

# As dificuldades de aprendizagem das expressões algébricas por uma aluna discalculica

Corália Pimenta

Instituto Educativo de Lordemão

Manuel Joaquim Saraiva

Universidade da Beira Interior e UIED

## Introdução

O papel que hoje se reserva à Educação Matemática está mais direcionado para o sucesso e exige que o professor promova situações de igualdade de oportunidades para todos os alunos, independentemente da sua especificidade (M. E., 2007). A preocupação em melhorar as práticas educativas é, também, um propósito do atual currículo de Matemática. A diferenciação tornou-se uma palavra de ordem e o aluno passou a ser observado com maior atenção, preocupando-se o professor em perceber o motivo pelo qual ele revela determinadas dificuldades e/ou apresenta um ritmo de aprendizagem e qualidade de trabalho inferiores ao dos seus pares. Contudo, promover a progressão de todos, numa sala de aula heterogénea, desenvolvendo modelos de gestão curricular que envolvam todos os alunos, ajustando os níveis de apoio, a complexidade de tarefas, os ritmos e os processos de aprendizagem às competências, às motivações e aos perfis de aprendizagem, não é tarefa fácil! Para além disso, nem sempre esse esforço se traduz em resultados satisfatórios (Fonseca, 2008).

Esta promoção da progressão de todos os alunos assume uma importância ainda maior quando se está na presença de um aluno discalculico. Assim, é pertinente para a investigação em Educação Matemática responder a questões do tipo: Que dificuldades de aprendizagem em Matemática é que tem um aluno discalculico? Como podem ser ultrapassadas? Também para a prática letiva é pertinente a colocação e a resposta a questões como: Que papel deverá assumir o professor de Matemática para promover a aprendizagem matemática de um aluno discalculico? Que propostas de trabalho deverá propor ao aluno? Como deverá gerir o seu trabalho em sala de aula?

Neste artigo identificam-se as dificuldades de uma aluna do 7.º ano de escolaridade, com características compatíveis com a discalculia, na aprendizagem de conceitos específicos das funções, em particular no que respeita às expressões algébricas, bem como a utilidade e a importância do usufruto de uma intervenção educativa atempada e adequada à sua especificidade.

Depois de um enquadramento dos problemas de aprendizagem em Matemática, nomeadamente dos alunos discalculicos, abordam-se as dificuldades na aprendizagem das funções. Posteriormente faz-se uma apresentação da intervenção educativa desenvolvida, ajustada à especificidade da aluna/caso, Alice, e uma abordagem da metodologia de investigação utilizada — qualitativa e interpretativa, na forma de um estudo de caso. Segue-se a apresentação da aluna Alice e, por fim, indicam-se alguns dos resultados do estudo, bem como as respetivas conclusões.

## **A discalculia e as dificuldades de aprendizagem em Matemática**

A palavra discalculia derivou dos termos grego, *dis*, que significa mal, e latino, *calcularre*, que significa contar, referindo-se, numa primeira fase, apenas a problemas de enumeração. Tal como para outras palavras, frequentemente utilizadas no meio escolar (dislexia, disgrafia, disortografia), o prefixo *dis* da palavra discalculia também enuncia a presença de dificuldades de aprendizagem, afastando situações de incapacidade mental motivadas por problemas lesionais. Atualmente sabe-se que a discalculia pode surgir na sua forma pura ou então coexistir com outras perturbações (Butterworth, 2003). São frequentes as situações de presença de duas ou mais perturbações, tais como a dislexia (dificuldade na aprendizagem da leitura), dispraxia (dificuldade motora na produção de escrita), disortografia (dificuldades na produção de textos escritos/ortografia), hiperatividade com défice de atenção (perturbação do comportamento com alterações de atenção, impulsividade e grande atividade motora), problemas de linguagem, entre outros.

Não existe uma definição única para a discalculia, aceite internacionalmente. Contudo, constata-se que as diferentes definições publicadas são progressivamente mais semelhantes, estabelecendo algumas analogias entre a discalculia e a dislexia. Acrescenta-se que essas definições afastam a possibilidade de lesões cerebrais ou défices intelectuais, pronunciando a existência de um défice neurológico de caráter evolutivo mas não de lesão. É nesse sentido que alguns investigadores (García, 1998) utilizam a expressão discalculia do desenvolvimento. Relativamente às definições apresentadas há indicação de que a discalculia se refere a uma perturbação estrutural da capacidade matemática, a qual se manifesta, habitualmente, em crianças/jovens em idade escolar, mas com capacidade intelectual dentro dos parâmetros considerados normais. Segundo Adler (2001), crianças com discalculia podem apresentar desempenhos irregulares que podem variar entre excelentes a péssimas prestações, estando o seu sucesso condicionado às áreas de estudo. Pode ainda acontecer que o aluno tenha demonstrado apetência para entender determinado conteúdo numa fase, revelando, mais tarde, incompreensão do mesmo. Investigações mais recentes (Johnson & Myklebust, 1991) centradas nas dificuldades observadas em discalculicos, possibilitaram reflexões mais abrangentes. Segundo essas os estudantes discalculicos podem compreender e usar linguagem oral, ler e escrever corretamente, mas não conseguir compreender os princípios e processos matemáticos básicos.

O investigador britânico Butterworth (2003), uma referência atual para o estudo da discalculia, considera que os discalculicos podem executar tarefas complexas, mas terem

dificuldades em realizar cálculos simples e tarefas matemáticas rotineiras. Segundo este investigador, os discalculicos podem ser lentos na realização de atividades de Matemática, podem contar pelos dedos ou mesmo apresentar dificuldades na leitura das horas no relógio de ponteiros. Butterworth adotou a definição de discalculia divulgada pelo *Department for Education and Skills* (DfES, 2001), considerando ser uma condição que afeta a capacidade de aquisição de competências matemáticas, podendo os alunos sentir dificuldades em entender conceitos numéricos simples, ter falta ou diminuta compreensão numérica intuitiva de factos e de procedimentos numéricos. Segundo aquele investigador, os alunos discalculicos podem conseguir aplicar um método correto e eficaz, mas fazem-no sem perceber o seu mecanismo, o que o leva a afirmar que a discalculia do desenvolvimento parece ser um problema específico para o entendimento e acesso rápido a conceitos e factos numéricos básicos (Butterworth, 2005). Outro autor, Dehaene (1997), defende que a discalculia do desenvolvimento é, essencialmente, uma dificuldade relacionada com o construto do senso numérico.

Recentemente, Chinn e Ashcroft (2007) fizeram referência às semelhanças entre a discalculia e a dislexia, destacando a prevalência, definição, etiologia, métodos de ensino e atitude dos alunos, como sendo aspetos semelhantes. Indicaram ainda como características comuns as dificuldades em processar auditivamente; entender e escrever números; perceber noções de velocidade, temperatura e tempo; compreender a relação estabelecida entre os números; reduzida memória de trabalho, dificuldade em lidar com várias informações ao mesmo tempo e lentidão da velocidade de trabalho.

Para os autores deste artigo, a discalculia refere-se a um transtorno estrutural de maturação das habilidades matemáticas, manifestando-se em erros variados na compreensão dos números, nas habilidades de contagem, nas habilidades computacionais e na solução de problemas verbais. Compreende-se que, em traços gerais, um aluno discalculico, comparativamente com o seu grupo de pares, pode alcançar resultados académicos equivalentes ou superiores, em todas as áreas, mas registar baixo rendimento a Matemática.

No sentido de procurar diferenciar as especificidades relacionadas com a discalculia e com os problemas na aprendizagem da Matemática, os autores deste artigo entendem que um aluno com problemas na aprendizagem de determinados conteúdos de Matemática, quando empenhado e bem orientado, aprende e evolui, retém a informação com facilidade e utiliza-a corretamente noutras situações. Porém, o aluno discalculico, apresentando ou não as mesmas dificuldades, assimila, quase sempre, de forma automatizada, decorando procedimentos que aplica, frequentemente, de forma descontextualizada. Os autores deste artigo aceitam estar bastante atualizada a definição de aluno discalculico publicada pela DfES, a qual assumem também:

Os alunos com discalculia têm dificuldade em adquirir competências matemáticas. Podem ter dificuldade em compreender conceitos numéricos simples, podem não ter uma compreensão numérica intuitiva e podem ter problemas na aprendizagem de factos e procedimentos numéricos.

(<http://www.education.gov.uk>)

Cazenave (1972) referiu que a incompreensão matemática pode ser influenciada por déficit de natureza linguística, com implicações na elaboração do pensamento, devido às dificuldades no processo de interiorização da linguagem, pois esta interfere no raciocínio, desde o plano da percepção até à fase de abstração. Um aluno que apresenta dificuldades na compreensão de relações e suas reversibilidades tem dificuldades em generalizá-las. O simbolismo numérico surge a partir da correspondência número-quantidade, por isso requer adequado desenvolvimento da função simbólica. De acordo com estas ideias, os alunos com déficit linguístico não conseguem fazer corresponder os símbolos orais, quantidade e/ou com a representação gráfica. Segundo Blender (2004), um discalculico pode demonstrar dificuldades de organização, não conseguir seguir a sua própria linha de pensamento, perder-se no seu raciocínio ou valorizar o que não deve.

Para os autores deste artigo, os problemas de percepção visual podem também levar a problemas com a habilidade lógica ou afetar a contagem. Uma vez que a construção do conhecimento matemático pressupõe que se tenha domínio prévio de algum conteúdo, por ser um processo essencialmente sequencial e de formação de padrões, as dificuldades presentes na discalculia persistem (discalculia do desenvolvimento) mesmo quando há domínio do procedimento, pois estes problemas residem no entendimento conceptual e na aplicação desse mesmo procedimento a novas situações problema.

As dificuldades de aprendizagem sentidas na disciplina de Matemática (DAM) não derivam de uma causa única. Havendo uma disfunção neurológica, a memória, a atenção, a atividade perceptivo-motora, a organização espacial, as habilidades verbais, a consciência e o sentido estratégico poderão ser, entre outros aspetos, condicionadores das aprendizagens matemáticas. Convém identificar algumas dessas características presentes em alunos com DAM, compará-las com as potencialidades evidenciadas pelo seu grupo de pares, no sentido de averiguar se estão, ou não, dentro dos parâmetros considerados normais. Segundo García (1998), as DAM incidem em diversas competências, tais como i) as habilidades linguísticas, referentes à compreensão e uso da simbologia matemática; ii) as habilidades perceptíveis, relacionadas com o reconhecimento e a leitura de símbolos numéricos ou sinais aritméticos; iii) as habilidades de atenção, como copiar figuras corretamente nas operações básicas, ou observar os sinais das operações; e iv) as habilidades matemáticas, referentes a, por exemplo, ao seguimento das sequências de cada passo nas operações matemáticas e o contar objetos e aprender a tabuada de multiplicar. Aquele autor considera, ainda, que uma criança/jovem possui DAM quando apresenta um rendimento abaixo do esperado para a sua escolaridade e capacidade intelectual, sendo que essas dificuldades não se prendem com baixa acuidade visual ou auditiva e repercutem-se em todas as restantes áreas ou atividades relacionadas com a Matemática. Adler (2001), por sua vez, afirma que existem quatro formas distintas de DAM, nas quais inclui a discalculia, cada uma delas com causas cognitivas e psicológicas diferentes.

Poderá acontecer que determinado aluno registe resultados bastante satisfatórios em determinadas áreas académicas, mas sérias dificuldades na concretização de tarefas que exijam conhecimentos de Matemática. Se esse aluno for tão ou mais empenhado que o seu grupo de pares, se usufruiu e continua a usufruir de métodos de ensino adequados, mas continua a apresentar um ritmo de trabalho lento e níveis de ansiedade superiores

ao esperado para a sua idade, para além de dificuldades específicas à disciplina, então poderá sofrer de algum tipo de distúrbio específico. Visando perceber a origem deste desequilíbrio, Dehaene (1997) observou o comportamento dos seres humanos e de alguns animais durante a concretização de tarefas que implicavam competências de Matemática. Durante esse estudo concluiu que a aquisição do conceito de numerosidade (quantidade) é bastante precoce, confirmando-se entre lactentes de três meses que reagiram à mudança do número e da identidade dos objetos. Segundo aquela investigadora, uma disfunção nesta habilidade ou no senso numérico (habilidade para reconhecer que o número de elementos de um conjunto mudou) está no cerne da discalculia.

A discalculia poderá estar mais ou menos relacionada com DAM de cariz verbal (DAMV) ou não verbal (DAMNV), dependendo esta classificação do comprometimento dos hemisférios cerebrais. As DAMV estarão mais associadas à dislexia, mas também influenciam o desempenho do aluno na realização das tarefas matemáticas propostas. Essas dificuldades implicam dificuldades na contagem, na aprendizagem de símbolos numéricos, no cálculo mental, na subtração (contar em ordem inversa), na aprendizagem e utilização das tabuadas e na aprendizagem de ligações numéricas, entre outras. Por outro lado, as DAMNV promovem dificuldades ao nível das sequências numéricas, do julgamento de quantidades (base do conceito de número), do entendimento do lugar na sequência, na seleção da operação adequada, na estimação dos resultados de cálculos e quantidades, nos conceitos espaciais, entre outros.

## Dificuldades na aprendizagem das funções

Independentemente das DAM que determinado aluno possa apresentar, Kieran (1992) afirma serem comuns as dificuldades na interpretação e utilização de expressões algébricas. Para aquela autora, o modo como as letras são apresentadas aos alunos pode representar dificuldades diversas, podendo essas ocorrer:

- i. No cálculo do valor de expressões do tipo  $x + 3$ , para determinado valor de  $x$  (letra avaliada). Por exemplo, tratando-se de uma função do tipo  $f(x) = x + 3$ , o aluno pode ter dificuldade, por exemplo, em calcular  $f(5)$ ;
- ii. Na visualização das letras, tendo o aluno tendência para fazer corresponder à letra apenas um número. Essas dificuldades são muitas vezes observadas durante a construção e/ou interpretação de expressões geradoras (letra considerada como número generalizado);
- iii. Na aplicação de fórmulas, situação em que a letra é vista como um objeto concreto;
- iv. Na interpretação da letra como sendo uma variável que representa vários valores desconhecidos e que se relaciona com outros conjuntos de valores, tal como acontece quando se estabelece uma relação entre  $f(x) = x^2$  e  $y = x^2$  (letra considerada como variável).

Ainda em relação às expressões algébricas, Sajka (2003) refere-se à ambiguidade da notação das funções, confusa na perspetiva do aluno. Acrescenta que a compreensão e utilização correta dessas notações exigem flexibilidade ao nível da compreensão, sendo que, por exemplo, um aluno pode assumir interpretações diferentes quando faz a leitura  $f(x) = 2x + 3$ . Esse aluno pode considerar  $f$  como sendo o nome da função, fazer-lhe corresponder um valor, interpretá-la como sendo uma fórmula ou até pensar que se trata de uma abreviatura da palavra função. Os alunos poderão ainda fazer dois tipos de interpretações, considerando a função ora como um objeto, ora como um processo operacional. Na primeira visão, interpretação estrutural, a função é representada por um conjunto de pares ordenados e na segunda, interpretação processual, é trabalhada como sendo um processo computacional. Ursini e Trigueros (2001), relativamente ao uso de símbolos, entendem que as dificuldades podem surgir no entendimento da variável enquanto termo desconhecido ou incógnita, como sendo um número generalizado ou pelo facto de poder estabelecer uma relação funcional entre as variáveis. Para aquelas investigadoras, quando a variável assume o papel de incógnita, o aluno pode registar dificuldades em: i) reconhecê-la e interpretá-la no contexto apresentado, enquanto representação de um valor; ii) substituí-la por um ou mais valores, executar as operações algébricas e/ou aritméticas para determinar a quantidade desconhecida, em representá-las e utilizá-las na formulação de equações. Por sua vez, quando a variável é apresentada como número generalizado, então requer que o aluno: i) reconheça padrões e compreenda regras e processos; ii) identifique o símbolo como sendo um objeto genérico; iii) deduza regras e processos gerais; iv) manipule símbolos, nomeadamente na simplificação de expressões algébricas; e v) represente simbolicamente regras e processos gerais.

Por fim, a variável numa relação funcional exige que o aluno consiga: i) estabelecer e representar correspondências entre informação contida em tabelas, gráficos, problemas verbais ou expressões analíticas; ii) determinar o valor das variáveis independente e dependente, utilizando adequadamente os dados fornecidos; iii) reconhecer a variação simultânea das variáveis intervenientes numa relação, independentemente da sua forma de representação e determinar os intervalos de variação de uma das variáveis quando conhecidos os da outra.

Usiskin (1998) defendeu que o nome *variável* ajusta-se melhor a situações de proporcionalidade direta, representada algebricamente pela expressão  $y = kx$ ,  $k \neq 0$  verificando-se covariação entre as letras  $x$  (argumento da função),  $y$  (o valor da função) e  $k$ , a constante de proporcionalidade direta (parâmetro da função). Também nesta situação, estabelecer uma relação funcional entre uma tabela/gráfico e a expressão analítica exige compreensão do problema, identificação das variáveis independente e dependente, substituição e cálculos corretos, bem como a determinação do parâmetro constante. No que se refere à representação de funções, alguns investigadores consideram que a habilidade para transitar entre diferentes representações (gráfica, tabelar, algébrica ou verbal) promove melhor consolidação de conceitos específicos (Duval, 2006). A conexão entre as diversas representações de um conceito permite uma maior compreensão do seu significado, permitindo, mesmo, ultrapassar o ganho de sentido resultante do trabalho em torno de uma só representação (Pais & Saraiva, 2011).

No que respeita à definição de função, Kieran (1992) defende que introduzi-la através de exemplos facilita a sua compreensão e utilização em contexto adequado. É nesse sentido que defende a sua utilização enquanto relação entre elementos de dois conjuntos, em detrimento do conceito de função como uma dependência entre duas variáveis. Seguindo a mesma linha de pensamento, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) consideram que a utilização das duas abordagens pode criar ainda mais confusões e dificuldades na aprendizagem das funções. Valorizando os estudos dos autores supracitados e procurando uma abordagem compreensível, na perspectiva da aluna, definimos função como sendo uma correspondência entre um conjunto  $A$  e um conjunto  $B$ , que a cada elemento do conjunto  $A$  faz corresponder um e um só elemento do conjunto  $B$ .

A aprendizagem das funções resulta de uma complexa atividade cognitiva por parte dos alunos. Ela exige a aquisição de linguagem e simbologia próprias, compreensão e flexibilidade na aplicação de conceitos, utilização de representações diferenciadas, aptidão para identificar analogias e estabelecer relações e correspondências biunívocas ordenadas, capacidade de abstração e de generalização, entre outras. É nesse sentido que a lecionação deste tema deverá ser cuidadosamente preparada, tendo em conta o conhecimento que se tem do público-alvo. O processo de aprendizagem deve assim ser construtivo e resultar da aplicação de um conjunto de experiências diversificadas que permitam passar dos métodos informais (experiências significativas para o aluno) para os formais (linguagem matemática específica). Não é por acaso que o tema das funções é, globalmente, iniciado com a representação de várias correspondências onde vão surgindo, de forma natural, símbolos, termos e conceitos específicos.

Constata-se que a interpretação e construção dessas representações, bem como a transferência dos conhecimentos adquiridos, de umas para as outras, facilitam a compreensão e aquisição de competências, por parte dos alunos. O processo de transferência dos conhecimentos entre as diferentes representações parece também ser exigente, contudo, para alunos com DAM, poderá tornar-se mais simples quanto maior for o número de tarefas propostas, relativas a cada representação, e melhor for a sua qualidade. Para alguns alunos essa qualidade poderá não referir-se apenas à seleção de exercícios significativos, mas também ao contacto repetitivo e diversificado com a linguagem própria das funções.

Um aluno discalculico pode manifestar dificuldades diversas no decorrer da aprendizagem das funções. Essas dificuldades poderão ocorrer, por exemplo, durante a lecionação do referencial cartesiano, ou durante a interpretação e construção de gráficos, caso o aluno demonstre dificuldades viso espaciais. Poderá revelar défices na compreensão de conceitos (abscissa, ordenada, objeto, imagem) e definições (função, proporcionalidade direta), bem como em utilizá-los em contextos diferenciados, podendo levar a uma associação entre as dificuldades sentidas ao nível da linguagem simbólica das funções e a língua materna (Chinn & Ashcroft, 2007) — dificuldades estas que poderão ser um entrave à manipulação assertiva de expressões algébricas.

## Metodologia do estudo

Reunida informação pertinente e atualizada, fundamental para a compreensão do significado de DAM e discalculia, bem como para a deteção de dificuldades de aprendizagem das funções, tornou-se possível decidir o que se pretendia observar na aluna, bem como optar por uma abordagem de ensino, visando atingir os objetivos definidos. Nesse sentido, observaram-se as dificuldades sentidas, de compreensão e/ou execução, procurando perceber se essas estariam a ser influenciadas pela falta de pré-requisitos, ritmo de trabalho, autoestima e empenho da aluna. Paralelamente, e de acordo com os pressupostos teóricos abordados na revisão de literatura e com a experiência pedagógica com alunos com DAM da primeira autora deste artigo, redefiniram-se estratégias diferenciadas e personalizadas, de reforço e desenvolvimento de competências específicas, averiguando-se a repercussão que essas medidas poderiam ter na aprendizagem das funções, nomeadamente das expressões algébricas, e no desenvolvimento da autoestima.

Seguiu-se uma metodologia de natureza qualitativa, de cunho descritivo e interpretativo, que foi conduzida pelo método de estudo de caso (Yin, 1994) — o caso Alice.

O processo de investigação individualizado ocorreu em três fases, tendo-se verificado entre outubro de 2011 e março de 2012.

### *1.ª Fase: Consulta e análise de informação*

A primeira fase, decorrida entre outubro e dezembro de 2011, serviu essencialmente para recolha de toda a informação escolar da aluna, bem como para dar início ao processo de identificação de dificuldades específicas em Matemática.

### *2.ª Fase: Diagnóstico e apoio pedagógico personalizado [intervenção educativa atempada e adequada à especificidade de Alice]*

O diagnóstico exigiu avaliação técnica e foi desenvolvido por uma especialista em reabilitação e educação especial.

O processo de identificação de dificuldades em ambiente escolar verificou-se em dois contextos diferenciados, apoio individualizado e em grupo turma, tendo decorrido entre outubro de 2011 e março de 2012. Ambos os contextos possibilitaram a identificação de dificuldades específicas durante a aprendizagem das funções, ainda que essas se tenham tornado mais evidentes e associáveis, ou não, à falta de pré-requisitos, no contexto individualizado. Outras características pessoais, tais como ansiedade, bloqueio e autonomia tornaram-se também mais evidentes durante o apoio individualizado, enquanto que o ritmo de trabalho, os efeitos do reforço positivo na concretização das tarefas e a exposição de raciocínios perante outros evidenciaram-se mais em contexto turma. O apoio ministrado nas sessões individualizadas convergiu também para a antecipação de conteúdos, visando a aquisição de competências essenciais às aprendizagens das funções em contexto turma. Foi também neste contexto que se trabalharam competências essenciais ao desenvolvimento de hábitos de persistência e ao reforço da autoestima.

A informação recolhida em contexto individualizado serviu de base à planificação dos conteúdos a lecionar em contexto sala de aula, nomeadamente no que se refere à sequencialidade com que esses deveriam ser apresentados, bem como à seleção de recursos mais adequados. Por outro lado, a observação em contexto turma permitiu averiguar a necessidade, ou não, do reforço de determinados conceitos durante as sessões de apoio individualizado. Destaca-se que o trabalho preparatório desenvolvido durante o apoio individualizado, de reforço de conteúdos não aprendidos e de antecipação de conceitos relacionados com as funções, permitiram o envolvimento de Alice, em contexto turma, na execução das mesmas tarefas propostas aos seus colegas — muito embora estas tenham, em algumas situações, quando o problema colocado envolvia instruções múltiplas e constituía maior dificuldade de resolução, sofrido adaptações quanto ao desdobramento e sequencialização das questões apresentadas. À Alice foi sempre permitida a utilização de calculadora.

Acresce-se que o trabalho desenvolvido por Alice em contexto turma foi, na globalidade das situações, realizado individualmente. As tarefas planificadas para a aula foram colocadas a todos os alunos da mesma forma, e foram elaboradas e aplicadas tendo-se em consideração as necessidades de Alice e a exigência do programa. Nesse sentido, seguiram-se algumas estratégias implementadas no apoio individual, tais como leitura e análise conjunta dos enunciados e destaque de informação relevante, para que Alice tivesse oportunidade de realizar, sem intervenção isolada da professora, as tarefas propostas ao grupo. Ainda que Alice tenha tido preparação prévia para a realização destas atividades, a professora foi vigiando a sua ação, visando certificar-se do seu entendimento face ao que solicitado e estimulá-la à apresentação intermédia de pequenas resoluções. O ritmo de trabalho apresentado por Alice não se distanciou muito do apresentado pela globalidade dos alunos, tendo ela evidenciado uma postura de entusiasmo durante a resolução da tarefa. As questões dirigidas pela professora e as solicitações de resolução no quadro foram orientadas ocasionalmente, excetuando no caso de Alice em que apenas se dirigiram questões às quais se saberia obter resposta e as que a mesma pretendeu responder por iniciativa própria. A participação assertiva de Alice constituiu um fator de motivação à realização das tarefas em contexto sala de aula e à interação com outros colegas.

Neste contexto, o desempenho dos seus colegas foi apenas tido em consideração para efeitos comparativos, nomeadamente no que se refere à qualidade e ao tempo de execução das tarefas propostas.

### **3.<sup>a</sup> Fase: Tratamento e análise dos dados**

Esta fase iniciou-se com a recolha e seleção de informação pertinente, sujeita a análise pormenorizada de acordo com os pressupostos teóricos adotados.

Procurou-se, sobretudo, refletir sobre o desempenho de Alice durante a aprendizagem e concretização de tarefas relacionadas com a leitura e representação de pontos no *Referencial Cartesiano*, com a manipulação de *Expressões Algébricas* e com a compreensão e utilização do *Conceito de Função*.

Durante a análise desses dados, procurou-se aferir a razão pela qual Alice não respondeu a determinadas questões ou por que respondeu erradamente, na totalidade ou

parcialmente. Ponderou-se sobre o tipo de resposta, procurando-se perceber se não teve tempo para executar a tarefa, se foi precipitada, se desconhecia ou não se lembrava dos conteúdos necessários à resolução, se não percebeu o enunciado, se percebeu mas não conseguiu expor os seus conhecimentos, se se baralhou durante a exposição de raciocínios ou se ficou demasiado ansiosa, entre outros fatores.

### ***Instrumentos de recolha dos dados***

Relativamente aos instrumentos utilizados, convém distinguir os que serviram de base à avaliação efetuada pela técnica superior de educação especial e reabilitação e os que foram produzidos e aplicados pela professora da turma, e de Alice, que é a primeira autora deste artigo.

Os instrumentos aplicados pela técnica superior de educação especial e reabilitação serviram para diagnosticar a presença de discalculia.

O tratamento e a análise dos dados efetuados pela professora/investigadora iniciou-se com a consulta do processo individual da aluna, respeitante ao desempenho escolar durante os primeiro e segundo ciclos, tendo sido analisadas todas as informações consideradas pertinentes para o presente estudo. O conhecimento que adveio dessa análise, bem como da observação e do desempenho da aluna em contexto sala de aula, no decorrer do primeiro período, possibilitou a identificação de DAM, compatíveis com a discalculia, e baseou o processo de definição de objetivos, orientando a professora/investigadora na seleção de estratégias e na elaboração dos materiais a serem implementados. Todas as dificuldades identificadas foram analisadas à luz da problemática, tendo a professora/investigadora confrontado os dados recolhidos com os pressupostos teóricos apresentados no capítulo dois. A análise desses dados facilitou ainda o processo de caracterização da aluna. Esta recolha de informações permitiu conhecer melhor a aluna e confrontar as opiniões e o conhecimento que os diferentes técnicos de educação adquiriram em relação a ela. Reuniram-se assim elementos suficientes para iniciar a recolha de dados referentes ao estudo pretendido. Quanto a esse processo foram analisados todos os dados resultantes das tarefas implementadas em contexto sala de aula e durante as sessões de apoio individualizado. Esses dados, presentes nos registos escritos de Alice, no diário de registos da professora/investigadora e em registos áudio, aferiram o desempenho em termos individuais e comparativamente com o seu grupo de pares. Identificaram-se ainda DAM globais, compatíveis com a discalculia, possibilitando a reestruturação de objetivos, seleção de atividades e metodologias de trabalho. Foi nesse sentido que a aferição de pré-requisitos necessários à aprendizagem do capítulo das funções se estendeu ao longo da lecionação de todo o capítulo, antes da introdução de novos conteúdos.

### ***Análise dos dados***

Após a recolha dos dados, o seu tratamento e análise iniciaram-se com a separação dos registos por categorias de análise (*Referencial Cartesiano*, *Expressão Algébrica* e *Conceito de Função*) e de forma temporal (antes, durante e após a unidade de ensino). Num segundo

momento, os dados foram analisados por categorias, separadamente e na sua individualidade, onde foi dada atenção às informações relativas aos níveis de empenho, autonomia, ritmo de trabalho e ansiedade observados na aluna, bem como ao sucesso na execução das tarefas. Por fim, e num terceiro momento, confrontaram-se as análises realizadas por categoria, à luz das questões do problema do estudo e da teoria que lhe serviu de suporte, e elaboraram-se as conclusões finais.

## **Caracterização da aluna Alice**

O estudo apresentado incidiu em Alice, uma aluna com patologia compatível com a discalculia. Alice apresenta, no seu percurso escolar, resultados bastante satisfatórios, excetuando às áreas em que se exija conhecimento matemático. Não revela qualquer interesse pela execução de tarefas lúdico-didáticas que envolvam enigmas, quebra-cabeças e jogos de tabuleiro, atividades essas que parecem provocar-lhe maiores índices de ansiedade e nervosismo. Na área da Matemática, as suas dificuldades prendem-se, sobretudo, com o cálculo mental e com as operações, apresentando ainda alterações ao nível da seriação, execução e resolução de problemas, quer por utilizar estratégias não eficazes ou automatizadas, quer por manifestar dificuldades de abstração ou na realização de inferências lógicas verbais e não verbais.

## **Resultados**

No presente artigo, apenas será feita uma apresentação e uma análise dos dados referentes à categoria de análise *Expressões Algébricas*. Para os autores, tal será suficiente para fundamentar e suportar as conclusões apresentadas.

A interpretação, a análise e a construção de expressões algébricas promovem o desenvolvimento da capacidade de abstração e de generalização, pois exigem que se identifiquem padrões regulares e estabeleçam relações entre as diferentes variáveis (Kieran, 1992).

Estas competências também influenciam o desempenho dos alunos na resolução de problemas, visto que desenvolvem o sentido de estratégia, a comunicação matemática, a interpretação e utilização de simbologia, para além do cálculo numérico.

O envolvimento das variáveis, a relação existente entre elas e a sua utilização em contextos diferenciados (gráfico, diagrama, tabela, entre outras), quando bem assimilada, pode contribuir para uma melhor compreensão e utilização do conceito de função e de todos os que lhe estão associados (objecto, imagem, ...).

### ***Desempenho antes da unidade de ensino***

A tarefa n.º 4 (ver figura 1) foi aplicada durante as sessões de apoio individual e, a partir da sua resolução, procurou-se aferir a capacidade de generalização e o raciocínio aplicado pela aluna. Procurava-se perceber se Alice conseguiria reconhecer padrões numéricos, es-

tabelecer relação entre variáveis e determinar uma expressão algébrica. O facto desta tarefa se relacionar com conteúdos lecionados anteriormente, fazendo parte dos temas que se antecipam e se relacionam com a leção das funções, possibilitou aferir competências relacionadas com a memória a curto prazo, nomeadamente no que concerne à aplicação de estratégias e à inferência de raciocínios.

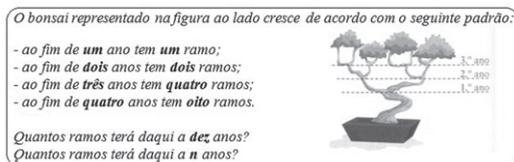


Figura 1 — Sequências numéricas (tarefa n.º 4)

Com a proposta desta tarefa, durante as sessões de apoio individualizado, procurou-se identificar algumas dificuldades próprias da aprendizagem e utilização de expressões algébricas. Procurou-se ainda identificar características compatíveis com a discalculia.

A professora/investigadora registou:

Alice iniciou a leitura do exercício em silêncio, mantendo-se, depois disso, calada e imóvel até à intervenção da professora. Esta atitude já se havia verificado noutras situações em que Alice, por não perceber o solicitado e não conseguir concretizar a tarefa, ficou ansiosa e “bloqueou”, como pode observar-se durante o diálogo estabelecido (RP/RG):

*Professora:* Então Alice, não percebes o enunciado do problema?

*Alice:* [abanou a cabeça em concordância com tal dificuldade]

*Professora:* Não reconheces a forma como nos é apresentada a informação? Repara bem nas palavras formatadas a negrito!

*Alice:* Já demos esta matéria!

*Professora:* Não te lembras de alguma estratégia que tenhamos aplicado?

*Alice:* [em silêncio, manteve o lápis em posição de escrita, mas não registou qualquer informação]

*Professora:* Eu vou ler em voz alta e tu registas o que é importante...

[a professora fez a leitura elevando o tom de voz quando se tratavam das palavras escritas a negrito, intencionando o rechamamento da memória]

*Alice:* [a aluna começou então a escrever...]

(Diálogo; RP; RG; 07-02-2011)

Destacam-se neste curto extrato algumas características compatíveis com o perfil de alguns alunos discalculicos: ansiedade e nervosismo; desistência perante a resolução de exercícios não treinados; dificuldades ao nível da memória, especialmente a longo prazo;

dificuldades em selecionar os dados relevantes e em aplicar estratégias adequadas à resolução do exercício. Todas estas constatações podem ser confirmadas no extrato do diálogo que se segue:

*Professora:* É isso mesmo! Então se eu perguntar qual é o elemento que está na primeira posição, tu respondes...

*Alice:* um [o tom de voz elevou-se, notando-se a aluna mais relaxada/motivada para a realização da tarefa]

*Professora:* E o que está na segunda posição é o...

*Alice:* dois

*Professora:* E na terceira posição ...

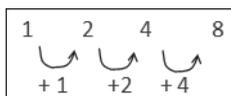
*Alice:* quatro

*Professora:* E ao fim de quatro anos há ...

*Alice:* oito ramos

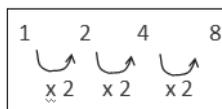
*Professora:* É isso mesmo! E ao fim de 10 anos, será assim tão difícil saber?

*Alice:* [a aluna iniciou um esquema utilizado nas aulas...]



[curiosamente, utilizou a contagem pelos dedos para obter o +2 e o +4...]

[sem dizer nada, apagou o que tinha feito e escreveu...]

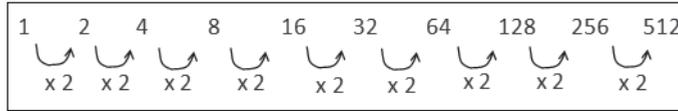


(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Observa-se o quão importante foi a postura da professora para o desencadeamento e resolução da tarefa. Percebe-se ainda que o reforço positivo e a utilização de estratégias de sequencialização e esquematização do raciocínio conduziram a uma mudança de atitude face às dificuldades colocadas, facilitando o rechamamento da memória e a execução assertiva de resoluções intermédias. Contudo, convém lembrar que qualquer aluno, independentemente da sua especificidade, pode revelar dificuldades em relacionar números, quanto mais generalizar esse processo a qualquer outro número. No entanto, a contagem pelos dedos durante o “manuseamento” de números simples, despertou, mais uma vez, a atenção e curiosidade da professora, por também serem características observadas em alunos discalculicos.

Observemos os procedimentos utilizados pela aluna no decorrer da resolução da tarefa:

*Alice:* [continuando em silêncio, completou o esquema, fazendo, a partir da 4.<sup>a</sup> posição, utilização da calculadora...]



[foram várias as vezes em que recontou as posições, até chegar à décima]

[Alice, depois de executar esta tarefa, esboçou um sorriso]

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

À solicitação de resposta à segunda questão colocada nesta tarefa, Alice desculpabilizou-se:

*Professora:* Muito bem! E agora ao final de n anos?

*Alice:* [fez-se silêncio] Não sei, esta é difícil!

*Professora:* [teve a nítida sensação de que a aluna considerou que não responder a esta questão era normal, para ela e para outros, pois a questão era difícil, envolvia uma letra, daí notar-se maior preocupação]

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Nota-se aqui uma evidente dificuldade em generalizar regularidades observadas, situação vivenciada por muitos alunos com, ou sem, DAM. Destaque-se também a postura de Alice perante esta nova dificuldade, como se a mesma nos indicasse que este seria, para ela, um obstáculo intransponível. Vejamos como reage às estratégias implementadas:

*Professora:* Não te lembras de fazer exercícios do género, com repetição de números?

*Alice:* Repete-se o dois...

*Professora:* E em que situações da Matemática podemos observar a repetição do n.º 2?

*Alice:* Na tabuada do dois...

*Professora:* Então constrói-a na tua folha de papel.

*Alice:* [Ao construí-la (não a tem memorizada) desistiu quando multiplicou dois por três e obteve seis. Ignorou a presença do 1, primeiro termo. Entretanto, voltou a ficar em silêncio a olhar para o exercício].

*Professora:* Tenta trabalhar com as potências. Repara que há uma relação entre as potências e a multiplicação...produto de fatores...]

*Alice:* [Permaneceu em silêncio]

*Professora:* Escreve na tua folha de papel uma potência qualquer...

Alice: [escreveu  $7^3$ ]

Professora: Desenvolve essa potência...

Alice: [escreveu  $7^3 = 7 \times 7 \times 7$  e utilizou a calculadora para descobrir o resultado 343]

Professora: Qual é o número que se repete?

Alice: Sete.

Professora: E na tua sequência?

Alice: Dois.

Professora: Substitui cada um dos valores por uma potência de base dois equivalente.

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
		1.º ↓	2.º ↓	3.º ↓	4.º ↓	5.º ↓	6.º ↓	7.º ↓	8.º ↓
		$2^2$	$2^3$	$2^4$	$2^5$	$2^6$	$2^7$	$2^8$	$2^9$

Professora: Já descobriste a lei de formação desta sequência?

Alice: escreveu  $2^n$ .

Professora: [A professora explicou (substituindo o número correspondente à ordem) por que razão não poderia ser essa potência. Indicou e explicou qual a resposta correta ao exercício].

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

*Síntese:* Diagnosticaram-se dificuldades na compreensão de instruções verbais, na aplicação de conceitos anteriormente lecionados, na sequencialização de raciocínios e na utilização de linguagem matemática. Segundo García (1998) estas dificuldades podem estar associadas ao comprometimento das habilidades linguísticas, de percepção e de atenção, para além de se relacionarem com dificuldades específicas na compreensão e aplicação de conhecimentos de Matemática. Alice evidenciou notórias dificuldades em estabelecer uma relação entre os números, mesmo tendo sido implementadas diferentes estratégias de apoio, tais como: o rechamamento da memória; o reforço dos aspetos essenciais; a repetição constante; a exemplificação; a utilização da calculadora; a sequencialização de raciocínios; a esquematização e o reforço positivo. Foi ainda notória a lentidão com que executou a tarefa, uma característica também associável a alunos discalculicos (Butterworth, 2003).

Evidenciam-se ainda dificuldades em trabalhar com incógnitas e em generalizar, possivelmente associadas à incompreensão de princípios e processos matemáticos básicos (Johnson & Myklebust, 1991). Refira-se, no entanto, que esta e outras dificuldades poderão também ter origem no processo de interiorização da linguagem matemática, com

implicações na elaboração do pensamento (Cazenave, 1972). Segundo Kieran (1992) a dificuldade em generalizar pode estar relacionada com o facto de a letra apresentar-se na forma de número generalizado  $2^{n-1}$ .

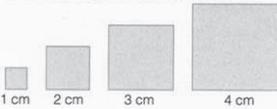
No que respeita ao desempenho de Alice, a professora considera que, ainda assim, o treino de respostas modelo, a memorização e agilidade na utilização de estratégias e procedimentos permitiram que Alice fosse mais autónoma na resolução da tarefa, ou em parte dela.

### *Desempenho durante a unidade de ensino*

A tarefa n.º 5 (ver figura 2), relacionando elementos de dois conjuntos e obrigando à interpretação e utilização de expressões algébricas, foi selecionada também pelo facto de a professora ter identificado em Alice dificuldades acentuadas na utilização de fórmulas, mesmo as mais simples, como as do perímetro e da área do quadrado.

Nesse sentido, torna-se possível averiguar se Alice consegue aplicar a fórmula da área do quadrado, estabelecer correspondência entre variáveis (comprimento do lado e área do quadrado), interpretar linguagem simbólica das funções e analisar e interpretar expressões algébricas.

Considera os seguintes quadrados.



1 cm    2 cm    3 cm    4 cm

Observa a tabela seguinte.

Comprimento do lado (em cm)	Área do quadrado (em cm <sup>2</sup> )
1	★
2	4
3	★
4	★

a. As estrelas escondem números. Descobre-os e escreve no teu caderno a tabela completa.

b. Seja  $f$  a função que ao comprimento do lado, em centímetros, de cada quadrado faz corresponder a respectiva área, em centímetros quadrados.

O que representa  $x$  se  $f(x) = 25$  ?

Figura 2 — Área do quadrado (tarefa n.º 5)  
(Tarefa retirada do manual *Matemática Dinâmica*, 7.º ano, página 17)

Esta tarefa foi resolvida por Alice nas sessões de apoio individualizado, embora correspondendo a um trabalho de casa proposto na sala de aula ao qual não apresentou resolução, e depois de já se terem implementado tarefas semelhantes para atenuar as dificuldades observadas. A tarefa exigia de Alice a leitura e interpretação da informação constante nos polígonos e na tabela apresentada, pretendendo-se a aplicação da noção e da fórmula da área de um quadrado. A professora registou o seguinte:

- a) Alice leu o exercício em voz baixa, demorando algum tempo a tomar outra atitude;

- b) Escreveu nas imagens correspondentes aos quadrados, em todos os seus lados, os valores numéricos 1; 2; 3 e 4;
- c) Escreveu as expressões:  $1 + 1 + 1 + 1 = 4$ ;  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$  e  $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ ;
- d) Preencheu a tabela, substituindo ★ pelos valores 4; 12 e 16, ignorando a informação correspondente ao quadrado cujo lado tinha 2 cm de comprimento, a qual estava corretamente preenchida (4).

(RP; 14-02-2011)

Denota-se ainda a existência de confusão na aplicação das noções e fórmulas de perímetro e área, uma vez que Alice calculou o perímetro dos quadrados ao invés da sua área. Repare-se ainda que Alice foi incapaz de confrontar os seus resultados (perímetro de um quadrado com 2 cm de lado) com os dados da figura (área de um quadrado com 2 cm de lado). Relativamente a esta confusão de ideias e fórmulas, atenda-se que a professora já havia, através da aplicação de outras tarefas, observado as dificuldades evidenciadas nesta tarefa n.º 5, tal como podemos confirmar na resolução seguinte (ver figura 3):

*Qual é a área do retângulo?*

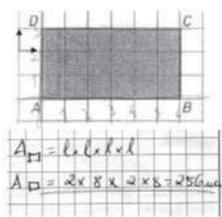


Figura 3 — Perímetro/Área do quadrado (RA; 25-01-2011)

Neste sentido, as estratégias aplicadas pela professora (auxílio na leitura e interpretação dos enunciados, revisão do significado de perímetro e área e das respetivas fórmulas, interpretação e aplicação de linguagem matemática, exemplificação e repetição dos mesmos conceitos em situações distintas) parecem não ter sido suficientes para a aprendizagem desses conceitos, incluindo para a memorização das respetivas fórmulas.

Relativamente à alínea b da tarefa n.º 5, a exigência compreendia a leitura e interpretação do enunciado escrito e da expressão  $f(x) = 25$ , no contexto apresentado. A professora registou o seguinte:

Alice foi incapaz de resolver a questão. Leu o enunciado, afirmando logo de partida não perceber a questão enunciada. À indicação de considerar  $f(x)$  como sendo equivalente à fórmula da área do quadrado, não respondeu. Ao pedido de continuar a construção da tabela, identificou a presença do número 25 e percebeu estar associado a um quadrado de lado 5 cm.

Contudo, foi possível perceber que não associou o comprimento do lado do quadrado ao valor de  $x$ .

(RP; 14-02-2011)

*Síntese:* São evidentes as dificuldades observadas na utilização de fórmulas simples, quer na associação da fórmula ao contexto, como também na substituição de valores numéricos. No entanto, apesar das dificuldades e incorreções observadas durante a resolução da tarefa n.º 5, notou-se em Alice uma atitude diferente da observada no início do acompanhamento. Revelou maior empenho na execução da tarefa, sendo que foi a própria quem definiu e aplicou estratégias, embora semelhantes às propostas e aplicadas em outros contextos. Um exemplo dessa atitude observou-se durante o registo do comprimento dos lados nas imagens, sendo que Alice procurou desenvolver determinada linha de pensamento.

É curioso refletir ainda sobre as competências adquiridas por Alice, algumas complexas, quando, por outro lado continuou a demonstrar dificuldade em executar tarefas simples, como as do cálculo numérico simples e da aplicação das fórmulas da área e do perímetro de um quadrado. Há uma compatibilidade entre este comportamento de Alice e as características de alunos discalculicos apresentadas por Butterworth (2003), que considera que um discalculico pode executar tarefas matemáticas complexas, mas apresentar dificuldades na realização de cálculos numéricos simples.

### **Desempenho após a unidade de ensino**

Com a aplicação da tarefa n.º 6 (ver figura 4), correspondente a uma tarefa proposta em contexto turma, pretendia-se compreender se Alice havia evoluído na interpretação de situações que exigiam a aplicação de fórmulas e a utilização de variáveis para construir e trabalhar com expressões algébricas. Neste caso, solicitava-se o cálculo do perímetro de um quadrado quando o comprimento dos seus lados assumia valores numéricos concretos, ou uma variável. A apresentação de uma tabela torna possível averiguar como a alu-

Considera os quadrados cujos comprimentos dos lados são 0,5 cm; 1 cm; 1,5 cm e 2 cm.

Lado do quadrado (cm) $X$	0,5	1	1,5	2	$x$
Perímetro do quadrado (cm) $Y$	a	b	c	d	e

a) Na tabela que se segue, quais os números que devem estar no lugar das letras a, b, c e d e que expressão deve figurar no lugar da letra e?

b) O **perímetro** de um quadrado é **função** da medida do seu lado? Justifica a tua resposta

c) Mostra que as grandezas  $x$  e  $y$  são directamente proporcionais e indica o:

- valor numérico correspondente à constante de proporcionalidade directa.
- significado da constante de proporcionalidade directa?

Figura 4 — Letras (tarefa n.º 6)

(Tarefa adaptada do caderno de atividades *Matemática Dinâmica*, 7.º ano, pág. 34)

na lê e interpreta a informação e como a relaciona com outras representações de função. É-lhe ainda exigido que aplique conceitos específicos como os de perímetro, função e proporcionalidade direta. Através deste exercício poder-se-á averiguar de que modo Alice interpreta e utiliza letras com o significado numérico, de variável e parâmetro (constante de proporcionalidade direta).

Era exigida a leitura e compreensão da informação presente numa tabela e, novamente, a utilização da noção e fórmula do perímetro de um quadrado. Nesse sentido, apresentados os lados de comprimentos 0,5 cm, 1 cm, 1,5 cm, 2 cm e  $x$  cm, Alice concluiu (ver figura 5):

Handwritten work on grid paper showing a list of values with checkmarks and a formula:

$$\begin{array}{l} a - 2 \checkmark \\ b - 4 \checkmark \\ c - 6 \checkmark \\ d - 8 \checkmark \\ e - x + 2x \end{array}$$

Figura 5 — Resolução da tarefa n.º 6 alínea a) (RA; 03-03-2011)

No que respeita à aplicação da fórmula do perímetro do quadrado, percebe-se que Alice conseguiu interpretar o enunciado e utilizar corretamente a fórmula, uma vez que chegou aos valores numéricos pretendidos.

Na alínea b), tendo sido solicitada uma justificação para o facto da situação descrita ser a de uma função, Alice respondeu (ver figura 6):

Handwritten work on grid paper showing a function and calculations:

$$y = kx$$

$$\textcircled{y} = \frac{y}{x} \quad \frac{2}{0,5} = 4 \quad \frac{4}{1} = 4 \quad \frac{6}{1,5} = 4 \quad \frac{8}{2} = 4$$

$$y = 4x$$

Figura 6 — Resolução da tarefa n.º 6 alínea b) (RA; 03-03-2011)

Alice revela incompreensão ou confusão relativamente ao que lhe é solicitado no enunciado. Nesse sentido, ao invés de justificar que se tratava de uma função, procurou justificar que se tratava de uma situação de proporcionalidade direta, apresentando até uma expressão algébrica para representar essa situação. Aferindo outras competências é possível compreender, pelo desempenho constatado nas alíneas a) e b), que Alice consegue efetuar uma leitura correta da tabela, visto selecionar assertivamente os valores necessários aos cálculos efetuados. Constata-se ainda que os cálculos numéricos aqui apresentados, estando corretos, foram obtidos com o auxílio da calculadora, recurso este que de certa forma evitou que cometesse erros de cálculo e permitiu que aumentasse o ritmo de trabalho. Podemos ainda constatar que fez uma leitura correta do traço de fração, associando-o à divisão, situação que se notou adquirida após explicação e aplicação de estratégias.

Embora não respondendo à questão, Alice apresentou uma expressão algébrica que poderia ter sido utilizada para conferenciar e corrigir a resposta dada na alínea a), porém, mais uma vez, não confrontou os resultados, ou seja, as expressões  $x + 2$  e  $4x$ .

O processo de verificação da proporcionalidade direta parece também encontrar-se automatizado, uma vez que Alice apresenta um conjunto de informações que dá resposta a várias questões, ficando-se na dúvida se realmente percebe o que está a ser pedido, o que deve apresentar ou onde deve parar. A aluna, de uma vez só, justifica que se trata de uma situação de proporcionalidade direta, determina a constante de proporcionalidade direta, apresenta uma expressão algébrica representativa do caso e escreve uma expressão simplificada. Porém, na resposta à alínea que se segue, constatamos, por exemplo, que ela não é capaz de dizer qual é a constante de proporcionalidade direta, ou seja, transferir os dados obtidos para outra questão.

Continuando a apresentar a resolução de Alice à tarefa n.º 6, observemos o que responde quando lhe é solicitada (ver figura 7):

— Uma justificação à situação de proporcionalidade direta:

As grandezas  $x$  e  $y$  são directamente proporcionais pois aumentam sempre na mesma proporção

As grandezas  $x$  e  $y$  são directamente proporcionais pois aumentam sempre na mesma proporção

— A indicação da constante de proporcionalidade direta:

$$y = kx$$

— O significado da constante de proporcionalidade direta:

A constante de proporcionalidade Direta significa que as grandezas são directamente proporcionais

A constante de proporcionalidade direta significa que as grandezas são directamente proporcionais

Figura 7 — Resolução da tarefa n.º 6 alínea c) (RA; 03-03-2011)

*Síntese:* A continuidade da aplicação das estratégias descritas anteriormente parece ter surtido algum efeito. Contudo, quando o comprimento do lado do quadrado assume uma variável, Alice não consegue obter a expressão correta, apresentando uma expressão desajustada ao contexto. Trata-se de uma dificuldade relacionada com o reconhecimento da letra enquanto variável, uma dificuldade comum, segundo Kieran (1992), em diferentes alunos durante a aprendizagem das funções.

Pelo conhecimento que reunimos da aluna, reside a ideia de que ela compreende e concretiza algumas tarefas de forma isolada, tendo depois dificuldade em transferir os seus resultados e conclusões para representações diferenciadas. Tal parece ter acontecido relativamente à alínea c), em que Alice percebeu a necessidade de justificar que se tratava de uma situação de proporcionalidade direta, porém não foi capaz de fazer uso dos cálculos efetuados na alínea anterior. Ao pedido de indicação da constante de proporcionalidade direta, Alice indicou a expressão algébrica geral, não estabelecendo uma ligação ao valor de  $k$  já determinado.

Em traços globais, constata-se melhorias ao nível da aplicação de fórmulas e de interpretação de expressões algébricas, ainda que algumas das resoluções apresentadas pareçam resultar da aplicação de procedimentos memorizados que, por vezes, são aplicados em contextos desadequados. A utilização da calculadora é tida como um facilitador da resolução da tarefa, permitindo a progressão para outras etapas. Destaque-se o facto de a aluna ter conseguido realizar esta tarefa autonomamente, desde a leitura e interpretação dos enunciados até à seleção de estratégias de resolução, executado-a no mesmo período de tempo destinado aos seus colegas. Nota-se assim uma maior proximidade ao trabalho desenvolvido pelo seu grupo de pares, sendo que não tendo a tarefa sofrido qualquer adaptação, Alice conseguiu apresentar uma qualidade de trabalho semelhante à dos seus colegas e realizá-la no mesmo período de tempo.

## Conclusões

Entendemos que o estudo aqui divulgado permitiu aferir que dificuldades um aluno discalculico poderá evidenciar durante a aprendizagem das funções e que tipo de intervenção poderá ser ministrada, visando atenuar dificuldades e facilitar o processo de aquisição de novos conhecimentos. A intervenção individualizada tornou possível a (re)aprendizagem de conceitos já lecionados e o desenvolvimento de um conjunto de tarefas que possibilitassem a aquisição de competências essenciais às novas aprendizagens lecionadas, posteriormente, em contexto turma. As tarefas de recuperação de conteúdos lecionados focaram-se na necessidade de a aluna adquirir competências essenciais à aprendizagem das funções, tendo-se verificado a explicação e exemplificação por parte da professora, a indicação de estratégias de análise dos dados contidos nos enunciados e de resolução de problemas, bem como treino dessas aprendizagens. As tarefas de antecipação de conteúdos, associadas a contextos funcionais e por vezes a atividades didáticas, como foi exemplo o jogo da batalha naval antes de se abordar o *Referencial Cartesiano* em contexto turma, ti-

veram uma vertente lúdica, de aferição de dificuldades que se poderiam vir a verificar durante a leção das funções e de motivação e preparação da aluna para as novas aprendizagens em contexto sala de aula. A intervenção ministrada em contexto sala de aula foi diferenciada, no sentido em que a aluna foi preparada para adquirir os novos conceitos lecionados no âmbito das funções, para aplicar as estratégias de interpretação e de resolução dos problemas e porque podia utilizar calculadora e receber a atenção imediata da professora para orientar e validar o trabalho desenvolvido.

A intervenção ministrada, personalizada quanto às tarefas implementadas e quanto ao papel assumido pelo professor, revelou ser possível que um aluno discalculico possa adquirir competências globais no âmbito da compreensão, da memória, do ritmo de trabalho, das habilidades psicoafectivas, entre outras, essenciais à aprendizagem das funções. Revelou ainda ser possível estimular e desenvolver a capacidade de interpretação e de utilização de diferentes modos de representação, bem como de conceitos e linguagem matemática (Duval, 2006). Confirmou a presença de características próprias da discalculia, em que a evolução registada permite a execução de tarefas com um grau de exigência acentuado, mas contínuas dificuldades em aplicar instruções ou conhecimentos básicos. Também neste sentido, permitiu identificar a existência de uma ação mecanizada durante a execução de procedimentos, por vezes aplicados de forma descontextualizada.

No que se refere ao contributo dado pelo conjunto de estratégias aplicadas, destaca-se a antecipação de conteúdos lecionados em contexto sala de aula, por ter facilitado a aprendizagem de novos conceitos, no âmbito das funções, e ter atenuado as diferenças existentes entre Alice e o seu grupo de pares.

Muitas das dificuldades matemáticas de Alice referentes à compreensão de instruções verbais, bem como quanto à aplicação de conceitos matemáticos previamente ministrados e, ainda, relativamente à sequenciação de raciocínios e ao uso da linguagem matemática parecem estar fortemente associadas, tal como afirma Garcia (1998), às habilidades linguísticas e não só a dificuldades específicas na compreensão e aplicação de conhecimentos de Matemática. Isto implica uma preocupação acrescida dos professores para com a leitura e a interpretação dos enunciados por parte dos alunos. Relativamente à linguagem matemática, a sua não interiorização, por parte de Alice, poderá estar na origem das dificuldades da aluna em trabalhar com incógnitas e em generalizar, pois tal interiorização tem um papel importante na elaboração do pensamento (Cazenave, 1972). Este aspeto conduz-nos à tomada de consciência e à importância da ambiguidade dos símbolos matemáticos, a que o professor deve estar atento, e que, segundo Kieran (1992), a própria dificuldade em generalizar pode estar relacionada com o facto de a letra apresentar-se na forma de número generalizado  $2^{n-1}$ . Também a não obtenção da expressão correta, em que Alice apresenta uma expressão desajustada ao contexto, pode estar relacionada com o reconhecimento da letra enquanto variável, uma dificuldade comum, segundo Kieran (1992), em diferentes alunos durante a aprendizagem das funções.

O facto de Alice ter adquirido algumas competências complexas, paralelamente ao sentir dificuldades em executar tarefas simples (cálculo numérico simples), evidencia que um aluno discalculico pode executar tarefas complexas mas apresentar dificuldades na realização de cálculos numéricos simples. Alunos com esta característica não são deficientes

nem incapazes de alcançar sucesso em Matemática, desde que compreendidos e ajudados na sua aprendizagem.

Neste estudo foi ainda notória a lentidão com que a aluna executou as tarefas, uma característica também associável a alunos discalculicos (Butterworth, 2003). Esta dificuldade deve ser tida em conta pelo professor quando trabalha com alunos com estas características.

Considerando os resultados apresentados e refletindo sobre o sucesso alcançado pela aluna, não se pode deixar de considerar que alunos com esta problemática teriam bastantes benefícios com a implementação de estratégias e metodologias ajustadas às suas necessidades. É nesse sentido que valorizamos a divulgação das dificuldades e dos resultados aqui apresentados, considerando que esses poderão consciencializar os leitores para a existência desta problemática, tão comum quanto a dislexia, auxiliando-os na tomada de decisões quanto à intervenção. Aspiramos ainda que este estudo possa servir de base a outros de maior abrangência, nomeadamente sobre a aprendizagem de outros temas matemáticos, capazes de darem o devido relevo à problemática e fundamentar a necessária intervenção em contexto escolar. Idealiza-se que num futuro próximo, também as escolas portuguesas tenham adquirido capacidade para identificar e ministrar, com a maior prematuridade possível, uma intervenção adequada no caso da discalculia.

## Referências

- Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: APM.
- Adler, D. (2001). *What is dyscalculia?* An e-book from Kognitivt Centrum Sweden.
- Blender (2004). Reading disorder (dyslexia), mathematics disorder (dyscalculia), developmental neuropsych. Profiles, phonology, processing, psychosocial correlates. In <http://tobias-lib.uni-tuebingen.de>
- Butterworth, B. (2003). *Dyscalculia: diagnosis and intervention*. OECD Educational Neuroscience Meeting.
- Butterworth, B. (2005). Developmental dyscalculia. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455–467). Hove: Psychology Press.
- Cazenave, B. (1972). *Recurrent idiotopes and internal images*. In <http://biblioedu.wikispaces.com>.
- Chinn, S. & Ashcroft, R. (2007). *Mathematics for Dyslexics, including Dyscalculia*. 3rd edition, London.
- Dehaene, S (1997). *The number sense: how the mind creates mathematics*. London. Oxford university Press.
- DfES (2001). *Guidance to Support Pupils with Dyslexia and Dyscalculia* (DfES 0512/2001). London: Department for Education and Skills. <http://www.education.gov.uk>
- Duval, R. (2006). Quelle semiotique pour l'analyse de la activité et dès productions mathématiques? *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matemática Educativa*, 9 (Extra 1), 45–82.
- Fonseca, V. (2008). *Dificuldades de Aprendizagem: Abordagem Neuropsicológica e Psicopedagógica ao Insucesso Escolar*. Ancora Editora.
- García, S. (1998). *Manual de Dificultades de Aprendizaje: Lenguaje. Lecto- Escritura y Matemáticas*. Madrid: Narcea.
- Johnson, D. & Myklebust, H. (1991). *Distúrbios de aprendizagem: Princípios e práticas educacionais*. São Paulo: Livraria Pioneiro Editora.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In E. D.A. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). New York, NY: Macmillan.

- Ministério da Educação (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa: DGICD.
- Pais, S. & Saraiva, M. J. (2011). O significado das representações da função afim para alunos do 8.º ano de escolaridade. *Quadrante*, Vol. XX, n.º 2, pp. 17–55. Lisboa: APM.
- Sajka, M. (2003). A secondary school student understands of the concept of function — a case study. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 229–254.
- Ursini, S. & Trigueros, M. (2001). A model for de uses of variable in elementary algebra. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceeding of the 25<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 327–334). Utrecht: Utrecht University.
- Usiskin, Z. (1998). Conceptions of school algebra and uses of variables. In A. F. Coxford; A. P. Schulte (Eds.), *The ideas of algebra*, K-12 (pp. 8–19). Reston, VA: NCTM.
- Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Methods* (2.<sup>a</sup> Ed.) Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

**Resumo.** Reeducar jovens com dificuldades de aprendizagem em Matemática (DAM) poderá ajudar a resolver alguns dos problemas da sociedade atual, face às inúmeras capacidades que os alunos poderão desenvolver com a aprendizagem e utilização da Matemática. Neste artigo identificam-se as dificuldades de uma aluna do 7.º ano de escolaridade, com características compatíveis com a discalculia, na aprendizagem de conceitos específicos das funções, em particular no que respeita às expressões algébricas, bem como a utilidade e a importância do usufruto de uma intervenção educativa atempada e adequada à sua especificidade. Utilizou-se uma metodologia qualitativa de cunho descritivo e interpretativo. Os resultados do estudo indicam que a aluna evoluiu na aprendizagem das funções, particularmente das expressões algébricas, tendo também alterado a sua atitude para com a aprendizagem da Matemática e, mesmo, quanto à utilização dos conceitos matemáticos das funções.

*Palavras-chave:* Discalculia, Dificuldades na aprendizagem das Funções, Expressão algébrica.

**Abstract.** Reeducate young people with learning difficulties in Mathematics (LDM/DAM) can help to solve some of the problems of modern society, because of the numerous skills that students can develop with the learning and use of Mathematics. This paper identifies the difficulties of a student in the seventh grade, Alice, with characteristics consistent with dyscalculia, in the learning of specific concepts of mathematical functions, particularly with regard to algebraic expressions, as well as the usefulness and importance of the usufruct of a timely and appropriate educational intervention according to her specificity. We used a qualitative methodology in a descriptive and interpretive perspective. The results of the study indicate that the student progressed in the learning of the functions, particularly of the algebraic expressions, and also changed her attitude towards the learning of mathematics and even in the use of mathematical concepts of functions.

*Keywords:* Dyscalculia, Difficulties in the learning of functions, algebraic expression.

■■■

CORÁLIA PIMENTA

Instituto Educativo de Lordemão

coraliapimenta@gmail.com

MANUEL JOAQUIM SARAIVA

Universidade da Beira Interior e UIED

manuel.s@ubi.pt

(Recebido em junho de 2012, aceite para publicação em abril de 2013)