Les questions de développement curriculaire à travers un exemple : l'enseignement de l'analyse en France au lycée depuis le début du XXème siècle

Michèle Artigue
LDAR, Université Paris Diderot — Paris 7

I. Introduction

Les questions de développement curriculaire sont des questions complexes qui sont étudiées par différents champs disciplinaires : histoire, sociologie, économie de l'éducation, didactique, chacun de ces champs ayant élaboré pour cette étude une ou des approches spécifiques. Notre entrée, dans cet article, est une entrée didactique et, en cohérence avec cette entrée, nous avons choisi de nous intéresser plus particulièrement à un domaine mathématique. Nous avons choisi celui de l'Analyse sur lequel nous avons régulièrement travaillé depuis de nombreuses années[1]. Ce domaine nous servira d'ancrage et de fil conducteur pour développer le questionnement et l'analyse. Même si le regard est forcément orienté et limité par cette entrée et le choix de l'Analyse, il nous semble tout à fait permettre d'approcher les questions à l'étude sans sous-estimer leur complexité. En effet, la théorie de la transposition didactique a permis très tôt dans le champ didactique de prendre en compte l'écologie spécifique des savoirs enseignés. L'extension à la théorie anthropologique du didactique (TAD) a ensuite permis de mieux conceptualiser la circulation des savoirs entre les différentes institutions en jeu dans les processus transpositifs, et les études se sont appuyées productivement de façon croissante sur les notions de praxéologies mathématique et didactique au cœur de cette théorisation. Plus récemment, avec la hiérarchie des niveaux de codétermination, la TAD a permis de mieux prendre en compte les différents niveaux de détermination qui pilotent ces praxéologies et leur évolution, et plus généralement les évolutions curriculaires.

Dans une première partie, nous présenterons donc synthétiquement ces éléments qui constituent notre cadre théorique. Nous les exploiterons ensuite pour étudier l'évolution de l'enseignement de l'Analyse depuis le début du XXème siècle, identifiant au fil de cette étude un certain nombre de phénomènes. Nous reviendrons sur ces phénomènes dans la dernière partie de l'article, ce qui nous conduira à élargir la perspective au-delà de ce cas particulier.

II. Eléments du cadre théorique

Notre cadre théorique est celui de la théorie anthropologique du didactique (TAD), en voyant dans cette dernière comme le font Bosch et Gascón (2006) une extension de la vision portée par la théorie de la transposition didactique (Chevallard, 1990). Cette dernière s'est développée en opposition avec la vision commune à l'époque consistant à voir dans l'élaboration des savoirs enseignés un simple processus d'élémentarisation à partir des savoirs académiques constitués. Cette vision permettait certes d'interroger la pertinence des élémentarisations effectuées, compte-tenu des caractéristiques cognitives des publics visés, mais un grand nombre des conditions et contraintes qui gouvernent l'apparition, le développement et la vie des savoirs enseignés lui restaient inaccessibles. Avec la théorie de la transposition didactique, c'est une approche écologique des savoirs enseignés qui s'est constituée (Artaud, 1997). Au-delà de la succession emblématique de cette théorie qui va des savoirs de référence (au sein desquels les savoirs académiques jouent un rôle essentiel) aux savoirs déclarés à enseigner, puis aux savoirs apprêtés pour l'enseignement et enfin aux savoirs effectivement enseignés dans les classes (cf. figure 1 extraite de (Bosch & Gascon, 2006), des notions écologiques comme celle de niche, d'habitat, de chaîne trophique y sont essentielles.

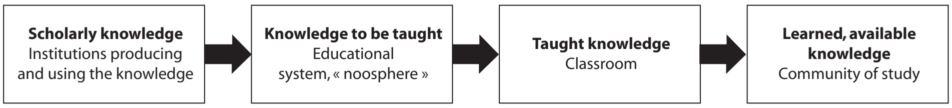

Figure 1 — The didactic transposition process

Elles conduisent à voir dans chaque évolution curriculaire une perturbation écologique qui bouleverse des équilibres établis et dépendant d'une diversité de facteurs, une perturbation dont les effets sont largement imprévisibles. Les travaux menés montrent en effet par exemple comment des modifications apparemment mineures peuvent casser des chaînes trophiques existantes et rendre de ce fait difficile des apprentissages que les modifications intervenues ne semblaient a priori guère devoir influencer. Ils nous conduisent en particulier à ne pas sous-estimer le fait que le temps officiel de l'enseignement n'est pas celui de l'apprentissage et que les systèmes didactiques doivent trouver les moyens de faire vivre et évoluer les rapports aux objets mathématiques au-delà de la période où ils sont au centre de l'enseignement. L'enseignement d'un objet nouveau est ainsi toujours l'occasion de retravailler les rapports à maints objets anciens et sa zone d'influence sur les apprentissages est une zone aux contours flous, délicate à cerner.

L'extension de cette approche dans le cadre de la TAD a élargi la problématisation au-delà de celle des savoirs enseignés et fourni de nouveaux outils conceptuels pour approcher les changements curriculaires. Dans la TAD, l'approche anthropologique conduit à approcher le didactique en y voyant un champ particulier de pratiques humaines qui, à l'instar des autres pratiques humaines, peut se modéliser efficacement en termes de praxéologies. A son niveau le plus élémentaire, une praxéologie (dite ponctuelle) s'organise autour d'un type de tâche T, d'une technique ou manière de traiter cette tâche, d'une technologie qui est définie comme un discours permettant de rendre intelligible et justifier cette technique, voire de la produire, cette technologie étant elle-même à son tour justifiable et explicable à un niveau supérieur par un discours qualifié de théorique :

> « La Théorie Anthropologique du Didactique considère que, *en dernière instance*, toute activité humaine consiste à *accomplir une tâche* t d'un certain *type T*, *au moyen* d'une certaine *technique* τ, *justifiée* par une *technologie* θ qui permet en même temps de la *penser*, voire de la produire, et qui, à son tour, est *justifiable* par une *théorie* Θ. En bref, toute activité humaine *met en œuvre* une organisation qu'on peut noter $[T/\tau/\theta/\Theta]$ et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique*. » (Chevallard, 2002, p.3)

Le mot praxéologie souligne la structure duale de cet objet constitué à la fois d'une *praxis* et d'un *logos*. Type de tâche et technique constituent le bloc pratique de la praxéologie tandis que technologie et théorie en constituent le bloc théorique. Les praxéologies ponctuelles ainsi définies constituent l'unité de base de la modélisation praxéologique des organisations mathématiques. Mais, dans une institution donnée, les organisations mathématiques ponctuelles ne vivent pas de façon isolée ; elles sont insérées dans des structures, comme le souligne Chevallard :

> « La mise en place d'une organisation mathématique *ponctuelle* $[T/\tau/\theta/\Theta]$ ne se rencontre par exemple qu'exceptionnellement dans les cours d'étude réels. […] Pour le professeur, déjà, l'unité de compte — non bien sûr l'unité *minimale* — est plus vaste : c'est autour d'une technologie θ, qui prend alors le statut de *thème d'études*, que se regroupe pour lui un ensemble de type de tâches T_i ($i \in I$) à chacun desquels, selon la tradition en vigueur dans le cours d'études, la technologie θ permettra d'associer une technique τ_i. L'organisation mathématique que le professeur vise à mettre en place dans la classe n'a plus alors la structure atomique qu'exhibe la formule $[T/\tau/\theta/\Theta]$: c'est un amalgame de telles organisations ponctuelles que l'on notera $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{i \in I}$ et que l'on appelle organisation (mathématique) *locale*. » (ibidem, p.42)

La structuration ne s'arrête pas là au niveau du curriculum. Des organisations mathématiques *locales* partageant une même théorie sont regroupées en organisations mathématiques *régionales* correspondant à des *secteurs d'études*, et ces dernières regroupées elles-mêmes en organisations mathématiques *globales* correspondant à des *domaines d'études*. L'Analyse est aujourd'hui en France, au lycée, un de ces domaines. Ces structures sont dynamiques chronologiquement et diachroniquement. Des travaux comme ceux de Bosch & al.(2004) ou Najar (2010) plus récemment par exemple ont bien montré comment la transition secondaire-supérieur en Espagne (respectivement en Tunisie) s'accompagnait de ruptures dans ces structurations, avec par exemple le passage brutal d'un enseignement piloté par des organisations mathématiques locales, rigides et incomplètes, et le bloc pratique des praxéologies associées, à un monde piloté par des organisations mathématiques régionales et le bloc théorique des praxéologies associées.

Récemment, Castela dans sa recherche sur les besoins ignorés d'apprentissage (Castela, 2008) a éprouvé le besoin de compléter cette théorisation. S'intéressant tout particulièrement aux connaissances nécessaires à la résolution de problèmes, elle a été conduite à ajouter une composante pratique au discours technologique qui :

> « exprime et capitalise la science de la communauté des praticiens confrontés dans les mêmes conditions matérielles et institutionnelles aux tâches du type T et en favorise la diffusion au sein du groupe. » (p.143).

Comme elle l'explique dans (Castela, 2011), cette composante pratique englobe des savoirs qui ont des fonctions multiples car ils servent non seulement à valider la technique et à l'expliquer, mais aussi à la décrire et à en faciliter l'usage, où à en motiver les gestes et enfin à évaluer son efficacité et son ergonomie.

Elle a également introduit la notion d'organisation mathématique *ponctuelle complexe*, regroupant autour d'un même type de tâches un ensemble de praxéologies ponctuelles qui se différencient nécessairement par leurs techniques et leur technologie pratique tout en partageant ou non les mêmes références théoriques. Elle montre que la progression de l'enseignement conduit normalement à de telles organisations et, corrélativement, au passage, pour l'élève en situation de résolution de problème, de situations où une praxéologie particulière est plus ou moins explicitement convoquée par le problème tel qu'il est posé à des situations où c'est à lui d'identifier de tels complexes et la ou les praxéologies les plus adaptées à la résolution de la tâche en leur sein. La composante pratique des praxéologies joue dans ce cas un rôle essentiel. Castela montre la faible sensibilité de l'enseignement aux apprentissages associés et comment ceci contribue à convertir des différences d'origine sociale en hiérarchie scolaire, tous les élèves ne disposant pas de ressources analogues pour pallier les effets de cette faible sensibilité. Ces considérations peuvent sembler nous éloigner du sujet précis de cet article mais c'est seulement une apparence. En fait, on peut voir dans ces constructions théoriques des moyens élaborés pour mettre la puissance de la TAD au service de questions que nous évoquions plus haut : la nécessité pour une organisation curriculaire de permettre l'évolution du rapport aux objets mathématiques au-delà du moment où ils constituent les nouveautés de l'enseignement.

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, les éléments théoriques fournis par la TAD ne se limitent pas à cette modélisation praxéologique et à ses raffinements successifs. Dans l'analyse que nous allons développer dans la suite de cet article, *la hiérarchie des niveaux de co-détermination* est un des outils conceptuels que nous allons utiliser. Cette hiérarchie est composée de huit niveaux et selon Chevallard :

> « Chaque niveau impose, à un moment donné de la vie du système éducatif, un ensemble de contraintes et de points d'appui : l'écologie qui en résulte est déterminée à la fois par ce que les contraintes interdisent ou poussent de l'avant, et par l'exploitation que feront les acteurs des points d'appui que les différents niveaux leur offrent. » (Chevallard, 2002, p. 49)

Les niveaux inférieurs : sujet — thème — secteur — domaine sont, comme le montrait une citation précédente, étroitement reliés aux différents niveaux de l'organisation disciplinaires et la dernière strate en est, naturellement, celle de la discipline, pour nous ici les mathématiques. Mais les contraintes et appuis qui conditionnent les évolutions curriculaires en mathématiques ne se limitent pas à ces niveaux, d'où l'introduction des niveaux supérieurs : *pédagogie — école — société*, auquel sera ensuite rajouté un dernier niveau : *civilisation*. On aboutit ainsi à la hiérarchie suivante (colonne de gauche du tableau 1) que nous accompagnons d'exemples en nous limitant pour les niveaux inférieurs au thème de cet article (colonne de droite) :

9. Civilisation	Héritages et caractéristiques culturelles qui transcendent une société donnée
8. Société	Fonctions attribuées à l'Ecole et aux différentes disciplines enseignées par la société, rapports entre éducation formelle et informelle…
7. Ecole	Organisation curriculaire au sens large, systèmes de formation des enseignants…
6. Pédagogie	Visions de l'apprentissage (ex. socio-constructiviste) et du rôle de l'enseignant…
5. Discipline	Mathématiques, Sciences physiques et chimiques, Sciences de la vie et de la terre….
4. Domaine	Analyse, Algèbre…
3. Secteur	Dérivation, Intégration…
2. Thème	Opération sur les dérivées, Fonctions exponentielles…
1. Sujet	Dérivée d'un produit de fonctions, Sens de variation des fonctions exponentielles…

Tableau 1 — La hiérarchie des niveaux de co-détermination

Chevallard insiste par ailleurs sur le fait qu'à chaque niveau apparaissent des acteurs différents, s'instaurent de nouveaux rapports de pouvoir, de nouvelles règles de légitimité, et que l'enseignant, sauf s'il appartient par ailleurs aux instances *noosphériennes*, tend à voir (au moins en France) sa légitimité et responsabilité en tant qu'acteur confinée à ce qui relève des niveaux les plus bas, ceux des sujets et thèmes, ce qui bien sûr conditionne en retour sa vision curriculaire.

Cette hiérarchie nous semble particulièrement utile. Toute évolution curriculaire s'inscrit en effet dans une histoire, une culture. Elle hérite toujours d'une tradition mais elle cherche, sauf s'il s'agit d'un simple ajustement, au moins partiellement à rompre avec cette tradition. Elle introduit des changements qui touchent généralement plusieurs niveaux de l'échelle de co-détermination mais aussi résonnent, où qu'ils soient principalement situés, à divers autres niveaux et ne peuvent s'affranchir des contraintes qui en résultent. Comprendre les processus d'évolution curriculaire et leurs effets possibles sur les systèmes didactiques jusqu'au quotidien des classes ne peut donc se concevoir sans prendre en compte ces différents niveaux et leurs interactions. Jusqu'ici nous avons personnellement utilisé cette hiérarchie dans une perspective didactique comparatiste (Artigue & Winslow, 2010) mais les résultats obtenus dans ces premières exploitations nous ont conduite à penser qu'elle pouvait utilement guider l'étude envisagée dans cet article et nous aider dans l'identification de phénomènes et leur interprétation.

Après cette présentation synthétique des outils théoriques qui guident notre travail, nous en venons au domaine qui constitue notre cas d'étude : le domaine de l'Analyse. Nous appuyant sur divers travaux antérieurs, nous distinguerons six périodes dans l'évolution curriculaire concernant l'enseignement de ce domaine au lycée depuis le début du XXème siècle, puis nous évoquerons plus brièvement les évolutions actuellement en cours qui ouvrent sur une nouvelle période aux contours encore très flous. Vu les limites d'espace, nous nous centrerons par ailleurs sur l'enseignement dans les filières scientifiques du lycée général.

III. Evolutions curriculaires et enseignement de l'analyse au lycée en France

III.1. La réforme de 1902 : la généralisation du calcul différentiel et intégral (CDI) dans l'enseignement secondaire

C'est en effet avec la réforme de 1902 que l'enseignement du CDI se généralise en France au niveau secondaire. Les raisons d'être de cette réforme se situent aux plus hauts niveaux de la hiérarchie des niveaux de codétermination. Comme expliqué dans (Belhoste, 1996) :

> « La crise que traverse l'enseignement secondaire autour de 1900, qui aboutit à la réforme de 1902, mêle de manière extrêmement complexe des aspects économiques, sociaux, institutionnels et politiques. […] Le problème, au fond, consiste à définir une culture de référence pour les classes dirigeantes à un moment où tend à s'effacer l'ancien clivage entre bourgeoisie économique, en ascension, et notabilité, sur le déclin, et où, parallèlement, les sciences et leurs applications pénètrent de plus en plus tous les secteurs, de la vie économique, sociale et culturelle. » (p. 30)

Cette situation n'est pas propre à la France. On peut notamment y voir un effet de la révolution industrielle (niveau 9). Mais les réponses apportées dépendent du contexte (niveau 8). En France, il s'agira, pour les porteurs de cette réforme, de fonder des humanités scientifiques à égalité de statut avec les humanités littéraires qui, traditionnellement, assuraient la formation des élites de la nation. Ces humanités scientifiques, dont la conception est inspirée par le positivisme d'Auguste Comte alors dominant, doivent être un enseignement des réalités, fondé d'abord sur l'observation et l'expérimentation. L'abstraction empirique à partir de cette réalité doit être organisée de façon progressive (niveau 6). Ceci vaut aussi pour les mathématiques qui, tout en étant une science déductive, doivent rester au contact des autres sciences et leur être utile. Structurellement (niveau 7), au niveau du lycée qui nous intéresse ici, il y a création de quatre sections dont deux scientifiques, la section C, latin-sciences, et la section D, langues vivantes-sciences. Sont ainsi réunis et mis sur un même pied d'égalité les anciens enseignements classique et moderne. Le CDI avait déjà trouvé un habitat dans l'enseignement moderne ; avec la réforme, ceci se généralise à tout l'enseignement secondaire. Il est le support du développement d'une pensée fonctionnelle qui doit imprégner l'enseignement scientifique au-delà même des seules mathématiques (niveau 5).

Il est important de signaler que, dans cette réforme, le CDI n'a pas encore le statut de domaine à part entière : il est assujetti à l'algèbre et constitue un secteur de ce domaine. Au programme de la première classe du lycée dans les séries scientifiques (la seconde), on trouve ainsi dans le chapitre algèbre : « Notion de dérivée : signification géométrique de la dérivée. Le sens de variation est indiqué par le signe de la dérivée ; application à des exemples très simples. », et en classe de terminale (troisième et dernière année) :

> « Notion de la dérivée. Signification géométrique (coefficient angulaire de la tangente) et cinématique (vitesse dans le mouvement rectiligne) de la dérivée ; le sens de variation d'une fonction est indiqué par le signe de la dérivée. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient, de la racine carrée d'une fonction, de $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$. Application à l'étude de la variation, à la recherche de maximums ou de minimums de quelques fonctions simples, en particulier des fractions de la forme $ax^2+bx+c/a'x^2+b'x+c'$, x^3+px+q où les coefficients ont des valeurs numériques. Dérivée de l'aire d'une courbe considérée comme fonction de l'abscisse (on admettra la notion d'aire). »

Un exemple de sujet de baccalauréat (Bioche, 1914) nous servira à donner une idée des types de tâches associés à cet enseignement du CDI :

> « On considère le solide formé par un cône SAA′ et un cylindre ABB′A′ ayant la même longueur de génératrice : SA = AB = a. Soit x la hauteur SH du solide.
>
> 1) Exprimer le volume V du solide au moyen de a et x.
>
> 2) Trouver pour quelles valeurs de x le volume V est maximum. Calculer ce maximum en hectolitres dans le cas où a = 1m.
>
> 3) Construire la courbe représentative de la fonction $y = 3\mathrm{V}/\pi \mathrm{a}^3$ en représentant par a l'unité de longueur graphique.
>
> 4) Calculer l'aire comprise entre la courbe et la corde joignant le point d'abscisse 1 et d'abscisse 2.

> 5) Déduire de la considération de la courbe combien il y a de valeurs de x pour lesquelles y prend une valeur donnée. Calculer les valeurs de x qui correspondent à $y = 3$. » (p. 287–288)

La réforme de 1902 se heurte à une forte résistance du camp classique très influent, ce qui aboutira au principe de l'égalité scientifique après la première guerre mondiale. Selon ce principe, tous les élèves de l'enseignement secondaire doivent avoir le même enseignement scientifique jusqu'à la dernière année du lycée, ceci conduisant à la suppression des classes à option scientifique en seconde et première. Ce système durera jusqu'à la fin des années 30. L'introduction du CDI ne sera cependant pas remise en question. Elle est vécue comme un succès comme l'attestent de nombreux textes et rapports publiés (Artigue, 1996). Ceci n'est pas un phénomène isolé. L'étude internationale lancée sur ce thème par la CIEM en 1911, dont le rapport (Beke, 1914) est publié en 1914 par la revue *l'Enseignement Mathématique*, le montre à l'évidence, tout en nous aidant à comprendre les ressorts de ce succès. Ces ressorts sont multiples. Tout d'abord, l'entrée du CDI est une entrée modeste dans un enseignement où la géométrie règne en maître. Il ne fait pas l'objet d'une rubrique séparée dans les programmes, étant intégré au domaine de l'algèbre, et, par exemple, dans le programme de terminale scientifique, cette partie n'occupe qu'une page sur les huit que compte le programme de mathématiques. La niche occupée dans cet habitat est celle du calcul de grandeurs et de l'étude des variations de fonctions liées à des contextes géométriques, cinématiques ou mécaniques, ce qu'illustre le sujet de baccalauréat donné en exemple par l'inspecteur général Bioche dans le rapport Beke, cité ci-dessus. Pour les types de tâches associés qui ne sont que partiellement nouveaux et débordent le seul champ des mathématiques dont l'enseignement inclut à l'époque, rappelons-le, mécanique, cinématique et astronomie, le CDI fournit des techniques unifiées et bien plus satisfaisantes que celles ad hoc et de portée limitée antérieurement disponibles. L'intérêt de son introduction est d'ailleurs salué également par les physiciens. C'est donc un enseignement qui, sans déstabiliser l'organisation curriculaire, apporte un progrès évident. En conformité avec l'esprit positiviste qui sous-tend la réforme, priorité est donnée au CDI comme outil (Douady, 1986), les ambitions théoriques sont clairement limitées et cette limitation est soutenue et légitimée par les mathématiciens influents de l'époque comme par exemple Henri Poincaré. Ces derniers d'ailleurs produisent des ressources pour les enseignants, allant au-delà des seuls manuels du secondaire. Des ouvrages comme ceux des frères Tannery, de Bourlet ont un retentissement international. Cet enseignement de plus, et ceci ne saurait être négligé, s'adresse à une petite élite, côté élèves : moins de 10% d'une classe d'âge, et il est assuré également par l'élite des professeurs, majoritairement ceux titulaires de l'agrégation. La situation sera différente pour la plupart des réformes ultérieures.

III.2. Le tournant du milieu du siècle : un contexte et des ambitions nouvelles

Après la seconde guerre mondiale, des changements importants interviennent. Certains affectent globalement l'Ecole comme la croissance des effectifs de l'enseignement secondaire en particulier due à celle du nombre d'élèves des sections modernes (sans latin) qui proviennent des structures héritées de l'ordre d'éducation primaire et traduisent la démocratisation de l'accès au secondaire (niveaux 7 et 8). Ces changements s'accompagnent de changements structurels comme la création des cours complémentaires puis des CEG (les collèges d'enseignement général) et enfin des CES en 1963 dont les élèves vont nourrir ensuite les sections modernes de lycée. A ceci s'ajoute au niveau de la société le besoin de plus en plus ressenti de former davantage de scientifiques pour pouvoir assurer le développement scientifique et économique du pays, tandis que s'amorce une croissance rapide et une rénovation de l'enseignement supérieur. Comme le souligne Belhoste, du fait de ces changements, le prestige des humanités classiques décline peu à peu au cours des années 50 et va s'effondrer brutalement dans les années 60, tandis qu'à l'inverse l'enseignement scientifique est de plus en plus valorisé, et en particulier l'enseignement des mathématiques. Les mathématiques elles-mêmes évoluent et l'enseignement universitaire prend la mesure de ces évolutions. La volonté de réformer le cours de calcul différentiel et intégral à la base de l'épreuve de mathématiques générales de l'agrégation a été à l'origine du mouvement Bourbaki dès la fin des années 30. En 1958, les programmes de mathématiques du certificat de premier cycle de l'université et des classes préparatoires aux grandes écoles sont modernisés. Ces réformes « descendantes » vont atteindre le lycée où l'évolution curriculaire s'amorce en douceur avec la réforme du début des années soixante et se confirme en 1965 lorsque les filières sont réorganisées (les filières scientifiques devenant les filières C et T en seconde, C, D et T en première et terminale), avant de se radicaliser et prendre des dimensions nouvelles avec la réforme des mathématiques modernes. Ces évolutions vont affecter l'enseignement du CDI. Il ne s'agit plus seulement de mettre en place un calcul fonctionnel algébrique efficace, il s'agit d'approcher le champ de l'Analyse. C'est en seconde en 1960, symptomatiquement, dans les sections scientifiques, que le terme Analyse apparaît pour la première fois. C'est dans le libellé : « Algèbre et notions d'analyse » de la partie du programme qui comporte deux sous-rubriques : les nombres et le calcul algébrique d'une part, les fonctions d'autre part. Mais ce n'est qu'en première, conformément à la tradition, que l'enseignement de l'Analyse proprement dit commence avec l'introduction des limites et des dérivées. Pour ce qui concerne la notion de limite, il est d'ailleurs précisé qu'« on se bornera à donner les définitions indispensables ainsi que l'énoncé des propriétés ; la démonstration de ces propriétés est en dehors du programme ». En terminale, l'Analyse est incluse dans la partie « Arithmétique, algèbre et notions d'analyse » qui maintenant comporte 9 pages sur les 15 pages du programme.

Sans rentrer dans le détail de ces programmes, il est intéressant de souligner que les commentaires des programmes indiquent pour ce qui concerne la classe de Mathématiques élémentaires en terminale :

> « une spécialisation plus nette étant intervenue, il sera utile de revenir sur les principes, à l'occasion de quelque théorie, dont l'étude, entièrement reprise, permettra de montrer l'importance et l'intérêt de certaines exigences logiques».

Et effectivement, l'on trouve au programme de cette classe notions ensemblistes et éléments de logique, ainsi que l'introduction des structures algébriques : groupes, anneaux et corps. En analyse, cette ambition de théorisation s'exprime par la demande faite de proposer à partir d'exemples un mode de construction des nombres réels, une définition générale de la notion de fonction dans le cadre ensembliste, l'adoption de l'organisation classique : limites, continuité, dérivées, primitives, la notion de limite étant définie à la fois dans le cas des fonctions et des suites, de façon formelle, et des théorèmes admis allant jusqu'au théorème de Rolle et des accroissements finis. Enfin, pour la première fois aussi, exponentielles et logarithmes sont définis comme des fonctions et de même les fonctions trigonométriques remplacent l'ancienne trigonométrie.

Il s'agit là d'évolutions substantielles mais elles se produisent dans un contexte qui reste très marqué par la culture traditionnelle du CDI. Elles ne sont pas vécues comme le changement de paradigme qu'elles amorcent. De ce poids de la culture ancienne, témoignent aussi les manuels de l'époque qui montrent à l'œuvre, selon les auteurs, divers compromis entre l'ancien et le nouveau, et les épreuves de baccalauréat qui, elles, ne montrent pas d'évolution très importante au niveau des praxéologies évaluées. Si la mémoire collective semble avoir quasiment oublié cette évolution curriculaire, il y a donc des raisons objectives.

III.3. La réforme des mathématiques modernes

La réforme des mathématiques modernes, au début des années 70, par son radicalisme, crée, elle, la véritable rupture. Comme celle de 1902, elle s'inscrit dans une volonté globale de modernisation des enseignements scientifiques jugés déphasés par rapport à l'évolution scientifique, et ne répondant pas aux besoins économiques et sociaux, et ses déterminants font donc intervenir les plus hauts niveaux de la hiérarchie de co-détermination. La pensée dominante est à cette époque la pensée structuraliste. Comme le souligne Jean-Pierre Kahane (1996, p.291) :

> « L'ambition de toutes les sciences était la simplicité totalisante, la découverte des structures fondamentales […] La mathématique et ses structures apparaissent dans leur simplicité trompeuse, comme le trousseau de clef universel capable d'ouvrir toutes les portes du savoir.»

Cette vision structuraliste s'étend bien au-delà du seul champ des sciences dites dures et, dans le champ des sciences humaines, elle est à l'œuvre notamment en linguistique, en anthropologie et dans la vision du développement cognitif portée par l'épistémologie génétique Piagétienne.

L'Analyse n'est pas une priorité de cette réforme et peu de place lui est accordée dans les commentaires des nouveaux programmes, mais elle est inévitablement affectée par la vision de la discipline que porte la réforme, en particulier par les exigences de rigueur, de formalisation, l'importance accordée aux questions de fondements. Enfin détachée de l'algèbre, l'Analyse devient néanmoins avec cette réforme un domaine complètement autonome. Les nouveautés en termes de contenu concernent d'une part la définition de la dérivée comme application linéaire tangente, d'autre part l'introduction de l'intégrale à travers la notion d'intégrale de Riemann. Concernant la dérivée, les instructions précisent : « Cette nouvelle présentation de la dérivée simplifie les calculs, se rapproche de l'usage des physiciens et se prête aisément à des généralisations ultérieures». Les instructions développent par ailleurs pour les enseignants la théorie, nouvelle dans l'enseignement, de l'intégrale de Riemann. Si les évolutions de contenus sont limitées comparées à celles introduites pendant la décennie précédente, il n'en est pas de même pour ce qui concerne les praxéologies. Des types de tâche nouveaux s'imposent concernant des questions théoriques : existence de limites, questions de continuité et de dérivabilité, avec les techniques formelles et les technologies associées. La palette des objets fonctionnels évolue elle aussi avec par exemple la moindre importance accordée aux fractions rationnelles et l'intérêt nouveau motivé par la théorie de l'intégrale de Riemann pour les fonctions en escalier qui apparaissent dès la seconde. Dans la compétition avec l'algèbre et les structures, l'enseignement de l'analyse voit en fait se réduire son habitat. Il est recentré sur les fondements, et les théorèmes de Rolle et des accroissements finis introduits dix ans auparavant disparaissent des programmes.

La réforme des mathématiques modernes sera, on le sait, vivement attaquée mais, comme conduit à le penser ce qui précède, les attaques les plus virulentes ne viseront pas l'enseignement de l'analyse, ni d'ailleurs globalement l'enseignement du lycée. Cet enseignement s'adresse en effet toujours à une petite proportion de la classe d'âge et la séparation entre filières, dès le début du lycée, favorise la viabilité des ambitions théoriques de la filière C, conçue par ailleurs comme filière d'excellence.

III.4. La réaction des années 80 ou l'Analyse triomphante

Les désillusions engendrées par la réforme des mathématiques modernes vont conduire rapidement à de nouvelles évolutions curriculaires. Pour le lycée, c'est dès 1982 que sont publiés de nouveaux programmes. Il n'y a pas à cette époque, comme cela avait été le cas pour les réformes précédentes de changement dans la structure de l'Ecole, la réforme concerne essentiellement les programmes mais des changements de contexte méritent d'être signalés. Jusqu'ici les réformes ont été le fait d'instances ministérielles et de commissions, comme la commission Lichnerowicz pour la réforme des mathématiques modernes. A la suite de mai 1968, une autre institution s'est mise en place, celle des IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques), instituts universitaires où collaborent notamment des mathématiciens universitaires, des enseignants du secondaire et où se développe la recherche didactique. Des commissions nationales permettent la coordination des activités et des échanges et deux d'entre elles sont particulièrement importantes pour le thème de cet article : la commission « Histoire et épistémologie », et la commission « Analyse ». Les IREM, entités de la noosphère, qui ont été chargés de la formation continue des enseignants de mathématiques (qualifiée au début de recyclage) et sont en contact étroit à la fois avec le monde de la recherche et le terrain, vont jouer un rôle essentiel dans la réaction. Comme nous le soulignions dans (Artigue, 1996, p. 210) :

> « Elle [La réforme] s'appuie sur une conception des mathématiques qui a, une fois de plus changé : l'accent n'est plus mis sur les mathématiques

> comme univers de structures, comme langage universel de la science, mais sur des mathématiques résultant d'une activité humaine, située à la fois dans le temps et dans l'espace. La finalité de ces mathématiques est la résolution de problèmes, problèmes suscités par le développement interne de la discipline ou d'autres secteurs scientifiques. »

Cette vision est notamment portée par les IREM et les deux commissions mentionnées ci-dessus. Pour ce qui concerne l'Analyse, les programmes de 1982 sont directement inspirés par les travaux de la commission « Analyse », comme en témoigne leur comparaison avec la brochure publiée en 1981 par cette commission (Commission Inter-IREM Analyse, 1981)[2]. Dans cette brochure, il est reproché à l'enseignement des années 70 d'être un enseignement où les notions de base sont introduites sans être problématisées, ou avec des problématisations inaccessibles aux élèves, de privilégier l'organisation logique sur la motivation par la résolution de problèmes au cœur du champ, d'accorder trop peu de place aux approches quantitatives, d'utiliser trop précocement un langage très formalisé et d'accorder trop d'attention aux cas pathologiques. Les choix faits visent à corriger ces « défauts ». Mais ils ne renoncent pas, au contraire, à l'ambition de faire de cet enseignement un enseignement fondateur du champ de l'Analyse vu comme champ de l'approximation, et ce d'autant plus que les calculatrices scientifiques font à la même époque leur entrée officielle au lycée, accroissant la viabilité écologique des démarches expérimentales préconisées et de l'équilibre souhaité entre approches quantitatives et approches qualitatives de la convergence. De plus, l'effondrement de l'algèbre des structures, la disparition des éléments de théorie des ensembles, qui n'est pas contrebalancée par l'introduction de nouveaux champs, offrent à l'enseignement de l'Analyse un espace où se déployer. Sa part relative, dans les programmes augmente substantiellement. L'analyse est ainsi, en quelque sorte triomphante, face à une géométrie qui cherche à reconstruire ses valeurs. Les praxéologies en sont profondément affectées, comme en témoigne cet extrait des programmes de seconde qui montre comment de nouvelles praxéologies se mettent en place pour soutenir cette vision un an avant que ne commence l'enseignement officiel de l'analyse :

> Exemple d'études au voisinage de zéro : $x \to (1+x)^2$, $x \to 1+x)^3$, $x \to 1/1+x$, $x \to \sqrt{1+x}$
>
> Exemples d'approximation locale par une fonction affine : utilisation de majorations dans le calcul approché des valeurs d'une fonction et le calcul d'erreurs.
>
> On entraînera ici encore les élèves à trouver des conditions suffisantes pour la mise en place de majorations, par exemple : $0 \leq 1/(1+x)-(1+x) \leq 2x^2$ sous la condition suffisante $|x| \leq ½$. »

Sur le plan pédagogique (niveau 6), l'accent est mis sur la nécessité de pratiques d'enseignement donnant plus de place à l'activité mathématique des élèves, l'enseignement de la période des mathématiques modernes étant vu comme un enseignement dominé par l'enseignement. Ceci se traduit par la place importante accordée aux activités introductrices, le cours lui-même intervenant comme synthèse, et par un discours curriculaire imprégné des valeurs du constructivisme.

III.5 Le déclin et la crise

Les programmes d'analyse de 1982 sont ambitieux. Comme c'est souvent le cas, la réflexion épistémologique n'a pas été suffisamment accompagnée d'une réflexion de nature plus didactique et écologique, cherchant à étudier précisément les coûts, les conditions de viabilité des choix effectués (Artigue, 1993). L'opposition entre apprentissage de concepts et apprentissage de techniques qui se développe dans l'enseignement, dans le cadre d'un constructivisme mal compris, n'aide d'ailleurs pas à poser correctement les problèmes, et en particulier à s'interroger sur le coût réel de l'opérationnalisation souhaitée des techniques d'approximation. Un premier ajustement est effectué en 1985. La définition formelle de la notion de limite avait subsisté en 1982 mais dans le seul cas de la limite en 0 et accompagnée du commentaire : « on évitera l'emploi systématique de cette formulation au niveau du cours comme à celui des exercices » pour réduire drastiquement les praxéologies qui lui étaient associées. Ainsi privée de son environnement praxéologique, elle disparaît en 1985. Simultanément, les exemples simples sur lesquels la réforme de 1982 a mis l'accent (cf. encadré ci-dessus) prennent un nouveau statut, en devenant les « suites et fonctions de référence ». C'est à travers la comparaison à ces objets dont les limites sont admises sur la base d'explorations menées avec l'aide de calculatrices que les limites des autres suites et fonctions sont introduites dans le paragraphe modestement intitulé « Langage des limites » :

> « Lorsque l'on a établi que, pour h assez petit : $|g(h)-L|<|h|^n$, où n est un entier positif, on dit que g admet L pour limite en 0. »

Par ailleurs, pour forcer l'usage des techniques d'encadrement et de majoration au cœur de l'analyse vue comme champ de l'approximation, l'enseignement de l'algèbre des limites est reporté d'un an. Nous avons analysé de façon détaillée dans (Artigue, 1993) l'écologie difficile de ces choix et les détournements praxéologiques qui en résultent. En particulier nous avons montré la discontinuité existant entre une logique d'utilisation des fonctions de référence comme outil exploratoire permettant de reconnaître et caractériser des types de comportement en s'appuyant sur l'usage de calculatrices, et la logique d'une utilisation de ces mêmes fonctions comme instrument de preuve via les techniques de majoration et de minoration. Nous avons aussi montré comment le fait de vouloir systématiquement majorer (ou minorer) par de telles fonctions complexifie un travail de majoration (ou minoration) déjà délicat lorsque l'on ne s'impose pas cette contrainte. Dès 1990, un réaménagement conduit à accorder une place plus raisonnable aux fonctions de référence et à ne plus décaler d'un an l'introduction des résultats sur l'algèbre des limites par rapport à l'introduction de cette notion qui se fait de façon intuitive sur la base d'explorations numériques et graphiques, sans définition précise. Mais des changements curriculaires intervenant à des niveaux supérieurs de détermination vont très vite renforcer les déséquilibres. La volonté affichée par le gouvernement en 1986 de conduire 80%

d'une classe d'âge au niveau du baccalauréat et l'évolution démographique provoquent un accroissement des effectifs lycéens qui se traduira par une croissance spectaculaire du nombre de bacheliers entre 1985 et 1995 (Arnoux, Duverney & Holton, 2009). A ce phénomène de massification s'ajoute aux débuts des années 90 la volonté du Ministre de l'Education de rompre avec la suprématie des mathématiques et de rééquilibrer les filières scientifiques. Les filières C et D disparaissent. Après la classe de seconde de détermination, une série scientifique unique est créée en 1992, la série S offrant trois possibilités de spécialisation différentes : mathématiques, sciences physiques et SVT (sciences de la vie et de la terre) en terminale. Les horaires sont eux aussi réduits. Des ajustements/allègements des programmes sont à nouveaux nécessaires et des chaînes trophiques malmenées. La philosophie générale des programmes est, au niveau des déclarations préliminaires, inchangée mais les ambitions affichées sont de plus en plus incompatibles avec les moyens et les conditions de l'enseignement réel. L'insatisfaction s'installe. Il est reproché à l'enseignement de l'Analyse de se cantonner à l'apprentissage de techniques avec, en ligne de mire, le problème d'analyse qui traditionnellement constitue, accompagné de deux exercices, le sujet du baccalauréat, un problème stéréotypé et de plus en plus guidé. C'est dans ce climat que se met en place la réforme du lycée de 2000.

III.6. La réforme du lycée de 2000

Cette réforme est pilotée par le CNP (le conseil national des programmes) créé en 1989 et elle s'inscrit dans la structure du lycée mise en place en 1992. Un groupe d'experts comprenant des universitaires, des enseignants du secondaire et des institutionnels est chargé de préparer les programmes sur la base d'un cahier de charges établi par le CNP. Il ne s'agit pas d'une révolution curriculaire ; la vision des mathématiques, la vision socio-constructiviste de l'apprentissage qui présidaient déjà aux réformes des années 80 ne sont pas remises en question. Mais des changements substantiels vont néanmoins intervenir et la présence de nouveaux acteurs au sein du CNP venant de la société civile et ayant un autre regard sur l'école n'y est pas étrangère. Le CNP souhaite que l'enseignement soit en prise sur l'actualité du monde et des savoirs universitaires, il souhaite plus de cohérence au fil des années pour une discipline donnée, mais aussi entre disciplines et le développement de l'interdisciplinarité. Au lycée, ceci va conduire à la mise en place des TPE (travaux personnels encadrés) en première. Préparés par de petits groupes d'élèves sur 6 mois à raison de 2h hebdomadaires, les TPE mettent nécessairement en jeu au moins deux disciplines et sont encadrés par des professeurs de ces disciplines. Il s'agit d'un travail de projet dont les groupes choisissent eux-mêmes le thème précis dans le cadre de thèmes nationaux assez larges. Pour les élèves de la série S, il est attendu que les TPE les aident à mieux comprendre le rôle que jouent les sciences dans l'évolution de nos sociétés et mieux percevoir comment leur éducation scientifique peut les aider à se saisir des questions soulevées par cette évolution. Une des disciplines concernées au moins doit donc être scientifique. Le CNP souhaite également qu'en mathématiques soit renforcée la place des statistiques et des probabilités, vu leur importance scientifique et sociale. C'est d'ailleurs une universitaire statisticienne qui est choisie pour piloter le groupe d'experts.

Ceci se traduira par une initiation à la statistique dès la classe de seconde, au-delà des seules statistiques descriptives jusque là enseignées, la statistique devenant un des trois domaines clefs, et également par l'introduction de la notion de variable aléatoire et de lois de probabilités continues en série S. L'accent est aussi mis plus fortement sur l'usage nécessaire des logiciels (logiciels de géométrie dynamique et tableurs notamment) au-delà des seules calculatrices pour développer une démarche expérimentale en mathématiques, et l'usage critique de l'Internet notamment dans la préparation des TPE.

Le programme de la série S débute par un schéma qui en illustre la philosophie : « prendre en compte la diversité des mathématiques actuelles, rappeler les éléments fondamentaux propres à toute démarche mathématique et, de ce fait, incontournables dans tout projet de formation mathématique » (BO, 2000, p. 25) :

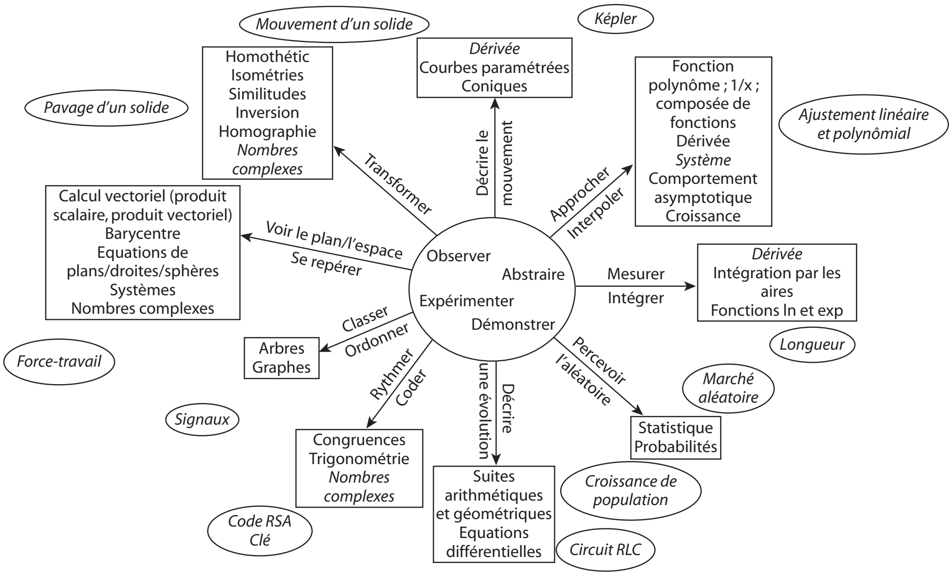

Figure 2

Ces évolutions globales concernant le niveau de la discipline affectent aussi plus directement l'enseignement de l'analyse. Elles conduisent dans les nouveaux programmes à introduire les fonctions exponentielles non plus comme fonctions inverses des fonctions logarithmes mais comme solutions d'équations différentielles de la forme $y' = ky$. Le document d'accompagnement des programmes (CNDP, 2002) appuie cette introduction par un texte résultant d'un travail conjoint des groupes d'experts de mathématiques, de sciences physiques et de SVT sur la radioactivité. Il est proposé d'expérimenter la désintégration radioactive dans le cas du Radon en sciences physiques, de prendre en charge en mathématiques à la fois la résolution de l'équation différentielle mais aussi l'établissement de cette équation macroscopique à partir du modèle microscopique probabiliste de la désintégration (modèle de « mort sans vieillissement »), et enfin d'exploiter ces résultats pour la datation en SVT. L'utilisation de la méthode d'Euler pour approcher expérimentalement la notion de primitive introduite en première S, en s'appuyant sur l'utilisation du tableur, doit permettre en terminale de faire sentir expérimentalement l'existence et l'unicité de la solution de l'équation différentielle pour des conditions initiales données.

Au-delà des effets de cette volonté de rompre l'isolement disciplinaire qui transcende les disciplines, et est visible, au-delà de l'exemple ci-dessus, dans les exemples de problèmes présentés dans les documents d'accompagnement (cf. par exemple la modélisation de la forme du jet d'eau coulant d'un robinet), on note aussi dans ces programmes un souci de refonder plus solidement l'enseignement de l'analyse. En première S, c'est toujours la notion de dérivée qui est l'objet essentiel, et le programme indique que puisque l'on se limite à des fonctions régulières, on en reste pour son introduction à une vision intuitive de la limite. Mais les programmes de première S précisent aussi :

> « Par contre, un travail plus approfondi est proposé sur la notion de limite d'une suite, plus facile à aborder que celle de limite d'une fonction en un point : l'objectif est ambitieux, il convient cependant de rester raisonnable dans sa mise en œuvre et de privilégier les raisonnements à support graphique » (p. 32).

Des démonstrations sont attendues comme celles de l'unicité de la limite, mais comme précisé ci-dessus en se servant de raisonnements à supports graphiques. Deux limites distinctes étant supposées, on construit des bandes horizontales disjointes qui les séparent et on montre la contradiction avec la définition donnée de la limite qui exprime que toute bande horizontale autour de la limite contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang. Des exemples d'usage de cette technologie graphique, nouvelle, sont présentés et commentés dans le document d'accompagnement (CNDP, 2002). En terminale S, la propriété de convergence des suites adjacentes est présentée comme un moyen de travailler sur la structure topologique de l'ensemble de réels et approcher la complétude, comme le précise le document d'accompagnement :

> « La construction de l'ensemble des nombres réels est hors programme ; mais le choix fait (partir, comme si c'était un axiome, de la propriété des suites adjacentes) permet d'établir avec cohérence et rigueur les propriétés caractéristiques de la droite réelle. »

Il est conseillé de l'exploiter pour montrer la validité de la méthode de dichotomie, en déduire la convergence des suites croissantes majorées (respectivement décroissantes minorées) et le théorème des valeurs intermédiaires. En revanche, l'inégalité des accroissements finis est supprimée. Il y a là la volonté de rompre avec une praxéologie devenue trop envahissante. En effet, une tâche devenue emblématique des sujets de baccalauréat consistait après avoir montré qu'une équation fonctionnelle avait une racine unique sur un intervalle donné (approche qualitative) à obtenir une approximation de cette racine à une précision donnée (approche quantitative) en introduisant une suite numérique récurrente $u_{n+1} = f(u_n)$ convergeant vers cette racine et en majorant l'écart entre u_n et par une inégalité de la forme : $|u_n - \alpha| < k^n\, |u_0 - \alpha|$ avec $0 < k < 1$. Le coefficient k était obtenu en majorant la valeur absolue de la dérivée f' sur un intervalle approprié et la technologie associée faisait donc intervenir l'inégalité des accroissements finis.

Si l'entrée de la statistique en seconde avant tout enseignement des probabilités soulève de vifs débats, les nouveaux programmes d'analyse sont globalement perçus comme lourds mais intéressants, et même la rupture avec la tradition que constitue la nouvelle introduction conseillée de la fonction exponentielle ne suscite que des oppositions modérées. En revanche, l'interaction souhaitée avec la physique dans cette introduction ne va pas s'installer facilement, tout comme la connexion entre modélisation microscopique et macroscopique jugée trop difficile pour la plupart des élèves. D'autres exemples que la radioactivité dont la modélisation est moins délicate seront souvent envisagés (cf. par exemple Rogalski & al., 2011). Cette évolution des programmes va se traduire au niveau du baccalauréat par l'apparition de nouvelles praxéologies avec par exemple des problèmes organisant l'étude d'évolutions de population conduisant à des modèles différentiels exponentiels ou logistiques, à côté des problèmes classiques d'études de fonctions (cf. Artigue, 2007) pour une analyse détaillée de la perturbation créée par le premier sujet de ce type au baccalauréat de 2003). Le changement de structuration des sujets de baccalauréat (abandon de la structure classique avec un problème d'analyse et deux exercices sur d'autres domaines (arithmétique, nombres complexes, géométrie, probabilités) au profit d'une structuration en quatre ou cinq exercices, l'introduction ensuite de questions dites de restitution organisée des connaissances (ROC) vont contribuer aussi à l'évolution des praxéologies mais l'analyse des sujets de baccalauréat depuis 2003 montre cependant que ces évolutions sont limitées et que le sujet classique d'étude assez peu motivée et très guidée d'une fonction simple comportant logarithmes ou exponentielles comme celui reproduit ci-après reste majoritaire (cf. exemples ci-après). Par ailleurs l'espace d'ouverture apporté par les TPE est très inégalement exploité, les professeurs de mathématiques de par leur formation initiale et leur vécu professionnel rencontrant des difficultés certaines à y trouver leur place.

Extrait de sujet de Baccalauréat 2006 :
Evolution d'une population animale en laboratoire

On effectue une étude sur un échantillon de population dont l'effectif initial est égal à 1000 et, exprimé en milliers d'individus, est approché par une fonction f du temps qui, d'après le modèle choisi est dérivable, strictement positive sur $[0, +\infty[$ et satisfait l'équation différentielle (E) $y' = -y(3 - \ln y)/20$

1. Démontrer que f dérivable, strictement positive sur $[0, +\infty[$, et vérifie pour tout t, $f'(t) = -f(t)(3 - \ln(f(t))/20$ si et seulement si, pour tout t, $g = \ln(f)$ vérifie $g'(t) = g(t)/20 - 3/20$
2. Donner la solution générale de l'équation différentielle (H) $z' = z/20 - 3/20$.
3. En déduite qu'il existe un réel C tel que $f(t) = \exp[3 + C\exp(t/20)]$
4. La condition initiale conduit donc à considérer la fonction f définie par : $f(t) = \exp[3 - 3\exp(t/20)]$

a) Déterminer la limite de la fonction en $+\infty$.
b) Déterminer le sens de variation de f sur $[0,+\infty[$
c) Résoudre dans $[0,+\infty[$ l'inéquation $f(t)<0{,}02$

Au bout de combien d'années, selon ce modèle, la taille de l'échantillon sera-t-elle inférieure à vingt individus ?

Extrait de sujet de baccalauréat S (2007) :
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1,+\infty[$ par : $f(x)=x-\ln(1+x)/(1+x)$

La courbe (C) représentative de f est donnée sur le document annexe 2 que l'on complètera et que l'on rendra avec la copie.

Partie A : Etude de certaines propriétés de la courbe (C)

1. On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle de définition de f : $]-1,+\infty[$.
2. Pour tout x de l'intervalle $]-1,+\infty[$, on pose $N(x)=(1+x)^2-1+\ln(1+x)$
   Vérifier que l'on définit ainsi une fonction strictement croissante sur $]-1,+\infty[$. Calculer $N(0)$. En déduire les variations de f.
3. Soit (D) la droite d'équation $y=x$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la courbe (C) et de la droite (D).

Partie B : Etude d'une suite récurrente définie à partir de la fonction f

1. Démontrer que si x appartient à $[0,4]$, alors $f(x)$ appartient à $[0,4]$
2. On considère la suite (U_n) définie par $U_0=4$ et $U_{n+1}=f(U_n)$ pour tout n de IN.
   a. Sur le graphique de l'annexe 2, en utilisant la courbe (C) et la droite (D), placer les points de (C) d'abscisses U_0, U_1, U_2, U_3.
   b. Démontrer que pour tout n de IN, U_n appartient à $[0,4]$.
   c. Etudier la monotonie de (U_n).
   d. Démontrer que la suite (U_n) est convergente. On désigne par l sa limite.
   e. Utiliser la partie A pour donner la valeur de l.

Une représentation graphique de f, non reproduite ici, est donnée.

Extrait de sujet de Baccalauréat : exercice ROC (2005)

Partie A : Question de cours
On suppose connus les résultats suivants :

(1) Deux suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes lorsque : l'une est croissante, l'autre est décroissante et u_n-v_n tend vers 0 lorsque n tend vers $+\infty$;
(2) Si (u_n) et (v_n) sont deux suites adjacentes telles que (u_n) et croissane et (v_n) est décroissante, alors pour tout n appartenant à IN, on a $u_n \le v_n$;
(3) Toute suite croissante et majorée est convergente ; toute suite décroissante et minorée est convergente.

Démontrer alors la proposition suivante : « Deux suites adjacentes sont convergentes et elles ont la même limite ».

Partie B

On considère une suite (u_n), définie sur IN dont aucun terme n'est nul. On définit alors la suite (v_n) sur IN par $v_n = -2/u_n$.

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fausse et proposer une démonstration pour la réponse indiquée. Dans le cas d'une proposition fausse, la réponse consistera à fournir un contre-exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

(1) Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.
(2) Si (u_n) est minorée par 2, alors (v_n) est minorée par –1.
(3) Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est croissante.
(4) Si (u_n) est divergente, alors (v_n) converge vers 0.

III.7 Les évolutions récentes et réformes en cours

Les changements politiques vont conduire à la suppression du CNP en 2005 et à une reprise du pouvoir curriculaire par le Ministère de l'Education et les corps d'inspection, dans un contexte marqué par la volonté politique de réduire de nombre de fonctionnaires donc en particulier le nombre d'enseignants. Dans le même temps, des sources d'inspiration sont cherchées ailleurs, notamment en Europe, et émerge l'idée d'une structuration du lycée modifiée avec un tronc commun regroupant les élèves pour quelques disciplines fondamentales, une organisation modulaire semestrielle et un système d'options. Vu les réactions, le gouvernement renoncera fin 2008 à faire passer en force cette réforme conçue dans une très grande opacité et avec précipitation mais l'idée d'une différenciation plus progressive des enseignements va se maintenir dans la réforme qui est finalement entrée en vigueur en seconde en 2010-2011 et dont les termes ne sont pas encore tous connus. Le discours qui présente les programmes de seconde montre que la vision mathématique se situe globalement dans la continuité de ce qui précède (BO, 2009) :

> « L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de :
> · Modéliser et s'engager dans une activité de recherche ;
> · Conduire un raisonnement, une démonstration ;
> · Pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ;
> · Faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ;
> · Pratiquer une lecture active de l'information (critique, traitement), en privilégiant les changements de registre (graphique, numérique, algébrique, géométrique) ;
> · Utiliser les outils logiciels (ordinateur ou calculatrice) adaptés à la résolution d'un problème ;
> · Communiquer à l'écrit et à l'oral. »

Et il est également précisé que « dans la mesure du possible, les problèmes posés s'inspirent de situations liées à la vie courante ou à d'autres disciplines». L'interdisciplinarité scientifique est plus directement renforcée par l'introduction d'un module d'exploration optionnel semestriel « Méthodes et pratiques scientifiques » de 1h30 hebdomadaires fonctionnant comme les TPE sur la base de thèmes nationaux et à laquelle les enseignants de mathématiques, sciences physiques et chimiques et SVT doivent en principe collaborer. Une nouveauté de la réforme est par ailleurs les 2h hebdomadaires dédiées à un accompagnement personnalisé des élèves qui doit conjuguer, suivant leurs besoins, soutien, approfondissement, apprentissage de méthodes et de l'autonomie, et aide à l'orientation. L'accompagnement personnalisé persiste en première où les séries, même si elles subsistent, sont moins différenciées. Cette restructuration conduit à une nouvelle réduction du nombre d'heures de mathématiques, notamment en première S. Cette diminution des heures accordées aux disciplines au profit de dispositifs aux contours flous et dont la productivité est loin d'être acquise, au sein des mathématiques elles-mêmes la compétition entre domaines qu'elle génère et qui est renforcée par l'introduction de l'algorithmique, les coupes qui en résultent pour les domaines les plus classiques : la géométrie, les fonctions et l'Analyse, les probabilités et statistiques étant, elles, épargnées, le décalage visible entre l'ambition des discours et la pauvreté des contenus censés nourrir ces ambitions, la précipitation et l'absence de concertation avec laquelle tout ceci se met en place, vont susciter de vives réactions relayées par l'APMEP, les IREM, les sociétés savantes et l'académie des sciences. On voit donc à l'œuvre des contraintes se situant aux plus hauts niveaux de l'échelle de détermination. On peut d'ores et déjà au vu des programmes de seconde et de première, les seuls connus, et des horaires de ces deux classes, anticiper que les effets de ces évolutions curriculaires vont avoir un impact certain sur l'enseignement de l'Analyse, les connaissances et compétences acquises par les élèves dans ce domaine, ainsi que l'autonomie dont ils pourront faire preuve en matière de résolution de problèmes. Mais il est trop tôt pour mesurer jusqu'où ira la dégradation.

Commentaires finals

Nous avons, dans ce texte, approché la question des évolutions curriculaires en nous appuyant sur un contexte précis : celui de l'enseignement de l'Analyse au lycée dans les séries scientifiques générales en France, et sur le cadre théorique fourni par l'approche anthropologique du didactique. Dans cette étude, nous avons essayé de mettre en évidence la diversité des contraintes et conditions qui ont façonné l'écologie de cet enseignement depuis le début du XXème siècle. Ces conditions et contraintes se situent, comme nous l'avons montré, à des niveaux très différents de l'échelle de co-détermination jusqu'aux plus hauts transcendant la société même où cette étude se situe, et dans chaque évolution curriculaire d'importance, ces différents niveaux interagissent entre eux. Mais ces conditions et contraintes obéissent aussi à une autre dynamique, elle, temporelle, et l'on peut suivre aussi leur évolution au fil du XXème siècle. Il est difficile de rendre compte dans l'espace d'un article de la complexité de ces mouvements verticaux et temporels et nous avons du faire de nombreux choix. Nous avons donné la priorité à l'expression d'une vision d'ensemble de ces mouvements, en nous référant prioritairement aux textes officiels, programmes, instructions et documents d'accompagnements qui donnent accès au curriculum visé et à des sujets de baccalauréat nous donnant à voir le curriculum évalué. Même si nous pensons que ce travail contribue à l'intelligibilité des processus en jeu, nous sommes bien consciente qu'il reste très incomplet. Même s'agissant des curriculums visés et évalués, il reste parcellaire. Par ailleurs, il ne nous donne pas accès à ce qu'est la réalité du curriculum implémenté dans les classes. Or les travaux de recherche montrent bien la distance qui généralement existe entre ces différentes instances du curriculum. Et ceux qui se sont intéressés plus directement à la façon dont les professeurs s'appropriaient les réformes curriculaires, (cf. par exemple (Ben Nejma, 2009)) ont par ailleurs bien montré que ce qui vit en général dans une classe donnée est une reconstruction personnelle de l'enseignant qui s'appuie sur différentes strates curriculaires et non seulement sur les prescriptions curriculaires du moment. Mais, inversement, il nous semble difficile de rendre intelligibles ces reconstructions personnelles et d'interroger leur degré de généricité sans avoir mené une étude plus globale comme celle que nous avons mené ici permettant de tisser les liens entre les différents niveaux de co-détermination et les différentes époques. Et pour mener un tel travail, nous espérons avoir montré que le cadre fourni par la TAD est un cadre théorique performant.

Notes

[1] Dans le texte, pour éviter les confusions, le mot « analyse » quand il réfèrera au domaine mathématique sera systématiquement écrit avec un A majuscule.

[2] Le fait qu'un membre fondateur de ces deux commissions soit à l'époque devenu Inspecteur Général de l'Education Nationale et ait piloté la rédaction des programmes n'y est sans doute pas étranger.

Références :

Arnoux P., Duverney D., Holton D. (2009). The rise and fall of mathematical enrolments in the French educational system: a case study. *International Journal of Mathematical education in science and technology*, 40.1, 43–58.

Artaud M. (1999). Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *Actes de la IXème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Houlgate. ARDM.

Artigue M. (1993). Enseignement de l'analyse et fonctions de référence. *Repères IREM*, n°11, 115–139.

Artigue M. (1996), Réformes et contre-réformes de l'enseignement de l'analyse au lycée (1902–1994), in B.Belhoste, H.Gispert et N.Hulin (eds) *Les sciences au lycée — Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger*, 195–217, Vuibert, Paris.

Artigue M. (2007). Assessment in France. In, A. Schoenfeld (ed.), *Assessing Mathematical Proficiency*. pp. 283–310. MSRI Publication 53. Cambridge University Press.

Artigue M., Winslow C. (2010) International comparative studies on mathematics education : a viewpoint from the anthropological theory of didactics. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30/1, 47–82.

Beke E. (1914). Les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures des établissements secondaires. *L'Enseignement Mathématique*, n°16, 222–225 ; 245–284.

Belhoste B. (1996). Réformer ou conserver ? La place dessciences dans les transformations de l'enseignement secondaire en France (1900–1970). In, B. Belhoste, H. Gispert et N. Hulin (eds.), *Les sciences au lycée*, pp. 27–38. Paris : Editions Vuibert.

Ben Nejma S. (2009). *D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes. Une étude de cas : l'enseignement de l'algèbre dans le contexte scolaire tunisien*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot — Paris 7.

Bioche Ch. (1914). L'organisation de l'enseignement du calcul des dérivées et des fonctions primitives dans les lycées de France et sur les résultats obtenus. *L'Enseignement Mathématique*, n°16, 285–289.

BO Hors série n° 7 du 31 août 2000 — Volume 5. *Programmes de la série scientifique*.

BO n°30 du 23 juillet 2009 — *Programmes de la classe de seconde*.

Bosch. M., Fonseca, C., Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 24/2.3, 205–250.

Bosch M., Gascon J. (2006). Twenty-Five Years of the Didactic Transposition. *ICMI Bulletin* n.° 58, pp. 51–65.

Castela C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28/2, 135–182.

Castela C. (à paraître). *Note de Synthèse pour l'Habilitation à Diriger les Recherches*.

Chevallard, Y. (1990). *La transposition didactique* (2ème édition). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. In J.L. Dorier y al. (Eds), *Actes de la Xème Ecole d'été de didactique des mathématiques*, pp. 3–22 & 41–56. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Commission Inter-IREM Analyse (1981). *L'enseignement de l'Analyse*. IREM de Lyon.

Douady R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. n.° 7/2, 5–31.

Kahane J.P. (1996). Les mathématiques, hier et demain. In, B. Belhoste, H. Gispert et N. Hulin (eds.), *Les sciences au lycée*, pp. 89–100. Paris : Editions Vuibert.

Ministère de l'Education Nationale. Direction de l'Enseignement scolaire (2002). *Mathématiques. Classe terminale, série scientifique, série économique et sociale. Accompagnement des programmes*. Editions du CNDP.

Ministère de l'Education Nationale. Direction de l'Enseignement scolaire (2002). *Mathématiques. Classe terminale, série scientifique, série économique et sociale. Accompagnement des programmes*. Editions du CNDP.

Najar R. (2010). *Effet des choix institutionnels d'enseignement sur les possibilités d'apprentissage des étudiants. Cas des notions ensemblistes fonctionnelles dans la transition Secondaire/Supérieur*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot — Paris 7.

Resumo. A evolução do currículo obedece a dinâmicas complexas. Estas dinâmicas são moldadas por condições e constrangimentos que se situam em níveis muito diferentes e que envolvem uma diversidade de actores. Neste artigo, abordamos esta complexidade a partir de um exemplo, o exemplo do ensino da Análise desde o início do século vinte, utilizando como quadro teórico a teoria antropológica da didáctica (TAD) desenvolvida por Chevallard. Começamos por introduzir os principais elementos da TAD a que vamos recorrer: a noção de praxeologia e a hierarquia dos níveis de co-determinação, em seguida descrevemos a evolução curricular no ensino da Análise em França, distinguindo sete períodos desde a reforma de 1902. No decurso da análise, procuramos identificar características dessas dinâmicas e fenómenos didácticos associados que transcendem este caso particular.

Palavras-chave: Evolução curricular, Análise, Teoria antropológica do didáctico, Niveis de co-determinação didáctica, Ecologia dos saberes.

Abstract. Curricular evolutions obey complex dynamics. These are shaped by conditions and constraints situated at very different levels and involve a diversity of actors. In this article, we approach this complexity, taking as an example the case of the teaching of Calculus in highschool in France from the beginning of the twentieth century, and using as a theoretical framework the anthropological theory of didactics (ATD) developed by Chevallard. We first introduce the constructs of ATD we mainly refer to: the idea of praxeology and the hierarchy of levels of co-determination, then we trace curricular evolutions in the highschool teaching of Calculus in France distinguishing seven different periods since the 1902 reform. Along the analysis, we try to identify some characteristics of this dynamics and associated didactical phenomena possibly transcending this particular case.

Keywords : Curricular evolutions, Calculus, Anthropological theory of didactics, Levels of didactical co-determination, Ecology of knowledge.

■ ■ ■

MICHÈLE ARTIGUE
LDAR, Université Paris Diderot — Paris 7
<artigue@math.jussieu.fr>