Desenvolvimento do sentido de número no ensino básico: um estudo no 7.º ano de escolaridade

António Borralho
Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora
Ana Paula Lopes
Escola Secundária de Alcanena

Introdução

Actualmente o desenvolvimento da literacia matemática surge como importante finalidade da Matemática escolar que deve, acima de tudo, corresponder às necessidades da sociedade actual que exige, cada vez mais, do cidadão o raciocínio quantitativo. Os números estão presentes nas mais variadas actividades do Homem e a sua compreensão é fundamental para o exercício pleno da cidadania — "não é o cálculo mas a literacia numérica a chave para a compreensão desta nossa sociedade impregnada de números e estatísticas" (Steen, 2001, p.2). O sentido de número é um de vários elementos que definem a literacia matemática e refere-se à "compreensão geral que um indivíduo tem dos números e das operações assim como a capacidade para usar esta compreensão de formas flexíveis para fazer juízos matemáticos e desenvolver estratégias para lidar com os números e operações" (McIntosh, Reys e Reys, 1992, p.3). O sentido de número envolve um conjunto de conhecimentos relativos aos números e operações estruturados por McIntosh, Reys e Reys (1992) em três blocos: (1) conhecimento e destreza com os números; (2) conhecimento e destreza com as operações; (3) aplicação do conhecimento e destreza com os números e operações em situações de cálculo.

A necessidade de atender aos novos desafios que se colocam à educação matemática e de considerar o sentido de número como importante componente na formação matemática dos indivíduos justificam a sua presença nos dois documentos curriculares, em vigor, na altura do desenvolvimento deste trabalho: Programa de Matemática — Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem (ME-DEB, 1991) e Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais (ME-DEB, 2001). Este Programa de Matemática (ME-DEB, 1991), embora não contemple de forma explícita uma referência ao sentido de número apresenta, nas orientações metodológicas e em relação aos temas Conhecer melhor os Números e Números Racionais, como propósito de ensino o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Esta abordagem metodológica pressupõe a compreensão dos números e das operações bem como a capacidade de utilizar estes conhecimentos para resolver problemas em contextos diversos. Por outro lado, note-se que em Portugal o desenvolvimento do sentido de número e do número racional tem sido objecto de estudos e projectos incidindo essencialmente sobre os 1º e 2º ciclos pelo que se torna bastante pertinente a existência de estudos que caracterizem o sentido de número dos alunos no 3º ciclo permitindo a articulação com o trabalho desenvolvido nos ciclos anteriores e posteriores.

Este artigo refere-se a um estudo realizado sobre o sentido de número racional dos alunos do 7º ano de escolaridade, procurando evidências sobre o desenvolvimento desta capacidade no 3º ciclo do Ensino Básico. As evidências sobre o sentido de número dos alunos foram pesquisadas tendo em conta os elementos que o caracterizam: a) conhecimento e destreza com os números assim como o conhecimento e destreza com as operações e b) aplicação destes conhecimentos em situações de cálculo, na resolução de problemas e em situações do quotidiano tomando como referência o sentido de número.

Ao procurar caracterizar o sentido de número racional dos alunos, para além de se considerar estes domínios, foi necessário também ter em conta a complexidade do conceito de número racional e o facto de que a sua compreensão envolve o conhecimento e percepção da forma como se relacionam os vários subconstructos. Behr *et al.* (1983) propõem a definição e caracterização do número racional através de uma rede de subconstructos: parte-todo (1), decimal (2), rácio (3); quociente (4); operador (5) como medida de quantidades contínuas e discretas (6). Desta forma, para caracterizar o sentido de número racional dos alunos procurou-se perceber a compreensão que os alunos têm dos números racionais e das formas equivalentes de os representar.

Atendendo à importância da compreensão do conceito de número racional através dos seus subconstructos foi formulada a seguinte questão de investigação: — Que representações têm os alunos das formas equivalentes (inteiros, fracções, decimais, percentagens) dos números?

Enquadramento teórico

Literacia matemática e sentido de número

A compreensão que o indivíduo tem dos números e da informação quantitativa com que é confrontado em variados aspectos da sua vida surge na literatura através de várias designações: raciocínio quantitativo, literacia quantitativa, numeracia, literacia numérica, literacia matemática, entre outras. Nesta revisão é usada a designação literacia matemática.

Mais do que saber calcular o indivíduo deve ser capaz de mobilizar conhecimentos matemáticos em situações concretas, revelando sentido crítico no uso desses conhecimentos e da informação e é esta capacidade que, segundo Steen (2001) e Ponte (2002), define a literacia matemática. Do mesmo modo em GAVE (2004) literacia matemática surge associada à capacidade de cada indivíduo utilizar a Matemática em contextos reais mas também na construção da cidadania e do seu projecto pessoal de vida. Nestas referências a literacia matemática surge associada ao uso de noções matemáticas em situações concretas do quotidiano e identifica-se uma preocupação em ressaltar a sua importância na construção da cidadania e no desenvolvimento do sentido crítico e da capacidade de reflexão dos indivíduos. Tendo em conta a multiplicidade de componentes que constituem a literacia matemática e a complexidade em defini-la, Steen (2001) caracteriza-a através dos seus elementos: à vontade na matemática, valorização cultural, interpretação de dados, pensamento lógico, tomada de decisões, matemática contextualizada, sentido do número, competências práticas, requisitos de conhecimento e sentido do símbolo.

O sentido de número surge, assim, como uma das componentes da literacia matemática. Trata-se de uma "ideia não fácil de definir mas que se refere a uma bem organizada rede conceptual que permite a uma pessoa relacionar as propriedades dos números e das operações" (Swoder, 1988, p. 183). Para compreender a abrangência da designação "sentido de número" é necessário considerar as diferentes componentes que abarca e ter em conta a sua natureza intuitiva e pessoal, assumindo que o seu desenvolvimento é um processo gradual. O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) caracteriza o sentido de número como uma intuição acerca dos números e que se desenvolve a partir dos seus diferentes significados abrangendo cinco componentes:

> (1) Desenvolvimento de significados acerca do número;
> (2) Exploração das relações entre os números, usando materiais manipuláveis;
> (3) Compreensão da grandeza relativa dos números;
> (4) Desenvolvimento de intuições acerca dos efeitos relativos das operações com números;
> (5) Desenvolvimento de padrões de medida de objectos comuns e de situações no seu meio ambiente. (APM, 1991, p.50)

Neste contributo é tida em conta a compreensão global dos números mas também a compreensão do que acontece aos números quando se opera com eles e ainda a compreensão do contexto — por exemplo, um aluno com sentido de número consegue reconhecer que "é absurdo que um aluno do quarto ano tenha 316 cm de altura ou que pese 8 kg" (APM, 1991, p.50). Do mesmo modo, Greenes, Schulman e Spungin (1993) e McIntosh, Reys e Reys (1992) caracterizam o sentido de número considerando estas três dimensões: compreensão dos números, forma como são usados e o contexto:

> Sentido de número refere-se à compreensão geral que um indivíduo tem dos números e das operações assim como a capacidade para usar esta compreensão de formas flexíveis para fazer juízos matemáticos e desenvolver estratégias para lidar com números e operações. Reflecte uma tendência e capacidade para usar os números e métodos quantitativos como meios de comunicação, processando e interpretando informação. Resulta na expectativa de que os números são úteis e de que a Matemática obedece a uma certa regularidade. (McIntosh, Reys e Reys, 1992, p.3)

A par da compreensão e manipulação dos números os autores incluem, na referência ao sentido de número, aspectos relativos à contextualização e adequação do uso dos números assim como ao desenvolvimento de estratégias para lidar com os números. Segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) o sentido de número desempenha um papel importante na escolha e na forma como os alunos usam um método de cálculo: cálculo escrito, cálculo mental, uso de calculadora ou estimativa. A estimação e o cálculo mental são importantes elementos do sentido de número referidos em Greenes, Schulman e Spungin (1993), Markovits e Swoder (1994), Swoder e Klein (1993) e Swoder (1988) e permitem ao aluno utilizar, de forma flexível, os conceitos e as operações definindo e desenvolvendo estratégias para compreender os números e o seu significado no contexto da resolução de problemas.

O sentido de número surge portanto, nas várias referências apresentadas, caracterizado através de um conjunto de componentes que em McIntosh, Reys e Reys (1992) são estruturadas num modelo que procura clarificar, organizar e relacionar os elementos que o constituem. Este modelo distingue precisamente as três áreas já identificadas: os números, as operações e o contexto e, desta forma, os autores agrupam as componentes do sentido de número em três blocos: (1) conhecimento e destreza com os números; (2) conhecimento e destreza com as operações; (3) aplicação do conhecimento e destreza com os números e operações em situações de cálculo.

No primeiro conjunto de componentes é considerada a compreensão que o indivíduo tem do sistema de numeração, das diferentes formas de representar os números (representações gráficas/simbólicas, formas numéricas equivalentes, a decomposição e recomposição e a comparação a um sistema de referência), do valor posicional, do reconhecimento do seu valor relativo em relação a outro número, e da ordem de grandeza desse número tendo em conta a sua grandeza absoluta. Comparar números, identificar qual de dois números está mais próximo de um terceiro número, ordenar números e identificar números entre dois números dados são, segundo Markovits e Swoder (1993), importantes capacidades a desenvolver na compreensão da grandeza de um número.

No segundo bloco de componentes, apresentado no modelo de McIntosh, Reys e Reys (1992), são consideradas categorias e subcategorias que dizem respeito à forma como os indivíduos entendem as operações entre os números contemplando a compreensão do efeito que as operações têm nos números e suas propriedades.

No que respeita à aplicação do conhecimento e destreza com os números e operações em situações de cálculo são consideradas componentes que nos remetem para a capacidade do aluno utilizar os seus conhecimentos e competências em situações de cálculo e resolução de problemas. Neste sentido, o aluno deve ser capaz de compreender a informação quantitativa fornecida e a questão colocada, decidir o tipo de resolução que se adequa ao problema (aproximada ou exacta), seleccionar uma operação apropriada e depois de aplicada uma estratégia reflectir sobre a razoabilidade do resultado. O aluno com sentido de número consegue reconhecer que existem diferentes estratégias de resolução e que, em determinadas situações, algumas estratégias ou ferramentas de cálculo podem revelar-se mais úteis e adequadas assim como revelar sensibilidade para rever e reflectir sobre os resultados obtidos atendendo ao contexto do problema.

Em síntese, o sentido de número refere-se à compreensão global dos números e das operações assim como à capacidade de usá-los para desenvolver estratégias adequadas à resolução de problemas atendendo ao contexto ou à situação real. Contempla o conhecimento dos números, nas suas múltiplas utilizações e representações, a compreensão das relações entre os números e a percepção do seu valor relativo assim como o entendimento das operações e do efeito que têm sobre eles.

Ensino-aprendizagem dos números racionais

A compreensão do desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 7º ano de escolaridade conduz ao estudo do desenvolvimento do sentido de número racional dos alunos. Desta forma é necessário considerar aspectos relacionados com o ensino e aprendizagem dos números racionais.

Behr *et al.* (1983) propõem a definição e caracterização dos racionais através de um conjunto de subconstructos que se assumem também como diferentes significados para as fracções. Para que os alunos obtenham uma completa compreensão dos números racionais é necessário confrontá-los com vários subconstructos do número racional. Estes diferentes significados são referidos, na literatura, como originadores de confusões e erros comuns que, associados a determinadas práticas lectivas, comprometem a compreensão do conceito e o sentido de número racional dos alunos. É necessário ter em conta que algumas dificuldades dos alunos em compreender os números fraccionários são identificadas com os diferentes significados das fracções, com a concepção da unidade e com o ensino precoce e descontextualizado dos símbolos e algoritmos (Monteiro e Pinto, 2005).

O conceito de número racional é complexo e a sua compreensão pressupõe não só o conhecimento dos seus vários subconstructos, mas também da forma como se inter-relacionam. De acordo com Behr *et al.* (1983) os conceitos partição e parte-todo, relativos a quantidades contínuas e discretas devem constituir o ponto de partida para o conhecimento dos racionais e os subconstructos operador e medida são referidos como potenciadores do desenvolvimento e compreensão das operações adição e multiplicação. Estabelece-se, portanto, uma teia de relações entre os subconstructos dos números racionais e outros elementos da Matemática escolar. O professor pode tirar partido destas relações e perspectivar o ensino dos racionais de forma a contemplar a sua natureza complexa e as diferentes formas que os números racionais assumem de acordo, por exemplo, com a proposta de Behr *et al.* (1983):

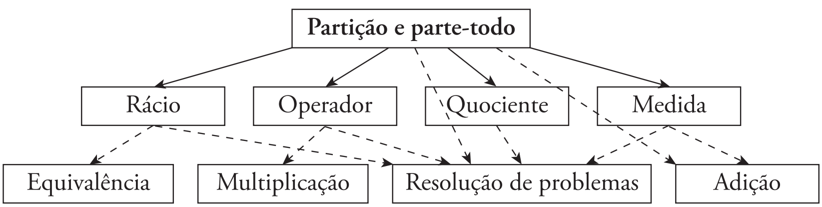


Figura 1 — Esquema conceptual para o ensino dos números racionais (Adaptado de Behr *et al.* (1983))

Contudo, os alunos revelam dificuldade na compreensão dos racionais, dos seus subconstructos e da forma como se relacionam. Por exemplo, em Pinto (2004) são identificadas dificuldades na transição dos números inteiros e decimais para o conjunto dos racionais e na interiorização de conceitos como número inteiro, número decimal, operações com números inteiros e números decimais e fracção. Em Monteiro e Pinto (2007) é referida a dificuldade dos alunos em perceber a densidade do conjunto dos números racionais, por exemplo compreender que entre 0,1e 0,2 existe uma infinidade de números racionais. E em relação às fracções, a representação dos racionais na forma de fracção revela-se confusa pelo facto desta envolver dois números uma vez que os alunos apresentam dificuldade em perceber que não estão perante dois números diferentes (Monteiro e Pinto, 2005) e consideram os numeradores como constituindo um padrão e os denominadores outro. Também é usual adicionarem numeradores e adicionarem denominadores como se tratasse de números inteiros quando operam com fracções (Oliveira, 1994). De um modo geral a maior parte destes erros revelam que os alunos têm dificuldade em passar do conjunto dos inteiros para o conjunto dos fraccionários e que as representações que usam são utilizadas desligadas das quantidades que representam (Monteiro e Pinto, 2007). As autoras destacam também a ênfase das práticas lectivas no treino de algoritmos e a incapacidade dos alunos em lidar com os diferentes significados das fracções assim como a compreensão da unidade tomada (o todo que é fraccionado). Por outro lado, Monteiro e Pinto (2006) destacam, no que respeita ao ensino dos racionais, a pouca conexão que é feita entre as várias representações dos racionais. O facto dos decimais, fracções, razões e percentagens surgirem no currículo como assuntos separados dificulta a compreensão do conceito de racional, dos seus subconstructos e a relação que se estabelece entre eles.

Metodologia

A investigação procurou caracterizar o sentido de número dos alunos do 7º ano de escolaridade, mais concretamente compreender o reconhecimento e a utilização, por parte dos alunos, de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos. Desta forma, a ênfase foi colocada na análise interpretativa dos significados atribuídos pelos alunos aos números e, também, às operações entre eles, centrando-se no "como" e no "porquê". Trata-se de uma investigação que se enquadra no paradigma interpretativo através de uma abordagem qualitativa.

A investigadora recolheu informação predominantemente descritiva oriunda de transcrições de entrevistas, de transcrições de diálogos de aula, de grelhas de observação de aulas e de registos escritos dos alunos (questionários preenchidos, fichas de trabalho resolvidas), de forma a compreender e interpretar as representações dos alunos em relação aos números. O estudo diz respeito a este conjunto de alunos em particular e tendo em conta os seus objectivos impôs-se um contacto directo entre os intervenientes e a investigadora em ambiente de sala de aula. O estudo de caso revelou-se, portanto, o *design* de investigação mais adequado, pois permitiu atender à especificidade e características do contexto deste grupo de alunos e da sua interacção com a professora-investigadora. Os elementos participantes foram a professora-investigadora e os alunos de uma turma de 7º ano de escolaridade, considerando três estudos de caso: a Inês, o José e a turma.

Tratando-se de um estudo de natureza qualitativa com recurso a estudos de caso, os alunos assumiram um papel fundamental pois a informação recolhida retrata as suas perspectivas e concepções sobre os números e operações. Desta forma, a escolha dos intervenientes foi cuidada de forma a assegurar a existência de dados empíricos que fossem uma contribuição significativa e diversificada para a análise interpretativa do sentido de número dos alunos.

A selecção da turma, como unidade de análise, dependeu da situação profissional da investigadora no ano lectivo em que decorreu o estudo e a escolha dos dois alunos que constituíram os outros dois casos (unidades de análise) foi realizada de acordo com parâmetros de carácter geral mas, também, alguns critérios mais específicos de acordo com a natureza do estudo. Como a entrevista com tarefas constituiu uma importante fonte de recolha de dados procurou-se seleccionar dois alunos com facilidade na comunicação oral, capazes de expressar e fundamentar opiniões e comunicar raciocínios e procedimentos. Por outro lado, considerou-se importante que os alunos escolhidos para o estudo gostassem de Matemática e de se envolver nas tarefas possuindo, pelo menos, um nível médio de desempenho a Matemática e sendo também desejável que pertencessem a grupos de trabalho, na sala de aula, diferentes. Atendendo a estes aspectos, tendo por base a informação recolhida no contacto directo da investigadora com a turma e através de um inquérito aplicado no início do ano a todos os alunos da turma, foram seleccionados os alunos Inês e José. O inquérito por questionário serviu apenas para recolher informação sobre os alunos da turma de forma a, de acordo com os critérios referidos anteriormente, seleccionar dois alunos para a realização da entrevista com tarefas.

A escolha do ano de escolaridade, 7º ano, atendeu ao facto de se reconhecer, neste ano de escolaridade (de acordo com o programa de Matemática em vigor no ano lectivo em que foi realizado o estudo), uma mais forte presença dos números e operações através de dois grandes temas: “Conhecer melhor os números” e “Os números racionais” e em mais nenhum ano do 3º ciclo os números e o sentido número assumirem tão forte peso. Por outro lado, ao procurar evidências sobre o desenvolvimento do sentido de número racional dos alunos é importante perceber o impacto das primeiras abordagens e a forma como estas influenciam a percepção que os alunos têm dos números e das operações. Desta forma a opção pelo 7º ano de escolaridade permitiu caracterizar o sentido de número dos alunos ao iniciar o 3º ciclo do Ensino Básico.

Relativamente à recolha de dados a investigadora constituiu-se como o principal instrumento de recolha de dados que foram obtidos através de vários métodos de recolha: inquéritos — por questionário e entrevista com tarefas; observação da resolução das tarefas em ambiente de sala de aula e análise documental.

Durante a entrevista com tarefas foi proposto aos alunos Inês e José que resolvessem alguns exercícios/problemas, explicando em voz alta o que estavam a fazer e porque estavam a resolver daquela forma. Este método permitiu obter informações mais detalhadas sobre as perspectivas dos alunos baseadas no “como” e no “porquê”.

Em relação aos restantes alunos da turma foi-lhes proposta a resolução de um conjunto de tarefas em Fichas de Trabalho e foram observadas as aulas em que, em grupos ou pares, os alunos resolveram essas propostas. Foram seleccionadas tarefas diversificadas, incluindo problemas e outras tarefas que fomentam a comunicação de raciocínios e procedimentos e a fundamentação de opiniões com base em valores numéricos, assim como tarefas envolvendo diferentes formas de representar números racionais: representações visuais, fracções, decimais e percentagens.

A informação relativa à forma como os alunos reagiram às tarefas, as dificuldades manifestadas, assim como diálogos interessantes que surgiram na realização das tarefas e na discussão em grande grupo foram registadas em grelhas de observação e as Fichas de Trabalho foram recolhidas e analisadas pela investigadora.

Os dados recolhidos revelaram-se bastante variados e com origens diversas e foram analisados numa perspectiva interpretativa das representações dos alunos em relação aos números. Neste sentido, e no que respeita à questão de investigação, foram analisados aspectos relativos à compreensão que os alunos têm dos números e dos conjuntos numéricos atendendo às várias componentes que o aluno, com sentido, de número deve evidenciar: compreensão dos números e das formas equivalentes de os representar; compreensão da grandeza relativa dos números e contextualização e adequação do uso dos números.

As categorias de análise assim como os instrumentos utilizados em cada estudo de caso são apresentados na matriz seguinte:

Quadro 1 — Matriz de categorização

<table>
<tr><td></td><td>Estudo de caso:
TURMA</td><td>Estudo de caso:
INÊS</td><td>Estudo de caso:
JOSÉ</td></tr>
<tr><td>Categorias de análise</td><td>Instrumentos utilizados</td><td>Instrumentos utilizados</td><td>Instrumentos utilizados</td></tr>
<tr><td>1. Conjuntos Numéricos</td><td rowspan="4">Análise das tarefas realizadas pelos alunos em situação de aula

Grelhas de Observação das aulas com tarefas</td><td rowspan="4">Análise das tarefas realizadas pelos alunos em situação de aula

Grelhas de Observação das aulas com tarefas

Entrevista com tarefas</td><td rowspan="4">Análise das tarefas realizadas pelos alunos em situação de aula

Grelhas de Observação das aulas com tarefas

Entrevista com tarefas</td></tr>
<tr><td>2. Representações de números racionais: formas equivalentes de representar números racionais</td></tr>
<tr><td>3. Ordenação e comparação de números racionais</td></tr>
<tr><td>4. Compreensão dos valores e fundamentação de opiniões</td></tr>
</table>

Discussão dos resultados

A turma

Para a realização deste estudo foi considerada uma turma composta por dezassete alunos, treze rapazes e quatro raparigas com 12 anos, de média, de idade. Para além da dificuldade revelada na disciplina de Matemática os alunos da turma manifestaram também muita dificuldade na comunicação oral e escrita em língua materna assim como na leitura e interpretação de enunciados.

Os dados referentes à turma permitiram apenas a caracterização do sentido de número tendo em conta algumas categorias de análise pois no caso da turma não existem dados relativos à entrevista com tarefas.

Os alunos da turma conseguiram atribuir diferentes significados ao símbolo *a*/*b*: relação parte-todo, quociente, razão, operador mas, também, representação de um número racional. Por exemplo, relativamente à representação visual 1.5 (Ficha de Trabalho 1, Anexo 2) a maioria dos grupos escreveu uma fracção (5/6) para representar a relação parte-todo, tomando como a parte as bolas coloridas. Contudo, um dos grupos atribuiu à fracção o significado de razão entre o número de bolas coloridas e o número de bolas brancas (5/1):

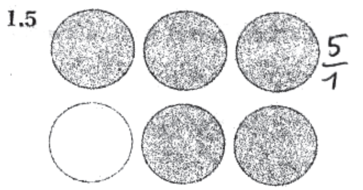


Figura 2 — Resolução da Ficha de Trabalho 1, Grupo 2, recolhida no final da aula.

Esta resolução revela uma outra compreensão da fracção: a fracção como razão entre duas partes do mesmo todo, neste caso o número de bolas coloridas e o número de bolas por colorir. Contudo, o grupo apenas atribuiu este significado no caso desta representação visual enquanto nas outras representações assumiu a fracção como descritiva da relação parte-todo.

Por outro lado, apesar da maioria dos alunos da turma ter conseguido atribuir à fracção o significado de operador partitivo, por exemplo, na Ficha de Trabalho 2 (Anexo 3) todos os grupos associaram à fracção 1/6 uma divisão por seis, os alunos revelaram dificuldade em compreender a fracção como operador partitivo multiplicativo. Com excepção do grupo do José, os grupos não conseguiram identificar a fracção 2/3 com uma divisão por três e uma multiplicação por quatro. Os outros grupos não conseguiram responder correctamente à questão que envolvia 2/3 de um bolo de 1200g, com excepção do Grupo 4 que procurou resolver o problema com recurso a um esquema:

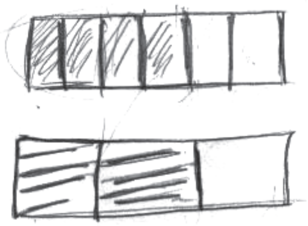


Figura 3 — Resolução da Ficha de Trabalho 2, Grupo 4, recolhida no final da aula

Como nas alíneas anteriores, consideraram o bolo dividido em seis fatias e através deste esquema os alunos concluíram que 2/3 correspondem a quatro fatias de bolo. Como já haviam calculado o preço de cada fatia de seguida determinaram, sem dificuldade, o preço a pagar pelas quatro fatias, ou seja 2/3 do bolo. É interessante como os alunos obtêm uma fracção equivalente a uma fracção dada, usando apenas a representação visual. Parece que ao sentirem dificuldade na utilização de notação formal procuraram uma abordagem mais intuitiva recorrendo à percepção do conceito envolvido para compreender a quantidade escrita.

Para além da representação na forma de fracção, os alunos reconheceram outras formas equivalentes de representar os números racionais: decimais e representações visuais. Para obter a representação decimal de um racional dividiram o numerador pelo denominador o que revela também compreensão de um outro significado da fracção: o de quociente entre dois números. Na resolução das tarefas propostas, não mostraram portanto dificuldade em escrever na forma de numeral decimal números racionais apresentados na forma de fracção e também conseguiram obter, na forma de fracção, números racionais que lhes foram apresentados na forma de numeral decimal. Obtiveram uma fracção decimal que alguns alunos conseguiram simplificar utilizando fracções equivalentes, irredutíveis, para representar o mesmo número racional.

Revelaram, contudo, dificuldade em compreender e manipular racionais escritos na forma de percentagem e não conseguiram estabelecer uma relação entre um número escrito nesta forma e outras formas de representação. Quando na resolução das tarefas os valores percentuais surgiram associados à parte de um todo, os alunos recorrendo ao raciocínio proporcional calcularam o valor dessa percentagem (por exemplo, na Tarefa 5, da Ficha de Trabalho 2 (Anexo 3) mas revelaram dificuldade quando a percentagem surgiu como representação de um racional. Apesar de conseguirem estabelecer uma relação entre a percentagem 50% e uma representação visual onde está colorida metade do número total de partes — "porque metade da figura está pintada" (Resolução da Ficha de Trabalho 1, Grupo 6) — revelaram dificuldade em compreender e trabalhar com outros valores percentuais. Na Tarefa 2, da mesma Ficha de Trabalho (Anexo 2), os números racionais foram apresentados através da sua representação na recta numérica e apenas alguns alunos conseguiram associar aos números uma percentagem e uma parte dos alunos da turma conseguiu apenas fazê-lo para 0,5. A dificuldade manifestada nesta tarefa resultou também do facto dos alunos da turma revelarem dificuldade em associar um número racional a um ponto marcado na recta numérica:

> — Não consigo perceber quanto dá cada tracinho! — Grupo 1.
> — Entre o 1 e o 2 está dividido em 5 partes iguais. — Grupo 1.
> — O A é ao meio por isso é 0,5. 0,5 é um meio porque 1 a dividir por dois é 0,5. — Grupo 6.
>
> (Observação da realização da Ficha de Trabalho 1)

Dois grupos identificaram, correctamente, apenas o número racional representado pelo ponto A (0,5).

Os alunos revelaram dificuldade em comparar números racionais representados por fracções ou esquemas e, na maior parte das tarefas, optaram pela representação decimal para estabelecer uma relação de ordem entre os números. Por exemplo em relação às fracções 5/6 e 4/6, Questão 1.8 da Ficha de Trabalho 1 (Anexo 2), apenas alguns grupos justificaram a escolha tendo por base as representações visuais: "é o 1.5 [5/6] porque é o que está mais colorido" (Resolução da Ficha de Trabalho 1, Grupo 6). Na questão seguinte, os alunos revelaram dificuldade em estabelecer e justificar uma relação de ordem entre 5/9 e 5/6. Para além dos grupos da Inês e do José apenas o Grupo 1 conseguiu aproximar-se de uma justificação com sentido: "o maior é 1.5 [5/6] porque a maioria está pintada" (Resolução da Ficha de Trabalho 1, Grupo 1). Contudo revelaram menos dificuldade nas tarefas de ordenação e comparação de números racionais propostas na Ficha de Trabalho 3 (Anexo 4). Mostraram compreender a relação de ordem que se estabelece entre números negativos — "–89,2 é antes de –71,2 porque é mais negativo" (Mário, Observação da realização da Ficha de Trabalho 3) pois em relação às temperaturas extremas já registadas no planeta Terra, todos os grupos ordenaram correctamente os valores da tabela.

Neste estudo foram também propostas tarefas para reconhecer números racionais maiores que um (Ficha de Trabalho 1 (Anexo 2)). A maioria dos alunos optou por escrever os números na forma decimal para compreenderem a sua ordem de grandeza. Por exemplo, em relação ao fraccionário 7/4, os grupos justificaram que 7/4 > 1 com base na representação decimal. Apenas o grupo 1 fundamentou a sua justificação atendendo à relação entre o numerador e o denominador — "porque [o numerador] é maior do que o denominador" (Resolução da Ficha de Trabalho, Grupo 1). Contudo, com excepção dos grupos da Inês e o do José, os alunos, não conseguiram associar um número superior a um a uma percentagem superior a 100%. Apenas estes dois grupos justificaram que a percentagem obtida para representar o ponto B (120%) é maior que 100% porque o ponto representado corresponde a um número maior que um (Questão 2.5 da Ficha de Trabalho 1 (Anexo 2)).

De um modo geral, os alunos mostraram pouca compreensão e destreza com os números. Revelaram dificuldade na compreensão dos valores numéricos envolvidos num problema e no estabelecimento de uma relação entre o contexto e os cálculos a realizar. Atribuem pouco significado aos números, aos problemas e aos resultados. Neste sentido, mostraram-se pouco capazes de fundamentar opiniões, tomar e justificar decisões, fazer comentários e estabelecer relações tendo por base valores numéricos.

Em relação à tarefa apresentada para análise das condições de aquisição de um conjunto de electrodomésticos em duas lojas distintas (tarefa 5, Ficha de Trabalho 2, Anexo 3) apenas dois grupos conseguiram identificar a loja que permite pagar uma mensalidade menor. Concluiu-se que os alunos revelaram muita dificuldade em compreender a situação apresentada e a informação numérica do problema, visto que nenhum dos grupos considerou todos os critérios para tomada de decisão: valor da entrada, prestação mensal, prazo de pagamento e juros aplicados. Apenas dois grupos apresentaram, na primeira fase da tarefa, uma escolha fundamentada mas não suportada por cálculos - só baseada na interpretação do enunciado e não considerando todos os factores de análise:

> — Se fossemos a família Costa preferíamos comprar na Super loja porque paga-se mais na entrada mas temos mais tempo para pagar e cada prestação é mais barata (Grupo 4, Resolução da Ficha de Trabalho 2).
> — É melhor pagar menos de entrada e mais mensalmente durante um só ano (Grupo3, Resolução da Ficha de Trabalho 2).

Como todos os grupos revelaram dificuldade na compreensão e resolução da tarefa, a aula foi prolongada por mais 45 minutos e a tarefa foi resolvida e discutida em plenário e realizados alguns cálculos no quadro. Na discussão e reflexão os grupos tiveram que tomar uma decisão, apresentando um argumento para justificar a sua escolha. A discussão foi muito rica no sentido que permitiu o debate de ideias, comparação de estratégias e justificação de escolhas e decisões. Depois de entendidas as duas propostas, os alunos perceberam que ambas as situações têm vantagens e desvantagens consoante a gestão orçamental de cada agregado familiar: "dá mais jeito pagar menos por mês" (Gabriel, Observação da Ficha de Trabalho 2). Os grupos 3 e 4 mantiveram as suas decisões e os outros grupos escolheram uma das propostas apresentando argumentos válidos:

> — É entregue um valor maior de entrada mas o juro é menor (Grupo 1, Observação da realização da Ficha de Trabalho 2).
> — A mensalidade é menor (Grupo 2, Observação da realização da Ficha de Trabalho 2).
> — A mensalidade é menor (Grupo 5, Observação da realização da Ficha de Trabalho 2).

Para além da dificuldade na compreensão do problema considera-se que os alunos hesitaram e não conseguiram concluir a tarefa pois esta constituía uma proposta de trabalho completamente diferente em relação aos exercícios/problemas que lhes foram sendo apresentados ao longo do seu percurso escolar.

A Inês

A Inês, de treze anos, estava a frequentar o sétimo ano pela primeira vez. Vive com os pais e o irmão numa aldeia não muito perto da escola. É uma aluna que se empenha nas tarefas e projectos propostos. É responsável e revela interesse pela escola e pelas actividades escolares.

A Inês revelou gostar das aulas de Matemática e das actividades/trabalhos realizados em grupos ou em pares nos quais assumiu quase sempre uma postura de líder. Organizou o trabalho e distribuiu tarefas assumindo também uma atitude de entreajuda pois mostrou-se sempre disponível para esclarecer e ajudar os colegas com mais dificuldades.

No que respeita aos números e sentido de número racional a aluna mostrou pouca compreensão dos conceitos. Revelou possuir noções intuitivas sobre os vários conjuntos numéricos: números inteiros, números fraccionários, números relativos e números racionais, identificando elementos de cada conjunto e reconhecendo a presença desses números em situações do quotidiano. Revelou grande confusão na clarificação dos conceitos. Por exemplo, quando lhe foi solicitado que definisse número inteiro a Inês afirmou que "um número inteiro é um número que qualquer conta que nós façamos, dividir por um número par, dá sempre número inteiro" (Entrevista). Conclui-se que a aluna é capaz de dar exemplos de números inteiros mas não apropriou um conceito de número inteiro. A Inês referiu também que em oposição aos inteiros existem os números decimais. Através deste contributo demonstrou que, apesar de não conseguir definir número inteiro, possui uma noção intuitiva do conceito de inteiro.

No que respeita aos números racionais, fracções e números fraccionários a Inês mostrou confusão na utilização destas designações o que mais uma vez reflecte uma fraca compreensão dos conceitos. Esta confusão parece evidente quando analisamos os contributos da entrevista com tarefas. Durante a entrevista reconheceu que as fracções podem representar números inteiros e também números decimais mas depois noutros momentos da entrevista não conseguiu distinguir entre número fraccionário e fracção, pois considerou que os números fraccionários são todas as fracções. Por exemplo, quando lhe foi solicitado que desse exemplos de números fraccionários a Inês indicou 2/5 dizendo que é um número fraccionário " porque está numa fracção" (Entrevista) e quando questionada sobre o que são números fraccionários a Inês referiu que "os números fraccionários são os números em que se divide o numerador pelo denominador", mencionando de seguida que "a fracção é que é um número fraccionário!" (Entrevista).

Relativamente aos números racionais afirmou que podem ser inteiros ou fraccionários e "que podem ter vírgulas" (Entrevista), evidenciando confusão na utilização do termo fraccionário.

Na entrevista, quando confrontada com o conjunto dos Números Relativos, a aluna não conseguiu dar exemplos de números relativos, mostrando desconhecer esta designação. Contudo, quando lhe foi solicitado que desse exemplos de números negativos não hesitou em referir vários casos do quotidiano. Considerou como exemplos, da presença dos números negativos em situações da vida real, o saldo da conta bancária e o número dos andares dos edifícios: "o rés-do-chão é o zero. Depois para baixo começam os negativos e para cima os positivos." (Entrevista).

No que respeita a diferentes formas de representar os números racionais a aluna mostrou evidências em como identificar e manipular diferentes representações dos números racionais (fracções, numerais decimais, percentagens e representações visuais), reconhecendo que existem representações mais úteis que outras consoante o problema. Mostrou ao longo da investigação que consegue relacionar a representação em forma de fracção com outras representações equivalentes — em forma de numeral decimal, em forma de percentagem e representação visual. Por exemplo, para obter um número racional na forma de numeral decimal, partindo da representação em forma de fracção, a aluna não hesitou em efectuar o quociente entre o numerador e o denominador e paralelamente, dado um racional escrito na forma de numeral decimal, a aluna conseguiu obter uma representação em forma de fracção, através de uma fracção decimal que depois simplificou obtendo fracções equivalentes irredutíveis. Desta forma percebe-se que a Inês compreende a fracção como uma representação de um número (racional) mas também como um quociente, reconhecendo, como já foi referido, que pode representar números inteiros. Contudo, revelou alguma dificuldade em perceber a fracção como representativa de uma relação parte-todo de uma unidade discreta. Por exemplo, na resolução da Ficha de Trabalho 2 (Anexo 3) quando confrontada com 2/3 de um bolo com 1200g a aluna não conseguiu determinar a quantidade em causa.

No que respeita à representação dos racionais na forma de percentagem a Inês não revelou dificuldade em associar a percentagem 50% quando a quantidade em causa correspondia a metade da unidade considerada. Contudo, já não reconheceu 25% como a quarta parte e referiu, durante a entrevista, que 25% corresponde a um terço. Para representar os números racionais na forma de percentagem, a aluna e os elementos do seu grupo de trabalho, utilizaram uma regra de três simples, usando como referência a fracção que representa o número racional. Por exemplo, para escrever 4/5 na forma de fracção os alunos fizeram 5 para 100% e 4 para x, obtendo assim 80%. Esta resolução revelou-se curiosa pois os alunos dispunham da representação decimal do número, 0,8. Quando confrontados com o facto da fracção 6/5 corresponder à percentagem 120%, os alunos já fizeram referência à representação decimal do número, justificando que a percentagem excede os 100% porque 6/5 representa um número maior que a unidade (1,2). Na mesma Ficha de Trabalho usaram, novamente, o raciocínio proporcional para calcular a parte de um todo quando essa parte está representada na forma de percentagem (neste caso 3% e 6%).

Do mesmo modo, e durante a entrevista com tarefas, a Inês fundamenta a percentagem de área sombreada na regra de três simples e não no numeral decimal já obtido, 0,15 (Tarefa 1.1, Entrevista com tarefas, Anexo 5). A Inês não consegue associar uma percentagem a um numeral decimal, parecendo dominar os algoritmos mas não demonstrando compreender os conceitos e as relações entre eles.

Em relação aos vários significados das fracções assume a fracção como forma de representar um número racional, como representativa de uma relação parte-todo de unidades contínuas e discretas, como quociente entre dois números e como operador partitivo revelando, no entanto, dificuldade em interpretar a fracção como operador partitivo multiplicativo.

Neste estudo sobre o sentido de número foi também considerada uma categoria de análise no âmbito da comparação e ordenação de números racionais. Para comparar e ordenar racionais, a aluna optou por escrevê-los na forma de numeral decimal e representálos na recta numérica de forma a compreender melhor a ordem e grandeza dos números. Utilizou quase sempre este procedimento embora também tenha revelado ser capaz de comparar números recorrendo a representações visuais.

Contudo, e no que respeita ao sentido de número da aluna, esta nem sempre revelou compreender os números envolvidos nas situações descritas. Por exemplo, na entrevista com tarefas, tarefa 1.2 (Anexo 5) foi solicitado aos alunos que identificassem, justificando, qual das seguintes misturas tinha um sabor mais forte a laranja:

Copo A: quatro colheres de concentrado de sumo e seis colheres de água.

Copo B: três colheres de concentrado de sumo e cinco colheres de água.

Neste caso a Inês não conseguiu perceber que os dados numéricos fornecidos se referiam a uma razão entre a quantidade de água e a quantidade de concentrado utilizados na preparação do sumo. Insistiu, sempre, que as duas preparações resultariam num sabor igual pois utilizou um raciocínio subtractivo para comparar os dois copos: o Copo B tem menos uma colher de concentrado que o A e tem menos uma colher de água que o A, o que resultaria numa preparação com igual sabor. Não conseguiu interpretar a situação, nem mesmo com a ajuda do colega.

Nas actividades envolvendo temperaturas médias do ar, a aluna reconheceu o valor relativo dos números apresentados, conseguiu manipular esses números e comentar as várias situações. Na entrevista com tarefas (tarefa 1.3, Anexo 5) os alunos foram confrontados com as temperaturas 3ºC, –2ºC e –5ºC, temperaturas fictícias de localidades de Portugal Continental. A Inês indicou o mês de Janeiro como a altura do ano provável para a situação descrita, pois considerou que seriam temperaturas mais baixas. Comentou ainda que, muito provavelmente, a primeira diria respeito à zona de Santarém e as outras duas a localidades do norte do país e indicou 20ºC como uma temperatura mais alta. A aluna conseguiu, portanto, associar valores numéricos a uma determinada característica (tempo frio/tempo quente) e estabelecer uma correspondência entre um determinado valor da temperatura e o mês do ano em que seria registado. Estabeleceu, também, uma relação entre os valores apresentados e a localização geográfica. Desta forma, pode-se afirmar que a Inês revelou compreender bem a ordem de grandeza dos valores analisados nesta situação e a realidade que estes números traduziam, produzindo comentários e fundamentando as suas opiniões com base nesses valores numéricos.

Conclui-se que revelou ser capaz, em alguns momentos do estudo, de reflectir sobre os números e os seus significados. Mas, por outro lado, nem sempre mostrou compreender a relação entre o contexto do problema e os procedimentos necessários utilizando, por vezes, operações despropositadas e não atribuindo significado às operações realizadas.

O José

O José é um rapaz de treze anos, calmo e introvertido, responsável, interessado e empenhado nas tarefas escolares. Gosta da disciplina de Matemática e revelou-se muito concentrado durante as aulas, participando activamente e assumindo uma postura assertiva na realização de tarefas em grupos/pares. Contudo, por vezes, revelou dificuldade em comunicar de forma clara, os seus raciocínios, aos colegas e à professora.

O José mostrou reconhecer a presença dos números e suas diferentes formas de representação, no nosso quotidiano. Revelou possuir uma noção intuitiva dos elementos que constituem os conjuntos numéricos embora não conseguisse definir claramente cada um dos vários conjuntos. Por exemplo, em relação ao conjunto dos números inteiros, o José definiu número inteiro usando também uma referência à operação divisão mas numa abordagem mais próxima que a da Inês, pois afirmou que se deve obter "um número certo, que não tenha vírgulas" (Entrevista). É curioso que ambos os alunos sentiram necessidade de associar os números a resultados de divisões. Este facto poderá estar relacionado com o destaque que foi dado, em anos anteriores, à representação de racionais na forma de fracção, na forma de numeral decimal ou número inteiro. O José, quando questionado sobre o trabalho desenvolvido no 2º ciclo do Ensino Básico no âmbito do tema "Números", sublinhou especificamente este tipo de tarefas: "no 5º e 6º anos foi números fraccionários; passar para números inteiros ou decimais" (Entrevista).

O José também revelou confusão no uso das designações "fracção" e "número fraccionário" que resulta de uma ideia errada sobre o conceito de número fraccionário. Considerou que os números fraccionários "são os que estão na forma de fracção" mas, noutros momentos da entrevista, reconheceu que existem fracções que representam números inteiros como, por exemplo, 4/4. Em relação a 4/4 o aluno afirmou que não é um número fraccionário, contradizendo a definição que usou para fraccionário.

Conseguiu dar exemplos da presença dos números negativos em situações do quotidiano no contexto dos andares de um prédio e das temperaturas do ar.

Concluiu-se que o José revelou possuir algumas noções intuitivas sobre os elementos dos conjuntos numéricos embora não conseguisse clarificar alguns conceitos.

Através dos contributos obtidos na recolha de dados percebeu-se que o aluno consegue atribuir vários significados à fracção: relação parte-todo; quociente entre dois números inteiros, operador partitivo multiplicativo mas também representação de um número racional. Assumindo que a fracção pode ser considerada como uma representação de um número racional, paralelamente, o aluno reconheceu que o número racional pode ser representado de outras formas: através de representações visuais, numerais decimais, na recta numérica e através de percentagens. Por exemplo. o José conseguiu associar, sem dificuldade, à percentagem 50% e à fracção 1/2 representações visuais em que a região sombreada correspondia a metade da unidade considerada:

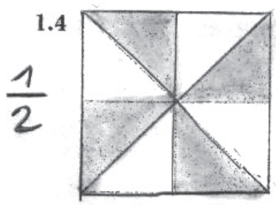


Figura 4 — Questão 1.4, resolução da Ficha de Trabalho 1, Grupo 7, recolhida no final da aula.

Reconheceu também a percentagem 25% como representação da quarta parte. Na tarefa 1.1 da entrevista (Entrevista com tarefas, Anexo 5), em que dos quarenta quadrados apenas seis estavam sombreados, foi solicitado aos alunos que indicassem quantos quadrados ainda eram necessários sombrear para que a área da região sombreada representasse 25% da área do rectângulo. O José começou por justificar que "100 ÷ 4 é 25%" o que na sua opinião significa que 25% correspondem a "um quarto de 100" (Entrevista). Para determinar a quantos quadrados correspondem a 25% de 40, o José fez 40 ÷ 4 obtendo 10 e concluindo então que 25% de 40 são 10 revelando, portanto, uma clara compreensão da representação de 25%. Por outro lado conseguiu, também, estabelecer uma relação entre a representação decimal de um racional e uma percentagem. Por exemplo, associou a 0,8, oitenta centésimas, e consequentemente 80%. Para o cálculo de outras percentagens, que foram surgindo nas tarefas propostas na entrevista e nas fichas de trabalho, o aluno utilizou o raciocínio proporcional recorrendo à regra de três simples.

Poder-se-á concluir que o José não revelou dificuldade em obter uma representação dos racionais através de outra e, consoante as características de cada tarefa ou problema, optar pela representação mais adequada. Manipulando correctamente as representações equivalentes dos números racionais o aluno, para comparar e ordenar estes números, optou pela representação mais apropriada consoante a natureza dos números envolvidos e as características da tarefa. Ao longo deste estudo, para comparar e ordenar números racionais, o aluno usou dois procedimentos diferentes: em algumas tarefas analisou o numerador e o denominador das fracções e noutras situações optou por comparar os números racionais após os escrever na forma de numeral decimal. Utilizou, também, estes dois procedimentos para identificar quantidades maiores que um.

Apesar de alguma dificuldade, em casos pontuais e na leitura e interpretação dos enunciados, o aluno conseguiu compreender as quantidades e valores envolvidos nas situações descritas e conseguiu tomar decisões, fundamentando as suas opiniões através de argumentos numéricos. É curiosa a abordagem que fez à questão sobre o sabor do sumo de laranja, nos dois copos, A e B, já discutida no caso da Inês. Inicialmente revelou alguma dificuldade em interpretar as razões entre a quantidade de água e quantidade de concentrado utilizadas na preparação do sumo de laranja. Começou por afirmar que os dois copos de sumo teriam sabor igual mas decidiu, de seguida, realizar alguns cálculos para confirmar a sua afirmação. Para os dois copos, A e B, utilizou um raciocínio proporcional para determinar a percentagem de concentrado em relação à quantidade de sumo. Desta forma considerou para 100% a soma das colheres de água com as colheres de concentrado, isto é o sumo resultante. Em relação ao copo A explicou:

> Eu tentei descobrir quanto é que quatro colheres de concentrado é por cento, em percentagem (…) Fiz uma regra com 10. (…) as quatro colheres de concentrado e as seis colheres de água. E então coloquei o 10, que é a soma de 4 com 6. (Entrevista)

Obteve dois valores percentuais: 40% e 37,5%. A entrevistadora questionou-o, então, sobre o que representavam estas percentagens e como é que estes dois valores ajudavam a responder à questão. Afirmou que os 40% e 37,5% são a percentagem de concentrado. Concluiu que, através dos valores obtidos "sabemos qual é que tem maior concentrado, mais percentagem de concentrado" (Entrevista) e esse será o copo com o sabor mais intenso "porque tem maior percentagem de concentrado" (Entrevista). Apesar da dificuldade inicial, o José compreendeu claramente a informação envolvida nesta situação e conseguiu tomar uma decisão, suportando as suas afirmações em dados numéricos.

Conclusões

No que respeita à caracterização do sentido de número dos alunos do 7º ano concluiu-se que, apesar de conseguirem identificar e exemplificar alguns elementos constituintes dos vários universos numéricos, os alunos revelaram pouca interiorização dos conceitos de número inteiro, fracção e número fraccionário, pois as suas referências aos vários tipos de números foram tentativas de definição com recurso à descrição de procedimentos, associando os números a resultados de uma operação, em particular de uma divisão.

No caso dos números negativos os alunos Inês e José mostraram compreender estes números atribuindo-lhes significado no contexto das situações apresentadas, revelando também facilidade na comparação e ordenação deste tipo de números.

Em relação ao conjunto dos números racionais os alunos mostraram alguma compreensão da abrangência deste universo numérico e dos subconstructos do conceito de número racional. No que respeita à compreensão das diferentes formas de representar os números, e em relação à representação de números racionais na forma a/b , pode-se afirmar que a maioria dos alunos atribuiu à fracção o significado de relação parte-todo. Revelaram compreender que existe uma outra forma, equivalente, de representar o mesmo número racional, que se pode obter através da fracção, fazendo a divisão entre o numerador e denominador, revelando assim, compreensão da representação a/b como um quociente entre dois números. Mas, em relação à interpretação da representação a/b como operador, os alunos reconheceram a fracção como operador partitivo contudo, com excepção de um pequeno grupo de alunos, não lhe atribuíram significado como operador partitivo multiplicativo.

Os alunos revelaram pouca compreensão dos números racionais escritos na forma de percentagem e não conseguiram estabelecer uma relação entre um número escrito nesta forma e outras formas de representação, pois a maioria dos alunos da turma apenas conseguiu relacionar 0,5; 1/2 e 50%. Um dos alunos estudados reconheceu também a percentagem 25% como representação da quarta parte e associou oitenta centésimas a oitenta por cento. Já a aluna Inês não conseguiu associar uma percentagem a um numeral decimal. Perante a dificuldade em estabelecer uma relação entre a representação em percentagem e outras formas de representação dos números racionais alguns alunos recorreram ao raciocínio proporcional para calcular percentagens. Concluiu-se, com esta investigação, que os alunos compreendem e reconhecem predominantemente duas formas de representação dos números racionais: a forma de fracção (atribuindo-lhe principalmente dois significados — relação parte-todo e quociente) e a forma de numeral decimal.

Em relação às evidências recolhidas sobre a comparação e ordenação de números racionais os alunos mostraram dificuldade em comparar números representados por fracções ou esquemas utilizando, na maior parte das tarefas, a forma decimal para estabelecer uma relação de ordem entre os números.

Na caracterização do sentido de número dos alunos, e de acordo com revisto na literatura, revelou-se fundamental considerar componentes relacionadas com a interpretação do contexto. Os alunos considerados mostraram pouca compreensão dos números no contexto das situações descritas e falta de análise no reconhecimento da razoabilidade de resultados. Conclui-se que, de um modo geral, atribuíram pouco significado aos números, aos problemas e aos resultados. No caso da Inês nem sempre conseguiu adequar os procedimentos à situação recorrendo, por vezes, a operações despropositadas.

Tendo em conta os vários aspectos descritos nos parágrafos anteriores, e atendendo à estrutura de sentido de número proposta em McIntosh, Reys e Reys (1992), emerge desta investigação que os alunos de 7º ano de escolaridade, considerados neste estudo, revelaram, com excepção do José, um fraco sentido de número racional mostrando pouca compreensão do significado dos números, das operações e dos contextos.

Por outro lado percebeu-se, através dos contributos dos alunos, que nas suas experiências, no âmbito dos Números e Operações, se registou uma forte presença das representações decimal e em forma de fracção dos números racionais e da abordagem da fracção através da relação parte-todo assim como dos procedimentos e algoritmos (aspecto também referido em Monteiro e Pinto (2007)).

Para além das principais conclusões já apresentadas esta investigação permitiu, também, reflectir sobre metodologias e práticas pedagógicas que fomentam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, pois é um estudo que assume uma dimensão de reflexão sobre a prática visto que a investigadora, sendo a professora da turma, assumiu paralelamente os papéis de observadora e participante. Dessa reflexão emergiram algumas recomendações que se consideram pertinentes.

Por um lado, surgiu a evidência que as tarefas não se devem centrar na realização de cálculos e no treino de algoritmos mas devem fomentar o reconhecimento e manipulação de múltiplas representações para os números, o sentido de grandeza absoluta e relativa dos números, o sentido de ordenação dos números, a compreensão das operações e seu efeito sobre um par de números, a compreensão do contexto e do cálculo necessário e a capacidade de seleccionar uma estratégia adequada e de questionar a razoabilidade dos resultados. Neste sentido as tarefas que envolvem exemplos da vida real podem constituir um importante contributo, revelando-se significativas na compreensão dos números e dos contextos. As aulas destinadas a este tipo de tarefas devem incluir momentos de discussão em grande grupo de forma a desenvolver capacidades no âmbito da fundamentação de opiniões, justificação de decisões e estabelecimento de relações com base em informação quantitativa desenvolvendo assim o seu sentido de número.

Por outro lado, de forma a proporcionar aos alunos a construção do conceito de número racional e a compreensão dos seus vários subconstructos e da forma como se inter-relacionam, é necessário implementar tarefas que lhes permitam manipular e utilizar outras formas de representar os números racionais para além a forma a/b e a forma de numeral decimal, assim como explorar outros significados da fracção que os alunos utilizam quase exclusivamente como representativa de uma relação entre a parte e o todo.

Referências

APM, (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: APM e Instituto de Inovação Educacional.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., e Silver, E. (1983). Rational Number Concepts. Em R. Lesh e M. Landau (Orgs.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91–125). New York: Academic Press. (retirado em 18 de Outubro de 2008 de http://education.umn.edu/rationalnumberproject/).

GAVE, (2004). Pisa 2003: *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática.* Lisboa: Ministério da Educação, Gabinete de avaliação Educacional. (retirado em 12 de Dezembro de 2008 de http:// www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=33&fileName=pisa_2003_lite_matem.pdf)

Greenes, C., Schulman, I. e Spungin, R. (1993). Developing sense about numbers. *Arithmetic Teacher*, *40* (5), 279-284.

Markovits, Z. e Sowder, J. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, *25* (1), 4–29.

McIntosh, A., Reys, B. J. e Reys, B. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, *12* (3), 2–8, 44.

ME-DEB, (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

ME-DEB, (1991). *Programa de Matemática: Plano de Organização do ensino-aprendizagem* (3ºciclo do ensino básico). Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Monteiro, C. e Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14* (1), 89–107.

Monteiro, C. e Pinto, H. (2006). O sentido do número: o caso dos decimais e das fracções. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro, (Orgs.), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp.177–189). Lisboa: SEM-SPCE.

Monteiro, C. e Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional.* Lisboa: APM.

Oliveira, I. (1994). *O conceito de número racional em alunos do 6º ano de escolaridade: estratégias e dificuldades conceptuais.* Tese de mestrado. Lisboa: APM.

Pinto, H. (2004). *O número racional no 2º ciclo do ensino básico no contexto da Matemática Realista.* Tese de mestrado. Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2002). Literacia matemática. Em M. N. Trindade (Org.), *Actas do Encontro Internacional Literacia e cidadania: Convergências e interfaces* (em CD-ROM). Universidade de Évora: Centro de Investigação em Educação e Psicologia.

Steen, L. A. (2001). A problemática da literacia quantitativa. Em L. A. Steen (Org.), *Mathematics and Democracy*. (retirado em 7 de Junho de 2007 de www.maa.org/ql/mathanddemocracy.html).

Sowder, J.T. (1988). Mental Computation and Number Comparison: their roles in the development of Number Sense and Computational Estimation. Em Hiebert, J. e Behr, M. (Orgs.), *Number Concepts and Operations in the middle grades* (pp. 182–197). Reston, VA: NCTM.

Sowder, J.T. e Kelin, J. (1993). Number sense and related topics. Em D.T. Owens (Org.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp.41–57). New York, NY: Macmillan.

Anexos

Anexo 1 — Questionário

Nome:____

Ano_____________ Turma___________ Idade _____________

Este questionário faz parte de um trabalho de investigação e é confidencial.
Destina-se a recolher as tuas opiniões sobre a Matemática e sobre as aulas de Matemática.
Responde com sinceridade às questões que te são colocadas.

1. O que é para ti a Matemática?

2. Dá exemplos da presença da Matemática em situações do quotidiano.

3. Gostas de Matemática? Justifica a tua resposta.

4. Consideras-te um bom, médio ou fraco aluno a Matemática?

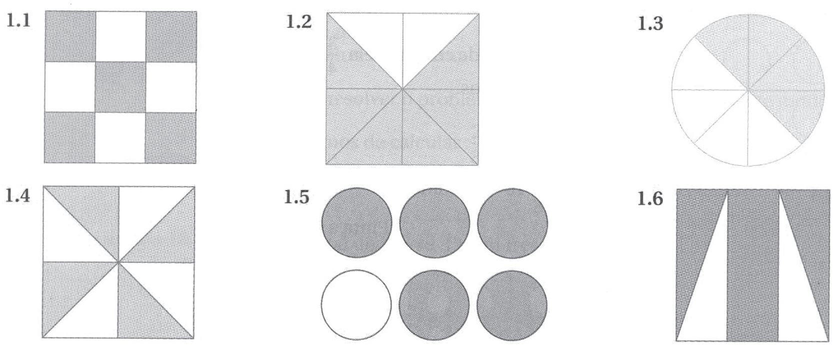
5. Como achas que deve ser uma aula de Matemática?

6. Achas que se deve usar a máquina de calcular na aula de Matemática? Justifica.

Anexo 2 — Ficha de Trabalho 1

Ficha de trabalho 1 Formas equivalentes de representar números. Ordenação e comparação de números racionais

1. Para cada figura escreve a fracção correspondente à parte colorida.



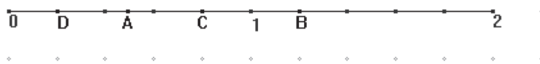
(Adaptado de Neves, M., Faria, L. e Azevedo, A. (2002). *Matemática 5º ano*. Porto: Porto Editora, p.178)

1.7 Sem realizares cálculos indica a figura (ou figuras) em que a parte colorida corresponde a 50%. Justifica.

1.8 Sem realizares cálculos, compara as fracções obtidas em 1.5 e 1.6. Qual é maior? Porquê?

1.9 Sem realizares cálculos, compara as fracções obtidas em 1.1 e 1.5. Qual é maior? Porquê?

2.1 Que número decimal corresponde a cada um dos seguintes pontos?



A = B = C = D=

2.2 Escreve os números indicados na alínea anterior na forma de fracção.

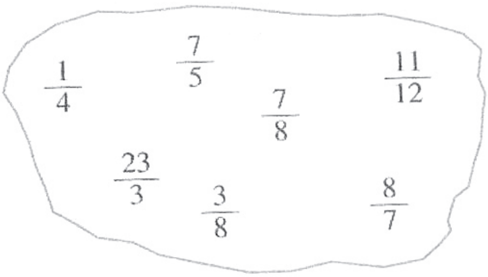
2.3 As fracções que apresentaste são irredutíveis? Simplifica-as.

2.4 Escreve as fracções indicadas na forma de percentagem. Como explicas a percentagem indicada para o ponto B?

3. Considera o número fraccionário $\frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} > 1$. Porquê?

(Retirado de Passos, I., Correia, O. (2002). *Matemática em Acção 7º ano*, volume 2. Lisboa: Lisboa Editora, p.64)

4. Considera os números racionais:



4.1 Indica os que são maiores que 1. Justifica.

4.2 Coloca-os por ordem crescente. Explica o teu raciocínio através de cálculos ou esquemas.

(Retirado de Passos, I., Correia, O. (2002). *Matemática em Acção 7º ano*, volume 2. Lisboa: Lisboa Editora, p.64)

Anexo 3 — Ficha de Trabalho 2

Ficha de trabalho 2
Operações com números racionais

1. Um terço dos lápis da caixa de 12 lápis do Pedro está partido.
Metade dos lápis da caixa de 12 lápis da Ana está partida. Qual deles deve estar mais triste e porquê?

(Retirado de APM, (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática.* Lisboa: APM e Instituto de Inovação Educacional, p.53)

2. A Sara e o Rui compraram uma piza. A piza estava dividida em oito fatias iguais. A Sara comeu duas fatias e o Rui comeu o dobro de Sara. Que parte da piza sobrou?

3. Observa os seguintes exemplos.

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{6}\overset{?}{=}\frac{4}{8} \qquad \frac{1}{3}+\frac{1}{3}\overset{?}{=}\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\overset{?}{=}\frac{2}{7} \qquad \frac{0}{4}+\frac{1}{5}\overset{?}{=}\frac{1}{9}$$

3.1 Escreve um breve comentário indicando os exemplos que estão correctos ou não e porquê.

3.2 Selecciona uma das operações indicadas e inventa um problema que possa ser traduzido por ela.

(Adaptado de APM, (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática.* Lisboa: APM e Instituto de Inovação Educacional, p.92)

4. Na Pastelaria Ideal há bolos que se vendem ao peso. O bolo de noz pesa 1.2 kg. Observa a figura.

4.1 Quantos gramas tem uma fatia correspondente a $\frac{1}{6}$ do bolo?

4.2 Quanto custa essa fatia?

4.3 A Sara Comprou $\frac{2}{3}$ do bolo. Quantas fatias comprou? Quanto pagou?

(Adaptado de Passos, I., Correia, O. (2002). *Matemática em Acção 7º ano*, volume 2. Lisboa: Lisboa Editora, p.67)

5. Compra a Crédito

A família Costa vai comprar novos electrodomésticos para a sua cozinha, mas quer comprá-los a prestações. Depois de consultar duas lojas, que lhe ofereciam os mesmos preços mas condições de pagamento diferentes, continuam indecisos.

Vamos ajudá-los a tomar a melhor decisão.

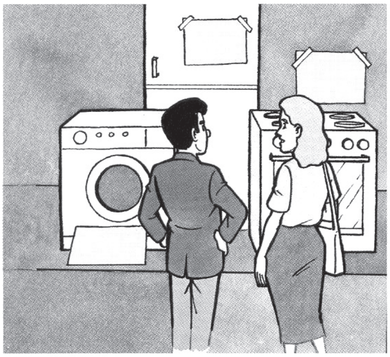
Loja do Lar

Frigorífico	€ 599
Fogão	€ 448,9
Máquina de lavar loiça . . .	€ 972,7

Condições de pagamento

1/4 do valor total pago na entrada

O restante será pago num ano com juro à taxa anual de 6%



Super Loja

Frigorífico	€ 599
Fogão	€ 448,9
Máquina de lavar loiça . . .	€ 972,7

Condições de pagamento

1/2 do valor total pago na entrada

O restante será pago em dois anos com juro à taxa anual de 3%

Proposta de trabalho

- Calcular o preço total dos electrodomésticos em cada uma das lojas.
- Tomar decisões relativamente a critérios pré-estabelecidos.
- Indicar a loja que possibilita dar uma entrada menor.
- Escolher a loja que permite pagar uma mensalidade menor.
- Discutir e analisar as várias decisões possíveis.
- Apresentar adequadamente as conclusões.

(Retirado de Sobral, M. (2002). *Matemática para a vida.* Lisboa: ANEFA.)

Anexo 4 — Ficha de Trabalho 3

Ficha de trabalho 3
Números Relativos. Operações com números relativos
Trabalho de Grupo — Temperaturas

TAREFA 1: Temperaturas em Portugal

Observa atentamente a tabela seguinte onde se indicam as temperaturas máximas e mínimas registadas, pelo Instituto Nacional de Meteorologia e Geofísica, no dia 22 de Janeiro de 2008, para alguns locais do país. (fonte: *www.meteo.pt*)

1.1 A **Amplitude térmica** é a diferença de temperaturas entre o valor máximo registado e o valor mínimo registado. Para cada um dos locais calcula a amplitude térmica. Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Local	*Temperatura Máxima*	*Temperatura Mínima*	*Amplitude Térmica*
Lisboa	12,1ºC	5,3ºC	
Porto	10,6ºC	3,4ºC	
Évora	16,1ºC	–1,2ºC	
Castelo Branco	12,3ºC	0,0ºC	
Bragança	15,0ºC	–3,2ºC	
Penhas Douradas	8,5ºC	–5,1ºC	
Faro	13,7ºC	9,9ºC	

1.2 Para investigar…
1.2.1 Indica os dois locais onde é maior a amplitude térmica.

1.2.2 Indica os dois locais onde é menor a amplitude térmica.

1.2.3 Os locais onde é maior a amplitude térmica são locais do interior ou do litoral do país? Consideras que os valores que calculaste estabelecem alguma relação entre a amplitude térmica e a interioridade? (Responde a estas duas questões num pequeno texto de 4 linhas, expondo a tua opinião de uma forma clara e objectiva).

TAREFA 2: Temperaturas no Mundo

Observa atentamente a tabela seguinte onde são referidas temperaturas extremas já registadas no planeta Terra. (*fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Extremos_da_Terra*)

Local	Temperatura
Al Aziziyah (Líbia)	57,7º
Ifrane (Marrocos)	–23,9º
Vostok (Antárctica)	–89,2º
Sevilha (Espanha)	50,0º
Sarmiento(Argentina)	–33º
Oymyakon (Sibéria, Rússia)	–71,2º

1.1 Organiza as temperaturas por ordem crescente.

1.2 Qual a variação entre a mais alta temperatura registada e a mais baixa temperatura registada no planeta Terra? Apresenta todos os cálculos.

2. Considera a tabela seguinte onde são referidas as temperaturas máximas previstas para algumas cidades mundiais no dia 29/01/08. (fonte: *wmo.meteo.pt*)

Cidade	Temperatura
Jacarta	29,9º
Oslo	–2,1º
Roma	12,9º
Varsóvia	0,4º
Tallinn	–1,8º
Luanda	29,5º

2.1 Dos valores apresentados, qual a mais alta temperatura prevista? E a mais baixa?

2.2 Qual a variação entre a mais alta temperatura prevista e a mais baixa temperatura prevista?

2.3 Em Luanda quantos graus se previam a mais do que em Roma?

2.4 Em Oslo quantos graus se previam a menos do que em Tallinn?

2.5 Em Jacarta quantos graus se previam a mais do que em Varsóvia?

<u>TAREFA 3: Temperaturas no Sistema Solar</u>

Considera as seguintes temperaturas médias à superfície relativas aos planetas que fazem parte do sistema solar:

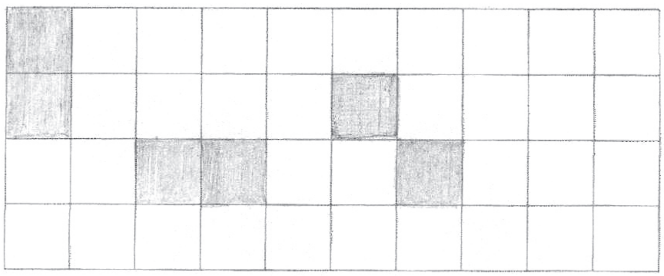
–50 ºC; 350º; 480ºC; 22ºC; –150ºC; –237ºC; –220ºC; –210ºC; –180ºC

1. Coloca por ordem crescente as temperaturas apresentadas.
2. Qual será a temperatura relativa ao planeta Terra? Explica a tua decisão.
3. Quais serão as temperaturas relativas a Vénus e Mercúrio, planetas mais próximos do Sol. Explica a tua decisão.

Anexo 5 — Entrevista com tarefas

Tarefa 1

1.1 Observa o seguinte diagrama.



a) A afirmação: "A percentagem de área que está sombreada é 50%" é verdadeira? Porquê?

Quantos quadrados é necessário pintar de forma a atingir essa percentagem de área sombreada?

b) A afirmação: "A percentagem de área que está sombreada é 25%" é verdadeira? Porquê?

Quantos quadrados é necessário pintar de forma a atingir essa percentagem de área sombreada?

c) Qual a representação em forma de fracção da área que está sombreada? Explica o teu raciocínio.

d) Qual a representação decimal da área que está sombreada? Como procedeste?

e) Qual a percentagem de área que está sombreada? Explica como obtiveste esse valor?

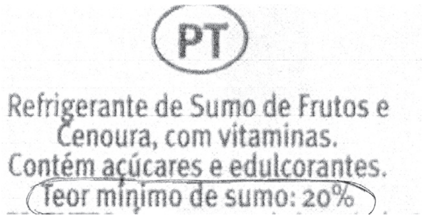
(Adaptado de *Educação e Matemática*, 92, p. 15)

1.2 Gostas de sumo de laranja?
Qual das seguintes misturas tem um sabor mais forte a laranja? Têm sabor igual? Explica o teu raciocínio.

Copo A: quatro colheres de concentrado de sumo e seis colheres de água.
Copo B: três colheres de concentrado de sumo e cinco colheres de água.

(Adaptado de Oliveira, I. (1994). *O conceito de número racional em alunos do 6º ano de escolaridade: estratégias e dificuldades conceptuais.* Tese de mestrado. Lisboa: APM, p. 161)

Consegues explicar a informação destacada que foi retirada de uma embalagem de sumo de fruta?



1.3 Em três localidades diferentes foram registadas às 9 horas as temperaturas num determinado dia.

Localidade	Temperatura às 9 horas
A	3º
B	–2º
C	–5º

a) Qual das localidades registava, às 9 horas, a temperatura mais baixa?

b) Se a temperatura subir quatro graus durante a manhã que temperaturas serão atingidas nas várias localidades?

c) Quantos graus teria que subir a temperatura na localidade C para se registar valores positivos?

d) Quantos graus teria que descer a temperatura na localidade A para atingir valores negativos?

e) Na tua opinião estas temperaturas dizem respeito a que mês do ano? Porquê?

Resumo. Os números e a informação quantitativa surgem nos mais variados aspectos da vida de um cidadão e o exercício da cidadania exige do indivíduo conhecimento e destreza com os números. Esta realidade faz com que à Matemática escolar se coloquem novos desafios no âmbito do ensino aprendizagem dos números e operações nomeadamente o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

O objectivo do estudo que apresentamos neste artigo foi recolher evidências sobre o sentido de número de alunos do 3ºciclo, mais concretamente sobre o sentido de número racional dos alunos do 7º ano de escolaridade. Trata-se de uma investigação que procurou ter em conta a vasta e complexa rede de competências que caracterizam o sentido de número mas também os subconstructos que definem os números racionais.

O estudo mostrou que os alunos atribuem pouco significado aos números, às operações e aos contextos manifestando dificuldade quer na interpretação das situações quer na definição de estratégias apropriadas. Revelaram pouca compreensão dos números racionais escritos com recurso a outras formas de representação para além da fracção e da forma decimal e a maioria dos alunos evidenciou poucas competências de comparação e ordenação de números racionais.

Palavras-chave: Literacia matemática; Sentido de número; números racionais.

Abstract. Numbers and quantitative information appear in various aspects of a citizen's life and the exercise of citizenship requires skills in knowledge and dexterity with numbers. This reality presents school mathematics with new challenges towards the teaching and learning of numbers and operations including the development of students' number sense.

The aim of the study presented in this article was to gather evidence about the students' number sense in grades 7 to 9, more specifically about th grade students' sense of rational number. It is a research that has sought to take into account the wide and complex network of skills that characterize number sense as well as the sub-constructs that define rational numbers.

The study has showed that students attach little meaning to numbers, operations and contexts, expressing difficulty to interpret situations as well as to define appropriate strategies. They have revealed difficulty in understanding rational numbers written by means of other representing forms besides the fraction or decimal form. Most students also showed few comparing and ordering abilities of rational numbers.

Key-words: Mathematical literacy, Number sense, Rational numbers.

ANTÓNIO BORRALHO
Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora
amab@uevora.pt

ANA PAULA LOPES
Escola Secundária de Alcanena
analopes.ze@gmail.com