.pdf> (Acedido em Julho de 2009).
- Kennedy, G., Dalgarno, B., Gray, K., Judd, T., Waycott, J., Bennett, S., Maton, K., Krause, K.-L., Bishop, A., Chang, R. & Churchward, A. (2007). The net generation are not big users of Web 2.0 technologies: Preliminary findings. In *ICT: Providing choices for learners and learning. Proceedings ascilite Singapore 2007* (pp. 517–525). <http://www.ascilite.org.au/conferences/singapore07/procs/kennedy.pdf> (Acedido em Julho de 2009).
- Kennedy, G., Judd, T., Churchward, A., Gray, K., & Krause, K.-L. (2008). First year students experiences with technology: Are they really digital natives? *Australasian Journal of Educational Technology*, 24(1), pp. 108–122.
- Lévy, P. (1998). *As Tecnologias da Inteligência. O Futuro do Pensamento na Era da Informática*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lévy, P. (2001). *O que é o virtual?* Coimbra: Quarteto Editora.
- McGlynn, A. (2005). Teaching Millennials, Our Newest Cultural Cohort. *The Education Digest*, Vol. 71, N.º 4 (December 2005), pp. 12–16. http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/custom/portlets/recordDetails/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue_0=EJ741200&ERICExtSearch_SearchType_0=no&accno=EJ741200 (Acedido em Julho de 2009).
- Oblinger, D., & Oblinger, J. (2005). *Educating the net generation*. EDUCAUSE. <http://www.educause.edu/educatingthenetgen/> (Acedido em Julho de 2009).
- Oliver, B., & Goerke, V. (2007). Australian undergraduates' use and ownership of emerging technologies: Implications and opportunities for creating engaging learning for the Net Generation. *Australasian Journal of Educational Technology*, 23(2), pp. 171–186.
- Prensky, M. (2001a). Digital Natives, Digital Immigrants. *On the Horizon*, Vol. 9, N.º 5 (October 2001). <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf> (Acedido em Julho de 2009).
- Prensky, M. (2001b). Digital Natives, Digital Immigrants, Part II: Do they Really *Think* Differently? *On the Horizon*, Vol. 9, N.º 6 (December 2001). <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part2.pdf> (Acedido em Julho de 2009).
- Prensky, M. (2006). *“Don't Bother Me Mom I'm learning”*. Minnesota: Paragon House.
- Prensky, M. (2007). Changing Paradigms from being taught to learning on your own with guidance. In *Educational Technology*, July–Aug, 2007. <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky-ChangingParadigms-01-EdTech.pdf>. (Acedido em Julho de 2009).
- Prensky, M. (2008a). Turning On the Lights. *Educational Leadership*, Vol. 65, N.º 6 (March 2008), pp. 40–45. <http://www.nipissingu.ca/faculty/stephent/pdf/02.Prensky-Turning.on.the.Lights.pdf> (Acedido em Julho de 2009).
- Prensky, M. (2008b). The role of technology in teaching and the classroom. *Educational Technology*, Nov–Dec, 2008. http://www.marcprensky.com/writing/Prensky-The_Role_of_Technology-ET-11-12-08.pdf (Acedido em Julho de 2009).
- Raines, C. (2002). Managing Millennials (excerpt from *Connecting Generations: The Sourcebook* by Claire Raines). http://www.generationsatwork.com/the_game.php. (Acedido em Julho de 2009).

- Shaffer, D., & Clinton, K. (2006). Toolforthoughts: Reexamining Thinking in the Digital Age. *Mind, Culture, and Activity*, Vol. 13, N.º 4, pp. 283–300.
- Shaffer, D., & Kaput, J. (1999). Mathematics and virtual culture: An evolutionary perspective on technology and mathematics education. *Educational studies in Mathematics*, 37, 97–119.
- Way, J. (2004). *Multimedia learning objects in mathematics education*. Paper presented at ICME 10, TSG: The role and use of technology in the teaching and learning of mathematics. Copenhagen, Dinamarca (Julho 2004). <http://www.icme10.dk/> (Acedido em Julho de 2009).
- Way, J., & Rowe, L. (2008). *The Role of Scaffolding in the Design of Multimedia Learning Objects*. Paper presented at ICME 11, TSG 22: New Technologies in the Teaching and Learning of Mathematics. Monterrey, México (Julho 2008). <http://tsg.icme11.org/document/get/263> (Acedido em Julho de 2009).

Resumo. O ponto de partida deste artigo reside na análise e discussão de um conjunto de características presentes nos jovens que actualmente frequentam a escola: os chamados Nativos Digitais. Entre os muitos sinais que lhes é possível apontar, destaca-se aquilo que se apresenta como uma nova forma de pensar, de agir e, sobretudo, de aprender. Tendo por base este cenário, pretende-se equacionar o papel das tecnologias, designadamente do computador, na educação matemática actual. A tónica recai sobre a exploração dos manipulativos virtuais, considerando o conceito teórico de mediação, desenvolvido por diversos autores, e que surge materializado na ideia de humanos-com-media. São apresentados e discutidos exemplos ilustrativos do que se poderá designar por abordagem experimental-com-tecnologias. O objectivo é revelar a primazia de elementos essenciais dos manipulativos virtuais: experimentar/manipular, visualizar e investigar. Tais elementos são igualmente centrais no pensamento matemático e na nova cultura virtual de aprendizagem.

Palavras-chave: nativos digitais, manipulativos virtuais, tecnologias, experimentar, manipular, visualizar, investigar, pensamento matemático.

Abstract. The starting point of this article is the analysis and discussion of a number of characteristics revealed by the youngsters that are currently in school: the so-called Digital Natives. Among the many signs that are possible to identify in them, it is stressed the fact that they show new ways of thinking, acting and, particularly, learning. Based in this scenario, it is intended to consider the role of technologies, namely the computer, in nowadays mathematics education. The emphasis is put on the exploration of virtual manipulatives, taking into account the theoretical concept of mediation developed by several authors, which becomes materialised in the idea of humans-with-media. Illustrative examples of what may be called the experimental-with-technologies approach are given and discussed. The purpose is to draw out the primacy of essential features of virtual manipulatives: experimentation/manipulation, visualisation and investigation. Such features are equally central to mathematical thinking and to the new virtual culture of learning.

Keywords: digital natives, virtual manipulatives, technologies, experimentation, manipulation, visualisation, investigation, mathematical thinking.

■■■

SUSANA CARREIRA

Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve
 UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
 scarrei@ualg.pt