Innovations technologiques dans l'enseignement des mathématiques: paradigmes et changement de la professionnalité de l'enseignant

Jean-Baptiste Lagrange

Laboratoire de Didactique André Revuz,
Université Paris Diderot, et IUFM,
Université de Reims Champagne Ardenne

Introduction

Il y a quinze ans, Baron et Bruillard (1996) décrivaient les processus de prise en compte des technologies dans l'enseignement comme s'opérant en trois temps: une phase d'invention et de recherche, une phase de diffusion, soutenue par des politiques publiques, où les usages sont le fait d'initiés ou d'innovateurs, puis une phase éventuelle d'intégration où les usages se banalisent. Ils ont aussi souligné la répétition de ces processus à intervalles réguliers et leur non achèvement, les usages d'une technologie donnée tendant à régresser avant même de s'être banalisés au moment où commence la phase de diffusion de la technologie suivante. Plus récemment Baron (2005) met l'accent sur des mouvements de diffusion lente et de résurgence.

Avec le développement de l'Internet, nous sommes aujourd'hui entrés dans une phase d'innovation et de diffusion où la pression sociale et institutionnelle sur l'école s'exerce de façon très forte en faveur de l'utilisation des réseaux tandis que des mouvements amorcés antérieurement tendent à s'effacer dans l'attente de possibles résurgences. Le moment est donc opportun pour réfléchir à ce que sont ces processus, à ce qui les sous-tend et conditionne leur éventuel succès. Cet article tente de mener cette réflexion à partir de l'exemple des Mathématiques.

L'enseignement structure le savoir en disciplines et les technologies informatiques ont des rapports complexes avec cette structuration. Certaines activités à support technologique, comme par exemple la recherche d'informations, intéressent l'activité d'apprentissage de façon peu différenciée d'une discipline à l'autre, alors que d'autres, par exemple la géométrie dynamique, n'ont guère de sens en dehors d'une discipline, ici les mathématiques. Depuis une trentaine d'années, chercheurs et innovateurs tentent de promouvoir diverses technologies informatiques dans l'enseignement de cette discipline. Observer et analyser les processus de prise en compte de ces technologies permet ainsi à un chercheur en didactique de tirer parti de phénomènes observés dans sa discipline tout en étant conscient que ces phénomènes dépassent souvent le cadre de cette discipline.

Je vais tenter dans cet article de contribuer à la compréhension des évolutions récentes, en les replaçant dans le temps long du développement d'un système d'enseignement ‹moderne›. Je vais considérer, dans ce développement, le mouvement qui conduit à l'introduction d'artefacts de plus en plus complexes ainsi que des technologies (au sens de discours sur la technique) qui les accompagnent et à l'apparition d'usages qui ne sont pas toujours quantitativement et qualitativement ceux qui étaient attendus. L'hypothèse ici est qu'il est possible de décrire des mécanismes propres à ce développement qui s'appliquent aussi bien aux évolutions anciennes qu'aux innovations actuelles. Les deux premières sections introduisent des outils théoriques pour préciser cette hypothèse. La troisième section précise ces outils en se situant dans le temps long de l'histoire des artefacts dans l'enseignement, à partir de l'exemple du tableau noir. La quatrième section considère trois innovations technologiques ayant un impact sur l'enseignement des mathématiques. La cinquième section se centre sur la plus récente, celle de l'Internet.

1. Innovation technologique et paradigmes

Ces trente dernières années, l'enseignement des mathématiques a été confronté à trois vagues d'innovation technologique. Les ordinateurs ayant commencé à exister dans la seconde partie du 20ème siècle, certains innovateurs y ont vu une opportunité pour le développement de l'enseignement programmé, mais ce mouvement a assez peu concerné les mathématiques. L'ordinateur a été considéré dans cette discipline plutôt comme un support pour la programmation et le calcul. Les innovateurs ont vu la programmation comme un moyen d'accès aux concepts scientifiques et le calcul symbolique comme une technologie qui pouvait rendre des services à la discipline et à son enseignement en allégeant la part technique de l'activité mathématique. La programmation et le calcul formel sont les deux technologies discutées et présentées comme ayant un grand potentiel pour l'enseignement en 1985 lors de la première étude de l'ICMI comme en témoigne la synthèse de Cornu et Ralston (1992)[1].

Parallèlement, d'autres innovations ont découlé d'un mouvement général de réflexion sur les modes d'interaction entre l'être humain et l'ordinateur qui a conduit à l'ordinateur individuel que l'on connaît aujourd'hui. Ce mouvement a commencé dès avant les années 70, avec des chercheurs comme Sutherland, Engelbart et Kay. Sutherland concevait Sketchpad[2], le premier programme graphique interactif. Sketchpad ouvrait le champ à l'infographie et comportait des innovations comme le curseur, les fenêtres, le copier/coller, la reconnaissance de geste… A la fin des années 1970, ces idées conduisaient à une réalisation matérielle -l'ordinateur Lisa de Apple computers- et les innovateurs soulignaient le potentiel offert par ces modes d'interaction nouveaux pour l'activité mathématique des mathématiciens professionnels puis des élèves. Jean-Marie Laborde concevait un manipulateur (Cabri-Graph) pour des chercheurs en théorie des graphes, puis un logiciel géométrique (Cabri-Géomètre) pour les classes.

Le développement des réseaux informatiques commence lui aussi à la même époque. Les chercheurs pensaient l'ordinateur comme dispositif à communiquer et les idées étaient développées dans ARPANET. Licklider et Taylor (1968) écrivaient: «the use of the computer as a communication device … promises to bring a new depth of intellectual interchange to the fine old art of face-to-face communication.» Cette dernière innovation a été plus longue à arriver dans nos classes, puisqu'il a fallu presque quarante ans et le détour par les chercheurs et le grand public pour qu'elle passe des réseaux militaires aux établissements scolaires.

Nous étudierons plus loin ces trois vagues d'innovation (programmation/calcul formel, manipulation interactive de représentations d'objets mathématiques, réseaux), en montrant plus précisément les cycles et ruptures qui les ont caractérisées. En préalable, nous allons préciser et discuter l'idée de paradigme sous-jacent à ces innovations. Kuhn (1962) a introduit cette notion en lien avec l'idée de «révolution scientifique». Kuhn s'intéressait au développement des sciences, et opposait l'idée de révolution à celle d'un progrès linéaire.

«Le progrès scientifique se produit sous forme de révolutions et ne suit pas un chemin linéaire ininterrompu comme les manuels traditionnels nous conduisent à croire.» Il précisait également les conditions dans lesquelles les révolutions réussissent, soulignant qu'elles «n'éclatent pas comme résultat direct de l'émergence de nouvelles données» mais par suite de l'adoption de nouveaux modèles ou *paradigmes* dans une communauté.

Kuhn identifiait ces «paradigmes» comme des cadres «universellement reconnus qui pour un temps fournissent des modèles de problèmes et de solution à une communauté de praticiens» (*ibid.*). Il soulignait aussi que, pour s'imposer, les paradigmes demandent à ce que les postulats précédents soient reconstruits, que cette reconstruction est longue et difficile et que les communautés établies résistent.

2. Instruments, paradigmes et professionalité enseignante

Se référer à Kuhn permet de ne pas voir les innovations technologiques dans l'enseignement, seulement à travers les nouveaux outils proposés à l'enseignement (matériel, logiciel, réseaux…) mais aussi de tenter d'identifier la naissance et la vie de nouveaux paradigmes dans des institutions. Il s'agit ici d' «institutions d'enseignement» différentes des communautés scientifiques auxquelles s'intéressait Kuhn. Ces dernières sont en effet guidées par l'efficacité et, malgré les difficultés identifiées par Kuhn, un nouveau paradigme peut s'imposer assez rapidement s'il fait la preuve d'une plus grande pertinence. En revanche, les communautés «d'enseignement» sont lentes à adopter de nouveaux paradigmes car les conséquences de changements peuvent s'apprécier seulement sur le long terme, et par conséquent, l'évaluation des paradigmes peut se faire seulement en fonction de systèmes de valeurs qui sont eux-mêmes dépendants des instruments existants. Cette section va introduire des notions utiles pour repérer la position d'un acteur essentiel de ces communautés, l'enseignant.

Bien que l'enseignant ne soit pas le seul acteur de ces communautés, cet article part du postulat qu'il lui revient un rôle central dans les reconstructions qui accompagnent le développement de nouveaux paradigmes. Les rapports de l'enseignant aux paradigmes technologiques peuvent être vus de deux points de vue. Le premier voit l'enseignant comme un individu en situation de travail confronté à des artefacts propres à sa profession et donc, selon Rabardel (1995) à un processus de genèse instrumentale par lequel se constituent des invariant mentaux spécifiques, les schèmes d'action instrumentaux. Le second point de vue voit la technologie comme un des nombreux éléments intervenant dans les cadres constitutifs du métier d'enseignant que Perrenoud (1995) appelle la «professionalité enseignante» Ainsi, les genèses instrumentales des enseignants sont relatives à des technologies «concrètes» (ordinateur, logiciels, réseaux) et elles doivent aussi s'intégrer dans une professionalité toujours en devenir aux côtés de nombreux autres éléments.

Analyser les processus de prise en compte des technologies, c'est donc analyser la façon dont des paradigmes peuvent s'intégrer dans la professionalité en même temps que se développent les schèmes permettant les usages des artefacts. Les processus récents sont nouveaux pour deux raisons. La première est que la professionalité enseignante est devenue une donnée complexe sous l'influence des demandes multiples de la société sur l'éducation. La seconde est que les artefacts proposés à l'enseignement se sont eux- aussi très nettement complexifiés. Les genèses enseignantes liées à la technologie dans l'enseignement sont donc difficiles à étudier car les technologies sont récentes et toujours en évolution, et les usages encore peu nombreux.

Comment mener une réflexion sur ces données complexes et toujours en devenir? Comment prendre le recul nécessaire? Il m'est venu l'idée de rechercher dans l'histoire de l'éducation des occurrences de processus plus anciens où l'intégration d'un nouvel artefact a accompagné l'apparition de nouveaux paradigmes et une évolution de la professionnalité. J'ai réalisé qu'il existe dans les salles de classe un artefact transparent au point qu'il est souvent pensé comme «ayant toujours existé», le tableau noir. J'ai fait alors l'hypothèse que, comme tout artefact, le tableau noir devait avoir une histoire, qu'il n'a pu s'imposer dans les pratiques des professeurs qu'avec le développement de nouveaux paradigmes et des processus de genèse instrumentale s'intégrant dans la professionnalité enseignante.

3. Le tableau noir

«Dans l'ancien temps, le seul moyen de communication de l'école est le tableau noir. Le calcul, le dessin, l'orthographe, la grammaire, toutes ces matières sont enseignées sur des surfaces d'ardoise. C'est l'outil essentiel de la salle de classe. Peu à peu, on introduit des outils audiovisuels comme les lanternes magiques, les bandes filmées et les émissions de radio. Ces outils complètent le programme d'études et offrent une approche plus créative et vivante pour l'enseignement et l'acquisition du savoir.»[3]

Ce texte illustre parmi d'autres comment, dans les représentations communes, le tableau noir est l'emblème d'une école intemporelle et opposé à d'autres artefacts, pensés comme porteurs de modernité et d'une évolution de l'enseignement. Ces représentations, fort répandues, ne résistent pas à l'analyse. Comme nous allons le voir, l'invention du tableau noir est difficile à dater, mais ce n'est que dans la seconde partie du 19ème siècle qu'il est réellement devenu un «instrument» chez les enseignants. La lanterne magique et ses usages pédagogiques sont, quant à eux, décrits dès le 17ème siècle. En opposition à l'idée d'école intemporelle et d'instruments «traditionnels», le choix de cet article est de considérer la genèse de l'artefact «tableau noir» dans un mouvement permanent de transformation de l'enseignement et d'introduction de nouveaux instruments.

Le tableau noir a une histoire, relativement courte à l'échelle de l'histoire de l'Education, et un lien particulier avec les mathématiques à travers l'enseignement de l'arithmétique à l'école. Dans les lectures que j'ai pu faire en histoire de l'Education, les instruments utilisés par les maîtres occupent généralement peu de place[4] et donc les références utilisables sont peu nombreuses. Je considère pour ma part que l'apparition d'instruments pour l'enseignement et l'évolution des idées en éducation sont liées en ce que les instruments marquent l'apparition de nouveaux paradigmes et de nouvelles pratiques. Il ne s'agit donc pas de faire ici une histoire du tableau noir, mais de montrer, à l'aide de quelques repères, comment les notions de paradigme et d'instrumentation permettent de comprendre l'intégration par les enseignants d'instruments nouveaux.

Trois lectures m'ont été particulièrement utiles pour cela. Galupeau et Rozinoer (2001) présentent un dossier sur l'histoire de l'école dans «Textes et documents pour la classe» (TDC). TDC offre tous les quinze jours, un dossier pluridisciplinaire en art, en littérature, en histoire et géographie, en éducation civique ou en sciences. Il s'agit donc d'une publication destinée aux enseignants pour les besoins de la classe. La synthèse que présente ce numéro s'est révélée cependant fort utile pour le chercheur non spécialiste en histoire de l'Education que je suis, notamment en ce qui concerne l'enseignement primaire. J'ai trouvé une seconde source dans «La vie de Henri Brulard», l'autobiographie déguisée de Stendhal[5]. Stendhal y relate ses années de jeunesse à Grenoble au tournant du 19ème siècle avant qu'il ne s'installe à Paris pour passer le concours d'entrée à Polytechnique. Il offre un témoignage vivant sur l'enseignement dans une «Ecole Centrale» de la Révolution. Le troisième ouvrage est un ouvrage universitaire. Nicolas (2004) considère le Second Empire comme une période charnière de l'histoire de l'école en France et étudie un large corpus de mémoires d'instituteurs français issus du «concours Rouland», de décembre 1860 qui «constitue l'une des grandes enquêtes sociales du XIXe siècle»[6].

Méthode individuelle versus méthode collective

Faute de données précises sur l'apparition du tableau noir dans les classes et les pratiques, et comme Galupeau et Rozinoer (*ibid.*) nous y invitent, prenons comme source l'iconographie Des peintres de l'école flamande du 17ème siècle ont choisi comme sujet le thème familier à l'époque de la classe d'un «régent» de village. Dans une peinture de Jan Steen[7] on voit de quels instruments un régent dispose: une chaire et un pupitre, quelques bancs, quelques planchettes de cire[8] ancêtres de l'ardoise, des plumes, de l'encre et du papier, ainsi que l'indispensable férule. Il n'a pas de tableau noir. En effet, sa classe est une cohorte d'enfants d'âges et de niveaux variés à laquelle il ne s'adresse jamais collectivement. Assis à sa chaire, il consacre successivement quelques minutes de son temps à chaque écolier tandis que le reste du groupe s'adonne à des activités diverses. C'est la «méthode individuelle «. Selon Galupeau et Rozinoer (*ibid.*) elle est très tôt dénoncée comme archaïque, mais on lui reconnaît la croissance globale de l'alphabétisation au cours du 18ème siècle.

Lavoie (1997) situe cette méthode en matière d'arithmétique dans le contexte du «bas Canada»: «le recours au mode individuel, généralisé, explique une pratique qui aujourd'hui passerait pour assez peu pédagogique: les maîtres utilisaient l'énoncé des règles elles-mêmes d'arithmétique qu'ils faisaient recopier et apprendre». Il nous dit que certes l'ordonnance de l'abbé de Montgolfier (1783) parle d'»exercices d'arithmétique» — il s'agissait de partir d'exemples sur lesquels on répétait un rituel parlé collectif, mais que ceux-ci étaient sans doute rares car les effectifs étaient trop faibles pour cela et les pratiques «individuelles» dominaient. Lavoie note aussi que le triptyque «lire, écrire, compter» s'entend dans la chronologie des apprentissages: l'instrument d'écriture de l'époque, la plume d'oie, ne permet pas aux enfants jeunes de tracer les chiffres avec suffisamment de sûreté. Ainsi, bien peu nombreux sont les élèves qui restent assez longtemps à l'école pour aborder l'arithmétique.

150 ans plus tard, l'école de Jules Ferry devient l'image familière. Elle figure en bonne place dans nos représentations de l'école traditionnelle et est conservée dans des «musées de l'Education». Ces musées qui existent un peu partout dans le monde montrent la salle de classe comme un local souvent aussi pauvrement aménagé que celui du régent, mais où le tableau noir est bien présent. Entre temps s'est développé un enseignement où le maître peut s'adresser collectivement aux élèves car ils travaillent les mêmes apprentissages. C'est la «méthode simultanée». Il a fallu, pour que cette méthode s'impose, adopter une organisation en divisions et créer des programmes.

La méthode simultanée s'est imposée difficilement contre une autre formule, celle de l'enseignement mutuel, qui utilisait l'ardoise et les tableaux illustrés. L'ardoise est une amélioration des tablettes de cire et les tableaux illustrés présentent un contenu fixe. Ces instruments permettent au maître de déléguer l'enseignement à des élèves choisis comme «moniteurs». Mialaret et Vial (1983) notent que l'enseignement mutuel a mis en place un apprentissage de la lecture et de l'écriture «progressif et rationnellement conduit». Ils notent aussi que «en arithmétique, par contre, les résultats ont été relativement faibles… Les moniteurs ont à corriger, non à expliquer». Sans doute leur manque-t-il pour cela… un tableau noir.

Ceci concerne les écoles de village. Il n'est pas facile de connaître l'histoire de l'équipement des collèges de ville, ancêtres de notre enseignement secondaire. Stendhal («La vie de Henri Brulard») atteste l'utilisation d'un tableau noir à l'école centrale de Grenoble dès 1798 pour l'enseignement des mathématiques. «C'était une ardoise de six pieds sur quatre, soutenue à cinq pieds de haut par un châssis fort solide. On y montait par trois degrés… La tête du démontrant était bien à huit pieds de haut.» Stendhal se représente dans cette position par un curieux dessin tandis que le professeur est confortablement assis en bas des degrés dans «son grand fauteuil bleu de ciel». L'élève montre au professeur ses connaissances élaborées à l'aide d'ouvrages de référence («le plat Bezout») et par enseignement mutuel[9]. Notons que, comme dans la description de Stendhal, les usages dont on peut trouver trace au 19ème siècle sont ceux où l'élève est au tableau et montre son travail à la classe sous le contrôle du maître.

Il semble que cet usage du tableau à l'école centrale de Grenoble soit en avance sur ce qui se pratique généralement dans l'enseignement de ville. L'histoire de l'athénée de Luxembourg (Trausch, 2003) retrace par exemple 400 ans d'un établissement ayant une tradition ancienne d'enseignement des Mathématiques, d'abord collège de Jésuites, un temps «école centrale» lors de l'occupation française, puis lycée. Le tableau noir n'y est introduit qu'en 1817. Il y a certes des cours collectifs où cet artefact pourrait avoir un usage, mais la majeure partie du temps de l'élève se passe en étude sous la direction d'un répétiteur et l'enseignement scientifique occupe peu de place dans les programmes.

A l'école primaire en France, le tableau noir s'impose dans la seconde moitié du 19ème siècle. Il est recommandé par Guizot en 1831, au moment où l'enseignement mutuel disparaît, devient obligatoire en 1851, mais en 1870 certaines écoles n'en possèdent toujours pas. L'étude historique montre que, à cette époque, le tableau noir a fait l'objet d'une véritable appropriation par les instituteurs: «Cet objet associant un panneau de bois et une couleur, faisant ressortir le blanc de la craie, est véritablement né sous la monarchie de Juillet. Ce tableau noir émerge des manuscrits de 1861 tel un compagnon inséparable de l'instituteur» (Nicolas, *ibid.* p. 204). Un des instituteurs déclare: «Le maître et le tableau noir valent infiniment plus que tous les livres et les cahiers». Cette déclaration montre très clairement comment s'opère finalement, dans ce que l'on appellerait aujourd'hui «l'identité professionnelle», la rupture avec la méthode individuelle.

Le tableau noir est ainsi devenu un élément d'une «professionnalité» nouvelle, où l'enseignant fait davantage confiance à son propre savoir qu'à celui des manuels, et aux exercices collectifs qu'au recopiage individuel. L'appropriation s'accompagne d'usages multiples — démonstration, correction, mais aussi distinction, élèves méritants ou punis — les instituteurs formant le vœu de disposer de plusieurs tableaux, chacun dédié à un usage ou à une division. Ainsi naissaient ce que aujourd'hui nous nommons pour les outils technologiques, des «schèmes d'action instrumentés» (Baron, 2005) résultat de genèses qui rendent possible l'inscription d'un artefact dans l'identité professionnelle.

Genèses et paradigme du tableau noir

La notion de genèse instrumentale s'est développée dans la recherche en éducation pour l'étude des artefacts technologiques. Mais, les genèses de ces artefacts sont difficiles à observer et à caractériser, car comme je l'ai dit plus haut l'impact des technologies sur la professionalité enseignante est une donnée complexe et évolutive et les usages sont peu nombreux. Les schèmes d'action instrumentée (Baron *ibid.*) du tableau noir sont eux bien présents dans les pratiques et identités de millions d'enseignants. La recherche en didactique s'est intéressée récemment aux usages du tableau noir. En mathématiques (Robert et Vandebrouck, 2003) et en Français (Nonnon, 2000), des études montrent la variété des usages et les mettent en relation avec le travail cognitif dans la classe. Ces auteurs n'utilisent pas la notion de schème d'action instrumentée et de genèse instrumentale. Cependant, derrières les usages analysés, des schèmes d'action instrumentés de l'enseignant sont visibles ainsi que leur influence profonde sur les conditions dont le savoir fonctionne dans la classe.

Le paradigme qui permet au tableau noir d'exister est celui de l'enseignement pour tous, avec une organisation en division et des programmes. Tout comme les schèmes associés, il est aujourd'hui «naturalisé». L'enseignant qui par exemple se voit confier souvent contre son gré une classe «multi-niveaux» fera tout pour recréer en parallèle le fonctionnement de plusieurs cours en «méthode simultanée». Matériellement, il prendra bien soin de séparer «le tableau des grands» de «celui des petits». Une autre manifestation de la naturalisation de la méthode collective dans les «schèmes» des enseignants est leur résistance à des formes d'individualisation telles que les parcours et aides individualisés, travaux personnels encadrés…[10]

Nous retiendrons qu'un artefact ne peut s'imposer comme instrument de l'enseignement que dans la mesure où (1) un paradigme sous-tendant ses usages est adopté comme «naturel» par les communautés d'enseignement (2) les enseignants intègrent des schèmes d'action de cet instrument dans leur professionalité. Le cas du tableau noir montre que les paradigmes et schèmes liés à un artefact, même «rustique» peuvent accompagner des bouleversements fondamentaux et que ces deux conditions peuvent mettrent de nombreuses décennies avant d'être satisfaites.

Dans la suite de cet article, je vais approfondir la question des paradigmes liés aux trois innovations technologiques dont j'ai parlé au début de cet article.

4. Trois mouvements d'innovation technologique: paradigmes sous-jacents

Alors que l'adoption du tableau noir s'est étendue sur près d'un siècle, les trois innovations technologiques repérées en introduction sont apparues plus ou moins parallèlement en moins de trente ans. Cette section va préciser comment elles se sont concrétisées dans l'enseignement des mathématiques, identifier les paradigmes sous-jacents ainsi que la façon dont ils ont ou non pénétré dans la professionnalité enseignante et le travail réalisé par la recherche en didactique sur ces paradigmes.

Programmation et calcul symbolique

Dans l'enseignement des mathématiques, un premier moment d'innovation correspond à l'apparition d'ordinateurs dans les classes à la fin des années 1970. L'intérêt s'est alors porté sur les activités de programmation au primaire et au début du secondaire et sur le calcul symbolique au lycée et à l'université. Le mouvement le plus marquant a été Logo, qui a connu de réels usages en France après le plan Informatique pour tous (1984), qui sont retombés à la fin des années 1980 dans des conditions que je vais analyser dans la suite. Il est intéressant de noter qu'il existe des pays (Brésil, Mexique) où Logo s'inscrit dans des plans de développement des technologies en classe sous l'influence d'experts internationaux (Sacristán & Ursini, 2001).

Logo est le plus connu des langages créés pour manipuler des entités mathématiques, mais il y en a eu d'autres comme par exemple ISETL (Czarnocha, Dubinsky, *et al.* 1999) pour l'enseignement supérieur. L'hypothèse centrale — le paradigme — est que programmer ces manipulations engage l'apprenant dans une «construction» et favorise ainsi la réflexivité et la conceptualisation. Cette hypothèse a été formalisée autour de Logo avec des notions telles que celle de micro-monde et de constructionisme (Harel et Papert, 1991): «constructionism shares constructivism's connotation of learning as building knowledge structures (and) then adds the idea that this happens especially effectively when learners are engaged in construction for a public audience».

Le calcul symbolique a aussi rencontré vite un fort intérêt. Par exemple en 1985, lors de la première étude ICMI présentée en introduction, une bonne moitié des communications portait directement sur ce sujet. A l'époque, les logiciels de calcul formel fonctionnaient sur des gros systèmes et donc les usages réels étaient rares. Un premier article de recherche est paru dans la revue du National Council of Teachers in Mathematics aux USA à la fin des années 1980 (Heid 1988). Il s'appuyait sur une expérimentation en classe avec les moyens de l'époque: un logiciel de calcul formel (MuMath) fonctionnant en ligne de commande et un logiciel «grapheur» sur un ordinateur Apple II. Le paradigme qui sous-tend cette expérimentation est celui d'une opposition entre les manipulations algébriques considérées comme non signifiantes, et la compréhension des concepts mathématiques. Ce paradigme peut se repérer très tôt dans l'histoire de l'enseignement de l'algèbre. En effet, comme Rachlin (1989) le rappelle «Teachers (in the USA) even (in 1890) were opposed to what they saw as an overemphasis on manipulative skills and were calling for a meaningful treatment of algebra that would bring about more understanding». Comme le montre l'article, le paradigme opposant «algebraic skills» et «understanding» prend une forte actualité avec le calcul symbolique puisque celui est conçu pour prendre en charge dans une certaine mesure les manipulations algébriques. Cependant, il existe une dimension technique dans l'activité mathématique qui est en quelque sorte transparente sans la technologie mais qui joue un rôle irremplaçable dans la conceptualisation (Lagrange, 2000). Adopter le paradigme opposant «algebraic skills» et «understanding « sous-jacent au calcul formel reviendrait donc à abandonner cette dimension, ce qui explique que, malgré un succès de curiosité auprès de certains enseignants, le calcul formel a très peu pénétré dans les classes et donc dans la professionnalité des enseignants de mathématiques.

La programmation et le calcul formel se situent dans ce que, en section 1, j'ai présenté comme une utilisation de l'ordinateur comme un support pour la programmation et le calcul. Dans la même section, j'ai indiqué que d'autres innovations ont découlé d'un mouvement général de réflexion sur les modes d'interaction entre l'être humain et l'ordinateur et signalé le développement du logiciel Cabri-Géomètre comme s'inscrivant dans ce mouvement. La géométrie dynamique, dont Cabri-Géomètre est un représentant, apparaît dans les classes au début des années 1980. Cependant, le mouvement est amorcé dès la fin des années 1970 quand des chercheurs et innovateurs tirent parti des nouvelles possibilités graphiques de l'ordinateur et d'interfaces d'entrée préfigurant la souris. En France à cette époque, une équipe de chercheurs et d'enseignants publient «Imagiciels» (INRP 1983), une synthèse de travaux d'innovations et de recherche permis par ces nouvelles interfaces. Hocquengeim (1998) situe les imagiciels dans une filiation qui mène à la géométrie dynamique.

Visualisation et interactivité

Le paradigme sous-jacent est celui d'une contribution de la visualisation et de l'interactivité aux apprentissages mathématiques. Tall (1999) montre par exemple la possibilité pour l'élève d'accéder à une solution «visuelle» d'une équation différentielle par activité «sensori-motrice» grâce à un logiciel qu'il a conçu (figure 1): «For instance, in introducing the notion of solving a (first-order) differential equation, I have designed software to show a small line whose gradient is defined by the equation, encouraging the learner to stick the pieces end to end to construct a visual solution through sensori-motor activity.» Cette activité doit permettre à l'élève une compréhension de la notion de solution alors que, dans l'approche algébrique, cette notion serait cachée par l'algorithme formel de résolution.

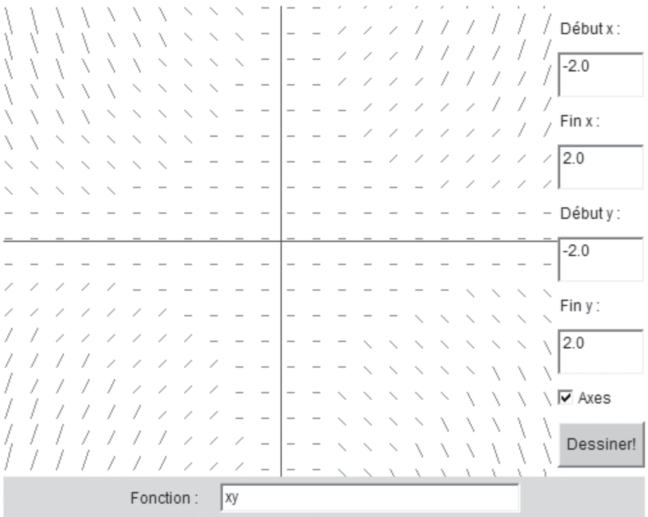


Figure 1. La visualisation de la famille des solutions d'une équation différentielle (ici y'=x y)

Associant visualisation et interactivité, le paradigme met l'accent sur les «représentations manipulables»: chercheurs et innovateurs veulent tirer parti des nouvelles représentations[11] des objets mathématiques, plus variées et permettant une activité différente qu'offre l'ordinateur. J'ai cité la géométrie dynamique comme un type de logiciel dont les usages sont sous-tendus par ce paradigme. Certains usages proposés en mathématiques pour le tableur peuvent aussi s'y rattacher. En effet la notation utilisée dans le tableur pour exprimer des relations numériques et l'exécution dynamique donnent à cet outil, pour des chercheurs comme Bill, Ainley et Wilson (2006), un grand potentiel pour les débuts de l'algèbre, en préparant les élèves aux notions de variables, d'équations et de fonctions (figure 2).

Aujourd'hui, ce paradigme sous-tend beaucoup de travaux d'innovation et de recherche. Les usages de logiciels tableurs ou géométrie dynamique se développent, mais les schèmes d'action instrumentés restent très certainement à construire chez les enseignants. Les études d'enseignants utilisateurs (Haspekian, 2005; Lens, 2003) montrent en effet que le caractère «dynamique» des représentations est celui qui tend à être le moins pris en compte par les enseignants. De plus, les professeurs sensibles aux potentialités de ces logiciels rencontrent des difficultés dans le rapport «instrumental» entre objets informatiques et objets mathématiques: ils sous-estiment le temps et le travail nécessaire pour que les élèves comprennent les fonctionnalités qui sont à la base de ces potentialités de visualisation et d'interactivité et les intègrent à une réflexion mathématique.

La situation «carré de cent» conduit les élèves à explorer des régularités dans un tableau des cent premiers entiers créé dans un tableur. Ils peuvent extraire du tableau des croix 3 x 3 et comparer la somme des valeurs sur les deux bras de la croix.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	2	3	4	5	6	7	8
2	11	12	13	14	15	16	17	18
3	21	22	23	24	25	26	27	28
4	31	32	33	34	35	36	37	38
5	41	42	43	44	45	46	47	48
6	51	52	53	54	55	56	57	58
7	61	62	63	64	65	66	67	68
8	71	72	73	74	75	76	77	78
9	81	82	83	84	85	86	87	88
10	91	92	93	94	95	96	97	98
11								
12								
13		6						
14	15	16	17					
15		26						
16								

Figure 2. Une situation pré algébrique sur tableur:
Le carré de cent (extrait de Bill, Ainley & Wilson, 2006).

Dans les usages de la géométrie dynamique observés par Lagrange et Dedeoglu (2009), les enseignants tirent parti de la géométrie dynamique soit comme préparation à une activité mathématique en papier/crayon, soit comme auxiliaire de l'enseignement pour prolonger ou faire la synthèse d'une activité menée en papier/crayon par les élèves. Dans le premier cas, le professeur voit l'activité avec la géométrie dynamique non comme spécifique par rapport au papier/crayon mais simplement comme plus facile, et donc il n'a pas conscience du niveau d'instrumentation que les situations qu'il prépare supposeraient chez les élèves. Dans le second cas, le professeur privilégie la visualisation, mais il ne prend pas en compte les spécificités de la représentation des objets par la géométrie dynamique et donc les élèves n'ont pas réellement les moyens de tirer parti des visualisations proposées par le professeur.

Notons de plus que si le paradigme de la visualisation et de l'interactivité peut se lire dans les activités avec la géométrie dynamique proposées dans les documents d'accompagnement consultés surtout par les formateurs, les programmes officiels en France mettent plutôt l'accent sur la possibilité d'utiliser ces logiciels comme une alternative «moderne» au papier/crayon (Lagrange et Dedeoglu, 2009) se conformant ainsi aux représentations dominantes chez les enseignants.

Le paradigme de la visualisation et de l'interactivité peut être vu comme en rupture avec le paradigme «constructioniste» qui sous-tend les usages de la programmation. En effet, alors que la programmation impose une construction des notions à travers des chemins parfois longs et détournés[12] et l'apprentissage d'un langage, les logiciels de visualisation interactive, comme par exemple la géométrie dynamique, permettent un accès direct à des objets considérés comme proches des entités mathématiques. La rupture existe aussi avec le paradigme sous-jacent au calcul formel, puisque les logiciels de visualisation interactive favorisent aussi des approches où le rôle des représentations algébriques est minoré. La forte présence chez les chercheurs et les innovateurs du paradigme de la visualisation et de l'interactivité a, donc diminué l'actualité de la programmation et du calcul formel. La régression du paradigme «constructioniste» associé à la programmation est par ailleurs contemporaine d'une certaine remise en cause du constructivisme dans ses formes les plus radicales. En France, par exemple, alors que, à la fin des années 1980 un mouvement vers des activités de programmation plus en prise avec le curriculum était amorcé, comme par exemple à travers l'utilisation du logiciel Euclide (Artigue, 1991), l'intérêt s'est porté sur la géométrie dynamique: les collèges qui avaient intégré Logo à la suite du plan Informatique pour tous ont «basculé» les usages vers Cabri-Géomètre.

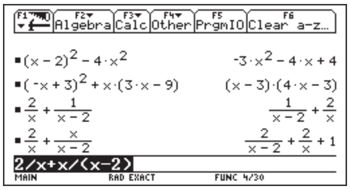
Dans un phénomène typique de résurgence, le calcul formel est redevenu d'actualité chez les professeurs quand Rich et Stoutmeyer ont réalisé leur projet d'implémentation en format «calculatrice» dans les années 95 avec la Texas Instrument-92. Des expérimentations ont lieu notamment en France, pays où l'usage des calculatrices au lycée est encouragé par les instructions ministérielles. Des recherches de terrain ont été impulsées par le ministère. Guin et Trouche (2003, 2005) en présentent une synthèse. Elles sont parties de l'observation de difficultés rencontrées en classe. Elles ont contribué à faire évoluer le paradigme qui oppose techniques et concepts en reconnaissant aux techniques leur rôle dans la conceptualisation et en montrant que c'est au prix de cette reconnaissance que l'usage du calcul formel peut se révéler pertinent. La figure 3 (page suivante) donne un exemple de travail sur des techniques spécifiquement calcul formel.

Les usages du calcul formel n'ont cependant pas «décollé»; dans un contexte où l'activité algébrique s'est trouvée minorée par l'ajout de nouveaux contenus comme les statistiques et de nouvelles approches favorisées, comme nous l'avons vu, par le paradigme de la visualisation et de l'interactivité. Les professeurs, dans leur ensemble, ont retenu les difficultés plutôt que la pertinence du calcul symbolique. Il est à noter que si les recherches se sont intéressées de très près aux genèses instrumentales des élèves, elles se sont situées dans des classes d'enseignants «experts» et ont peu pris en compte les schèmes d'action instrumentés mis en œuvre et développés par ces enseignants. Les instructions officielles

Un travail sur des techniques de recherche d'expressions équivalentes (11ème grade)

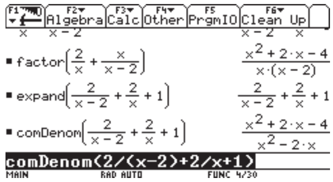
Les écrans ci-dessous illustrent trios tâches pour un travail sur l'équivalence des expressions. Ce travail est une consolidation de l'algèbre du collège aussi bien qu'une introduction aux techniques d'utilisation d'une calculatrice formelle (ici le modèle TI 92 de Texas Instrument).

Dans la première tâche (écran A) les élèves devaient entrer des expressions et observer la façon dont la calculatrice les simplifie. Ils avaient ensuite à identifier le traitement mathématique réalisé par la simplification. Nous avons choisi les expressions (côté gauche de l'écran A) de façon à obtenir une variété de simplifications (côté droit de l'écran A): développement, factorisation, remise en ordre, décomposition en éléments simples et suppression de termes opposés dans une somme.



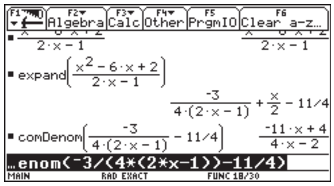
Ecran A

Dans la seconde tâche (écran B) les élèves avaient à explorer les effets des commandes du manu «algèbre» sur les mêmes expressions. Dans cette tâche, ils apprennent à identifier les transformations algébriques et leur syntaxe pour la calculatrice. Les élèves apprennent aussi à copier une expression dans la ligne d'entrée, ce qui permet d'épargner du temps et des efforts.

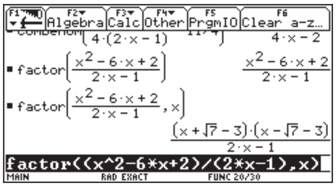


Ecran B

Dans la troisième tâche (écrans C et D) on demandait aux élèves de chercher quelles expressions étaient équivalentes parmi quatre expressions G, H, I, J. De façon à encourager les élèves à utiliser des transformations variées, différentes formes leur était proposées: réduites, développées partiellement ou totalement et factorisées.



Ecran C



Ecran D

Figure 3. Un exemple de travail sur les techniques «calcul formel» (extrait de Lagrange, 2005).

pour le lycée des années 2000 prennent acte de la position réservée d'une grande majorité d'enseignants avec cette formule ambiguë qui peut très bien s'entendre comme une mise en garde contre les usages par les élèves:

«L'utilisation des logiciels de calcul symbolique n'est pas prise en compte dans les programmes actuels. Cependant, grâce notamment aux calculatrices intégrant le calcul formel, l'usage de ces logiciels par les élèves se développe. Leur prise en compte par les enseignants devient nécessaire à court terme.»

Le paradigme «constructionniste» a évolué lui aussi pour intégrer des «approches sociales» du savoir à travers la notion de «connexion» et d'abstraction située (Noss et Hoyles, 1996). C'est dans ce cadre que se situent les utilisations de Logo dans des pays comme le Mexique ou le Brésil, où ils apparaissent comme des alternatives à des usages trop dirigés par le maître (Sacristan et Ursini, 2006). Le projet WebLabs (Figure 4) montre bien la pertinence du type d'usage auquel peut conduire cette évolution du paradigme: des élèves de niveau collège et de deux pays différents, travaillant ensemble par le biais d'une plate-forme définissent des suites de nombres en programmant un robot. Ils discutent de l'équivalence de définitions de la même suite et s'engagent dans une démarche de preuve.

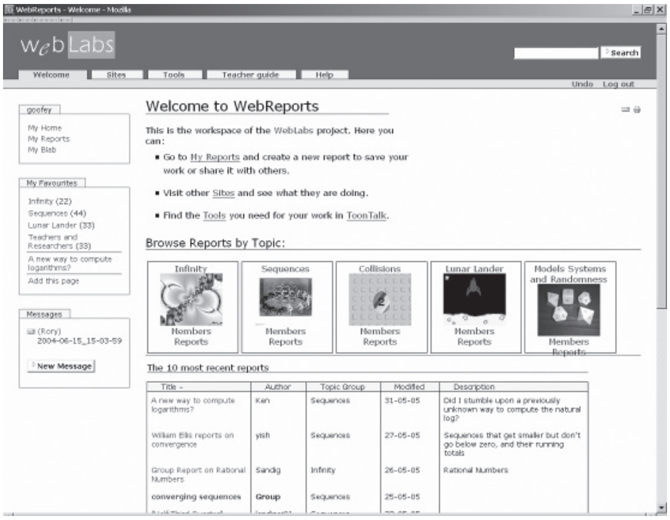


Figure 4. Un écran de WebLabs (extrait de Noss et Hoyles, 2006).

La recherche a aussi développé un travail sur le paradigme de la visualisation et de l'interactivité orienté notamment vers la création de logiciels et de situations permettant à ce paradigme d'exister dans les classes. Ainsi, Soury-Lavergne (2006) propose des situations qui donnent du sens à la modification interactive de figures en géométrie dynamique («déplacement «), et le projet ReMath[13] (Kynigos et Lagrange, 2010) s'est donné comme but de développer un cadre théorique et pratique pour exploiter de façon réfléchie le potentiel des nouvelles représentations permises par l'ordinateur. La question reste cependant posée du développement chez les enseignants de mathématiques de schèmes d'action instrumentée correspondant à ces usages (Lagrange, 2009).

Les réseaux et la connectivité

Le troisième mouvement d'innovation est le développement des réseaux supportés par l'Internet qui se proposent aujourd'hui massivement pour l'enseignement. Autour de l'année 2000, les premières expériences en France adoptent l'appellation rassurante de «Cartable électronique». Puis les usages de bases de problèmes ou de ressources en ligne se développent. En France, dans l'enseignement des Mathématiques, le développement d'un mouvement coopératif comme «Math en Poche»[14] (figure 5), mais aussi de sites académiques officiels comme Euler[15] proposant des «pages interactives», est un des phénomènes les plus remarquables de ces dernières années. Nous chercherons à la section suivante quels paradigmes et changements dans la professionnalité pourraient se développer.

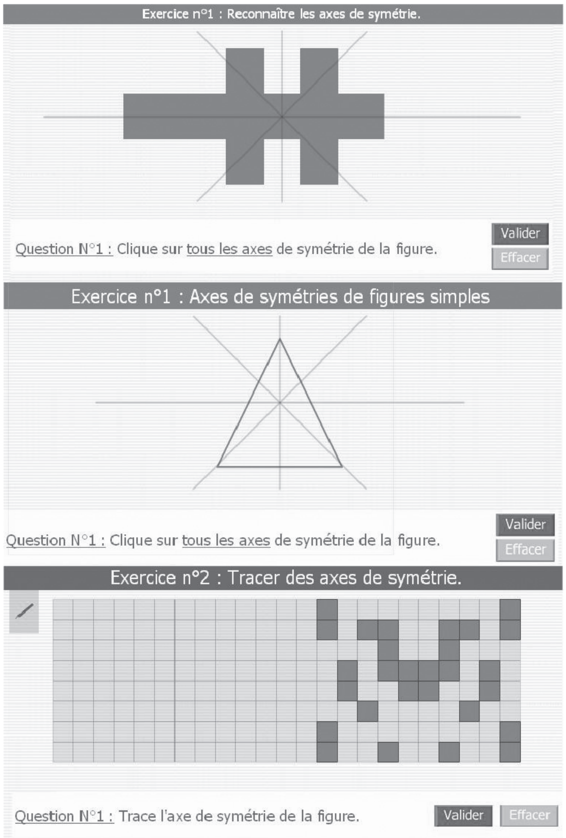


Figure 5. Trois exercices en ligne proposés par Math En Poche pour la symétrie orthogonale (extrait de Poisard, Gueudet, Bueno-Ravel, 2009).

Comme avec les innovations précédentes, une régression des usages sous-tendus par des paradigmes «anciens» se produit: les usages liés aux réseaux prennent aujourd'hui largement le pas en exploitant très peu la richesse des représentations permises par l'ordinateur et le potentiel de conceptualisation des activités autour de la programmation et du calcul. Ainsi, les nouveaux usages autour de l'Internet «écrasent» les usages naissants issus des innovations précédentes en réduisant l'actualité des paradigmes qui les sous-tendent. Par exemple, un site comme Euler utilise un noyau de calcul formel dans ses «pages interactives» seulement pour vérifier les réponses des élèves. Il s'agit ainsi de renforcer les routines «papier/crayon», et non d'initier les élèves aux techniques nouvelles qui leur permettraient de s'approprier le calcul formel pour leurs apprentissages.

5. La connectivité et les réseaux. Quels changements? Quel(s) paradigme(s)?

La vague de l'Internet se présente différemment des innovations «informatiques» qui l'ont précédées. Tout comme la «méthode simultanée» associée au tableau noir elle implique profondément l'organisation et les structures de l'enseignement aussi bien que l'identité professionnelle de l'enseignant. Partons de l'analyse de Linard (2002) : «La révolution des TIC crée une situation sans précédent dans l'histoire des dispositifs et de l'instrumentation de l'action humaine. Elles font de l'autonomie des acteurs et de la collaboration une condition de l'efficacité technique et du souci éthique des conséquences de cette efficacité une condition de leur survie. Sans aucun doute, l'éducation et la formation entrent dans une période riche en bouleversements. Elles auront besoin pour y faire face d'acteurs de grande qualité, ceux-là mêmes qu'elles sont censées former.»

L'autonomie et la collaboration permises par les réseaux constituent une rupture avec le paradigme de la «méthode simultanée», associée au tableau noir. En effet, l'organisation en divisions suivant les mêmes apprentissages n'est pas compatible avec l'autonomie des apprenants puisqu'elle ne permet pas le choix d'un parcours et d'institutions de formation. De plus, avec les multiples voies d'accès au savoir qu'offrent les réseaux, il n'est plus possible de conserver un modèle du professeur «qui sait» et utilise ce savoir pour organiser les apprentissages selon ses propres choix.

Il est certes concevable que les changements dont parle Linard intéressent d'abord les secteurs de l'éducation et de la formation les plus éloignés de la «salle de classe» et que l'école au sens restreint soit «à l'abri» pour un certain temps. Cuban (1998) croit fermement à la pérennité de la «salle de classe» et de sa capacité à résister; parmi trois scénarios qu'il pense possibles, le plus favorable aux technologies est celui où «les écoles (deviennent) de petites communautés d'apprentissage où élèves et adultes s'enseignent réciproquement des choses à travers une application lente et délibérée des technologies à l'éducation». Ainsi les relations entre acteurs pourraient changer, mais la classe demeurerait.

Cependant, le développement de services éducatifs en ligne est déjà une réalité et peut changer à terme la situation de l'enseignant. Souchard (2006) voit ce développement comme une expansion d'un phénomène déjà existant, celui de la pluralité des «institutions d'enseignement» dans lesquelles l'élève apprend. Il prend «institution» au sens de groupement social ayant sa légitimité propre (Chevallard, 1992; Douglas, 1999). Pour lui, l'efficacité de l'école suppose déjà au minimum deux institutions, celle de la classe sous la responsabilité du professeur, et celle du travail personnel où la responsabilité est partagée avec l'élève et la famille. Les services éducatifs en ligne parmi lesquels il étudie particulièrement les logiciels tutoriels fermés d'enseignement des mathématiques en ligne (SMAO, TDMaths, mais aussi Math en Poche) sont pour lui de nouveaux candidats à prendre place parmi la pluralité des institutions dans lesquelles l'élève apprend. Qu'il soit utilisé en classe, recommandé par le professeur pour un usage hors classe ou exploité par l'élève de sa propre initiative, un logiciel tutoriel fermé offre en effet un environnement d'apprentissage qui a sa légitimité propre: choix d'une progression, de notations, de modes d'apprentissage et d'évaluation… Il peut être complémentaire ou en concurrence avec l'environnement de la classe où le professeur est «maître à bord».

La réflexion encore embryonnaire sur la pluralité des institutions où l'élève peut apprendre situe bien les enjeux pour l'enseignant de la vague de l'Internet. Au delà des logiciels tutoriels, l'élève aura de plus en plus accès à une multiplicité d'environnements d'apprentissage ayant leur légitimité propre: forums d'aide aux devoirs, compétitions mathématiques, encyclopédies coopératives sont quelques exemples. L'enjeu pour l'enseignant est de changer de «modèle professoral», passer d'une situation où il incarne une institution éducative unique à une nouveau fonctionnement où il aide l'élève à se situer dans la pluralité des institutions: «directeur des études» de ses élèves, il les oriente vers les institutions qu'il juge les plus adaptées, il prend en compte les apprentissages qui y sont réalisés et en fait la synthèse. Ce changement n'est pas nécessairement spécifique à l'enseignement: un médecin généraliste doit lui aussi prendre en compte l'accès maintenant très large de ses patients aux possibilités thérapeutiques et à la médecine spécialisée qui font qu'il n'est plus le thérapeute unique, mais plutôt un interlocuteur privilégié du patient l'aidant à s'orienter vers les institutions les plus adéquates.

6. Synthèse et points d'entrée pour la recherche

Cet article s'est efforcé de réfléchir aux processus à l'œuvre dans l'éducation avec le développement des technologies liées à l'ordinateur et aux réseaux dans l'enseignement des mathématiques. Il a mis l'accent sur les paradigmes qui sous-tendent les vagues successives d'innovation technologique. Pour l'enseignant, ces nouveaux paradigmes appellent un changement de la professionnalité et des genèses instrumentales spécifiques aux nouveaux outils qui lui sont proposés. L'exemple du tableau noir a montré que cet outil «simple» peut être vu comme associé à un paradigme fondamental, celui de la «méthode simultanée», à une professionnalité nouvelle et à des schèmes d'action instrumentés spécifiques. L'ensemble a mis près d'un siècle à s'imposer.

Les mouvements d'innovation liés à la programmation et au calcul formel puis à la visualisation et à l'interactivité, ont concerné l'enseignement des mathématiques ces dernières années. Les paradigmes sous-jacents sont porteurs de potentialités pour l'enseignement, mais leur intégration dans la professionnalité de l'enseignant paraît problématique. En effet, les paradigmes sous-jacents ne peuvent s'intégrer que lentement à la professionnalité enseignante, contrastant ainsi avec la rapidité de l'innovation technologique. La recherche travaille sur ces paradigmes, notamment en questionnant les potentialités et en dégageant les conditions dans lesquelles elles pourraient s'actualiser notamment en prenant en compte les genèses instrumentales des enseignants, mais les rythmes propres à la recherche font que ce travail est en décalage temporel avec l'innovation technologique et a peu d'influence sur les pratiques: la recherche didactique court derrière les innovations technologiques.

La vague liée à l'Internet est plus globale et requiert de l'enseignant des compétences lui permettant de gérer la complémentarité d'institutions diverses et spécialisées. Cette vague remet ainsi en question la professionnalité de l'enseignant, comme celle du tableau noir l'a fait en son temps. Dans le modèle du «directeur d'études» le professeur devra disposer de compétences étendues ce qui rejoint l'idée de Linhart (*ibid.*) sur la nécessité d'acteurs de grande qualité.

Il n'est pas aisé pour la recherche en didactique de trouver des points d'entrée en vue d'étudier les changements en cours dans la professionalité enseignante. Comme pour les autres innovations, les usages et les genèses sont difficiles à observer. Une première problématique est celle de la gestion de la complémentarité des institutions par l'enseignant. Etudier les usages de l'Internet par les élèves dans leur travail personnel et la prise en compte de ces usages par le professeur peut être une entrée dans cette problématique. L'analyse des usages des environnements tutoriels et bases d'exercices par le professeur et des schèmes associés en est une autre (Cazes, Gueudet, Hersant et Vandebrouck, 2006; Bueno-Ravel et Gueudet, 2009). L'étude de l'évolution de ces usages chez des enseignants permet de situer des genèses possibles.

Une problématique complémentaire est celle des référentiels de compétence: en effet, si l'enseignant n'est plus celui «qui enseigne tout», si l'élève peut apprendre «par lui-même», alors la démarche adéquate est celle où l'enseignant est en situation de «valider des compétences» qu'il n'a pas nécessairement directement «enseignées». En France, le ministère de l'Education a mis en place pour l'Informatique et l'Internet une série de Brevets et Certificats autour de tels référentiels[16] (Laisne, 2004; Lagrange *et al.*, 2006; Loisy, 2007). Il faut se saisir de ces points d'entrée. Si, comme nous venons de le remarquer, la recherche didactique court inévitablement loin derrière les innovations technologiques dans l'enseignement, il n'est pas inutile qu'elle continue à courir!

Notons pour conclure que cet article a fait le choix de mettre l'accent sur les spécificités respectives des paradigmes sous-jacents aux différentes innovations. Dans la pratique de l'enseignement, ces spécificités sont à l'origine des effets de rupture que nous avons signalés et sont donc importantes à prendre en compte. Ce choix n'implique pas qu'il soit impossible ou non souhaitable de faire cohabiter ces paradigmes dans les usages de la technologie. Au contraire, ayant identifié les spécificités, la recherche en didactique est en mesure de proposer des outils et usages qui articulent les différents paradigmes. C'est l'ambition par exemple du projet ReMath (Kynigos et Lagrange, 2010): les six logiciels développés et expérimentés dans ce projet tirent parti à des degrés divers des possibilités offertes par la programmation avec une référence explicite au constructionisme et de celles offertes par le calcul formel pour soutenir les apprentissages sur les fonctions, tout en exploitant les possibilités de visualisation et d'interactivité, ainsi que, pour certains, les possibilités offertes par l'Internet pour la communication et l'activité autonome des élèves.

Notes

1 L'«International Commission for Mathematics Instruction » (ICMI, ou CIEM en Français) conduit une série d'études sur des sujets concernant l'enseignement des Mathématiques. La première étude à avoir été réalisée (celle de 1985) s'intitulait «L'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les Mathématiques et leur Enseignement». Cette étude a été une des premières tentatives pour développer une vision critique du rôle et de l'influence de l'informatique sur l'enseignement des mathématiques. L'étude a eu un impact significatif avec la publication d'un premier volume par Cambridge University Press, et, après qu'elle ait été épuisée, une nouvelle édition a été publiée par l'UNESCO.

2 http://en.wikipedia.org/wiki/Ivan_Sutherland

3 L'histoire de l'éducation en Ontario: Du tableau noir à Internet. Téléchargé de www.archives.gov.on.ca/french/exhibits/education/blackboard_to_web.htm le 3/8/2006.

4 Les titres sont parfois trompeurs. Ainsi, «les trois couleurs du tableau noir» (JULIA, 1981) parle de tout, sauf du tableau noir.

5 Merci à Jean-Pierre Escoffier de l'IREM de Rennes pour avoir attiré mon attention sur cet ouvrage.

6 Merci à Raymond Bourdoncle pour avoir attiré mon attention sur cette référence.

7 *The Village School*. c. 1665. Oil on canvas, 110.5 x 80.2 cm. National Gallery of Ireland, Dublin, Ireland.

8 Les tablettes de cire sont utilisées depuis l'antiquité pour un usage individuel. Il semble que les romains connaissaient aussi le tableau noir, ou des tablettes de cire à usage collectif, mais je n'ai pas pu en savoir davantage sur les usages qui en ont été faits.

9 Le terme «mutuel» n'est pas employé par Stendhal. A l'époque où se passent les faits, l'idée d'enseignement mutuel commence à être introduite en Angleterre. L'organisation de la classe de mathématiques en brigades correspond cependant à ce mode d'enseignement. Stendhal rapporte que le «chef de brigade nous crachait dessus en plaçant adroitement un doigt devant sa bouche», corroborant le constat de Mialaret et Vial sur le «défaut d'explication» auquel conduit la méthode. Les observations très riches de Stendhal nous montrent une classe bien loin des images figées de l'instruction traditionnelle, notamment avec des artefacts et modes d'organisation en avance sur leur temps. Stendhal y fait preuve d'un esprit critique tout à fait stimulant pour le lecteur didacticien.

10 Ce que traduit une formule parfois employée par des professeurs des Écoles: «dans ma classe, le train part à la même heure pour tout le monde».

11 Représentation est à prendre ici au sens de «représentation matérielle» qui est celui de l'informatique et non de «représentation mentale» qui est celui de la psychologie cognitive.

12 Par exemple un cercle se construit avec Logo comme polygone régulier à n côtés (n «grand»).

13 European Commission, FP6, IST-4, Representing Mathematics with Digital Media, 026751. Voir remath.cti.gr.

14 http://mathenpoche.sesamath.net/

15 http://euler.ac-versailles.fr/baseeuler/recherche_fiche.jsp

16 Brevet informatique et Internet à l'école, au collège et au lycée, Certificat informatique et Internet à l'université et dans les formations professionnelles.

Bibliographie

Ainley, J., Bills, L., & Wilson, K. (2005). Designing spreadsheet-based tasks for purposeful algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *10*(3), 191–215.

Artigue, M. (1991). Analyse de processus d'enseignement en environnement informatique *Petit x*, 26, 5–27.

Baron, G.L., & Bruillard, E. (1996) *L'informatique et ses usagers dans l'éducation*, Paris: PUF.

Baron, G.L. (2005). Les TICE, de l'innovation à la scolarisation: problèmes et perspectives. *Actes du colloque national «Accompagner les TICE à l'école»*. AFT-RN. http://aft-rn.net/actes_colloque05/conferences/conference_GL_Baron.pdf. Accédé en juin 2010.

Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2009). Online resources in mathematics, teachers' genesis and didactical techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *14*(1), 1–20.

Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M., & Vandebrouck, F. (2006). Using E-Exercise Bases in mathematics: case studies at university, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *11*(3), 327–350.

Chevallard, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématiques*, *12*(1), 73–121.

Cornu, B., & Ralston, A. (Eds), (1992). *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and its Teaching*. 2nd edition, UNESCO (Science and Technology Education No. 44).

Cuban, L. (1998). Salle de classe contre ordinateur: vainqueur la salle de classe. *Recherche et formation: Les nouvelles technologies: permanence ou changement?*, *26*, 11–29.

Czarnocha, B., Dubinsky, E., Prabhu, V., & Vidakovic, D. (1999). One theoretical perspective in undergraduate mathematics education research. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME International Conference*, 95–110. Haifa, Israel.

Douglas, M. (1999) *Comment pensent les institutions*. Paris: La Decouverte.

Galupeau, Y., & Rozinoer, C. (2001). L'espace de la classe. In *Textes et Documents pour la Class, 808*. CNDP / INRP /musée national de l'éducation.

Guin D., & Trouche, L. (Eds.), (2003). *Intégrer les calculatrices symboliques: un problème didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Guin, D., & Trouche, L. (Eds.), (2005). *The integration of symbolic calculators*. Dordrecht: Kluwer.

Haspekian, M. (2005). An ‹‹instrumental approach» to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: the case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *10*, 109–141.

Heid, M. K. (1988), Resequencing skills and concepts in applied calculus. *Journal for Research in Mathematics Education*, *19*(1), 3–25.

Hocquenghem, S. (1998). Evolution de la notion de figure géométrique depuis les imagiciels jusqu'à GéoplanW. In *Des outils informatiques dans la classe aux calculatrices symboliques et géométriques: quelles perspectives pour l'enseignement des mathématiques. Actes de l'Université d'été. 26 Août au 31 Août 1996*. IREM Rennes, 77–95.

INRP (1983). *Imagiciels. Enseignement des mathématiques illustré par ordinateur*. Rencontres Pédagogiques. INRP.

Julia, D. (1981) *Les trois couleurs du tableau noir: la Révolution.* Paris: Belin.

Kuhn, T. (1962) *The structure of scientific revolutions.* Chicago: University of Chicago Press.

Kynigos, C., Lagrange, J.-B. (2010) Research Forum: The Conceptualisation and Role of Context in Research with Digital Technologies. *Proceedings of PME 34*, Belo Horizonte, Brésil, Juillet 2010.

Lagrange, J.-B., & C.-Degleodu, N. (2009). Usages de la technologie dans des conditions ordinaires: le cas de la géométrie dynamique au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *29*(2), 189–226.

Lagrange, J.-B. (2000) L'intégration des instruments informatiques dans l'enseignement. Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*. *43*(1), 1–30

Lagrange, J.-B. (2005). Using symbolic calculators to study mathematics. The case of tasks and techniques. in D. Guin & L. Trouche (Eds.), *The integration of symbolic calculators*. Dordrecht: Kluwer.

Lagrange, J.-B. (2009). The integration of innovative CAS software: Theoretical frameworks and issues related to the teacher. *The Sixth CAME Symposium. July 16 and 17, in Belgrade, Serbia*. Accédé en juin 2010. http://www.megatrend.edu.rs/came_files/CAME 2009-Proceedings.pdf

Lagrange, J.-B., Lecas, J.F. & Parzysz, B. (2006). Les professeurs stagiaires d'IUFM et les technologies. Quelle instrumentation? *Recherche et Formation*, *52*, 131–147.

Laisne, M. (2004). Le B2I en collège. *STICEF, 11* http://sticef.org.

Lavoie, P. (1997). L'arithmétique dans les petites écoles du Bas-Canada au début du XIXe siècle. In *L'apprentissage et l'enseignement des sciences et des mathématiques dans une perspective constructiviste*, 25(1). ACELF, Accédé en juin 2010. http://www.acelf.ca/c/revue/revuehtml/25-1/rxxv1-02.html

Lens, B. (2003). Actual meanings, possible uses: secondary mathematics teachers and Cabri-géomètre. *On line proceedings CERME 4*. Accédé en juin 2010. http://ermeweb.free.fr/CERME3/Groups/TG9/TG9_list.html

Licklider, J., Taylor, R. (1968). The Computer as a Communication Device. Science and Technology. Réédité in *In Memoriam: J.C.R. Licklider 1915-1990, Digital Systems Research Center,, Palo Alto, Californie* 1990, cité par P. FLICHY, La place de l'imaginaire dans l'action technique: le cas d' Internet. *Réseaux* 2002, n°109.

Linard, M. (2002). Conceptions de dispositifs et changement de paradigme de formation. *Education Permanente*, *152*, 143–155.

Loisy, C. (2007). Le C2i2e: un référentiel de compétences dans une formation professionnelle. Actes du colloque «Compétences, emploi et enseignement supérieur. Fondements scientifiques, développements, attentes sociétales». Rennes, Université de Haute Bretagne, 325–333.

Mialaret, G., & Vial, J. (1983). *Histoire mondiale de l'éducation des origines à nos jours.* T. 3: de 1815 à 1945, Paris: PUF.

Nicolas, G. (2004) *Le grand débat de l'école au XIXe siècle.* Les instituteurs du Second Empire. Belin, Paris.

Nonnon, E. (2000). Le tableau noir de l'enseignant, entre écrit et oral. *Repères*, *22*, 83–120.

Noss, R., & Hoyles, C. (2006). Exploring Mathematics through Construction and Collaboration. In K.R. Sawyer (Ed) *Cambridge Handbook of the Learning Sciences.* Cambridge: CUP.

Noss, R., & Hoyles, C., (1996). *Windows on mathematical meanings.* Dordrecht: Kluwer.

Papert, S., & Harel, I. (1991). Situating Constructionism. In Harel & Papert (Eds.), *Constructionism*. Norwood, NJ: Ablex.

Perrenoud, P. (1995). *La formation des enseignants entre théorie et pratique.* L'Harmattan: Paris.

Poisard, C., Gueudet G., & Bueno-Ravel, L. (2009). Exerciseurs au premier degré, au-delà de l'entraînement! *Revue MathéMATICE* n°17, Accédé en juin 2010. http://revue.sesamath.net/spip.php?rubrique62

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies — Approche cognitive des instruments contemporains.* Paris: Armand Colin.

Rachlin, S. (1989). The research agenda in Algebra: a curriculum development perspective. In Kieran C. & Wagner S. (Eds.), *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*, NCTM-LEA.

Robert, A., & Vandebrouck, F. (2003). Utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *23*(3), 389–424.

Sacristan, A. I., & Ursini, S. (2006). On the role and aim of digital technologies for mathematical learning: experiences and reflections derived from the implementation of computational technologies in Mexican mathematics classrooms. In C. Hoyles, J.-B Lagrange, L.H. Son, & N. Sinclair (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth ICMI Study Conference «Technology Revisited»*, Décembre 2006, Hanoi Institute of Technology.

Sacristán, A.I., & Ursini, S. (2001). Incorporating new technologies to the Mexican school culture: The EMAT Project and its Logo extension. In Futschek (Ed.), *Eurologo 2001: A Turtle Odyssey (Proceedings 8th European Logo Conference, Linz, Austria 2001)*. Vienna: Österreichische Computer Gesellschaft.

Souchard, L. (2006). Les logiciels tuteurs fermés: des institutions complémentaires pour l'apprentissage. *Actes du colloque EMF 2006* (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Soury-Lavergne, S. (2006). Instrumentation du déplacement dans l'initiation au raisonnement déductif avec Cabri-géomètre. *Actes du colloque EMF 2006*, (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP.

Tall, D. (1999). Reflections on APOS theory in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd PME International Conference* Haifa, Israel. 111–118.

Resumo. Tomando como exemplo a Matemática, este artigo debruça-se sobre os processos de divulgação, regressão e ressurgimento das inovações tecnológicas para o ensino. As noções de paradigma, de génese instrumental do professor e profissionalidade são os elementos utilizados para analisar esses processos e, em particular, a posição de um actor essencial, o professor. O exemplo de quadro negro serve para esclarecer a perspectiva sobre desenvolvimentos relacionados com o uso de artefactos no ensino. Ele mostra como os conceitos apresentados contribuem para a análise de um processo que decorreu ao longo de um século.

O artigo considera três paradigmas que nos últimos trinta anos têm sustentado as inovações tecnológicas no ensino. Para o professor, estes novos paradigmas convidam a uma mudança da profissionalidade e das géneses instrumentais específicas que requerem tempo para se desenvolverem. As vagas de inovação tecnológica específicas da Matemática, da programação, do cálculo formal, da visualização e da interactividade apareceram, sensivelmente, em paralelo. Os paradigmas que elas portam não se integram facilmente, não obstante o trabalho realizado pela investigação em didáctica. A vaga da internet vem questionar, de forma profunda, a profissionalidade do professor. O artigo propõe um modelo possível de evolução da situação do professor e oferece pontos de partida para a investigação.

Palavras-chave: Instrumentos, usos, paradigmas, ensino da Matemática, quadro negro, computador, internet, esquemas de acção instrumentalizada, profissionalidade docente.

Résumé. Prenant l'exemple des mathématiques, cet article s'intéresse aux processus de diffusion, de régression et de résurgence des innovations technologiques pour l'enseignement. Les notions de paradigme, de genèse instrumentale de l'enseignant et de professionnalité sont des outils pour analyser ces processus et notamment la position d'un acteur essentiel, l'enseignant. L'exemple du tableau noir sert à préciser le regard porté sur les évolutions liées à l'usage d'artefacts dans l'enseignement. Il montre comment les notions introduites contribuent à l'analyse d'un processus qui s'est déroulé sur environ un siècle.

L'article considère ensuite trois paradigmes qui ont, dans les trente dernières années, sous-tendu les innovations technologiques dans l'enseignement. Pour l'enseignant, ces nouveaux paradigmes appellent un changement de la professionnalité et des genèses instrumentales spécifiques qui demandent du temps pour se développer. Les vagues d'innovation technologique propres aux mathématiques, la programmation, le calcul formel, la visualisation et l'interactivité sont apparues plus ou moins parallèlement. Les paradigmes dont elles sont porteuses ne s'intègrent pas facilement, malgré le travail mené par la recherche didactique. La vague de l'Internet remet quant à elle profondément en question la professionnalité de l'enseignant. L'article propose un modèle possible d'évolution de la situation de l'enseignant, et des points d'entrée pour la recherche.

Mots-clés: Instruments, usages, paradigmes, enseignement des Mathématiques, tableau noir, ordinateur, Internet, schèmes d'action instrumentée, professionnalité enseignante, ordinateur.

Abstract. Taking Mathematics as an exemplar, this paper addresses the processes of dissemination, regression and resurgence in the development of technological innovations for teaching/learning. The concepts of paradigm, teacher instrumental genesis and professionality are used to analyse these processes, and particularly the position of a key actor: the teacher. The example of the blackboard helps to specify how the paper looks to evolutions resulting from the use of artefacts for teaching/learning. It shows how the above concepts are relevant to analyse a century long process.

Then the paper considers paradigms that in the last thirty years underpinned the technological innovation in schools. These new paradigms demand deep changes in teachers' professionality as well as instrumental genesis particular to the associated tools. These changes and new genesis can only develop on the long run. Mathematics teaching/learning was particularly affected by two overlapping innovations: programming and symbolic computation on one side, and visualisation and interactivity on the other side. The underlying paradigms did not really permeate teaching practices. Didactical research worked to reconstruct these paradigms especially by taking the teacher into account. But, meanwhile, some of them lost their topicality. The Internet revolution deeply impinges on the teachers' professionality. The paper offers a potential model of evolution of the teacher's professionality and points out entries for research studies.

■■■

JEAN-BAPTISTE LAGRANGE
Laboratoire de Didactique André Revuz,
Université Paris Diderot, et IUFM,
Université de Reims Champagne Ardenne
jean-baptiste.lagrange@univ-reims.fr