A formulação de problemas verbais de matemática: porquê e como

Maria Alice Veiga Ferreira de Souza
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)

Henrique Manuel Guimarães
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Introdução

O ensino da Matemática vem sendo alvo de investigações que podem vir a favorecer as aprendizagens em todos os níveis escolares. Como disciplina científica, a Matemática influencia outras áreas do conhecimento e a sua aprendizagem tem um papel relevante para a inclusão social e o exercício da cidadania, na medida em que, justamente, está presente em muitas das vertentes da actividade em sociedade e concorre para o seu desenvolvimento. A literacia matemática inclui a capacidade de identificar e compreender e apreciar o papel que a Matemática desempenha na sociedade. Seja dentro ou fora da escola, esses fatores — a contribuição para outras áreas do saber, a inclusão social e a cidadania — são potencializados quando o professor proporciona e faz uso de meios educacionais eficazes e que façam sentido para o aprendiz, favorecendo, assim, a participação nas várias dimensões da actividade social.

A resolução de problemas é uma actividade inerente à disciplina de Matemática e que faz uso, muitas vezes, da compreensão de textos para sua resolução como requisito primeiro, nomeadamente no caso de problemas aqui denominados "verbais". Para estes, é necessário que o resolvedor 'recupere' o pensamento de quem o formulou e, por isso, o modo esse pensamento foi formulado por escrito tem implicações na interpretação do resolvedor — podendo até levar a compreensões outras distintas do idealizado originalmente. É indicado, portanto, prudência na formulação de problemas verbais a fim de que o texto com que é apresentado comunique o que se quer.

Ler um problema de Matemática apresentado na forma de um texto provoca diferentes operações cognitivas, entre elas: compreender o que é solicitado, selecionar dados relevantes para a resolução e associar esses dados ao que já se conhece sobre o assunto, estabelecendo uma espécie de diálogo com o autor do texto, por forma a delinear uma estratégia para dar resposta ao que o problema solicita. Este processo de leitura não é trivial para estudantes a iniciarem-se na resolução de problemas, como denunciam investigações de diferentes áreas do conhecimento. Mas, é possível tomar algumas precauções na sua formulação e, com isso, aumentar as chances de sucesso do trabalho docente com a resolução de problemas de Matemática, dentro e fora de suas aulas.

Com esta motivação, surgiu este artigo que tem por objetivo analisar diferentes problemas verbais de Matemática, discutir alguns impactos que diversas formulações desses problemas podem causar sobre o desempenho dos resolvedores na sua resolução e justificar esses impactos com explicações de outras áreas da ciência como a Psicologia Cognitiva, Linguística e Neuropsicologia. O seu foco principal, portanto, está especificamente na compreensão do texto do problema de Matemática, etapa inicial de sua resolução. Este artigo busca deste modo fornecer subsídios que apoiem a formulação escrita de problemas verbais de Matemática a partir do levantamento, análise e discussão de contribuições de diversos investigadores da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva, Linguística e Neuropsicologia captados de publicações científicas, incorporando, nessa análise e discussão, a experiência dos próprios autores.

A busca pela melhoria do conhecimento matemático dos alunos fez com que muitos investigadores procurem novas propostas metodológicas que, por fim, foram se afirmando no ensino. No que à Matemática diz respeito, entre as mais expressivas, ao lado da resolução de problemas (RP), estão as novas tecnologias no ensino da Matemática (Borba & Penteado, 2003), as aplicações e modelação matemáticas (Blum & Niss, 1991; Blum, 1995; Bassanezi, 2002; Biembengut, 1999; 2000; Skovsmose, 2000), o trabalho de projeto (Dewey, 1979; Kilpatrick, 1978; Rodríguez, 1988), os jogos matemáticos (Borin, 1998; Smole, Diniz & Milami, 2007), a etnomatemática (D'Ambrósio, 1998; 2011), a matemática realista (Freudenthal, 1968, 1973, 1981, 1983) e a educação matemática crítica (Skovsmose, 2001), todas com possibilidades de inserção no trabalho com problemas verbais.

No que se refere à RP, apesar da existência de muitas pesquisas sobre a sua utilização no ensino da Matemática, alguns aspetos desta utilização precisam de ser reforçados e é necessário inspirar novas investigações — na verdade, resolver e formular problemas é grande parte do que se faz com os objetos matemáticos. Dedicaremos o próximo ponto ao esclarecimento de termos e conceitos necessários para, em seguida, apresentarmos uma discussão sobre a RP com enunciados verbais que são os que aqui nos interessam. Nos pontos seguintes trataremos, nesta ordem, da compreensão do (texto do) problema, apresentará algumas indicações de uso da linguagem verbal em problemas de Matemática, esclarecerá aspetos da representação mental na e para a resolução de problemas na perspectiva da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva, Linguística e Neuropsicologia. Logo depois, serão apresentadas técnicas para o desenvolvimento da competência leitora em problemas de Matemática em um tópico intitulado "A RPVM em sala de aula", sucedida pela finalização do texto em "A concluir".

Alguns termos a clarificar

A iniciar, é útil clarificar como alguns termos são tratados neste artigo, a começar por "problema". Assumimos a visão de Pólya (1945) de que resolver um problema significa buscar conscientemente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível. Por outras palavras, estamos perante um problema quando nos confrontamos com uma questão que nos interessa responder ou resolver e não dispomos previamente de uma estratégia, pelo menos completamente definida, para o fazer. Resulta daqui assim que, por um lado, o que é um problema para alguns, pode não o ser para outros, por outro lado, que todo o problema encerra uma questão, embora, nem toda a questão constitua um problema. Se alguém possuir antecipadamente todos os meios para alcançar os fins delineados, não há que falar em problema, mas em exercício para esse alguém. Um exercício requer de um sujeito baixo investimento cognitivo, uma vez que já está de posse dos meios e mecanismos para o resolver, que apenas necessita de aplicar, mais ou menos directamente.

Especificamente, problemas verbais são vistos aqui como os que são formulados por escrito, recorrendo, sobretudo, à linguagem natural, eventualmente permeada por elementos da linguagem própria da matemática. Em Educação Matemática, problemas verbais envolvem uma narrativa, uma estória ou um acontecimento, relatado num texto, prioritariamente em linguagem natural, que contém informação para os resolver no contexto dado, sendo, como dizem Verchaffel, De Corte & Greer (2000), descrições textuais de situações nas quais as questões matemáticas são contextualizadas. Não são, portanto, o foco da nossa discussão, problemas cujo texto recorra apenas ao vocabulário, terminologia, notações e fórmulas matemáticas ou, ainda, a frases do tipo "Determine o valor da expressão…" e "Resolva a equação…" que, apesar de escritas com palavras da linguagem natural, são expressões muito próximas do vocabulário próprio da Matemática. Interessam-nos problemas cujo texto seja permeado por terminologia e estruturas frasais das duas linguagens — a natural e a matemática — e que possam causar algum impacto sobre a compreensão desse texto. A essa compreensão, produzida a partir do texto do problema pelo sujeito que lê, chamaremos enunciado.

Desde já, é importante discutir o termo "enunciado" por poder gerar ambiguidades. Na língua portuguesa, quando investigadores e professores de Matemática se referem a problemas em geral, o termo "enunciado" é entendido como a formulação escrita ou o texto dos problemas. Ocorre que "enunciado", neste trabalho, será visto à luz de um quadro teórico (Bakhtin, 1997; 2009) que atribui a esse termo uma conotação de natureza diferente do que a de simples expressão escrita. Para evitarmos a confusão, sempre que nos estivermos a referir à formulação escrita, pura e simples, usar-se-á o termo "texto", caso contrário, utilizaremos o termo "enunciado" no sentido de Bakhtin (1995; 1997). Um enunciado, segundo este autor, é gerado a partir da compreensão de seu texto (leitura do texto + compreensão = enunciado). O enunciado faz emergir um conjunto de processos psicológicos que, coordenadamente, resultam na elaboração de uma representação mental idiossincrática pelo leitor. Esta representação mental é o suporte interno para a resolução do problema. Esquematicamente:

Leitura do texto + compreensão

⇩

Enunciado

⇩

Representação mental

} Ingredientes iniciais para a RPVM

Assim, a elaboração de uma representação mental inadequada pode comprometer todo o processo de resolução, do que ainda mais releva a importância do enunciado. Da leitura do texto de um problema matemático podem resultar compreensões, e portanto, enunciados e representações mentais, diversificados, daí a necessidade e importância que tais compreensões favoreçam representações mentais apropriadas à resolução do problema em questão. Kintsch & Greeno (1985) concordam com esta visão e defendem que a etapa essencial na RP é a compreensão do texto do problema, estando em harmonia com o que afirmam pesquisas que mencionaremos no curso deste artigo e com o próprio Pólya, que inaugurou o que ficou conhecido como as quatro etapas da RP, sendo a primeira delas, justamente, a compreensão do problema (Pólya, 1945). Mais recentemente, a pesquisa científica de Comério (2012) confirmou, a nível estatístico, a alta correlação positiva entre a competência em leitura e o desempenho em problemas aritméticos de 136 estudantes regulares do quinto ano do ensino básico brasileiro, o que pode ter que ver com a adequação das suas compreensões textuais (enunciados) e das representações mentais geradas por eles, a partir dessas compreensões.

Deste modo, a expressão “resolução de problemas verbais de matemática (RPVM)”, neste artigo, significa “resolução de problemas de matemática formulados por escrito em linguagem natural, eventualmente permeada por elementos da linguagem própria da matemática”. Por questões de comodidade, manter-se-á a expressão RPVM acreditando que o leitor terá em mente o sentido aqui explicado.

Como dissemos, o enunciado será visto neste trabalho no sentido de Bakhtin (1995, 1997) que o concebe como unidade básica da linguagem e que difere do entendimento de Sausurre (1966) que é o fundador da linguística. Sausurre (1966) adotou o signo como o ponto de partida para estudos da linguística. Ele afirma não ser possível estudar a linguagem, mas sim a língua que compõe a linguagem. A língua, para ele, seria um instrumento técnico que torna possível o exercício da linguagem. Bakhtin não negou a importância do estudo da língua, pelo contrário, sem ele o campo da linguagem não teria avançado. No entanto, reduzir ao estudo da língua todo o conhecimento sobre a linguagem, é limitar as possibilidades de conhecimento dos seus usos em sociedade, no nosso caso, da sociedade dos que lidam com a Matemática, por assim dizer.

Bakhtin, diferentemente, não é visto como um linguista, mas como um filósofo da linguagem humana por ter se debruçado sobre aspetos da linguagem sob o ponto de vista da filosofia e que Sausurre disse não serem passíveis de serem estudados. O exercício da linguagem em sociedade — no meio jurídico, nas ruas, nas comédias, nos poemas, etc, e na Matemática — é o que se tem de 'palpável' para o estudo. O signo, para Bakhtin, é construído a partir da linguagem e, por isso, ele não tem um significado, mas muitos significados, que dependem das diferentes situações em que seja usado e que se constituem historicamente. Exemplo disso são as palavras "honesta" e "viciada" e os contextos em que são geralmente usadas. Dependendo da experiência sócio-cultural do indivíduo com essas palavras, certamente, os significados são diversos. Como ilustração, seguem os textos de dois problemas de Matemática que fazem uso dessas palavras.

> *A urna A contém 3 fichas vermelhas e 2 azuis, e a urna B contém 2 vermelhas e 8 azuis. Joga-se uma moeda "honesta". Se a moeda der cara, extrai-se uma ficha da urna A; se der coroa, extrai-se uma ficha da urna B. Uma ficha vermelha é extraída. Qual a probabilidade de ter saído cara no lançamento?* (Morettin, 1999, p.23; sublinhados nossos)

> *Uma caixa tem 3 moedas: uma não viciada, outra com 2 caras e uma terceira viciada, de modo que a probabilidade de ocorrer cara nesta moeda é de 1/5. Uma moeda é selecionada ao acaso na caixa. Saiu cara. Qual a probabilidade de que a terceira moeda tenha sido a escolhida?* (Morettin, 1999, p.27; sublinhados nossos)

O signo "honesta" é comumente usado para expressar a obediência, de alguém ou de alguma organização, às regras morais existentes e isso também pode ser visto como sendo um padrão, uma normalidade: por exemplo, não furtar, não mentir, não enganar. Ser honesta, no problema atrás apresentado, é sinónimo específico de padrão, de normalidade. Ou seja, 'normalmente' uma moeda possui uma face que é uma figura (cara) e outra que é um valor quantitativo (coroa), isto no caso do Brasil. Ou de maneira contrária, como em moedas antigas de Portugal: um valor quantitativo (cara) e uma figura, brasão ou armas (coroa). Observe-se que, ainda que o significado seja o de padrão, a mudança de país, no caso considerado, faz com que da compreensão do texto resultem enunciados diferentes, conforme as normas nos diferentes países.

A nossa experiência na aplicação do problema em questão a estudantes de nível superior mostrou que o texto em que está formulado levanta obstáculos à sua compreensão ao nível da linguagem que ocorreram, também, no outro problema, com o signo "viciada". Ser viciado, no quotidiano é mais amplo do que o contexto desse texto, em que "viciada" significa, especificamente, que está fora dos padrões normais. Esta compreensão modificaria o resultado do problema, caso eventuais diferenças no significado de cara ou coroa influenciassem o cálculo das probabilidades. Dito de outro modo, as palavras "honesta" e "viciada", nos contextos dos problemas, guardam significados que impactam ou que poderiam impactar directamente sobre o resultado do problema.

Para Sausurre, a unidade básica da linguagem é o signo; para Bakhtin, o enunciado. Em outras palavras, Bakhtin construiu o entendimento sobre a linguagem a partir da compreeensão dada aos signos pelas pessoas, uma vez que essas compreensões estão associadas a um contexto sócio-histórico e isso se constitui na unidade básica. Metaforicamente, Sausurre escolheu estudar o instrumento que emite os sons; Bakhtin escolheu estudar os sons. Um enunciado só existe a partir dos sujeitos do discurso. O signo, contrariamente, dispensa esses sujeitos por não considerar suas variações de compreensões a partir do contexto. Um enunciado, para Bakhtin e para nós, existe em local e tempo determinados, produzido por sujeitos históricos e de maneira idiossincrática. O mesmo texto, lido pela mesma pessoa mais de uma vez, constitui-se, ou pode constituir-se, em diferentes enunciados. Convidamos o leitor a ler o texto seguinte:

> *São retiradas uma a uma, aleatoriamente, bolas de uma urna, até se obter a primeira bola branca. Mas, a cada tentativa, duplica-se a quantidade de bolas azuis existentes na urna. Sabendo que inicialmente a urna contém 4 bolas azuis e 6 brancas, calcular a probabilidade de se obter a primeira bola branca, no máximo, à terceira tentativa.* (Morettin, 1999, p.26)

Convidamos, mais uma vez, a lê-lo. A segunda leitura deu, ou pode dar, origem a um novo enunciado, lido em tempos diferentes, por um sujeito histórico e que possui idiossincrasias. Isso porque se houver, na segunda leitura, captação de mais informação que conduza à reformulação da representação interna anterior. Dois resolvedores de problemas experientes produziriam enunciados diferentes para o mesmo texto. Investigadores, como Sternberg (2000), Krutetskii (1976), Johnson-Laird (1983) e Rodrigues, Dias & Roazzi (2002) constataram que uma das características de experientes resolvedores de problemas é realizar várias leituras antes de se lançar nas etapas seguintes da resolução. O investimento cuidadoso nessa etapa — a elaboração de um enunciado — se constitui, como dito antes, em termos psicológicos, nas condições primeiras para a formação de uma representação que apoiará o sujeito nessa tarefa. Em suma, o enunciado é um acontecimento que transcende os aspetos técnicos fornecidos pela língua, fazendo acontecer a linguagem nos termos bakhtinianos, daí, a opção por essa teoria.

Para encerrar este tópico, apresentamos na Tabela 1 um resumo dos principais termos necessários para o entendimento deste artigo:

Tabela 1. Termos que esclarecem o entendimento do artigo.

Termos	Esclarecimentos/Significados
Enunciado	Compreensão produzida a partir do texto do problema.
Problema	Questão que interessa responder ou resolver e não se dispõe previamente de uma estratégia, pelo menos bem definida, para o fazer.
Problemas verbais	Problemas formulados por escrito, recorrendo, sobretudo, à linguagem natural, eventualmente permeada por elementos da linguagem própria da matemática, envolvendo uma narrativa, estória ou acontecimento relatado num texto com informação para os resolver no contexto dado, em que estão subjacentes as relações matemáticas necessárias para a sua resolução. Por exemplo: Eu tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a tua idade. Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 45 anos. Quais são as nossas idades?
Texto	Formulação escrita, pura e simples.

Sobre a Resolução de Problemas

É útil sublinharmos alguns aspetos relevantes sobre a RP. Autores como Pólya (1945, 1981), Schoenfeld (1985, 1992) e Gagné (1985) consideram que aprender a resolver problemas é o tipo mais elevado de aprendizagem, não só porque se aprende **a** resolvê-lo, como se aprende concomitantemente **com** a resolução que se realiza, uma vez que a RP exige a elaboração de algo novo para quem resolve o problema. Esse 'novo' pode ser, por exemplo, ao nível dos conceitos, relações, propriedades ou estratégias.

Desde a divulgação dos estudos de Pólya, a RP vem sendo foco de investigações considerada como tema central na Matemática e na Educação Matemática. No meio educacional, Schoenfeld (1992) afirma que esse reconhecimento ocorreu a partir dos anos 80 do século passado com inserções tímidas de alguns aspetos nos currículos matemáticos que a valorizasse. Os anos seguintes foram marcados por crescentes envolvimentos de educadores em torno do tema, impulsionados tanto por forças externas — por exemplo, avanços na inteligência artificial –, como por razões inerentes ao próprio desenvolvimento curricular e do processo de ensino, como foi no caso da opção pela Matemática Moderna que orientou o currículo dos anos 50 aos anos 70 do séc. XX — e em alguns países chegou mesmo aos anos 80 — e que viria a ser objeto de críticas profundas e variadas ao não promover o sucesso dos alunos em Matemática, nomeadamente no que concerne ao desenvolvimento da compreensão e do pensamento matemáticos.

Neste contexto, os estudos de Pólya, ao longo dos tempos, mantiveram-se como uma sólida referência para investigadores e professores interessados no tema. Para Pólya (1945), a resolução de um problema de Matemática é um processo composto por quatro etapas: 1 — a compreensão do problema; 2 — a elaboração de um plano para sua resolução; 3 — a execução do plano, e; 4 — análise retrospectiva (*looking back*). Estas etapas atraíram a atenção, tanto de investigadores em Educação Matemática, como em Psicologia Cognitiva que, a partir das premissas de Pólya, acrescentaram importantes ingredientes, que a seguir abordamos, trabalhando-os em investigações que culminaram em outras propostas teórico-educacionais .

Entre os primeiros — os investigadores em educação matemática — alguns viram a RP como uma estratégia metodológica capaz de propor o problema como via do processo de ensinar e de aprender objetos matemáticos, favorecendo a produção de significados. São exemplos, Schoenfeld (1985, 1987, 1992, 1996) e Romanatto (2012), sendo que o primeiro, a partir dos estudos de Pólya e das suas próprias pesquisas, sugeriu seis etapas para a análise dos protocolos na RP: 1 – leitura; 2 – análise; 3 – exploração; 4 – planeamento; 5 – implementação e; 6 – verificação (Schoenfeld, 1985, p. 294).

Por sua vez, os psicólogos cognitivistas viram na investigação envolvendo a RP, uma possibilidade de estudo da habilidade matemática (variável psicológica), com grandes possibilidades de influenciar positivamente o ensino e a aprendizagem da matemática escolar, pois, como reconhece Romanatto (2012, p. 301), "na aprendizagem matemática, os caminhos iniciais da aprendizagem são de natureza psicológica". É o caso de Johnson-Laird (1983, 1992), psicólogo americano, e de Krutetskii (1976), psicólogo russo. Krutetskii considera três grandes processos mentais envolvidos na RP: 1 – compreensão do problema; 2 – processamento da informação e; 3 – retenção da informação; Johnson-Laird, por sua vez, foi fiel às quatro etapas de Pólya. Outros investigadores seguiram linhas de pensamento próximas destas, cada um a seu modo, apoiados nas premissas de Pólya que, pelo seu lado, pode ter inaugurado na Matemática ideias adaptadas de Wallas em *The Art of Thought* e outros investigadores em Psicologia, como deixa a entender Mayer (Wallas, 1926, *apud* Mayer, 1977, p.88).

Sternberg (2000), outro psicólogo cognitivista, desdobrou em sete as etapas de Pólya: 1 – identificação do problema; 2 – definição e representação do problema; 3 – formulação da estratégia; 4 – organização da informação; 5 – alocação de recursos; 6 – monitorização, e; 7 – avaliação. Sternberg não formulou estas etapas especificamente para a Matemática, mas para a RP em geral. Observe-se que, neste último autor, a fase da compreensão do problema de Pólya se encontra desdobrada na identificação e na definição e representação do problema. Há, contudo, um novo ingrediente — a representação — e é nesta variável que nos apoiaremos teoricamente para reforçar, ou mesmo explicar, a primeira etapa de Pólya, agora, à luz da Psicologia Cognitiva. A representação mental, neste trabalho, será explorada com maior profundidade em meio às análises dos problemas que virão mais à frente.

Ainda sobre a primeira fase da RP, importa clarificar que Pólya não se debruçou sobre aspetos teóricos da linguagem, ou seja, sob a perspectiva da Linguística, muito menos sobre elementos psicológicos, mas sobre o modo como conduzir essa fase por forma a auxiliar os alunos na elaboração de seus enunciados (e, portanto, de suas compreensões) e, consequentemente, a elaborar suas representações mentais necessárias à resolução do problema. Este nosso artigo se preocupa com essa fase, mas restritamente no que diz respeito aos aspetos da linguagem. A fase da compreensão do problema, segundo Pólya, é mais abrangente do que aqui iremos discutir.

A elaboração teórica sobre a RP que procurámos empreender com este estudo recorrerá a todos os investigadores mencionados, cujas opções na investigação e teorização neste domínio consideramos harmónicas, apesar das especificidades de cada uma.

A compreensão do (texto do) problema

Antes de iniciarmos a discussão sobre a compreensão de textos de problemas de Matemática, é útil apresentar o resultado de uma pesquisa realizada por Abedi & Lord (2001) que mostra a importância da linguagem na RPVM. Esses autores tomaram problemas verbais de Matemática do *National Assessment of Educational Progress* (NAEP) que avalia o desempenho de alunos norte-americanos nessa disciplina escolar, e os reescreveram com estrutura verbal mais simples, reduzindo a sua complexidade, de acordo com indicações de profissionais dessa área, sem alterar a proposta matemática. Em entrevistas individuais, 36 estudantes do oitavo ano foram solicitados a apenas escolher entre a forma original e a outra modificada em seu texto (os textos modificados dos problemas não alteravam a proposta inicial matemática) de quatro problemas que lhes foram apresentados. A escolha deveria estar pautada em uma tomada de decisão rápida, sem grandes reflexões sobre os textos dos problemas. Em seguida, o pesquisador pedia que lessem os problemas em voz alta e identificassem palavras ou trechos que considerassem difíceis ou confusos.

Os resultados revelaram que a maior parte dos estudantes preferiu os textos modificados, alegando serem mais familiares, por fazerem mais sentido, por darem ideia clara do que se deve fazer, por serem mais curtos e por não haver palavras complicadas como "setor" e "aproximação". Por outro lado, os que preferiram os textos originais alegaram serem mais interessantes ou mais desafiadores. Importa ainda mencionar que, na leitura dos problemas em voz alta, os pesquisadores observaram que os alunos faziam pausas em palavras não familiares ou em expressões que interrompiam, de algum modo, o fluxo de compreensão, tais como: "certos", "referência", "todo" e "particular", além de relerem trechos substituindo a voz passiva por voz ativa.

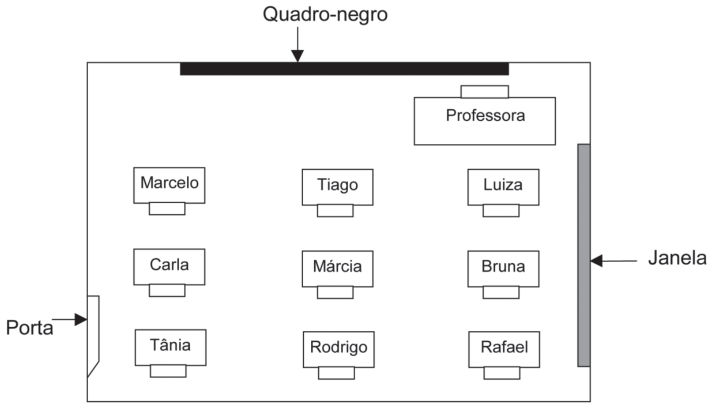
Em seguida, esses autores propuseram a resolução de vinte e cinco problemas de Matemática do NAEP a 1.174 estudantes de oitavo ano. Alguns eram proficientes em língua inglesa, outros não. Um grupo recebeu dez problemas com textos originais e dez com textos modificados. Outro grupo recebeu os problemas com textos originais do primeiro grupo, agora modificados e, os dez problemas com textos modificados deste grupo, agora originais. Além desses vinte problemas, outros cinco com formulações consideradas não problemáticas em termos textuais, compuseram o teste dos dois grupos com fins de controle. Os testes foram cuidadosamente avaliados no sentido de apresentarem a maior similaridade possível com o tipo e número de complexidades verbais, presença/ausência de diagrama ou qualquer outro apelo visual etc.

Os resultados mostraram que os estudantes não proficientes em língua inglesa apresentaram desempenho significantemente menor que os proficientes. Além disso, mais de mil estudantes apresentaram altas pontuações nos problemas com os textos modificados. Por fim, os pesquisadores tendem a crer que os textos linguisticamente reestruturados afetam o desempenho dos resolvedores, em particular dos não proficientes.

Sublinhamos a conclusão a que chegaram Abedi & Lord (2001) sobre o fato de, possivelmente, os textos linguisticamente modificados não causarem grandes impactos sobre estudantes com alto desempenho em Matemática e/ou com grande habilidade em leitura e que as modificações sugeridas sejam mais eficazes para resolvedores iniciantes. E é com esses iniciantes que devemos nos preocupar mais, sejam eles do nível de escolarização que forem, ao os supormos, eventualmente, principiantes em propostas novas de RP, mesmo sendo experientes em outras, como é possível ter sido o caso dos estudantes de nível superior que apresentaram dúvidas perante as palavras "honesta" e "viciada".

A pesquisa de Abedi & Lord (2001) está em sintonia com outras investigações que tomaram a mesma direção, mas agora com a Língua Portuguesa (Smole & Diniz, 2001) e, por isso, servirão de apoio para a discussão que pretendemos. Para esta discussão — sobre a compreensão do texto do problema —, considere os quatro problemas verbais de Matemática (problemas 1, 3, 4 e 5), e um (problema 2), que a seguir apresentamos por conterem palavras que requerem significações específicas da linguagem matemática e que podem ter comprometido a compreensão dos estudantes. Todos os problemas foram extraídos de itens das Provas Brasil[1] que se propõem avaliar o desempenho dos estudantes do quinto e nono anos (estudantes com 10 e 11 anos e com 14 e 15 anos de idade, respectivamente) da educação básica de todas as escolas brasileiras. Os quatro primeiros problemas (1 a 4) foram extraídos da prova realizada pelos estudantes do quinto ano, o quinto (5) e o último, da prova para estudantes do nono ano. As provas envolvem questões de Língua Portuguesa (ensino e prática da leitura) e de Matemática (resolução de problemas) nos dois níveis escolares mencionados e com os resultados dessas provas visa-se, entre outros objetivos, promover a reflexão de docentes sobre a prática do ensino da leitura e da resolução de problemas de Matemática. Na leitura dos problemas, sugerimos que o leitor "esvazie" sua mente dos conceitos matemáticos que já tenha desenvolvido. Esse exercício o aproximará do entendimento dos alunos que compuseram a amostra da Prova Brasil.

Problema 1: Marcelo fez a seguinte planta da sua sala de aula:



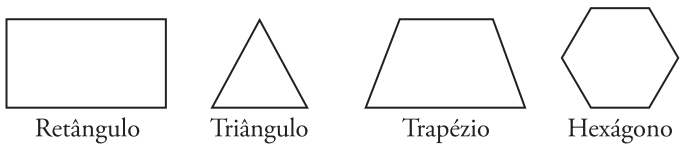
Das crianças que se sentam perto da janela, a que senta mais longe da professora é
(A) o Marcelo.
(B) a Luiza.
(C) o Rafael.
(D) a Tânia.

Aparentemente, este e os próximos quatro textos dos problemas parecem não conter qualquer tipo de dificuldade. Além disso, muitos se assemelham com os que costumamos encontrar em livros didáticos e salas de aula de Matemática.

O primeiro problema pede que o aluno de quinto ano identifique a criança que senta mais longe da professora, mas restringe a escolha impondo a condição de que seja a que se sente perto da janela. Somente 37% dos estudantes disseram ser Rafael e outros 34% apontaram Tânia. Considerando serem estudantes em processo de formação como resolvedores de problemas, tendo em vista que a elaboração do enunciado — compreensão do (texto do) problema — é a primeira etapa dessa caminhada e que o resultado da Prova Brasil de Língua Portuguesa não atingiu as metas traçadas para o período, o texto "das crianças que se sentam perto da janela, a que senta mais longe da professora é", pode ser um obstáculo para alguns alunos, além da compreensão da planta. Há dois segmentos na frase: "das crianças que…" e "a que senta mais longe" separados por uma vírgula. Pelas indicações de Abedi & Lord (2001), bem como de Smole & Diniz (2001), melhor seria que o texto estivesse em uma ordem mais direta: "Qual criança que se senta perto da janela está mais longe da professora?". O modo como o problema foi apresentado, destacou para alguns o fato de a criança estar mais longe, e esquecerem que seria somente entre as crianças que estavam perto da janela, provavelmente por isto ser a última coisa que é dita na frase e, portanto, a que prevaleceu na memória de curto prazo.

Analisando com um pouco mais de profundidade e detalhe o texto deste problema, outras sugestões de alteração poderiam torná-lo ainda mais compreensivo, por exemplo, ao tornar Marcelo uma referência no contexto dado, uma vez que ele se encontra na planta. Veja-se a seguinte alternativa: "Marcelo desenhou a sala de aula onde ele estuda. Ele desenhou as carteiras dos seus colegas, a mesa da professora, a porta e a janela. Olhe o desenho que Marcelo fez e responda: Qual colega que se senta perto da janela está mais longe da professora?".

Problema 2: Abaixo, estão representados quatro polígonos.

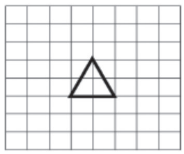


Qual dos polígonos mostrados possui exatamente 2 lados paralelos e 2 lados não paralelos?
(A) Retângulo
(B) Triângulo
(C) Trapézio
(D) Hexágono

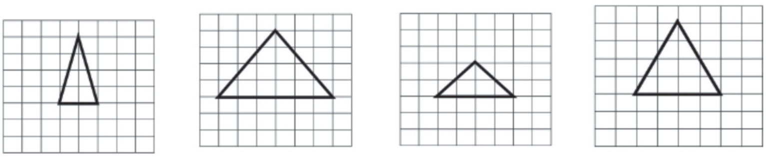
O segundo problema, apesar de não se tratar exatamente de um problema verbal nos moldes que antes definimos, é digno de análise neste artigo pelas relações que suscita entre a compreensão de palavras e a compreensão sobre a configuração de figuras geométricas. O problema pede o reconhecimento de paralelismo e não paralelismo entre lados de polígonos. 38% dos estudantes escolheram a resposta considerada correcta: o trapézio. 26% que optaram pelo retângulo e 14% pelo hexágono, e o que chama a atenção, sob o ponto de vista da linguagem, são justamente estas opções.

Considerando os polígonos da figura que acompanha o texto do problema, o retângulo possui dois lados paralelos e quatro pares de lados não paralelos (os pares de lados consecutivos). O hexágono possui três pares lados paralelos e vários pares de lados não paralelos. Não fosse a palavra "exatamente", essas opções estariam corretas. Repare-se que a palavra "exatamente" no dia a dia também é usada para validar algo (p.ex.: Era exatamente isso!), ou para dar ênfase (p.ex.: Trate-os exatamente como quer que eles o tratem.). Na Matemática, todavia, o uso desta palavra restringe-se ao significado de exatidão, o que deixa o trapézio como única possibilidade de resposta correta, no entanto, o trapézio possui mais de dois lados não paralelos. Na verdade, em rigor, nenhuma das alternativas serve, devia perguntar-se: 'Qual dos polígonos mostrados possui exatamente dois lados opostos paralelos e dois lados opostos não paralelos?'. O fato é que, matemáticos e professores, em situações como estas, subentendem que estão a referir-se a 'lados opostos', ou a 'lados não consecutivos' (no caso dos quadriláteros). De todo modo, acreditamos que o engano tenha se dado, sobretudo, pelo significado (não) atribuído à palavra 'exatamente'. O docente pode e deve trabalhar o sentido de palavras como essas em suas aulas de Matemática, pois elas estão carregadas de aspetos conceituais a depender de cada contexto, inclusive fazendo-os variar. Qualquer reescrita do texto desse problema que peça 'exatamente' dois lados paralelos e dois lados não paralelos, poderá deixar margem a dúvidas, caso ao termo "exatamente" não seja atribuído um significado por todos partilhado, no caso que nos interessa, o significado matemático.

Problema 3: A figura abaixo foi dada para os alunos e algumas crianças resolveram ampliá-la.



Veja as ampliações feitas por quatro crianças:



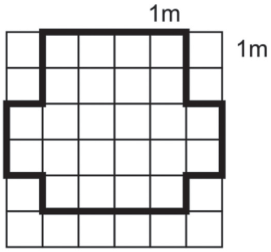
Ana Célia Bernardo Diana

Quem ampliou corretamente a figura?

(A) Ana
(B) Bernardo
(C) Célia
(D) Diana

O terceiro problema obteve 56% de acertos. Pensando nos outros 44%, vimos que a palavra "ampliar" pode ter sido a vilã para estes alunos. Novamente, no dia a dia, essa palavra significa aumentar, estender, dilatar, acrescentar. Na Matemática, em geral, essa palavra significa que o aumento é o mesmo (percentualmente) em todas as direções. Dizemos "geralmente", pois no contexto da Álgebra Linear, essa palavra necessitaria ser especificada, por se poder dilatar objetos em uma única direção, duas, três ou até mais, como é o caso de objetos não euclidianos. Não é esse o caso, claro, apenas mencionamos para destacar a importância da preocupação com a palavra. Considerando que o problema foi proposto para estudantes de quinto ano, e que não teriam ainda se apropriado do significado matemático de palavras como 'ampliar', que também têm uso corrente, mas distinto, uma possibilidade de alteração do texto do problema, que minimize os efeitos eventualmente negativos de compreensões 'não matemáticas' de tais palavras, será explicar o que significam matematicamente, caso não haja intervenção direta do docente. No caso em questão, uma vez que se trata de um polígono regular, poderia ser: "A figura abaixo foi dada aos alunos e algumas crianças resolveram ampliá-la, ou seja, aumentaram igualmente todos os lados da figura".

Problema 4: Uma pessoa faz caminhadas em uma pista desenhada em um piso quadriculado, no qual o lado de cada quadrado mede 1m. A figura abaixo representa essa pista.



Quantos metros essa pessoa percorre ao completar uma volta?

(A) 36m
(B) 24m
(C) 22m
(D) 20m

O quarto problema diz que a figura representa a pista onde uma pessoa faz caminhadas, mas não menciona que ela está assinalada pela linha preta mais grossa, deixando a cargo do aluno essa compreensão. Isso pode explicar o fato de 43% dos estudantes terem optado por 36m como resposta, que é a área do maior quadrado. Apenas 23% responderam corretamente e, ainda, 24% disseram ser 24m, por terem, provavelmente, considerado o perímetro do quadrado maior ou contado os quadrados delimitados pela linha mais grossa. É possível, ainda, para as respostas incorretas tenha concorrido uma confusão muito corrente: a confusão entre área e perímetro.

Por tudo isso, uma sugestão que poderá favorecer uma compreensão adequada do texto seria: "Imagine que você está caminhando dentro de uma sala e o piso dessa sala é de azulejos quadrados. Imagine que essa sala é parecida com o desenho abaixo. Veja que cada azulejo mede 1m de lado. A linha mais escura é o percurso a caminhar. Observando a linha mais escura, quantos metros você caminhará se der uma volta completa?" É preciso ter cuidado com os conectivos, pois eles subordinam e coordenam novas orações, o que pode acontecer também com os pronomes, e isso, por vezes, confunde o leitor. Repare por exemplo que, no texto do problema dado, a expressão "no qual" se refere a "piso quadriculado" que antecede essa expressão. Seria melhor repetir "piso quadriculado", iniciando uma nova frase "No piso quadriculado o lado de cada quadrado…". O que é óbvio para uns, pode não ser para um iniciante em RPVM.

Problema 5: Num cinema há 12 fileiras com 16 poltronas e 15 fileiras com 18 poltronas. O número total de poltronas é

(A) 192
(B) 270
(C) 462
(D) 480

O quinto problema foi proposto a alunos do nono ano. Apesar de 57% terem respondido corretamente, Abedi e Lord (2001) observaram que a palavra 'total' foi uma das que interrompeu o fluxo de leitura dos alunos americanos de oitavo ano, demonstrando dificuldades em sua compreensão. Baseados nessa pesquisa, o texto do problema ficaria mais adequado do seguinte modo: "Num cinema há 12 fileiras com 16 poltronas e 15 fileiras com 18 poltronas em cada fileira. Quantas poltronas há nesse cinema?".

A análise que atrás apresentamos dos cinco problemas da Prova Brasil está apoiada em investigações e autores como Abedi & Lord (2001), Aiken (1971, 1972), Butts (1997) e Smole & Diniz (2001), além das teorias antes mencionadas que sustentam que a habilidade na compreensão dos textos de problemas matemáticos influencia no desempenho na sua resolução (Pólya, 1981; Schoenfeld, 1985; Mayer, 1977; Sternberg, 2000; Johnson-Laird, 1983; Krutetskii, 1976). Investigações sobre os efeitos da linguagem no desempenho na RP têm sido reconhecidos há anos e merecem ser coletados e sistematizados, tal como sugeriu Aiken na década de 70 do séc. XX. Vêm também no mesmo sentido os trabalhos de Abedi e Lord (2001), Suydam (1977), David & McKillip (1977), Kotovsky, Hayes & Simon (1985), Butts (1997) e de Correia (2013), entre outros, que serão objeto de discussão no próximo tópico.

Algumas indicações de uso da linguagem verbal em problemas de Matemática

Antes de mencionarmos as pesquisas sobre a formulação de textos de problemas de Matemática, vale dizer que não se defende aqui que eles devam ser simplesmente alterados para favorecer a compreensão de alunos principiantes em RP mas, sobretudo, pela necessidade de agregar ao trabalho docente a formação de estudantes em RPVM, e isso inclui o amadurecimento da compreensão de uma linguagem específica, como é o caso da linguagem matemática, mesmo que escrita verbalmente. É preciso planejar um trabalho que vá de problemas com estruturas frasais simples a problemas com estruturas frasais complexas, como um *continuum*. As próximas indicações fornecem subsídios ao trabalho docente nesse sentido.

O trabalho docente é um diferencial importante para iniciar os alunos na RPVM. Fonseca & Cardoso (2005), por exemplo, reforçam que as dificuldades de alunos em compreender um problema verbal de Matemática estão também ligadas à ausência de um trabalho específico do professor com o texto do problema. Dizem, ainda, que o estilo de escrita desses problemas e a insuficiência/deficiência de compreensão de conceitos e termos específicos da Matemática constituem-se em obstáculos para as fases seguintes da RP.

A simples modificação dos textos dos problemas sem associação à intervenção do professor pode ser inócua. Do mesmo modo pensam Smole & Diniz (2001) ao realçarem que a aprendizagem depende da compreensão do que é lido, não bastando pedir aos alunos que leiam e nem que entreguemos essa tarefa às aulas de língua materna. Todas as disciplinas devem tomar para si a atribuição de formar leitores, muito antes ou em paralelo ao ensino específico de conteúdos quaisquer. Assim, concretamente, a Tabela 2 apresenta características linguísticas a serem evitadas/substituídas em textos de problemas oferecidos a estudantes iniciantes em RPVM, seguidas de exemplos, apresentados por Abedi & Lord (2001).

Tabela 2. Características linguísticas a serem observadas em RPVM.

Características linguísticas do texto	**Como é no texto…**	**Como sugerem ser…**
Evitar palavras não familiares ao vocabulário discente ou do cotidiano;	…certa referência de companhia…	A companhia de Mack…
Usar a voz ativa no lugar de voz passiva; preferência pela sequência: sujeito, verbo e complemento, sempre que possível;	Se uma bola de gude é retirada de um saco…	Se você pega uma bola de gude de um saco…
Evitar longas sentenças ou trechos que podem ser encurtados sem perdas semânticas;	O padrão de ganho de peso de filhotes de cachorro…	O padrão acima representado…
Substituir orações condicionais por sentenças separadas ou alterar a ordem da condição com a da oração principal;	Se duas baterias na amostra foram encontradas descarregadas…	Ele encontrou duas baterias descarregadas na amostra…
Remover as orações relativas ou reformulá-las;	Qual o número total de jornais que Lee entrega em 5 dias…	Quantos jornais ele entrega em 5 dias…
Alterar complexas frases interrogativas por frases mais simples;	Qual a melhor aproximação do número…	Aproximadamente, quantos…
Tornar as apresentações abstratas ou impessoais mais concretas.	…2.675 rádios foram vendidos…	…2.675 rádios que Jones vendeu…

Fonte: Abedi & Lord (2001)

Outros avanços seguiram a partir das sugestões de Pólya (1945) para a fase da compreensão do problema, ou seja, a formulação de perguntas do tipo: O que é desconhecido?; O que é dado?; Qual é a condicionante? etc. Suydam (1997), além de aspetos citados por Abedi & Lord, informa que a complexidade frasal do texto do problema e a apresentação da informação numa ordem que não é a mesma da que será usada para a resolução do problema, tornam a compreensão mais difícil. A Tabela 3 expõe dois textos de problemas, ilustrativos dos aspectos agora apontados por este autor que podem dar origem a dificuldades de compreensão por parte dos alunos:

Tabela 3. Características linguísticas que dificultam a RPVM.

Características linguísticas	**Texto original**
Estrutura frasal complexa	Eu tenho o dobro da idade que tu tinhas quando eu tinha a tua idade. Quando tu tiveres a minha idade, a soma das nossas idades será de 45 anos. Quais são as nossas idades?
Informação não está apresentada na ordem em que será usada.	Em um jogo, Ana ganhou 10 figurinhas e agora está com 25. Quantas figurinhas ela tinha antes do jogo?

Fonte do problema das idades: www.somatematica.com.br.
O problema das 'figurinhas' é da nossa autoria.

A primeira frase do texto do primeiro problema (Eu tenho o dobro da idade…) reúne informações do presente e do passado sobre as idades de duas pessoas, tornando a frase complexa para iniciantes em resolução de problemas. Essa frase relaciona a idade, no tempo presente, de quem fala, com a idade de quem ouve, há uns anos atrás. Na sequência, a segunda frase informa que a soma das idades de quem fala e de quem ouve será de 45 anos em um tempo futuro, ao usar as palavras "quando" e "será", deixando essa conclusão a cargo do leitor.

A complexidade do problema não parece estar nas equações matemáticas ali implícitas, mas sim, na compreensão da imbricada relação textual apresentada pelos diferentes tempos verbais e do advérbio "quando", principalmente. A esse propósito, concordamos com Abrantes (1988; 1989) de que este tipo de problemas tem seu valor educativo, mas ele deve ser reduzido às suas devidas proporções. Nesses casos, a resolução reduz-se à tradução textual. Uma alternativa que minimize os efeitos desses constrangimentos poderia ser: *Eu tenho o dobro da idade que você tinha tempos atrás. Naquela época, eu tinha a idade que você tem hoje. Quando você tiver a idade que eu tenho hoje, as nossas idades somarão 45. Quais são as nossas idades?*

O problema das figurinhas não está disposto segundo a ordem natural de ocorrência temporal, o que dificulta a organização mental de resolvedores principiantes. Primeiro temos figurinhas (1), depois ganhamos/perdemos figurinhas (2) e, por fim, temos um saldo de figurinhas (3). O texto original parte do ganho de figurinhas e apresenta o resultado após um jogo e, só depois pergunta a quantidade inicial de figurinhas. Essa proposta usa as etapas (2), (3) e (1). Uma reescrita que siga a ordem temporal, (1), (2) e (3) seria: *Quantas figurinhas Ana tinha no início do jogo se agora está com 25 e ganhou 10 figurinhas no jogo?*

Suydam (1977) também afirma que a presença de números grandes pode ser um fator de dificuldade para iniciantes. Para ilustrar esse caso, recorremos a Davis & Mckillip (1977) que sugerem problemas com números pequenos e elaboração verbal que vá do simples ao complexo, paulatinamente, para resolvedores que se mostrem confusos. A Figura 2 exibe os modos de tratar o mesmo problema, em que o grau de dificuldade com números diminui para a direita, por um lado e, o grau de complexidade na leitura diminui para baixo, por outro.

Simplificando números ---->

<---- Simplificando a leitura

Uma loja de artigos esportivos tem 247 bolas de beisebol ao preço de 2,37 dólares cada uma e 142 bolas de *softball* ao preço de 3,84 dólares cada uma. Qual é o preço total das bolas de beisebol e *softball* disponíveis?	Uma loja de artigos esportivos tem 3 bolas de beisebol ao preço de 1 dólar cada uma e 4 bolas de *softball* ao preço de 2 dólares cada uma. Qual é o preço total das bolas de beisebol e *softball* disponíveis?
247 bolas de beisebol a 2,37 dólares cada uma e 142 bolas de *softball* a 3,84 dólares cada uma, quanto custam todas juntas?	3 bolas de beisebol a 1 dólar cada uma e 4 bolas de *softball* a 2 dólares cada uma, quanto custam todas juntas?

Figura 2. Grandeza dos números versus complexidade de leitura na RPVM.

Fonte: Davis & Mckillip (1977, p.117, com adaptações)

Continuando a abordagem sobre os impactos da escrita de textos de problemas de Matemática sobre a compreensão de alunos iniciantes como resolvedores de problemas, destacamos a investigação realizada por Kotovsky, Hayes & Simon (1985). Esses pesquisadores formularam cinco diferentes textos para o problema da Torre de Hanói com três discos, ou seja, cinco problemas chamados isomórficos — têm a mesma estrutura, mas diferem na apresentação — e os propuseram a estudantes. Os resultados revelaram que, dependendo da maneira como eles eram formulados, os tempos de resolução variaram de 1,83 a 29,39 minutos. O problema tradicional de movimentação de três discos foi o que, em média, menos tempo levou o problema intitulado "A Monster Change Problem" (Tabela 4) foi o que consumiu o mais tempo.

Tabela 4. O problema da Torre de Hanói e seus isomórficos.

Torre de Hanói	Há três discos todos de diâmetro diferente e três torres. As torres estão identificadas como 'A', 'B' e 'C'. Todos os discos são colocados inicialmente na primeira torre (torre 'A'). Nenhum disco pode ser colocado sobre um disco menor. Você só pode mover um disco de cada vez. Passar todos os discos da torre 'A' para a torre 'C'.
Um problema da mudança dos monstros	Três monstros extraterrestres com cinco mãos estavam segurando três globos de cristal. Devido às peculiaridades da mecânica quântica de sua vizinhança, ambos, monstros e globos, tomaram exatamente três tamanhos, não havendo qualquer outro: pequeno, médio e grande porte. O menor monstro segurava o globo de tamanho médio, o monstro de tamanho médio segurava o globo grande; e o maior monstro segurava o menor globo. Esta situação feriu o senso de simetria bem desenvolvido dos monstros, e eles começaram a encolher e dilatar os globos, a fim de que cada monstro tivesse um globo proporcional ao seu próprio tamanho. As regras dos monstros complicaram a resolução do problema, uma vez que exigiram que: 1 — Apenas um globo de cada vez pode ser alterado; 2 — Se dois globos têm o mesmo tamanho, só o globo segurado pelo maior monstro pode ser mudado; e 3— Um globo não pode ser alterado para o mesmo tamanho que o globo do monstro maior. Por que sequência de mudanças conseguiriam os monstros resolver este problema? [Seu primeiro objetivo deve ser o de cuidar do menor monstro (ou seja, fazer com que seu globo seja o do tamanho certo).] Esta indicação aparece apenas como uma dica.

Fonte: Kotovsky, Hayes & Simon (1985, p.251) para o problema "A Monster Change Problem" e própria para Tower of Hanoi (tradução nossa).

O problema da Torre de Hanói é comumente usado em aulas de Matemática ao se pedir a expressão que descreve o número mínimo de movimentos quando se tem *n* discos. Apesar de a linguagem não ter sido exatamente o foco da pesquisa de Kotovsky, Hayes & Simon, seus resultados vêm ao encontro de nossos interesses. Também Butts (1997, p.32-33) que, do mesmo modo, não estudou exatamente a linguagem em problemas de Matemática, nos deixou três problemas que nos parecem utéis para a nossa discussão:

Problema 1 — *Seja d(n) o número de divisores positivos do inteiro n. Prove que d(n) é ímpar se e somente se n é um quadrado*.

Problema 2 — *Quais são os inteiros positivos que têm um número ímpar de fatores? (Justifique sua resposta).*

Problema 3 — *Imagine n armários, todos fechados, e n homens. Suponha que o primeiro homem passe e abra todos os armários. Depois, que o segundo homem passe e feche um sim, outro não, começando pelo número 2. O terceiro homem, então, passa e altera o estado dos armários, de três em três, começando pelo número 3 (isto é, se este está aberto, ele o fecha, e vice-versa). Se esse procedimento tiver continuidade até que todos os n homens tenham passado por todos os armários, quais então ficam abertos?*

Butts perguntou aos seus estudantes: "Se você tivesse de escolher entre um destes três problemas para resolver, qual deles preferiria?". Arriscamos afirmar que as preferências dependeriam do nível de compreensão da linguagem matemática. Butts (1997) defende que a maneira como o problema é formulado faz diferença entre levar ou não a pessoa a querer resolvê-lo. Apesar de Butts estar, sobretudo, interessado na motivação de resolvedores, ele realizou alguma análise da estrutura frasal de problemas verbais de Matemática. Os três problemas são o mesmo com diferentes "roupagens". O primeiro, Butts chamou de "estilo matemático tipicamente seco"; o segundo, "menos pesado"; o terceiro, ele diz ser uma forma pitoresca, sendo esta a preferida pelos que necessitam ser motivados, ou seja, levados à ação de resolver problemas. Na verdade, levar os sujeitos a resolver problemas verbais de Matemática é o que todos esses autores desejam. Mas, o que há em comum como pano de fundo em todas essas indicações pode ser explicado pela Psicologia Cognitiva.

As representações mentais e a RPVM: algumas contribuições da Psicologia Cognitiva, Linguística e Neuropsicologia

Muitas pesquisas apontam que a estrutura frasal de um problema verbal interfere nos modos de resolvê-lo (Vieira, 2001; Smole & Diniz, 2001; Mayer, 1977, 1992; Kotovsky, Hayes & Simon, 1985; Kintsh & Greeno, 1985; Correia, 2013). Essa interferência tem a ver com os modos como representamos mentalmente eventos externos ou internos e é conhecida como representação mental ou representação interna. As representações mentais são construções que elaboramos mentalmente do mundo externo, ou mesmo do interno (imaginação, por exemplo), por meio de notações, sinais ou símbolos.

Imagine que você queria propor o problema da Torre de Hanói a alguém. Poderia fazê-lo por palavras, por um desenho ou por ambos. Na visão de Johnson-Laird (1983), a representação externa possui uma correspondência interna que pode ser uma representação proposicional, uma representação por modelos ou por imagens. A primeira é uma representação de uma proposição verbalmente expressável em termos abstratos (neste caso, seria a explicação da Torre de Hanói realizada mentalmente unicamente por uma linguagem abstrata); a representação por modelos (imagem, diagramas, esquemas etc) é direta e análoga à maneira com que se percebe um evento (a explicação poderia ser por uma imagem genérica das torres e dos discos). Por fim, as imagens são modelos particulares ou específicos (a explicação seria usando três torres e três discos específicos, tais como os tenha concebido concretamente ou recorrendo a uma imagem em um livro, por exemplo). De que maneira as representações mentais influenciam RPVM? Ao ler, e também ao ouvir, o texto de um problema geramos uma representação mental. Dependendo da maneira como ela é construída, pode atuar facilitando ou dificultando o processo de resolução. Essa construção depende directamente da maneira como o texto do problema é formulado. Veja-se o exemplo do problema proposto por Posner (1973, p.150–151):

> Duas estações ferroviárias estão a cinquenta milhas uma da outra. Às 14 horas, em um sábado, dois trens partem, um em direção ao outro, um de cada estação. No momento em que os trens deixam as estações, um pássaro lança-se ao ar na frente do primeiro trem e voa na direção do segundo trem. Quando atinge o segundo trem, o pássaro se volta, voando de novo na direção do primeiro trem. O pássaro continua fazendo isso até os trens se encontrarem. Se ambos os trens viajam a uma velocidade média de vinte e cinco milhas por hora, e o pássaro voa a cem milhas por hora, quantas milhas voará o pássaro antes de os trens se encontrarem?

Posner afirma que a elaboração de uma representação mental baseada no desempenho de voo do pássaro é dificultada. Melhor seria perguntar "…quantas horas decorrerão, e quantas milhas terá o pássaro voado antes que os trens se encontrem?", pois esta formulação fixa-se agora no tempo decorrido e nas milhas voadas, o que facilitaria a construção da representação.

Um outro exemplo relativo à influência da linguagem sobre as representações é o apresentado por Maier & Burke (1967), com os dois textos de problemas seguintes:

Problema 1 — *Um homem comprou um cavalo por 60 dólares e o vendeu por 70 dólares. Comprou, então, um cavalo preto por 80 dólares e o vendeu por 90. Quanto ele ganhou no negócio?*

Problema 2 — *Um homem comprou um cavalo branco por 60 dólares e o vendeu por 70 dólares. Comprou, então, um cavalo preto por 80 dólares e o vendeu por 90. Quanto ele ganhou no negócio?*

No primeiro caso, aparentemente mais focado no cavalo, menos de quarenta por cento dos estudantes apresentaram a solução correta. No segundo caso, com a pequena mudança efetuada, todos os estudantes alcançaram a solução, apenas por se ter realçado mais no texto tratarem-se de duas negociações diferentes.

As alterações, em geral, são pequenas, mas provocam grandes impactos sobre a construção das representações mentais por parte dos alunos. Kintsh & Greeno (1985) afirmam que durante a leitura é construída uma representação inicial do problema, capaz de integrar seus componentes textuais. Se essa integração não ocorrer, é realizada uma busca por modelos armazenados na memória de longo prazo e, portanto, já internalizadas a partir de experiência prévia. Caso não encontre, o processo de construção da representação fica comprometido, podendo gerar sobrecarga na memória de curto prazo.

No entanto, o que sucedeu com os problemas da Prova Brasil mais se assemelha ao caso de buscas representacionais dos alunos se terem ligado às experiências cotidianas para que certas palavras os remeteram. Ou ainda, a configuração frasal pode ter desviado os alunos da representação mais eficiente para o resolvedor. O ordenamento frasal do problema 1 da Prova Brasil pode ter prejudicado a construção representacional dos alunos, mesmo tendo a imagem da planta.

O que aconteceu com os outros problemas dessa prova parece ter a ver com certas palavras utilizadas nos textos e ao fato de essas palavras serem construídas em contextos históricos, conforme explicamos antes na perspectiva de Bakhtin. Pela Psicologia Cognitiva, e também pela Neuropsicologia (Kandel, 2009), essa história se constrói pela geração de representações sendo armazenadas na memória de longo prazo. No caso da Matemática, é preciso que as palavras façam parte do léxico dos alunos em suas diferentes semânticas, como foi o caso de "ampliar" e "exatamente" usadas no cotidiano e "ampliar" e "exatamente" aplicadas no contexto da Matemática. Ou ainda, os casos das palavras "honesta" e "viciada". Fazer parte do léxico e de semânticas diferentes é fazer parte de sua história, de sua memória de longo prazo e, portanto, disponível para futuras representações.

Esses casos não se coadunam com o do problema da Torre de Hanói. Neste, a facilidade/dificuldade veio pelas diferentes representações, a depender da apresentação ter tido apelo imagético, proposicional ou ambos. Estudos em Psicologia (Johnson-Laird; 1983, 1992). afirmam que a representação proposicional, por ser mais abstrata, gera maiores sucessos representacionais para aqueles que dominam o evento. Pelo contrário, a representação imagética ou usando modelos tendem a ser mais eficientes e, portanto, as preferidas para os principiantes, o que foi igualmente constatado em investigação realizada por Souza (2007).

A RPVM em sala de aula

Pólya (1981), Krutetskii (1976), Schoenfeld (1985, 1987, 1996), Abedi & Lord (2001), Smole & Diniz (2001), Kantowski (1997), Sternberg (2000), Johnson-Laird (1983), Jiménez (2014), Ilany & Margolin (2010), Kleiman (2010) e tantos outros investigadores, cada um a seu modo, reconhecem a RP como uma actividade mental de alto nível cognitivo e recomendam que os professores elaborem projetos que desenvolvam o potencial de seus alunos como resolvedores realçando a formulação de problemas. Os direcionamentos indicados por Pólya para a primeira etapa da RP, muitas vezes não são bem cumpridos, podendo comprometer as fases seguintes. Por que razão o estudante não atinge a compreensão necessária? A resposta pode estar na insuficiência/deficiência do desenvolvimento de habilidades que são requisitos para o sucesso dessa fase. Nesse sentido, há que se desenvolver tais habilidades, antes/durante a aplicação das heurísticas de Pólya.

A operacionalização desse desenvolvimento deve ocorrer ainda na fase de compreensão do problema apresentado por um texto. Há que se promover estímulos à actividade mental com bons exercícios e boa orientação, parafraseando Krutetskii (1976). As indicações que seguem foram propostas por Krutetskii e outros pesquisadores que tanto aprimoraram, quanto inovaram, a partir de contributos anteriores, para além dos que já foram aqui discutidos.

Davis & McKillip (1997, p.123) sugerem que os professores de Matemática modifiquem os problemas dos livros didáticos, começando por oferecê-los sem números. Por exemplo, o problema da Figura 2: "Uma loja de artigos esportivos tem 247 bolas de beisebol ao preço de 2,37 dólares cada uma e 142 bolas de *softball* ao preço de 3,84 dólares cada uma. Qual é o preço total das bolas de beisebol e *softball* disponíveis?" teria a seguinte primeira versão: "Uma loja de artigos esportivos tem algumas bolas de beisebol e algumas de *softball* disponíveis. O preço de uma bola de beisebol não é igual ao de uma bola de *softball*. Qual é o valor total das bolas de beisebol e de *softball* disponíveis?". Esses autores sugerem que os professores formulem perguntas, tais como as de Pólya, mas com ingredientes diferenciados: "O que você faria para responder à pergunta desse problema?"; "O que você precisaria saber para resolver esse problema — de que informação você precisa?".

Observe que não há dados numéricos até então, embora o texto do problema contenha informação necessária para a resolução. A proposta de Davis & McKillip parece incluir um passo anterior adicional aos que são sugeridos por Pólya, Sternberg, Krutetskii, Shoenfeld, por exemplo. Mesmo sem mencionarem, esse novo ingrediente parece favorecer a construção de uma representação mental eficiente ao preparar a mente do aluno para as construções seguintes. Nesse mesmo momento, sugerimos trabalhar as palavras do texto, como "total" que foi apontada como um dos obstáculos à compreensão por Abedi & Lord (2001).

Outra indicação é a de Krutetskii (1976, p.108–112) que propõe que sejam formulados problemas sem perguntas, com informação incompleta e com excesso de informação para estimular e favorecer o desenvolvimento da compreensão sobre a primeira etapa da RP. Para o caso dos problemas sem perguntas, Krutetskii (1976) observou que, quando a lógica das relações era percebida pelo aluno, ele era capaz de formular uma pergunta coerente para o problema por ter dominado sua essência. Um exemplo desse tipo seria apresentar ao aluno apenas "Vinte e cinco tubos de 5m e 8m de comprimento foram utilizados em uma distância de 155m.", esperando-se que o aluno responda: "Quantos tubos de cada tipo foram utilizados?".

Os textos de problemas com informação incompleta visam desenvolver a percepção sobre a estrutura formal do problema. Um exemplo desse tipo seria: "Um trem consiste de carros tanque, carros de carga e vagões. Há menos 4 carros tanque que vagões, e menos 8 carros tanque que carros de carga. Quantos carros tanque, e vagões o trem tem?". O aluno deverá perceber a ausência da informação sobre a quantidade total de carros tanque, carros de carga e vagões para responder à pergunta.

Na mesma direção seguem os problemas com excesso de informação mas agora em sentido contrário. Há mais informações do que o necessário para resolver o problema.

É comum ouvirmos alunos quererem, a todo o custo, usarem todas as informações dadas em certo problema, ainda que não seja preciso. Pensam que por estarem ali, devem ser usadas, caso contrário, não estariam. A proposta de Krutetskii é a de fazê-los perceber a essência do problema e extrair dele apenas o necessário. Exemplo deste tipo seria: “Existem 40 veículos em um estacionamento — carros e motocicletas. Todos juntos têm 100 rodas e 40 volantes. Quantos de cada tipo de veículo estão no estacionamento?”.

Sob outra ótica, Davis & Mckillip (1997, p. 125) propõem uma inversão para o caso de crianças pequenas — propostas de problemas-história formuladas pelos próprios alunos. A motivação poderia ser uma ida à mercearia e o discurso poderia se dar tal como:

Professor: “Amanda, você vai sempre à mercearia?

Amanda: “Sim”

Professor: “A que mercearia você gosta de ir?”

[…]

O resultado da intervenção seria uma proposta de texto de um problema:

> “Amanda foi a Handi-Market. Ela comprou 25 centavos de balas e um chiclete por 12 centavos. Quanto Amanda gastou?”.

Todas as sugestões de aplicação de problemas verbais de Matemática a estudantes movimentam módulos mentais que sustentam a elaboração dos enunciados. Professores preocupados em potencializar o pensamento matemático devem estar atentos às contribuições da Psicologia Cognitiva, por ser ela a área que se debruçou sobre essas questões. Saber como nossos alunos pensam e (re)formulam suas próprias estruturas, pode direcionar o planejamento docente com maiores chances de sucesso. Afinal, retomando o que Romanatto (2012) disse sobre o facto de que, na aprendizagem matemática, os caminhos iniciais são de natureza psicológica”, vamos além: todos os caminhos da aprendizagem são de natureza neuropsicológica porque cada (re)configuração das estruturas mentais acarretam alterações no cérebro (sinápticas), ou seja, alterações no nível orgânico (Kandel, 2009). Esse fato é suficiente para que docentes conheçam, minimamente, essas variáveis e saibam como lidar com elas.

A concluir

Esse artigo se propôs a analisar problemas verbais de Matemática, discutir possíveis impactos das formulações desses problemas sobre o desempenho dos resolvedores na sua resolução e justificar esses impactos sob a ótica de outras áreas da ciência.

Um olhar unilateral, ou de um único ponto de vista, pode limitar a abrangência de qualquer análise e argumentação sobre a RPVM, em particular, no que se refere aos diferentes aspetos envolvidos primeira etapa da RP. A este respeito, como procuramos mostrar, algumas indicações da investigação das áreas da Educação Matemática, da Psicologia Cognitiva, Linguística, e Neuropsicologia vão no seguinte sentido: efectuar reformulações na estrutura frasal, como, por exemplo, o uso da voz ativa em detrimento da voz passiva; a ordem de apresentação textual ser a mesma da que será usada para os cálculos; o uso de palavras que tenham sido inseridas semanticamente no repertório dos alunos; encurtar as frases, sempre que possível; separar orações condicionais; remover/reformular orações relativas; não usar frases complexas, entre outras.

As recomendações se prestam tanto para a formulação escrita de problemas, quanto para o trabalho de sala de aula. Os problemas propostos para alunos principiantes em RPVM devem ser apresentados como um *continuum* em termos do seu grau de complexidade, ou seja, ir do mais fácil ao mais complexo, aos poucos, podendo iniciar por situações em que não sejam explorados números, mas sim o ambiente em que o problema será trabalhado, sobretudo, para o caso de alunos das séries iniciais. Além disso, a ordem de grandeza números envolvidos no problemas também deve obedecer a esse *continuum*, ou seja, ir dos menores para os maiores.

A principal mensagem da Psicologia Cognitiva e da Neuropsicologia para a RPVM, e que explica alguns impactos sobre o desempenho em RP, é que a leitura de um texto gera uma representação mental que tanto pode auxiliar todo o processo de resolução, quanto o contrário, a depender, também, da maneira como o texto do problema é formulado. Ao ler o texto do problema, são realizadas integrações dos componentes textuais para a formulação da representação. Se algum obstáculo ocorrer (como o não entendimento de uma palavra), a memória de longo prazo é acionada para suprir a deficiência na construção da representação. O uso da memória de longo prazo trará significações já internalizadas para o indivíduo e que podem não ser as requeridas para o problema em questão. Isso explica o não entendimento de certas palavras contidas no texto de um problema e que dificultou a representação de alguns alunos por não fazer parte de sua história, até então.

De todo modo, as indicações que referimos devem estar associadas ao trabalho docente em sala de aula. A intervenção do professor é essencial para a formação de alunos como resolvedores de problemas e, sobretudo, como bons leitores de problemas formulados num texto. Sem isso, as indicações podem se tornar palavras vazias.

Nota

[1] Somente alguns itens da Prova Brasil são divulgados pelo órgão governamental brasileiro e todos são de múltipla escolha.

Agradecimentos

Agradecemos o apoio financeiro da FAPES ao pós-doutoramento da primeira autora, sem o qual dificultaria a realização do presente trabalho. Igualmente, agradecemos o apoio do Jornalista e Pedagogo Prof. Dr. Gláucio Rodrigues Motta pelas contribuições acerca de aspetos linguísticos dos textos dos problemas.

Referências

Abedi, J., & Lord, C. (2001). The language factor in Mathematics tests. *Applied Measurement in Education*, *14*(3), 219–234.

Abrantes, P. (1988). *Viagem de ida e volta*. Lisboa: APM.

Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só)… *Educação e Matemática*, *8*(4), p. 7–10.

Aiken, L. R. (1971). Verbal factors and mathematics learning: a review of research. *Journal for Research in Mathematics Education*, *2*(4), 304–313.

Aiken, L. R. (1972). Language factors in learning mathematics. *Review of Educational Research*, *42*(3), 359–385.

Bakhtin, M. (2009). *Marxismo e filosofia da linguagem*. 13.ed. Originalmente publicado em russo em 1929. Tradução de Marksizm i filosofija jazyka. São Paulo: Hucitec.

Bakhtin, M. (1997). *Estética da criação verbal*. São Paulo: Martins Fontes.

Bassanezi, R. C.(2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Editora Contexto, São Paulo.

Biembengut, M. S. (1999). *Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática*. Blumenau: Ed. Da FURB.

Biembengut, M. S., & Hein, N. (2000). *Modelagem matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto.

Blum, W. (1995). Applications and modelling in mathematics teaching and mathematics education–some important aspects of practice and of research. In: C. Slover, W. Blum & I. Huntley (Orgs.), *Advances and perspectives in the teaching of mathematical modeling and applications*. (pp. 1–20). Yorklyn: Water Street Mathematics.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, Modelling, Applications, and links to other subjects: state, trends and issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, *22*, 1, 27–68.

Borba, M. de C., & Penteado, M. G. (2003). *Informática e Educação Matemática*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borin, J. (1998). *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*. 3.ed. São Paulo: IME/USP.

Butts, T. (1997). Formulando problemas adequadamente. In Stephen Krulik, & Robert E. Reys (Eds.), *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* (pp. 32–48). São Paulo: Atual.

Comério, M. S. (2012). *Relações entre a compreensão em leitura e a solução de problemas aritméticos*. Tese de doutoramento, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.

Correia, D. V. M. (2013). *Estudos experimentais sobre leitura e compreensão de problemas verbais de matemática*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Lisboa.

D'Ambrósio, U. (1998). *Etnomatemática*. São Paulo: Ática.

D'Ambrósio, U. (2011). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. São Paulo: Autêntica.

Davis, E. J., & McKillip, W. D. (1997). Aperfeiçoando a resolução de problemas-história na matemática da elementary school. In Stephen Krulik, & Robert E. Reys (Eds.), *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* (pp. 114–130). São Paulo: Atual.

Dewey, J. (1979). *Experiência e Educação*. 3.ed. São Paulo: Cia. Editora Nacional.

Fonseca, M. C., & Cardoso, C. A. (2005). Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In Nacarato, A., & Lopes, C. (Eds.), *Escritas e Leituras na Educação Matemática* (pp. 63–76). Belo Horizonte: Autêntica.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be useful? *Educational Studies in Mathematics*, *1*(1), 3–8.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an education task*. Dordrecht, the Netherlands: D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H. (1981). Major problems of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *12*, 133–150.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Gagné, R. M. (1985). *The conditions of learning and theory of instruction*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.

Ilany, B. S., & Margolin, B. (2010). Language and mathematics: bridging between natural language and mathematical language in solving problems in mathematics. *Creative Education*, Israel, 1, 3, 138–148.

Jiménez, J. M. S. (2014). Comprender el enunciado: primeira dificuldad en la resolución de problemas. *Alambique*, Barcelona, Espanha, 5, 1–7.

Johnson-Laird, N. P. (1983). *Mental models*. Cambridge: Harvard University Press.

Johnson-Laird, N.P. (1992). A capacidade para o raciocínio dedutivo. In R. Sternberg (Org.), *As capacidades intelectuais humanas: uma abordagem em processamento de informações* (pp.194–216). Porto Alegre, RS: Artes Médicas.

Kandel, E. R. (2009). *Em busca da memória — O nascimento de uma nova ciência da mente*. São Paulo: Companhia das Letras.

Kantowski, M. G. (1997). As considerações sobre o ensino para a resolução de problemas. In Stephen Krulik, & Robert E. Reys (Eds.), *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* (pp. 270–282). São Paulo: Atual.

Kilpatrick, W. H. (1978). *Educação para uma civilização em mudança*. 15.ed. São Paulo: Melhoramentos.

Kintsch, V., & Greeno, J. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, *92*(1), p. 109–129.

Kleiman, A. (2010). *Oficina de leitura: teoria e prática*. 13 ed. Campinas: Pontes.

Kotovsky, K, Hayes, J. R., & Simon, H. A. (1985). Why are some problems hard? Evidence from Tower of Hanoi. *Cognitive Psychology*, *17*, p. 248–294.

Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: The University of Chicago Press.

Maier, N. R. F., & Burke, R. J. (1967). Response availability as a factor in the problem-solving performance of males and females. *Journal of Personality and Social Psychology*, *5*(3), 304–310.

Mayer, E. R. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: W.H.Freeman and Company.

Mayer, R. E. (1977). *Cognição e aprendizagem humana*. Tradução de Luiz Roberto S. S. Malta. São Paulo: Cultrix.

Morettin, L. G. (1999). *Estatística básica*. v.1. 7.ed. São Paulo: Makron Books.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (1981). *Mathematical discovery*. New York, NY: Wiley.

Posner, M. I. (1973). *Cognition: An introduction*. Glenview, Illinois: Scott, Foreman & Cia.

Rodrigues, A. A., Dias, M. G. B. B., & Roazzi, A. (2002). Raciocínio lógico na compreensão de texto. *Redalyc.org., Brasil*, 7, 1, 117–132.

Rodriguez, S. (1988). Obras Completas. Caracas: Ediciones del Congreso de la República de Venezuela.

Romanatto, M. C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de Matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, *6*(1), 299–311.

Sausurre, F. de. (1966). *Cours de linguistique générale*. Paris: Payot.

Schoenfeld, A. (1996). Porquê toda essa agitação acerca da resolução de problemas? In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 61–72). Lisboa: APM e Projecto MPT.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1987). Pólya, problem solving and education. *Mathematics Magazine*, *60*(5), 283-291.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York, NY: Macmillan.

Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. 3.ed. Campinas, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, *13*, 66–91.

Smole, K., & Diniz, M. I. (2001). Ler e aprender Matemática. In: K. Smole & M. Diniz (Orgs.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática* (pp. 69–76). Porto Alegre: Artmed.

Smole, K. S., Diniz, M. I., & Milani, E. (2007). Jogos de matemática do 6.° ao 9.° ano. Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed.

Souza, M. A. V. F. de. (2007). *Solução de problemas: relações entre habilidade matemática, representação mental, desempenho e raciocínio dedutivo*. Tese de doutoramento, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.

Sternberg, R. J. (2000). *Psicologia cognitiva*. Porto Alegre, RS: Artes Médicas.

Suydam, M. N. (1997). Desemaranhando pistas a partir da pesquisa sobre resolução de problemas. In Stephen Krulik, & Robert E. Reys (Eds.), *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar* (pp. 49–73). São Paulo: Atual.

Vieira, E. (2001). Representação mental: As dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos. *Psicologia, Reflexão e Crítica*, *14*(2), 439–448.

Resumo. A resolução de problemas é uma actividade inerente à disciplina de Matemática e que requer, muitas vezes, a compreensão de textos para a sua realização. Particularmente, o texto de um problema merece atenção e prudência de seus formuladores por ser a fonte de informações para a resolução e por gerar representações mentais que podem favorecer ou constranger o processo de resolução, dependendo de como seja proposto. O objetivo aqui é o de analisar diferentes problemas verbais de Matemática, discutir alguns impactos que diversas formulações desses problemas podem causar sobre o desempenho dos resolvedores na sua resolução e justificar esses impactos com explicações das áreas da Educação Matemática, Psicologia Cognitiva, Linguística e Neuropsicologia. Trata-se, portanto, de uma investigação que levanta, analisa e discute aspetos teóricos desse conhecimento captados de publicações científicas, e que incorpora, nessa análise e discussão, a experiência dos próprios autores.

Palavras-chave: Resolução de problemas; Problemas verbais de Matemática; Enunciado de problemas; Representações mentais.

Abstract. Problem solving is an activity inherent in the discipline of Mathematics and often requires the understanding of texts for their solution. In particular, the text of a problem deserves attention and prudence of its makers to be the source of information for the resolution and for generating mental representations which can facilitate or constrain the resolution process, depending on how it is proposed. The goal here is to analyse different verbal problems of Mathematics, discuss some impacts that the various formulations of these problems can have on the performance of solvers in solving them and justify these impacts with explanations of areas of Mathematics Education, Cognitive Psychology, Linguistics and Neuropsychology. It is, therefore, an investigation that raises, analyzes and discusses theoretical aspects of that knowledge obtained from scientific publications, and incorporating in this analysis and discussion, the experience of the authors.

Keywords: Problem solving; Mathematical verbal problems; Problem enunciation; Mental representations.

MARIA ALICE VEIGA FERREIRA DE SOUZA
Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes)
mariaalice@ifes.edu.br

HENRIQUE MANUEL GUIMARÃES
Instituto de Educação da Universidade de Lisboa
hmguimaraes@ie.ul.pt

(recebido em março de 2015, aceite para publicação em outubro de 2015)