

A importância das tarefas de investigação, da resolução de problemas e dos materiais manipuláveis no ensino e aprendizagem de perímetro, área e volume no 5.º ano de escolaridade

Daniela Filipa Martinho Mascarenhas

Escola Superior de Educação do Porto

João Sampaio Maia

Centro de Estudos Interdisciplinares em Educação e Desenvolvimento (CeIED)

Tomás Sola Martinez

Universidad de Granada

Francisco Javier Hinojo Lucena

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica y Organización Escolar.

Facultad de Ciencias de la Educación

Introdução

O insucesso da disciplina de Matemática continua a ser uma constante preocupação para todos os intervenientes no processo de ensino e aprendizagem em Portugal e em todo o mundo (Organisation for Economic Cooperation and Development (OECD), 2006a). A atual matematização da sociedade exige ao cidadão informado a familiaridade com competências matemáticas intermédias ou avançadas e a crescente concorrência internacional para empregos em ciência e tecnologia tornou o desempenho dos estudantes em matemática cada vez mais importante ao longo das últimas duas décadas (McMeeking, Orsi & Cobb, 2012).

A Educação Matemática pode colaborar, significativamente, para dotar as pessoas de competências que as tornarão mais críticas e confiantes nos aspetos essenciais das suas vidas.

O presente estudo realizou-se em 2009/10, em escolas que não estavam a aplicar o Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 (PMEB). Ou seja, atendendo ao momento temporal da sua realização, este trabalho foi, portanto, uma espécie de experimentação do preconizado nesse programa, já que se puseram em prática orientações metodológicas do PMEB, nomeadamente estratégias de ensino e materiais manipuláveis, mas com alunos ainda integrados no antigo programa. O programa em implemen-

tação era o antigo, mas as tarefas aplicadas aos alunos em estudo eram preconizadas pelo novo.

Optámos, dentro do domínio da Geometria e Medida, devido à existência de muitos conceitos, por centrar esta investigação nas noções de perímetro, área e volume.

Neste sentido, o presente estudo teve como principal objetivo averiguar se determinadas tarefas de investigação, de manipulação de materiais e de resolução de problemas contribuíam de forma positiva para a aprendizagem das noções de perímetro, área e volume. Em particular, averiguámos se a aplicação de tarefas de investigação e de resolução de problemas com recurso aos materiais manipuláveis blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis melhoravam as aprendizagens dos discentes das noções mencionadas.

Este objetivo traduziu-se na seguinte questão de investigação:

- A utilização de tarefas de investigação e de resolução de problemas, com recurso à manipulação de blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis dá um contributo positivo para a melhoria das aprendizagens dos conceitos de perímetro, área e volume, no 5.º ano de escolaridade?

Para responder a esta questão, comparámos estatisticamente os resultados obtidos num teste escrito de avaliação de conhecimentos dos temas em causa por alunos de dois grupos: alunos do 5.º ano pertencentes a turmas onde os conceitos mencionados foram abordados através da resolução de problemas e de tarefas de investigação, com recurso à exploração dos citados materiais manipuláveis e alunos de turmas do 5.º ano onde esses materiais, tarefas e modos de exploração não foram utilizados.

A opção, neste estudo, por esta área e por estes recursos como meios estratégicos na tentativa de melhorar a aprendizagem matemática foi justificada por serem recomendações importantes do PMEB e por ir ao encontro da posição de diversos autores.

Assim, após revermos brevemente a literatura sobre aprendizagem da geometria, as tarefas de investigação e resolução de problemas com recurso à manipulação de materiais e apresentarmos a metodologia deste estudo, neste artigo analisamos e comparamos os resultados dos alunos, em dois momentos temporais distintos (antes e depois da aplicação das referidas tarefas), com o intuito de se verificar se as tarefas selecionadas potenciam o sucesso dos discentes na aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume do domínio Geometria e Medida.

Fundamentação teórica

É certo que o problema do insucesso escolar tem várias causas, não tem a ver apenas com a Escola. Diz respeito a cada um de nós, professores, aos alunos, aos pais, aos políticos e à sociedade em geral.

Na generalidade, há duas classes de explicações para entender a falta de aprendizagem por parte dos alunos, ou seja, o insucesso escolar: ou estes não estão aptos para aprender ou os professores não estão aptos para ensinar. Entre estes dois polos interpretativos é que se debate a teoria da aprendizagem (Iturra, 1990).

Desta forma, além das características do aluno, o modo como os conteúdos programáticos são ensinados pode influenciar o processo de ensino e a aprendizagem do aluno e contribuir, ou não, para o insucesso escolar.

As preocupações com a forma como a Matemática é ensinada em Portugal já tem vários anos. Essa preocupação foi a razão principal pela criação, em 1986, da Associação de Professores de Matemática (APM) e já vários autores e entidades nacionais se pronunciaram sobre isso, por exemplo, Abrantes, (1988), Ponte (1992), Ribeiro (1995), Ministério da Educação (ME) (2001) e Ponte e Serrazina (2004). A própria OECD (2003a, 2003b, 2006b) também reflete sobre o modo como a Matemática é ensinada.

No entanto, os sinais de mudança nas práticas educativas não foram muitos, apesar de, nos últimos anos, os educadores matemáticos terem olhado para o problema, tendo em conta a evolução e desenvolvimento das tecnologias e de considerarem relevante não só currículo mas também os papéis do aluno e do professor, nomeadamente a atitude, as estratégias e os meios que este usa nas suas aulas.

Estudos internacionais, que se realizaram a partir do final da década de 80, foram também evidenciando o insucesso escolar da Matemática, em Portugal: o *Second International Assessment of Educational Progress* (SIAEP), o *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) e o *Programme for International Student Assessment* (PISA).

Um dos capítulos mais penalizados do currículo da Matemática tem sido o da Geometria, não obstante a sua importância, por ser, frequentemente, o último na programação das aulas e na paginação dos manuais (Breda, Serrazina, Menezes, Sousa & Oliveira, 2011). De facto, de um modo geral, em todos os estudos realizados se constata que os alunos portugueses apresentam dificuldades em todos os temas da matemática, mas com maior incidência nos temas da geometria. No PISA, por exemplo, a pior classificação obtida tem sido na área da geometria.

Alguns autores constataram as dificuldades dos portugueses na Geometria e apontam razões para isso.

Candeias *et al.* (2006) realizaram um estudo com 80 alunos do 6.º ano de escolaridade, da zona de Lisboa, com o objetivo de “conhecer as estratégias de raciocínio e as dificuldades dos alunos portugueses do 2.º ciclo do ensino básico em três campos conceptuais relacionados com a Geometria: Visualização, Medida e Área” (p. 2). Os autores consideram que, das dificuldades encontradas, sobressaíam as que resultavam, à partida, de “alguma falta de contacto com problemas em que se altera alguma condição, tornando-o diferente dos que normalmente são trabalhados em sala de aula” (pp. 14–15) e que essas dificuldades se estendiam à estimação e ao cálculo de áreas elementares.

Tempera (2010) estudou um grupo de 404 estudantes da licenciatura em Educação Básica de uma Escola Superior de Educação do centro de Portugal, relativamente aos seus conhecimentos em diversos campos de geometria, e concluiu que possuíam um conhecimento superficial de alguns conceitos da geometria elementar, embora a maioria deles tenha frequentado o ensino básico na vigência dos “programas de Matemática de 1990 e de 1991, que dedicavam uma atenção significativa à geometria e continham orientações específicas para o seu ensino” (p. 92). Aponta como razões possíveis para essa falta de conhecimentos a marginalização da Geometria no currículo de matemática, o facto de as

definições serem apresentadas antes da experimentação e com demasiado peso e o ensino desta área da Matemática estar centralizado no reconhecimento e nomeação de formas geométricas e na utilização de fórmulas. Gomes (2012) fez igualmente um estudo com um grupo de 64 estudantes do último ano da licenciatura em Educação Básica, todas do sexo feminino, de uma Universidade portuguesa, referente aos seus conhecimentos sobre reflexão, translação e rotação. Considera que obteve “alguns resultados surpreendentes e ao mesmo tempo preocupantes” (p. 241), já que as estudantes revelaram muitas dificuldades em todas as isometrias estudadas, apesar das questões colocadas terem sido retiradas de manuais escolares atuais.

Todavia, os problemas nesta área não são exclusivos de Portugal. Schwartz (2007), referindo-se aos Estados Unidos da América (EUA), diz que, “quando as pessoas se lembram da sua experiência na aprendizagem da geometria, muitas delas recordam-na não apenas como uma experiência desagradável, mas também as dificuldades que experimentaram. Estas duas facetas da aprendizagem, desconforto e falta de profundidade de compreensão, andam de mãos dadas” (p. 72).

Idris (2009) afirma que as dificuldades na aprendizagem da Geometria resultam do facto das abordagens tradicionais se preocuparem mais com “o quanto os alunos podem se lembrar e menos sobre a forma como os alunos podem pensar e raciocinar” (p. 96) e Panaoura e Gagatsis (2009) defendem que as dificuldades são consequência de, até ao 6.º ano, os professores levarem os alunos a tirarem conclusões essencialmente da percepção das figuras geométricas e não a dar ênfase também às propriedades dos objetos geométricos.

Numa perspetiva mais geral, Bispo, Ramalho e Henriques (2008) consideram que as razões ligadas ao insucesso na Matemática são múltiplas e complexas e que a realidade sociocultural e o currículo escolar não lhe são alheios.

As dificuldades no ensino/aprendizagem da Matemática tem levado as entidades responsáveis a propor mudanças nos paradigmas curriculares e didáticos.

Por exemplo, na Introdução do programa do 1.º ciclo do ensino básico (CEB) de 1990 (ME, 1990), faz-se uma referência explícita à necessidade de se proporcionarem aos alunos oportunidades para “realizarem experiências de aprendizagem activas, significativas, integradas e socializadoras” (ME, 1990, p. 5) e afirma-se que as aprendizagens ativas pressupõem a manipulação de objetos e meios didáticos e a descoberta de novos percursos e saberes e que a criança deve ser o ator principal da sua aprendizagem (ME, 1990). No entanto, constatou-se ao longo dos anos em que este programa vigorou que a maioria dos docentes não partia dos conhecimentos que as crianças já possuíam, nem trabalhavam através da manipulação de materiais didáticos ou do recurso de atividades de investigação e que os alunos, quando passavam a frequentar o 2.º CEB, apresentavam várias lacunas a nível, sobretudo, da capacidade em raciocinar e em resolver problemas (APM, 1998b). Ora, essas dificuldades eram mais evidentes nas temáticas relacionadas com a resolução de problemas, em especial, no caso da Geometria (Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE), 2001), talvez porque, à semelhança do que refere Schwartz (2007) em relação aos EUA, os currículos de geometria no ensino básico incidem demasiado sobre

experiências que se enquadram nos níveis de van Hiele mais baixos, “em que simplesmente se pede aos alunos para aprender nomes de formas e nomes de outros objetos geométricos” (p. 73).

Em dezembro de 2007, atendendo às dificuldades e necessidades diagnosticadas no ensino da matemática e mencionadas anteriormente e tendo em vista melhorar o desempenho dos alunos em matemática, é homologado e publicado um novo *Programa de Matemática do Ensino Básico* (PMEB) que tem em conta uma das preocupações dos professores, investigadores, associações profissionais e científicas e mesmo pais: desenvolver um currículo que torne a matemática mais acessível aos alunos (APM, 1998a; Kisker *et al.*, 2012; National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000; Ponte, 2005). Após uma experiência piloto de um ano em 40 turmas distribuídas por todo o país, iniciou-se, em 2009/10, o processo de generalização do PMEB, que foi aplicado em cerca de 450 Agrupamentos de Escolas/Escolas (AE/E). Nesses dois anos, os coordenadores de cada AE/E, no trabalho desenvolvido na implementação do PMEB, tiveram formação específica fornecida pelo ME e pelas escolas locais de formação de professores. Em setembro de 2010, o PMEB iniciou a sua generalização a todo o país, de uma forma gradual e por anos de escolaridade.

Neste documento, embora se assuma que é “um reajustamento do Programa de Matemática para o ensino básico, datado do início dos anos noventa” (Ponte *et al.*, 2007, p. 1), há algumas alterações que vêm propor uma nova dinâmica na gestão e desenvolvimento do ensino da matemática e onde se destacam as “três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem Matemática: a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática” (Ponte *et al.*, 2007, p. 7). Neste sentido, passou-se a valorizar, inclusive no domínio da Geometria e Medida, a resolução de problemas no contexto de sala de aula, dado que permite aos discentes consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático (Ponte *et al.*, 2007).

Ainda nesse documento é referido que “o estudo da Geometria deve ter como base tarefas que proporcionem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir” (Ponte *et al.*, 2007, p. 36), assumindo os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) um papel fundamental no domínio da Geometria e Medida, já que estes “permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos” (Ponte *et al.*, 2007, p. 21), permitindo que o aluno os perceba dos mais elementares aos mais complexos.

Esta opção metodológica vai ao encontro da opinião de diversos autores, como, por exemplo, Hill *et al.* (2005, citados por McMeeking, Orsi & Cobb, 2012, p. 163), que “argumentam que o meio que os professores usam para transmitir conhecimento matemático é tão importante como o próprio conhecimento matemático” e Ponte e Serrazina (2004), que afirmam que “as práticas profissionais dos professores de Matemática são certamente um dos factores que mais influenciam a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos” (p. 2).

No PMEB, particulariza-se que “alguns materiais são especificamente apropriados para a aprendizagem da Geometria, como, por exemplo: geoplanos, tangrans, pentami-

nós, peças poligonais encaixáveis, espelhos, miras, modelos de sólidos geométricos, *puzzles*, mosaicos, régua, esquadros e compassos” (Ponte *et al.*, 2007, p. 21), apontando, portanto, aos professores diversas pistas em relação aos suportes didáticos que poderiam usar nas suas aulas. Deste modo, os docentes seriam impelidos a analisar as suas metodologias de trabalho com a finalidade de criarem novos ambientes na sala de aula e, com isso, gerarem uma maior motivação aos alunos, o que, conseqüentemente, os poderia levar ao sucesso escolar.

Tal como indica o *Currículo nacional do ensino básico — competências essenciais* (ME, 2001), o aluno deve ter acesso a diferentes tipos de experiências matemáticas, tais como resolução de problemas e atividades de investigação. No PMEB, é ainda mais reforçado e clarificado a importância, para o processo de aprendizagem dos alunos, do recurso a atividades de investigação, bem como o desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemática. Nesse documento é, também, referido que estas orientações metodológicas são aspetos centrais na estruturação das atividades a realizar em aula.

Para além destas orientações metodológicas, o PMEB aponta outras que igualmente têm um papel fundamental e que “dizem respeito às representações, à exploração de conexões, ao uso de recursos, à valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo actual, bem como às diferentes formas de trabalho na sala de aula” (Ponte *et al.*, 2007, p. 9).

Assim, atualmente, defende-se que o professor deve propor aos seus alunos diferentes tipos de tarefas de investigação, promover a resolução de problemas e, sempre que se justifique, recorrer ao uso de materiais manipuláveis.

Sendo, pois, conhecido que os alunos portugueses apresentam grandes dificuldades na disciplina de Matemática, mais concretamente nos temas da Geometria e da Medida, muito associados entre si, nomeadamente nos primeiros anos (Ponte *et al.*, 2007), e considerando que o PMEB preconizava uma mudança nas estratégias pedagógicas desta disciplina, em particular nestes temas, pareceu-nos pertinente realizar um estudo que contribuísse para uma melhoria nesta área.

Escolhemos três temas específicos da Geometria e Medida — perímetro, área e volume — e quisemos analisar e comparar as aprendizagens realizadas por alunos sujeitos a estratégias desenvolvidas no âmbito do programa dos anos noventa do século passado e alunos sujeitos a estratégias preconizadas pelo PMEB, de 2007.

Relativamente à Geometria e Medida, podemos constatar através da comparação do PMEB e do programa de Matemática dos anos 90, que este domínio temático surge, agora, mais aprofundado, pois para cada tópico programático são apresentados os objetivos específicos a desenvolver com os alunos e são anunciadas notas, onde são apresentadas sugestões metodológicas aos docentes. Por exemplo, no que concerne ao conceito de volume, é dito, no PMEB, que é necessário “resolver problemas que envolvem volumes de cubos, paralelepípedos e cilindros” (Ponte *et al.*, 2007, p. 41) e nas notas pode ler-se: “relacionar a fórmula do volume do cubo com a do paralelepípedo” (Ponte *et al.*, 2007, p. 41).

A escolha da Geometria é legitimada pelas dificuldades enumeradas anteriormente e porque, como refere Loureiro (2009), a sua aprendizagem se “articula muito bem com as três capacidades transversais preconizadas no programa [PMEB], resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação” (p. 66). Além disso, como diz Barbosa (2009), há um forte consenso de que esta área “é uma fonte de problemas não rotineiros, que podem propiciar o desenvolvimento de capacidades relacionadas com: a visualização espacial, o raciocínio e a argumentação” (p. 2).

Relativamente às tarefas propostas pelo professor de Matemática, Canavarro e Santos (2012) consideram-nas “um elemento fundamental que muito marcam as possibilidades de aprendizagem matemática dos alunos” (p. 102) e que tanto a seleção de tarefas como o seu desenvolvimento na sala de aula com os alunos, “colocam grandes desafios ao professor, sendo estas duas atividades componentes essenciais” (p. 102) da prática letiva de um professor. Olhando para a forma como os alunos entendem a tarefa, Bispo, Ramalho e Henriques (2008) defendem que a maneira como os alunos “processam a informação, as relações mentais que constroem, etc., são condicionadas pelas actividades propostas que, por isso, influenciam e estruturam a capacidade de pensamento e raciocínio e, em última análise, a aprendizagem da matemática” (p. 4).

Ponte (2005) distingue as tarefas quanto ao seu grau de desafio — elevado e reduzido — e ao seu grau de estrutura — aberta ou fechada. Considera que os exercícios e problemas têm uma estrutura mais fechada, enquanto que as tarefas de investigação têm um carácter mais aberto, e que o grau de desafio pode ser reduzido ou elevado em qualquer tipo de tarefa, sendo que, segundo Dias, Viseu, Cunha e Martins (2013), “a prevalência das tarefas de estrutura fechada na aula de matemática tende a não proporcionar momentos de discussão e de divergência de processos e de respostas” (p. 4624).

Comparando a resolução de problemas com as tarefas de investigação, diversos autores (Ernest, 1991; Fonseca, Brunheira & Ponte, 1999; Frobisher, 1994; Pires, 2011, 2013) focam a questão da perspectiva divergente destas e convergentes daquelas. Consideram as tarefas de investigação de índole divergente, dado que, a partir de uma situação concreta, se pretende explorar todos os caminhos estimulantes e onde o aluno tem um papel mais ativo no processo de aprendizagem, já que formula problemas, coloca questões e define objetivos para solucionar a situação em causa. Já a resolução de problemas é considerada uma atividade convergente, pois o objetivo é descobrir um caminho para atingir um ponto específico que não é rapidamente alcançável. Os problemas podem ser mais estruturados ou mais abertos, podendo estar relacionados com questões do quotidiano ou com situações puramente matemáticas, mas o seu enunciado está claramente definido desde o início e é colocado já formulado ao aluno (Ernest, 1991; Frobisher, 1994).

Em relação a tarefas de investigação, Oliveira (2011) refere que o seu uso dá mais oportunidades aos alunos de ampliar as suas capacidades intelectuais e permite que a origem e a natureza do saber matemático sejam reelaborados durante o seu desenvolvimento e Pires (2011) defende que as tarefas de investigação são formas de trabalho matemático de natureza mais aberta.

No que respeita à resolução de problemas, que é encarada pelo NCTM (2000) como o polo central da atividade matemática, no PMEB, Ponte *et al.* (2007) dizem que é “uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático” (p. 6). Também Barbosa (2009) salienta a sua importância no processo de ensino/aprendizagem da matemática e considera que a resolução de problemas “constitui uma capacidade matemática fundamental e simultaneamente uma abordagem privilegiada para a aprendizagem de diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos” (p. v) e afirma que é “o eixo orientador do currículo, constituindo o contexto fundamental à construção do conhecimento matemático e contribuindo para uma matemática mais significativa” (p. 1).

Todavia, há autores que consideram a realização de tarefas de investigação e de resolução de problemas como conceitos próximos (Ponte, 2001). Por exemplo, Lamonato e Passos (2011) dizem que aquelas, por serem mais abertas, facilitam “a formulação de questões, de conjecturas, de testes, de argumentação e de discussão de ideias” (pp. 62–63), mas consideram também que a resolução de problemas, “quando voltada para os processos e para a socialização dos resultados e dos caminhos percorridos, é uma necessidade que pode possibilitar o descortinar da criatividade” (p. 66), mantendo, assim, similaridades com as tarefas de investigação e afirmando que “o ponto divergente entre a investigação matemática e a resolução de problemas fica reservado à forma de apresentação da tarefa e à condução das atividades” (p. 66) por parte do professor e que são estratégias metodológicas que se complementam.

Por sua vez, a manipulação de materiais é um meio de proporcionar interação e socialização na sala de aula (Leite, 2008) e é considerada por Rancan e Giraffa (2012), nomeadamente na geometria, como um item fundamental e essencial para uma aprendizagem significativa. Breda *et al.* (2011) afirmam que diversos materiais manipuláveis, como, por exemplo, o geoplano ou os cubos encaixáveis, usados neste estudo, “podem ter um papel fundamental como mediadores na aprendizagem dos diversos temas de geometria” (p. 20). Também Silva (2011) refere que o uso de material didático de manipulação é um fator importante no sucesso da matemática, em particular se estiver “atrelado a objetivos bem definidos quanto ao aspecto de promover a aprendizagem da matemática, ou seja, a um pensar sobre a ação pelo professor” (p. 3) e Leite (2008) considera que “facilita a observação e a análise, desenvolvendo o raciocínio lógico, crítico e científico” (p. 6), auxiliando o aluno na construção de seus conhecimentos.

O Estudo

A metodologia utilizada

O presente estudo segue uma *metodologia quantitativa* de modo a permitir a comparação de resultados entre alunos sujeitos a estratégias de ensino/aprendizagem diferentes. Recorremos a técnicas de recolha de dados quantitativas, através da aplicação de um tes-

te aos alunos. Os dados recolhidos foram tratados com recurso a um *software* estatístico apropriado, o *Predicative Analytics Software* (PASW, versão 18).

Consideramos que o atual trabalho de investigação segue um desenho *quasi-experimental*. A característica fundamental de um desenho de investigação experimental é a de que os investigadores controlam e manipulam, deliberadamente, as condições que determinam os acontecimentos em que estão interessados e os elementos da população em estudo são selecionados aleatoriamente (Shadish, Cook & Campbell, 2002). O nosso trabalho não segue um verdadeiro desenho experimental, dado que os elementos da amostra em estudo, que foram divididos em dois grupos, o Grupo de Trabalho (GT) e o Grupo de Controlo (GC), não foram selecionados aleatoriamente¹.

A população em estudo

A população em estudo foi constituída por todos os alunos do 5.º ano de escolaridade de duas escolas do ensino básico do distrito do Porto, ambas na periferia da cidade e localizadas em zona de nível socioeconómico médio-baixo. Na Escola A, o universo é de 235 alunos, distribuídos por onze turmas. Na Escola B, o universo é de 90 alunos, distribuídos por quatro turmas. Assim, os 325 alunos das duas escolas constituem a população em estudo e a amostra respetiva abrangeu 289 alunos que, como dissemos, foram divididos nos dois grupos: GT e GC.

O critério utilizado para definir os dois grupos prendeu-se com o facto de, na altura, estarmos a supervisionar a prática pedagógica dos alunos do 4.º ano da licenciatura de Professores do Ensino Básico — Variante Matemática e Ciências da Natureza da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico do Porto (ESE-IPP) e, portanto, estarmos em contacto mais direto e frequente com os alunos das turmas onde os professores estagiários realizavam as suas aulas assistidas e supervisionadas, facilitando, assim, a aplicação, a estes alunos, das tarefas de investigação e de resolução de problemas. Neste sentido, o GT foi formado pelos alunos de duas turmas, de cada escola, do 5.º ano de escolaridade, onde os professores estagiários realizavam as suas aulas assistidas e supervisionadas e onde, portanto, havia um contacto mais direto e interventivo da nossa parte.

A Tabela 1 mostra as frequências absolutas dos grupos considerados:

Tabela 1. Frequência da amostra em estudo por grupo.

		Grupo		Total
		Trabalho	Controlo	
Escola	A	41	159	200
	B	42	47	89
Total		83	206	289

A intervenção pedagógica, aplicada aos alunos do GT, consistiu na apresentação e exploração de tarefas de investigação e de resolução de problemas com recurso aos materiais manipuláveis blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis.

Outros materiais manipuláveis poderiam ter sido utilizados para dar seguimento ao estudo; no entanto, recorremos a estes pelo facto de existirem nas escolas onde realizámos o presente trabalho de investigação, à exceção dos cubos encaixáveis que foram emprestados pela ESE-IPP. É de referir que a maioria dos alunos apenas conhecia o geoplano, com que já tinham trabalhado no 1.º CEB.

Esta intervenção pedagógica decorreu durante as aulas estipuladas pelo professor responsável pela turma, para os conceitos de perímetro, área e volume. As tarefas foram apresentadas seguindo um nível sequencial de dificuldade, umas de natureza aberta e outras de natureza fechada, de acordo com as capacidades que pretendíamos trabalhar e foram apresentadas pelo primeiro autor deste artigo e pelos professores estagiários que o mesmo supervisionava.

Em cada aula estipulada para a abordagem das noções de perímetro, área e volume, apresentávamos tarefas aos alunos do GT. Os discentes realizavam a tarefa em causa, com recurso à manipulação de materiais manipuláveis. Durante esse momento, interagíamos com os alunos, individualmente ou em pequeno grupo, e, posteriormente, os alunos apresentavam os seus resultados e as suas conclusões. Passava-se, deste modo, para um momento de discussão e comunicação matemática, fundamental para a aprendizagem e assimilação de conceitos matemáticos. Este processo repetiu-se em cada tarefa aplicada. O momento de apresentação/discussão das soluções apresentadas pelos discentes foi sempre orientado pelo professor. Em nenhum momento, o professor informou o aluno de que a sua solução estava certa ou errada. O docente, através da colocação de questões e de perguntas apresentadas pelos alunos, orientou o conhecimento até que os próprios alunos descobrissem as soluções certas e as erradas. Deu-se particular atenção à análise dos erros cometidos, pois achamos que, para que a assimilação de novos conhecimentos seja eficaz, é necessário explicar aos discentes os motivos que os conduziram a soluções erradas.

Consideramos e pretendíamos confirmar que a articulação entre tarefas e materiais didáticos permite aos alunos: a) uma exploração mais estimulante da situação que pretendem resolver e que estes criem pontes entre os conceitos matemáticos previamente adquiridos e os novos conhecimentos, tornando, assim, a aprendizagem mais significativa; b) o desenvolvimento da capacidade de raciocínio, visualização espacial dos objetos e uma melhor compreensão dos conceitos; c) sustentar, mais facilmente, o abstrato a partir do concreto.

É de referir que a maioria das tarefas propostas aos alunos do GT foi adaptada de Programas de Formação Contínua de Professores de Matemática de diversas instituições (pode ver-se em apêndice alguns exemplos dessas tarefas).

Fases do estudo

No início do ano letivo 2009/10, mais concretamente no início do mês de outubro de 2009, aplicámos um *pré-teste* a uma turma de cada escola, com intuito de analisarmos as reações dos alunos na presença do teste. Detetámos apenas que os 60 minutos estipulados não eram suficientes para a conclusão do referido teste escrito de avaliação de conhe-

cimentos. Assim, optámos por definir que seriam dados 90 minutos aos alunos para responderem ao teste usado no estudo. O teste ficou, então, igual ao pré-teste.

O teste escrito de avaliação de conhecimentos preenchido pelos alunos foi aplicado em dois momentos diferentes: em novembro de 2009, a que chamámos *teste n.º 1*, e em junho de 2010, a que chamámos *teste n.º 2*. Esta nomenclatura foi usada para diferenciar, facilmente, os dois momentos de aplicação do referido teste, embora se tratasse sempre do mesmo.

Esta opção de usar o mesmo teste em dois momentos diferentes é usada por muitos investigadores em educação e noutras áreas quando querem avaliar o efeito de uma intervenção num grupo, pois permite comparar mais facilmente os resultados antes e após essa intervenção (Barton, Dietz & Holloway, 2001; Burghardt, Hecht, Russo, Lauckhardt & Hacker, 2010; Henderson, Heel, Twentyman & Lloid, 2006; Lee, 2013; Saunders, Landsman, Graf & Richardson, 2003). A propósito do uso do mesmo teste em momentos diferentes, Nimon e Williams (2009) afirmam que

É um instrumento importante para os educadores comprometidos com a avaliação do desempenho dos seus alunos e cursos [e] fornece aos profissionais e pesquisadores uma ferramenta (...) sofisticada para analisar o impacto da educação ao longo do tempo [e] para medir um determinado conjunto de conhecimentos, habilidades ou atitudes. (p. 1)

Por exemplo, Idris (2009), também num estudo quasi-experimental, aplicou a mesma metodologia para determinar se havia diferenças de resultados na aprendizagem de geometria entre dois grupos (controlo e trabalho), em que com o de controlo foi usada uma metodologia tradicional e com o de trabalho foi usado o *Geometers' Sketchpad*.

O teste n.º 1, aplicado a todos os alunos da amostra em estudo, foi realizado também com o intuito de verificar se os grupos definidos, GT e GC, eram comparáveis. Pretendíamos provar que os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do GT eram idênticos aos dos alunos do GC, condição necessária para que as comparações a realizar posteriormente entre os dois grupos fossem válidas.

Posteriormente, de janeiro de 2010 a maio de 2010, assistimos, periodicamente, às aulas de matemática dos alunos que constituíram o GT e desenvolvemos, com os alunos em causa, tarefas de investigação e resolução de problemas sobre os conceitos de perímetro, área e volume, com recurso aos referidos materiais manipuláveis.

É de salientar que somente as tarefas propostas aos alunos de cada grupo durante o ano letivo foram diferentes e que os alunos do GC não tiveram acesso ao tipo de tarefas propostas aos alunos do GT. Mais especificamente, os professores que lecionaram aos alunos do GC seguiram as estratégias definidas pelo grupo docente da disciplina no início do ano letivo e onde sobressaiam as indicações metodológicas apresentadas no manual escolar. As condições de aprendizagem dos alunos entre os dois grupos considerados foram, em tudo o resto, idênticas. O número de alunos era igual em todas as turmas, nenhuma destas tinha uma composição especial em relação às restantes (no que diz respeito à origem socioeconómica dos alunos que as integravam) e o número de horas de trabalho nas áreas estudadas foi igual em todas as turmas.

Em junho de 2010, aplicámos o teste n.º 2, com o intuito de comparar os resultados obtidos pelos alunos do GT com os dos alunos do GC.

Como já referimos, este estudo teve como objetivo averiguar se as tarefas de investigação e a resolução de problemas, com recurso a materiais manipuláveis, promoveriam uma melhor aprendizagem a nível dos conceitos de perímetro, área e volume nos alunos do GT do que relativamente aos do GC. Para que tal se verificasse, seria necessário que houvesse igualdade nos resultados do teste n.º 1, nos dois grupos considerados, e que, no teste n.º 2, além de se ter que verificar uma melhoria em cada um dos grupos (mostrando que os alunos de ambos os grupos tinham evoluído nas suas aprendizagens nos temas testados), os alunos do GT deveriam obter melhores classificações do que os do GC.

Instrumento de recolha de dados

Teste de avaliação de conhecimentos aplicado aos alunos

Optámos por construir o teste a partir de provas de aferição (alguns itens das provas de aferição do 1.º CEB e do 2.º CEB, de 2007, 2008 e 2009) pelo facto destas serem nacionais e terem o intuito de avaliar o modo como os objetivos e as competências essenciais de cada ciclo estão a ser alcançados pelo sistema de ensino. Para além disso, o próprio GAVE (2012) considera que os resultados destas provas permitem uma monitorização da eficácia do sistema de ensino, devendo ser instrumentos de regulação das práticas educativas, no sentido de promover a melhoria sustentada das aprendizagens. Assim, a análise dos testes de avaliação de conhecimentos aplicados poderiam fornecer dados que contribuissem para uma melhoria da aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade. A opção por provas de aferição do 1.º e do 2.º CEB possibilitava que os alunos pudessem demonstrar algum conhecimento no 1.º teste, mas permitia, também, que pudessem ir mais longe nos seus resultados no 2.º teste.

O teste, que foi aplicado em aulas da disciplina de Matemática, era constituído por duas questões relacionadas com perímetro, duas com área, três com volume, uma envolvendo perímetro e área e outra perímetro e volume. Das questões selecionadas, quatro eram de escolha múltipla: uma relacionada com a noção de perímetro, outra com o conceito de área e duas com volume. As restantes cinco questões eram problemas de resposta aberta, sendo um sobre cada um dos conceitos mencionados, outro envolvendo perímetro e volume e outro, perímetro e área.

Todas as respostas foram cotadas, perfazendo um total de 100%, de acordo com os critérios de correção adaptados nas provas de aferição em causa. Erros ortográficos ou linguísticos não foram tidos em conta, a não ser que tivessem sido impeditivos da compreensão da resposta. Cada item de escolha múltipla foi cotado com 6%, a questão de resposta aberta que envolvia perímetro com 12% e as restantes questões de resposta aberta com 16%. Para cada item de resposta aberta, tal como o ocorrido nos critérios das provas de aferição, havia várias hipóteses de cotação de acordo com o nível de desempenho apresentado pelo aluno.

Análise Estatística dos Resultados

No estudo estatístico que realizámos, considerámos sempre um nível de significância de 0,05 (5%).

A normalidade dos dados foi testada através do teste Kolmogorov-Smirnov (K-S), com a correcção de Lilliefors, e do teste Shapiro-Wilk (S-W) (ver Tabela 2):

Tabela 2. Valores dos testes K-S e S-W para o estudo da normalidade da distribuição das classificações do teste n.º 1.

Teste da Normalidade

	Kolmogorov-Smirnova			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Totalteste1	,044	278	,200*	,990	278	,060

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

Atendendo a que os valores dos níveis de significância em ambos os testes são superiores a 0,05, não rejeitamos a hipótese nula (a população estudada segue uma distribuição normal), pelo que podemos considerar que os resultados do teste n.º 1 seguem uma distribuição normal. Esta conclusão permitiu-nos aplicar o teste *t* de *Student* (*t-student*) para a comparação dos resultados obtidos nos dois grupos de alunos.

Deste modo, para efetuarmos a comparação dos resultados totais dos testes, cotados numa escala de 0% a 100%, recorreremos ao teste *t-student* para amostras emparelhadas e ao teste *t-student* para amostras independentes.

Usámos o teste *t-student* para amostras emparelhadas quando comparámos resultados de um mesmo grupo de alunos (GT ou GC) nos dois momentos de avaliação, desde que houvesse correlação entre os resultados desses momentos.

Aplicámos o teste *t-student* para amostras independentes quando comparámos resultados de grupos distintos de alunos ou quando comparámos resultados do mesmo grupo de alunos em momentos diferentes mas em que não existe correlação entre esses resultados.

Comparação dos resultados totais entre o Grupo de Trabalho e o Grupo de Controlo no teste n.º 1

No teste n.º 1, a classificação média obtida pelos alunos do GT é 51,44% e pelos alunos do GC é 46,01% (ver Tabela 3).

Tabela 3. Média, desvio padrão e erro padrão da variável classificações obtidas no teste n.º 1 pelos alunos do GT e do GC.

	Grupo	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Totalteste1	GT	81	51,44	22,729	2,525
	GC	197	46,01	20,826	1,484

Na Tabela 4, vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,200, ou seja, superior a 0,05, pelo que devemos considerar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste t é 1,924, a que corresponde um nível de significância de 0,055, o que não leva à rejeição da hipótese nula, que consiste na igualdade da média dos resultados obtidos pelos alunos em cada grupo considerado. Logo, os resultados obtidos no teste n.º 1 pelos alunos do GT são idênticos aos dos alunos do GC, isto é, os grupos considerados são comparáveis. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95% (ver Tabela 4), dado que este inclui o zero, o que corresponde à igualdade estatística das médias.

Tabela 4. Valor do teste t para amostras independentes nas classificações obtidas no teste n.º 1.

		Independent Samples Test								
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Totalteste1	Equal variances assumed	1,652	,200	1,924	276	,055	5,434	2,824	-,125	10,994
	Equal variances not assumed			1,855	138,047	,066	5,434	2,929	-,357	11,226

Comparação dos resultados totais em cada um dos grupos considerado nos dois momentos de avaliação

Análise dos resultados dos alunos do GT nos dois testes aplicados

Para podermos comparar os resultados do teste n.º 1 e do teste n.º 2 dos alunos do GT, considerando-os como variáveis emparelhadas, a correlação entre esses resultados deveria ser significativa. De facto, na Tabela 5, podemos verificar que o nível de significância associado ao teste sobre esta correlação é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,488 é significativa e existe uma elevada associação linear positiva entre as pontuações obtidas nos dois momentos de avaliação. Assim, faz sentido usar o teste t para amostras emparelhadas na comparação entre os resultados dos alunos deste grupo nos testes n.º 1 e n.º 2, como sugere Leod (2007), quando os mesmos indivíduos são medidos em duas ocasiões, como é o nosso caso.

Tabela 5. Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis classificações obtidas, pelos alunos do GT, no teste n.º 1 e no teste n.º 2.

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 Totalteste1 & Totalteste2	75	,488	,000

Recorrendo, então, ao teste *t-student* para amostras emparelhadas, obtivemos, no GT, os resultados apresentados na Tabela 6, onde podemos verificar que a média das classificações obtidas no teste n.º 1 foi de 52,11% e no teste n.º 2 foi de 76,47%.

Tabela 6. Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis classificações obtidas no teste n.º 1 e no teste n.º 2 pelos alunos do GT.

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 Totalteste1	52,11	75	22,960	2,651
Totalteste2	76,47	75	19,916	2,300

A média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -24,360 pontos percentuais (ver Tabela 7), o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, ou seja, após o recurso às referidas tarefas de investigação e de resolução de problemas, com recurso aos materiais manipuláveis blocos padrão, pentaminós, geo-plano e cubos encaixáveis sobre perímetro, área e volume, durante o ano letivo.

Tabela 7. Valor do teste t de comparação das médias das classificações obtidas pelos alunos do GT, nos testes n.º 1 e n.º 2, como amostras emparelhadas.

		Paired Differences				t	Df	Sig. (2-tailed)	
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower				Upper
Pair 1	Totalteste1 - Totalteste2	-24,360	21,844	2,522	-29,386	-19,334	-9,658	74	,000

A Tabela 7 mostra também que o teste t tem associado um nível de significância de 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, que consiste na média das diferenças nos dois momentos de avaliação ser zero. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do GT são diferentes nos dois momentos de avaliação. Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança de 95%, que, tal como seria expectável, os resultados obtidos pelos alunos do GT no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, as atividades aplicadas durante o ano letivo surtiram efeitos positivos nas aprendizagens dos conceitos perímetro, área e volume destes alunos.

Análise dos resultados dos alunos do GC nos dois testes aplicados

Para podermos comparar os resultados do teste n.º 1 e do teste n.º 2 dos alunos do GC, considerando-os como variáveis emparelhadas, a correlação entre esses resultados deveria também ser significativa. A Tabela 8 mostra que o nível de significância associado ao teste sobre esta correlação é 0,000, valor inferior ao nível de significância utilizado, 0,05, pelo que a correlação 0,542 é significativa e existe uma elevada associação linear positiva entre as pontuações obtidas nos dois momentos de avaliação. Assim, faz sentido usar o teste t para amostras emparelhadas na comparação entre os resultados dos alunos deste grupo nos testes n.º 1 e n.º 2, também em relação aos resultados destes alunos.

Tabela 8. Valor do teste sobre a correlação entre as variáveis classificações obtidas, pelos alunos do GC, no teste n.º 1 e no teste n.º 2.

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	Totalteste1 & Totalteste2	179	,542	,000

Recorrendo, então, ao teste *t* para amostras emparelhadas, obtivemos, no GC, os resultados apresentados na Tabela 9, onde verificamos que a média das classificações obtidas no teste n.º 1 foi de 46,80% e que no teste n.º 2 foi de 50,79%.

Tabela 9. Média, desvio padrão e erro padrão das variáveis classificações obtidas no teste n.º 1 e no teste n.º 2 pelos alunos do GC.

Paired Samples Statistics					
		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Totalteste1	46,80	179	19,855	1,484
	Totalteste2	50,79	179	23,976	1,792

A Tabela 10 mostra que a média das diferenças emparelhadas relativas aos dois momentos de avaliação é de -3,983 pontos percentuais, o que denota um aumento da pontuação obtida no teste n.º 2, isto é, após o professor ter lecionado os conceitos geométricos considerados.

Tabela 10. Valor do teste *t* para amostras emparelhadas nas classificações obtidas pelos alunos do GC.

Paired Samples Test									
		Paired Differences					t	Df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Totalteste1 - Totalteste2	-3,983	21,296	1,592	-7,124	-,842	-2,503	178	,013

Nesta tabela, vemos ainda que o teste *t* tem associado um nível de significância igual a 0,013 (< 0,05), o que leva à rejeição da hipótese nula, que consiste em serem iguais as médias das classificações dos alunos deste grupo nos dois momentos de avaliação. De facto, pela análise do intervalo de confiança a 95%, verificamos que este não inclui o zero, pelo que podemos concluir que os resultados obtidos pelos alunos do GC são diferentes nos dois momentos de avaliação. Pela análise das médias das classificações obtidas, podemos afirmar, com confiança a 95%, que os resultados obtidos pelos alunos do GC no teste n.º 2 são superiores aos obtidos no teste n.º 1. Assim, tal como seria de esperar dado o facto destes alunos terem sido alvo de um processo de aprendizagem, verificamos que, neste grupo, os resultados no teste n.º 2 também foram melhores do que no n.º 1.

Comparação dos resultados totais entre o GT e o GC no teste n.º 2

Relativamente ao teste n.º 2, obtivemos os resultados apresentados na Tabela 11, onde vemos que a classificação média obtida pelos alunos do GT é 76,14% e pelos alunos do GC é 49,94%.

Tabela 11. Média, desvio padrão e erro padrão da variável classificações obtidas no teste n.º 2 pelos alunos do GT e do GC.

Grupo		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Totalteste2	GT	77	76,14	19,993	2,278
	GC	188	49,94	24,389	1,779

Na Tabela 12, vemos que o nível de significância do teste de Levene é 0,006 ($< 0,05$), pelo que devemos rejeitar a hipótese da igualdade das variâncias. Assim, o valor do teste t é 9,065 e o respetivo nível de significância é 0,000, o que leva à rejeição da hipótese nula, que consiste na igualdade da média dos resultados obtidos pelos alunos de cada grupo considerado. Logo, os resultados obtidos no teste n.º 2 pelos alunos do GT são diferentes dos resultados obtidos pelos alunos do GC. Esta conclusão é confirmada pelo intervalo de confiança a 95% para as diferenças de resultados médios dos dois grupos, dado que este não inclui o zero, logo não há igualdade nas médias.

Tabela 12. Valor do teste t para amostras independentes nas classificações obtidas no teste n.º 2.

		Independent Samples Test								
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper	
Totalteste2	Equal variances assumed	7,652	,006	8,346	263	,000	26,201	3,140	20,020	32,383
	Equal variances not assumed			9,065	171,054	,000	26,201	2,890	20,496	31,907

Deste modo, e atendendo às classificações médias nos dois momentos de avaliação, com confiança a 95%, podemos afirmar que, no teste n.º 2, os resultados obtidos pelos alunos do GT são superiores aos dos alunos do GC.

Conclusões

Para averiguar se as tarefas, por nós selecionadas, melhoraram a aprendizagem dos alunos do 5.º ano de escolaridade estudados, em relação aos conceitos em causa — perímetro, área e volume —, procedemos à análise e à comparação das classificações médias obtidas pelos alunos do GT e do GC, nos dois momentos de avaliação (em novembro e em junho).

Pela análise das classificações obtidas, verificámos, com significado estatístico, que:

- 1) No teste n.º 1, os alunos do GT tiveram classificações médias idênticas às dos alunos do GC, pelo que os grupos são comparáveis.
- 2) Os alunos do GT, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, melhoraram as suas classificações médias.
- 3) Os alunos do GC, do teste n.º 1 para o teste n.º 2, melhoraram as suas classificações médias.
- 4) No teste n.º 2, os alunos do GT tiveram classificações médias superiores às dos alunos do GC, nos três conceitos considerados no estudo².

O primeiro ponto permite-nos concluir, com 95% de confiança, que os resultados académicos dos alunos dos grupos GT e GC foram estatisticamente iguais no teste n.º 1, isto é, antes da intervenção pedagógica, o que mostra que os alunos dos dois grupos tinham, no início do estudo, um nível de conhecimento equivalente, no que respeita aos temas avaliados.

Os segundo e terceiro pontos confirmam que ambos os grupos melhoraram os seus conhecimentos nos temas perímetro, área e volume. Ora, isto confirma que do trabalho desenvolvido pelos professores nas respetivas turmas resultou, como, aliás, seria absolutamente de esperar, uma aprendizagem significativa; isto é, ambos os grupos de alunos apresentaram uma evolução positiva ao longo do ano letivo, como ficou comprovado pelas diferenças estatisticamente significativas entre os resultados do teste aplicado nos dois momentos temporais já referidos.

O quarto ponto permite-nos concluir que, no teste n.º 2, ou seja, após a intervenção pedagógica, os resultados académicos obtidos pelos alunos do GT foram significativamente melhores do que os dos alunos do GC. Podemos, pois, concluir que a intervenção pedagógica aplicada aos alunos do GT influenciou positivamente a sua aprendizagem tendo como referência os alunos do GC. Logo, as tarefas de investigação e a resolução de problemas, com recurso aos materiais manipuláveis blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis favoreceram, de modo significativo, a aquisição dos conceitos perímetro, área e volume.

Neste sentido, podemos constatar que este estudo, decorrido entre outubro de 2009 e junho de 2010, veio confirmar a conveniência, preconizada pelo PMEB, de uma intervenção pedagógica adequada ao tema em causa, incorporando (mais), no ensino da Geometria e Medida, tarefas de investigação e a resolução de problemas, que envolvam a

manipulação de materiais, nomeadamente blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis, já que ajudam a promover o sucesso académico dos alunos, pelo menos nos temas perímetro, área e volume.

O este trabalho apresenta, no entanto, algumas limitações.

Como já foi mencionado, o estudo foi realizado em duas escolas do distrito do Porto e as conclusões tiradas, com significado estatístico, dizem, assim, respeito aos alunos do 5.º ano dessas escolas. Dado que estas escolas não foram escolhidas por um processo aleatório, à partida, estes resultados não são generalizáveis a outras escolas.

No entanto, a população estudada, isto é, os alunos que frequentam o 5.º ano de escolaridade nestas duas escolas públicas do distrito do Porto, não tem características específicas que os distingam da generalidade das populações que frequentam esse ano de escolaridade nas escolas públicas do distrito do Porto, nem tão pouco nas escolas públicas do resto do país. A grande maioria dos alunos que frequentam estas escolas são oriundos de famílias de classes socioeconómicas médias-baixas, como sucede com a maior parte das populações residentes nos limítrofes das grandes cidades, como é o Porto.

De igual modo, os 16 professores de matemática, titulares ou estagiários, que lecionaram nas turmas onde incidiu o estudo também não têm qualquer característica particular que os distingam dos outros professores de matemática deste nível educativo do distrito do Porto ou, mesmo, de Portugal: fizeram a sua formação em diferentes escolas públicas ou privadas da zona e nenhum deles tinha qualquer particularidade que o distinguisse dos restantes, pela positiva ou pela negativa, em relação à área da Matemática.

Ou seja, tudo isto leva-nos a pensar que se realizássemos este estudo noutras escolas, os resultados obtidos seriam similares.

Também no que concerne às condições em que os alunos e os professores desenvolveram o seu trabalho dentro deste estudo, relembramos que foram semelhantes nos dois grupos: todos os alunos do estudo (GT e GC) tiveram o mesmo tempo de trabalho sobre os conceitos geométricos perímetro, área e volume; o que diferiu foi apenas o tipo de estratégia de ensino nos alunos do GT relativamente aos do GC, já que aqueles foram sujeitos à resolução das tarefas mencionadas, tal como referido anteriormente, enquanto que os do GC foram sujeitos às tarefas decididas pelos seus professores titulares e baseadas essencialmente no manual. Claro que esta intervenção pedagógica pode ter provocado maior entusiasmo e gosto pela aprendizagem da matemática e isso pode ter-se traduzido em melhores resultados, mas, se assim foi, essa melhoria foi decorrente das estratégias utilizadas, o que confirma a sua maior eficiência em relação às usadas pelos professores das turmas do GC.

Notas

- 1 No ponto seguinte explicamos a forma de seleção dos grupos.
- 2 De notar que, embora este artigo não o mostre, as classificações dos alunos do GT foram superiores às classificações dos alunos do GC, em qualquer dos conceitos estudados, perímetro, área e volume, e não somente na sua globalidade.

Referências

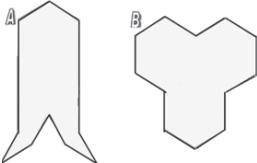
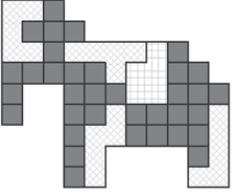
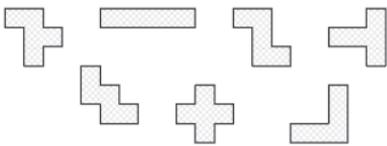
- Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, 8, 7–10.
- APM (1998a). *A renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.
- APM (1998b). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM.
- Barbosa, A. C. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico* (Tese de Doutoramento não publicada). Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho. Disponível em <http://www.repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/10561/1/tese.pdf>
- Barton, T. R., Dietz, T. J., & Holloway, L. L. (2001). Using a pretest-posttest design to evaluate continuing education programs. *Professional Development: The International Journal of Continuing Social Work Education*, 4(1), 31–39. Disponível em <http://profdevjournal.org/content/using-pretest-posttest-design-evaluate-continuing-education-programs>
- Bispo, R., Ramalho, G., & Henriques, N. (2008). Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade. *Análise Psicológica*, 1(26), 3–14. Disponível em http://www.scielo.oces.mctes.pt/scielo.php?pid=S0870-82312008000100001&script=sci_arttext
- Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e medida no ensino básico*. Lisboa: Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Disponível em http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/home.htm
- Burghardt, M. D., Hecht, D., Russo, M., Lauckhardt, J., & Hacker, M. (2010). A study of mathematics infusion in middle school technology education classes. *Journal of Technology Education*, 22(1), 58–74. Disponível em <http://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/8460>
- Canavarró, A. P., & Santos, L. (2012). Explorar tarefas matemáticas. In A. P. Canavarró, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática — Práticas de Ensino da Matemática*, 99–104. Disponível em <http://dSPACE.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/8305/1/Canavarró%20%26%20Santos%20EIEM2012.pdf>
- Candeias, N., Costa, S., Molarinho, M. J., Garcia, A. S., Marques, I., Rocha, S. M., Silvestre, A. I., & Ponte, J. P. (2006). Estratégias de raciocínio e dificuldades dos alunos portugueses do 2.º ciclo do ensino básico em visualização, medida e área. *Actas do XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Disponível em <http://www.eselx.ipl.pt/eselx/downloads/SIEM/C29.pdf>
- Dias, E., Viseu, F., Cunha, M. C., & Martins, P. M. (2013). A natureza das tarefas e o envolvimento dos alunos nas atividades da aula de matemática. *Atas do XII Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia*. 4624–4639. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/24203>
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: Falmer.
- Fonseca, H., Brunheira, L., & Ponte, J. P. (1999). As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat99* (pp. 91–101). Lisboa: APM.
- Frobisher, L. (1994). Problems, investigations and an investigative approach. In Orton & G. Wain (Eds.), *Issues in Teaching Mathematics* (pp. 150–173). London: Cassel.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2001). *PISA 2000 — Resultados do estudo internacional*. Lisboa: Ministério da Educação, GAVE. Disponível em http://www.oei.es/quipu/portugal/relatorio_nacional_pisa2000.pdf
- Gabinete de Avaliação Educacional (2012). *Provas de aferição 2012*. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/447.html>
- Gomes, A. (2012). Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. *Atas do Seminário de Investigação em Educação Matemática*, 233–243. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/20835>

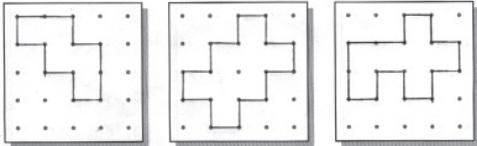
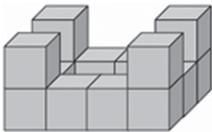
- Henderson, A., Heel, A., Twentyman, M., & Lloid, B. (2006). Pre-test and post-test evaluation of students' perceptions of a collaborative clinical education model on learning environment. *Australian Journal of Advanced Nursing*, 23(4), 8–13. Disponível em <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/16800214>
- Idris, N. (2009, dezembro). The Impact of Using Geometers' Sketchpad on Malaysian Students' Achievement and Van Hiele Geometric Thinking. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 94–107. Disponível em http://www.keycurriculum.com/docs/PDF/Sketchpad/GSP_Impact-of-Sketchpad_JME_2009_Dec.pdf
- Iturra, R. (1990). *A construção social do insucesso escolar — memória e aprendizagem em Vila Ruiva*. Lisboa: Edições Escher.
- Kisker, E. E., Lipka, J., Adams, B., Rickard, A., Andrew-Ihrke, D., Yanez, E. E., & Millard, A. (2012). The potential of culturally based supplemental mathematics curriculum to improve the mathematics performance of Alaska native and other students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 75–113.
- Lamonato, M., & Passos, C. L. (2011, julho/dezembro). Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. *Zetetiké — Revista de Educação Matemática*, 19(36), 51–74. Disponível em <http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetiké/article/view/3996>
- Lee, P. A. (2013). *Independent-samples Test and dependent-samples t-Test*. San Jose: San Jose State University. Disponível em <http://www.sjsu.edu/people/peter.a.lee/courses/ScWk242/s1/t%20Test%20Notes.pdf>
- Leite, J. M. (2008). *Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial*. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-6.pdf>
- Loureiro, C. (2009, novembro/dezembro). Geometria no novo programa de matemática do ensino básico. Contributos para uma gestão curricular flexível. *Educação e Matemática*, 105, 61–66.
- McLeod, S. A. (2007). *Experimental Design*. Disponível em <http://www.simplypsychology.org/experimental-designs.html>
- McMeeking, L. B., Orsi, R., & Cobb, R. B. (2012). Effects of a teacher professional development program on mathematics achievement of middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(2), 159–181.
- Ministério da Educação (1990). *Reforma educativa — ensino básico — programa do 1.º ciclo*. Lisboa: Direção Geral do Ensino Básico e Secundário — Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico — competências essenciais*. Lisboa: Departamento de Educação Básica – Ministério da Educação.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Nimon, K., & Williams, C. (2009). Evaluating performance improvement through repeated measures: A primer for educators considering univariate and multivariate designs. *Research in Higher Education Journal*, 2, 1–20. Disponível em <http://www.aabri.com/manuscripts/08123.pdf>
- Oliveira, R. G. (2011). *Apresentando tarefas de investigação para futuros professores de matemática enquanto possíveis referências curriculares*. Comunicação apresentada na XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Disponível em http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/680/764.
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2003a). *Literacy skills for the world of tomorrow — further results from PISA 2000*. Paris: OECD Publishing.

- Organisation for Economic Cooperation and Development (2003b). *The PISA 2003 assessment framework — mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*, Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2006a). *Education at a glance — OCDE indicators 2006*. Paris: OECD Publishing.
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2006b). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy — a framework for PISA 2006*, Paris: OECD Publishing.
- Panaoura, G., & Gagatsis, A. (2009). The geometrical reasoning of primary and secondary school students. *Proceedings of 6th Congress of European Research in Mathematics Education*, 746–755. Disponível em <http://ife.ens-lyon.fr/editions/editions-electroniques/cerme6/>
- Pires, M. V. (2011). Tarefas de investigação na sala de aula de matemática: práticas de uma professora de matemática. *Quadrante*, 20(1), 55–81.
- Pires, M. V. (2013). Exploração matemática do triângulo de Pascal feita por alunos do 5.º ano. In Fernandes, J. A., Martinho, M. H., Tinoco, J., & Viseu, F. (Orgs.) (2013), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Braga: APM & CIEd da Universidade do Minho.
- Ponte, J. P. (1992). *Concepções dos professores de matemática e processos de formação*. Educação Matemática: Temas de Investigação. Lisboa: IIE.
- Ponte, J. P. (2001). Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In T. J. Cooney & F. L. Lin (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53–72). Dordrecht: Kluwer.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51–74.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular — Ministério da Educação.
- Rancan, G., & Giraffa, L. M. (2012, janeiro/julho). Utilizando manipulação, visualização e tecnologia como suporte ao ensino de geometria. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 3(1), 15–27. Disponível em <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/196/66>
- Ribeiro, A. (1995). *Concepções de Professores do 1.º Ciclo: A matemática, o seu ensino e os materiais didáticos* (Tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Saunders, E. J., Landsman, M. J., & Richardson, B. (2003). *Evaluation of abstinence only education in Iowa: Year five report*. Disponível em www.uiowa.edu/~nrcfcp/publications/documents/abedfin03.pdf
- Schwartz, J. E. (2007). *Elementary mathematics pedagogical content knowledge. Powerful ideas for teachers*. New York: Pearson.
- Shadish, W. R.; Cook, T. D., & Campbell, D. T. (2002). *Experimental and quasi-experimental designs for generalized casual inference*. Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Silva, R. A. (2011). *O material didático de manipulação nas aulas de matemática no ensino fundamental*. Disponível em <http://www.ebrapem.com.br/meeting4web/congressista/modulos/trabalho/trabalho/gt11/26e63fea7da5752a0faacff71b91daf.pdf>
- Tempera, T. B. (2010). *A geometria na formação inicial de professores: contributos para a caracterização do conhecimento dos estudantes* (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.

Apêndice

Alguns exemplos de tarefas aplicadas para cada um dos quatros tipos de materiais manipuláveis utilizados no estudo:

Material manipulável	Exemplo de tarefas aplicadas
<p>Blocos Padrão</p>	<p>1. Reproduza com os blocos padrão as figuras A e B:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1.1. Se duas formigas tiverem que percorrer o trajecto em toda a volta das figuras, qual é aquela que anda mais?</p> <p>1.2. Se as duas formigas tiverem que limpar toda a superfície das figuras, qual delas trabalha mais?</p> <p>(Tarefa adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º CEB — Escola Superior de Educação de Castelo Branco)</p>
<p>Pentaminós</p>	<p>1. Observe o seguinte elefante:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>1.1. Como pode verificar estão apenas colocados cinco pentaminós, faltam, assim, colocar os sete pentaminós, em baixo representados, na zona amarela para o elefante ficar totalmente preenchido com as doze peças dos pentaminós.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Como colocarias estes sete pentaminós? Faça um desenho no próprio elefante.</p> <p>1.2. Se a unidade de área for de um quadrado, qual é a medida da área do elefante? E se a unidade de área for de cinco quadrados, qual é a medida da área do elefante?</p> <p>(Tarefa adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática da Escola Superior de Educação de Coimbra)</p>

Material manipulável	Exemplo de tarefas aplicadas
<p>Geoplano</p>	<p>1. Observe os polígonos representados no papel pontado.</p>  <p>Determine o perímetro de cada um dos polígonos, tomando como unidade de comprimento:</p> <p>1.1. •---•;</p> <p>1.2. •---•---•.</p> <p>2. Determine a área de cada um dos polígonos anteriores, tomando como unidade de área:</p> <p>2.1. a quadrícula;</p> <p>2.2. duas quadrículas.</p> <p>3. Observe a figura e assinale com um X a opção correcta:</p>  <p><input type="checkbox"/> A medida do perímetro da figura é igual a 5 u.c.</p> <p><input type="checkbox"/> A medida da área da figura é menor do que 1 u.a.</p> <p><input type="checkbox"/> A medida da área da figura é maior do que 1 u.a.</p> <p><input type="checkbox"/> A medida do perímetro da figura é menor do que 5 u.c.</p> <p>(Tarefas adaptadas do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º CEB- Escola Superior de Educação do Porto)</p>
<p>Cubos encaixáveis</p>	<p>1. O Tiago, com cubinhos de madeira, construiu o objecto da figura ao lado.</p>  <p>Os cubos foram colados uns aos outros e, mais tarde, o objecto assim construído foi mergulhado num balde com tinta amarela ficando todo pintado. Com o tempo e as brincadeiras, os cubos descolaram-se, ficando nos catorze cubos iniciais.</p> <p>1.1. Ajude o Tiago a reconstruir o objecto.</p> <p>1.2. Quantos cubos ficaram, exactamente, com quatro faces pintadas de amarelo?</p> <p>1.3. Considerando que a unidade de volume é um cubinho de madeira, qual é o volume deste objecto?</p> <p>(Tarefa adaptada do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.ºCEB- Escola Superior de Educação de Castelo Branco)</p>

Resumo. Neste estudo, averiguamos se determinadas tarefas de investigação e de resolução de problemas, com recurso à manipulação de blocos padrão, pentaminós, geoplano e cubos encaixáveis, melhoravam a aprendizagem das noções de perímetro, área e volume, em alunos do 5.º ano de escolaridade. O estudo seguiu um desenho quasi-experimental. A recolha de dados baseou-se na aplicação de um teste de avaliação de conhecimentos, constituído por itens de provas de aferição, aos alunos do 5.º ano de duas escolas do distrito do Porto, no início e no final do ano letivo de 2009/2010. A amostra dividiu-se em Grupo de Trabalho (GT) e Grupo de Controlo (GC). O GC teve aulas onde o recurso utilizado pelos professores foi essencialmente o manual escolar. O GT foi submetido à aplicação de tarefas envolvendo as atividades acima citadas sobre os conceitos referidos. Verificámos que, no 1.º teste, os resultados dos alunos do GT e do GC são semelhantes e que, no 2.º teste, os do GT são significativamente superiores aos do GC. Concluímos que a mencionada intervenção pedagógica favoreceu a aprendizagem dos conceitos perímetro, área e volume.

Palavras-chave: Área; Materiais didáticos; Perímetro; Resolução de problemas; Tarefas de investigação; Volume.

Abstract. This study aimed to investigate whether certain research tasks and problems solving, using manipulation of didactic materials, would improve learning of some concepts on Geometry and Measure (perimeter, area, and volume) of 5th grade students. The study followed a quasi-experimental design. Data collection was focused on application of a questionnaire, using national exam questions, to all students of the 5th grade in two basic teaching schools at Porto district, at the beginning and the end of the 2009–2010 school year. The sample was divided into two groups: Working Group (GT) and Control Group (GC). The recommended school manual guided the lessons in the GC and the students of GT were submitted to the tasks explained above. We could verify that, in the 1st test, the results of the students of the GT and GC were similar and, in the 2nd test, the GT's results were significantly higher. We conclude that the mentioned pedagogic intervention improved pedagogical learning of perimeter, area and volume concepts.

Keywords: Area; Learning materials; Perimeter; Problem solving; Research Tasks; Volume.

■■■

DANIELA FILIPA MARTINHO MASCARENHAS

Escola Superior de Educação do Porto

dfmmascarenhas@gmail.com

JOÃO SAMPAIO MAIA

Centro de Estudos Interdisciplinares em Educação e Desenvolvimento (CeIED)

jsampaia@gmail.com

TOMÁS SOLA MARTINEZ,

Educación. Universidad de Granada

tsola@ugr.es

FRANCISCO JAVIER HINOJO LUCENA,

Universidad de Granada, Departamento de Didáctica y Organización Escolar

Facultad de Ciencias de la Educación

hinojo@ugr.es

(Recebido em dezembro de 2012, aceite para publicação em abril de 2014)