

Especificidades e desafios da *design research*: o exemplo de uma experiência de ensino no 1.º ciclo

Characteristics and challenges of design research: the example of a teaching experiment in primary school

Fátima Mendes

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

Joana Brocardo

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal/UIDEF,

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Hélia Oliveira

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

Introdução

No campo da educação matemática identifica-se, nacional e internacionalmente, um interesse crescente pela *design research* (Prediger, Gravemeijer & Confrey, 2015; Stephan, 2015) e, em particular, pelas experiências de ensino em sala de aula. Face às críticas, muitas vezes apontadas à investigação sobre a aprendizagem, de dissociação e alheamento dos problemas concretos da prática de ensino (Stephan, 2015) e da ausência de uma contribuição efetiva para a melhoria das condições concretas de aprendizagem da Matemática, esta metodologia tem-se mostrado promissora para o estabelecimento de uma forte articulação entre o domínio da investigação e o do ensino.

Este artigo tem como objetivo principal discutir as especificidades e desafios da *design research*, na modalidade de experiência de ensino, à luz de um estudo centrado na aprendizagem da multiplicação numa turma do 3.º ano do ensino básico. Através desta experiência de ensino que foi desenvolvida por uma investigadora (primeira autora) e a professora titular da turma, ao longo de um ano letivo, pretendia-se, por um lado, compreender o modo como alunos do 3.º ano evoluem na aprendizagem da multiplicação e, por outro, descrever e analisar as potencialidades das tarefas e sequências de tarefas propostas para a aprendizagem da multiplicação (Mendes, 2012).

O artigo começa por fazer uma contextualização das noções de *design research* e de experiência de ensino, explicitando a perspetiva adotada no estudo realizado, para em seguida, apresentar e discutir as especificidades da experiência de ensino desenvolvida e os desafios que se levantaram à investigadora e à professora na sua concretização nas fases de preparação, experimentação em sala de aula e análise retrospectiva. Finalmente, concluímos com um conjunto de considerações sobre a temática da *design research*, segundo o objetivo delineado para este artigo.

***Design research* – de que estamos a falar?**

A expressão *design research* é comumente usada para referenciar uma família de abordagens metodológicas que tem como característica essencial a interdependência entre o desenho do ensino e a investigação (Cobb, Jackson & Dunlap, 2014; Cobb, Zhao & Dean, 2009; Gravemeijer & Cobb, 2013; Kelly, 2003). Há ainda investigadores que destacam a importância idêntica da investigação e do desenho de investigação e consideram a expressão *design research* simétrica, de modo a não priorizar a investigação relativamente ao desenho ou vice-versa (Prediger, Gravemeijer & Confrey, 2015).

As primeiras referências à *design research* em educação estão associadas às publicações de Brown (1992) e de Collins (1992), nas quais são referidos os estudos de *design experiment* como um certo tipo de investigação educativa com o objetivo de testar e refinar projetos educacionais baseados num conjunto de princípios teóricos (Collins, Joseph & Bielaczyc, 2004). A expressão *design experiment*, utilizada inicialmente, evoluiu para *design research*, mais usada atualmente, embora alguns investigadores ainda recorram à anterior expressão. Este tipo de investigação está ancorado nas experiências de ensino desenvolvidas na Rússia, na psicologia piagetiana e no construtivismo radical (Kelly, 2003; Steffe & Thompson, 2000). De acordo com Kelly (2003), este tipo de investigação é, também, inspirado nos métodos usados no âmbito das engenharias e do *design*. Ainda assim, os termos *design* e experiência ou experimentação estavam, inicialmente, associados a estudos experimentais.

Entretanto, os estudos do tipo *design research* têm-se vindo a focar na compreensão (Gravemeijer & Cobb, 2013), com o objetivo de analisar a aprendizagem no seu contexto, considerando a natureza sistémica dos processos envolvidos, estudando, de forma sistemática, modos particulares de aprendizagem, estratégias e ferramentas educativas (Confrey, 2006; Sawyer, 2006). Além disso, de acordo com Gravemeijer e van Eerde (2009), os estudos deste tipo têm como finalidade última desenvolver uma teoria acerca do processo de aprendizagem dos alunos sobre um determinado tópico matemático e do que suporta esse processo. Os mesmos autores explicitam, ainda, que o que sustenta o processo de aprendizagem são, essencialmente, as atividades de ensino, “que podem promover a atividade mental e as mudanças no pensamento do aluno” (p. 511).

Da realização de estudos deste tipo “resulta uma compreensão profunda da *ecologia da aprendizagem*” (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003, p. 9). Por ecologia da aprendizagem entende-se um sistema complexo e interativo que envolve múltiplos

elementos, que incluem as tarefas que são propostas aos alunos, os tipos de discurso desenvolvidos, as normas de participação estabelecidas, as ferramentas e materiais usados e as práticas de orquestração do professor (Cobb et al., 2003). A inter-relação entre ecologia da aprendizagem e a realização de *design research* surge precisamente para dar a ideia que todos estes elementos têm de ser pensados e articulados entre si, de modo a funcionarem sistemicamente e não de forma independente.

Enquadradas na *design research* podem ser realizadas investigações diversificadas quanto ao número de investigadores e professores envolvidos e ao foco na aprendizagem dos alunos ou no desenvolvimento de práticas profissionais de professores, mas todas incluem cinco características transversais:

- (i) focam-se em problemas que surgem aos professores na sua prática de ensino, quando promovem a aprendizagem dos alunos;
- (ii) têm uma natureza marcadamente intervencionista, sendo a intervenção pensada e implementada de modo diferente do habitual;
- (iii) têm, ao mesmo tempo, uma forte orientação teórica e pragmática;
- (iv) incluem testar conjeturas sobre o ensino e a aprendizagem e, se necessário, rever e alterar essas conjeturas, envolvendo ciclos iterativos de *design* e de análise;
- (v) têm como consequência gerar uma teoria, pois embora possam ser realizadas apenas com um grupo específico de alunos ou professores, há a preocupação de abranger um conjunto mais vasto de fenómenos de sala de aula (Cobb et al., 2014).

Também Cobb et al. (2003) e Prediger et al. (2015) referem cinco características comuns e transversais à *design research*, algumas muito semelhantes às referidas anteriormente: (i) ser intervencionista; (ii) ser geradora de teoria; (iii) ser prospetiva e reflexiva; (iv) ser iterativa; e (v) ser válida ecologicamente e orientada pela prática.

Comparando as características apontadas por uns e outros investigadores, identificam-se, como aspetos fundamentais deste tipo de investigação: o ser intervencionista, o ser orientada pela teoria e pela prática, a sua validade ecológica e o ser geradora de teoria. São estas características da *design research* que tornam esta metodologia de investigação desafiante para todos aqueles que têm como foco dos seus estudos a aprendizagem dos alunos em determinadas temáticas.

***Design research* e experiências de ensino**

Em termos históricos, a experiência de ensino enquanto modalidade de *design research*, surge para dar resposta à necessidade de investigar sobre as práticas de ensino e a aprendizagem em Matemática (Cobb, 2000; Lesh & Kelly, 2000; Schoenfeld, 2002), numa tentativa de aproximar a prática de investigação da prática de ensino (Gravemeijer & Cobb, 2013). Enquadra-se, em termos teóricos, numa perspetiva construtivista da aprendizagem, complementada por uma perspetiva sociocultural.

Autores como Lesh e Kelly (2000), Cobb (2000) e Steffe e Thompson (2000) referem que as experiências de ensino começaram a ser mais usadas na Educação Matemática, nos anos 70 do século XX, por duas ordens de razões. Por um lado, havia alguma insatisfação com os modelos de desenvolvimento matemático dos alunos da época, uma vez que estes não consideravam as interações que ocorrem durante o processo de ensino e a progressão dos alunos ao longo de períodos prolongados no tempo. Por outro lado, havia uma grande separação entre o ensino e a investigação, uma vez que esta última se baseava, sobretudo, em metodologias de tipo experimental (Steffe & Thompson, 2000). Pelas razões expostas, as experiências de ensino adquiriram cada vez mais importância ao nível da investigação em Educação Matemática.

A expressão “experiência de ensino” surge, assim, associada à ideia de uma intervenção complexa no contexto do mundo real, que é planeada e concretizada, e através da qual são recolhidos dados que documentam ou explicam a existência de acontecimentos relevantes (Kelly & Lesh, 2000; Schoenfeld, 2002). Assumindo este entendimento sobre as experiências de ensino, ainda assim, estas podem assumir contornos diferentes de acordo com as suas características mais específicas, considerando-se três tipos diferentes: (i) experiências de ensino conduzidas a partir do teste de hipóteses, (ii) experiências de ensino em multicamadas (*multitiered*) e (iii) experiências de ensino transformadoras conduzidas a partir de conjeturas (*transformative and conjecture-driven teaching experiments*).

As experiências de ensino conduzidas a partir do teste de hipóteses consistem em investigações realizadas para testar uma determinada hipótese associada a um aspeto particular do ensino (Steffe & Thompson, 2000). A formulação de hipóteses pode surgir a partir da análise de episódios de ensino ou de entrevistas clínicas realizadas a alunos.

As experiências de ensino em multicamadas são orientadas pela formulação e teste de conjeturas, sendo considerados três níveis ou camadas – os alunos, os professores e os investigadores. Em cada nível, os seus elementos têm tarefas distintas e devem refletir sobre o modo como as desempenham, testando e/ou corrigindo a sua maneira de pensar habitual durante o processo de modelação ou de uso de ferramentas conceptuais para alcançar determinados propósitos. Ao longo da experiência de ensino deve existir estreita articulação entre os diferentes níveis, embora a investigação associada a cada um possa ser vista como um estudo de desenvolvimento longitudinal num ambiente conceptualmente rico (Lesh & Kelly, 2000).

Finalmente, as experiências de ensino conduzidas a partir de conjeturas são caracterizadas por Confrey e Lachance (2000) e por Lesh e Kelly (2000) como estudos de desenvolvimento longitudinal realizados num contexto conceptualmente rico, orientados por uma conjetura. Consistem em intervenções delineadas ao nível da sala de aula, relativamente prolongadas no tempo, e que interrelacionam as conjeturas que orientam a definição da experiência e as componentes de ensino – currículo, métodos de ensino, papel do professor e métodos de avaliação (Confrey & Lachance, 2000). A experiência de ensino realizada durante a investigação subjacente a este artigo enquadra-se neste último tipo.

Referindo-se a investigações de design em sala de aula (*classroom design studies*) numa aceção muito próxima do nosso entendimento de experiência de ensino, Cobb,

Jackson e Dunlop (2014) evidenciam a sua utilidade para testar e rever conjecturas sobre o desenvolvimento de formas de raciocínio dos alunos em temáticas específicas.

Alguns autores (Confrey & Lachance, 2000) explicitam que as conjecturas que orientam as experiências de ensino devem ter duas dimensões: (i) dimensão de conteúdo matemático e (ii) dimensão pedagógica. Por um lado, devem incluir uma dimensão de conteúdo matemático, que perspetiva o que deve ser ensinado. Por outro lado, devem incluir, também, uma dimensão pedagógica, intimamente ligada com a de conteúdo, que perspetiva o modo como se ensina. Esta dimensão da conjectura orienta as decisões tomadas ao nível da organização do ensino, das tarefas a propor e dos recursos que lhes estão associados (Confrey & Lachance, 2000).

Embora existam diferentes tipos de experiências de ensino há um aspeto que é comum a todas – as fases que as constituem. Efetivamente uma experiência de ensino e, no geral, qualquer investigação no âmbito da *design research*, segue as seguintes fases: a preparação da experiência, a experimentação em sala de aula e a análise retrospectiva (Cobb et al., 2003; Gravemeijer & Cobb, 2013; Plomp, 2013).

Na primeira fase – a preparação da experiência – são identificados os aspetos teóricos relacionados com a perspetiva de aprendizagem assumida no estudo, assim como os seus objetivos. Esta fase inclui, também, a planificação de um conjunto de tarefas, a serem exploradas posteriormente na aula e uma antecipação do modo como os alunos raciocinarão a partir das tarefas propostas e como as resolverão (Gravemeijer & Cobb, 2013).

Numa segunda fase, a do processo de experimentação em sala de aula, são exploradas as tarefas pelos alunos. É nesta fase que se inicia um processo cíclico de “redesenhar” e adaptar as tarefas à medida que estas são exploradas e vão sendo observados e analisados os procedimentos usados pelos alunos. Este processo é denominado por miniciclos de *design* e análise (Gravemeijer & Cobb, 2013) e está também relacionado com o que Simon designa por “ciclo de ensino da matemática” (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004).

Finalmente, numa terceira e última fase, são analisados a globalidade dos dados recolhidos através de diversas fontes e confrontados tanto com a teoria como com os objetivos do estudo realizado (Cobb, 2000; Gravemeijer & Cobb, 2013).

Embora seja possível identificar as três fases, explicitadas anteriormente, numa investigação com as características de experiência de ensino, por vezes, os limites daquelas não estão muito definidos (Gravemeijer & van Eerde, 2009). Por exemplo, as tarefas podem ser planeadas e concebidas tanto na fase de preparação, como durante a fase de experimentação em sala de aula. Também os limites entre a segunda e a terceira fases poderão não estar muito bem definidos, na medida em que a análise retrospectiva se poderá iniciar ainda antes da experimentação em sala de aula terminar.

A experiência de ensino desenvolvida

De modo a contextualizar e a discutir aspetos associados à metodologia de *design research*, na modalidade de experiência de ensino, as secções seguintes abordam uma experiência

de ensino, focada na aprendizagem da multiplicação, desenvolvida pela primeira autora deste artigo em colaboração com a professora de uma turma do 3.º ano de escolaridade, Isabel. O trabalho foi desenvolvido regularmente ao longo de um ano letivo, num total de 30 aulas (Mendes, 2012; Mendes, Brocardo & Oliveira, 2013).

A preparação da experiência

A conjectura formulada

Tendo como finalidade compreender o modo como alunos do 3.º ano evoluem na aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, no âmbito de uma trajetória de aprendizagem, foi formulada a seguinte conjectura:

A aprendizagem da multiplicação dos alunos numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número é promovida através da exploração de tarefas e sequências de tarefas, num ambiente de inquirição, que lhes possibilitem a construção das grandes ideias, dos procedimentos e dos modelos associados a esta operação.

A dimensão de conteúdo matemático da conjectura assume o desenvolvimento do sentido de número como pano de fundo para a aprendizagem da multiplicação, o que implica organizar a aprendizagem da multiplicação de modo que os alunos construam as grandes ideias associadas a esta operação, os modelos que suportam o raciocínio multiplicativo e estratégias informais que, gradualmente, se vão transformando em estratégias mais potentes, baseadas em propriedades da operação (Fosnot & Dolk, 2001; Treffers & Buys, 2008). Da assunção do desenvolvimento do sentido de número como eixo orientador da aprendizagem da multiplicação decorre também a expressão usada no decurso da investigação – “aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número” (Mendes, 2012). O sentido de número é entendido na aceção de McIntosh, Reys e Reys (1992), ou seja:

uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis na manipulação dos números e das operações. (p. 3)

A dimensão pedagógica da conjectura formulada tem subjacente a ideia da aprendizagem da Matemática com compreensão, referida pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2007) e a assunção que o processo associado ao desenvolvimento conceptual da multiplicação se baseia na exploração de contextos adequados, tais como o recurso à disposição retangular (Fosnot, 2007; Fosnot & Dolk, 2001), o que é consistente com o preconizado por outros autores (Fraivillig, 2001; Reys, 1994) relativamente ao desenvolvimento do sentido de número.

Aliada à dimensão pedagógica da conjectura, está presente uma visão construtivista da aprendizagem da Matemática, considerando a sua vertente social, ou seja, encarando a aprendizagem dos alunos como decorrente de momentos de trabalho individual

bem como de momentos de interação com os outros. A esta visão da aprendizagem da Matemática está associada a construção de uma certa cultura de sala de aula, baseada na inquirição e assente em determinadas normas sociais e sociomatemáticas que permitam a ocorrência das aprendizagens previstas (Yackel, 2001). No que respeita às normas sociais, foram negociadas entre a professora e os alunos e aceites por estes as seguintes: explicar e justificar o seu raciocínio; ouvir e tentar compreender as explicações de outros; indicar quando não compreendiam e, se possível, pedir esclarecimentos; e, finalmente, referir quando não consideravam as soluções válidas e explicar as razões para essa apreciação. Relativamente às normas sociomatemáticas foram negociadas: aceitar partilhar o mesmo propósito, modos de raciocinar usando ferramentas e símbolos, e formas de argumentação matemática (Mendes, 2012).

Em termos mais específicos, foram consideradas as perspetivas sobre a aprendizagem da multiplicação, prescritas por documentos curriculares de referência, tais como os preconizados pelo NCTM (1991, 2007), por Fosnot e Dolk (2001) e, em particular, o *Programa de Matemática do Ensino Básico* (PMEB) (ME, 2007) em experimentação à data da realização da investigação.

A construção de uma trajetória hipotética de aprendizagem

A formulação da conjectura que norteia toda a investigação está intimamente ligada à clarificação dos objetivos de aprendizagem e à identificação das componentes de ensino necessárias para os alcançar. Na fase de preparação da experiência, e após a identificação dos objetivos de aprendizagem, foi tomada a opção de construir uma trajetória hipotética de aprendizagem (Simon, 1995). Esta opção está ancorada em duas ordens de razão. Por um lado, porque concretiza, ao nível da sala de aula, investigações cujo *design* é o de uma experiência de ensino (Simon & Tzur, 2004). Por outro lado, de acordo também com estes autores, o pensar em termos de uma trajetória hipotética de aprendizagem fornece o enquadramento para a construção e alteração das tarefas de “aprendizagem efetiva”, essenciais numa experiência de ensino.

O constructo – trajetória hipotética de aprendizagem (THA) – está associado à ideia de um caminho de aprendizagem antecipado e norteado por objetivos de aprendizagem (Simon, 1995). Efetivamente, uma THA inclui as tarefas a propor aos alunos, tendo em conta as hipóteses do professor sobre processos de aprendizagem, numa determinada cultura de sala de aula. O delinear de uma trajetória hipotética de aprendizagem orienta as decisões ao nível da organização do ensino, das tarefas a propor e dos recursos que lhes estão associados. De facto, de acordo com este constructo, o professor seleciona tarefas de ensino tendo como pressuposto as suas expectativas sobre o modo como os alunos agem e raciocinam sobre elas. Daí a importância de antecipar o tipo de atividade mental que cada tarefa proporciona aos alunos e de a comparar com os objetivos de ensino que é necessário atingir (Gravemeijer & van Eerde, 2009).

A figura 1 resume os aspetos presentes quando se delineou a trajetória hipotética de aprendizagem associada à experiência de ensino sobre a aprendizagem da multiplicação.

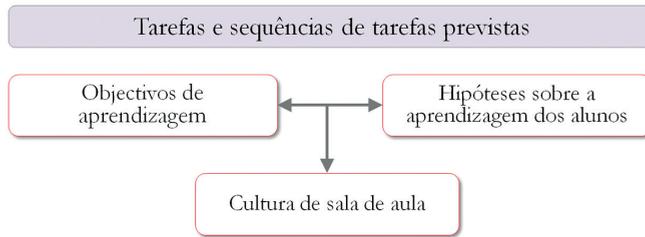


Figura 1. Elementos presentes na construção da trajetória hipotética de aprendizagem (Clements & Sarama, 2004; Simon & Tzur, 2004)

Considerando a conjectura formulada e as suas dimensões pedagógica e de conteúdo matemático foi tomada a decisão de propor aos alunos a exploração de contextos adequados, tendo subjacentes as grandes ideias, as estratégias e os modelos associados à multiplicação. As grandes ideias estão associadas à estrutura matemática desta operação e incluem: o entendimento de um grupo como unidade, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração, a propriedade comutativa da multiplicação, os padrões de valor de posição associados à multiplicação por dez e a propriedade associativa da multiplicação (Fosnot, 2007; Fosnot & Dolk, 2001). Os modelos associados à multiplicação, embora inicialmente estejam muito ligados à interpretação e representação das situações, suportam a evolução dos alunos relativamente à ideia que têm sobre esta operação. Por isso, foram usados como modelos privilegiados associados ao contexto das tarefas, disposições retangulares que suportam o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo e tabelas de razão que apelam ao desenvolvimento do raciocínio proporcional. Intimamente ligadas às ideias que os alunos têm sobre a multiplicação e aos modelos surgem as estratégias de resolução. Estas começam por ser informais e vão progredindo à medida que vai sendo construída e aprofundada a compreensão dos alunos sobre a operação. O termo estratégia é aqui mencionado por ser usado por Fosnot (2007) e Fosnot e Dolk (2001). Contudo, no âmbito da investigação subjacente a este artigo foi usado o termo procedimento, considerando que este inclui a escolha, por parte dos alunos, das opções associadas à estrutura da tarefa² e o modo como organizam e realizam os cálculos que efetuam, de acordo com os números envolvidos³.

Note-se que existe uma relação estreita entre grandes ideias, modelos e estratégias. Por exemplo, a propriedade distributiva é uma grande ideia que se desenvolve em articulação com o uso do modelo retangular que suporta o raciocínio multiplicativo, e o seu uso constitui uma estratégia adequada para resolver algumas tarefas de multiplicação.

A um nível diferente, os contextos escolhidos na construção das tarefas possuíam as características preconizadas por Fosnot e Dolk (2001): (i) permitir o uso de modelos, (ii) fazer sentido para os alunos e (iii) criar surpresa e suscitar questões.

No que respeita ao universo numérico associado às tarefas previstas, de acordo com a perspetiva de desenvolvimento do sentido de número que atravessou toda a experiência de ensino, este incluiu não apenas os números naturais mas, também, os números racionais não negativos na sua representação decimal. Além disso foram usados, frequentemente,

números de referência (McIntosh, Reys & Reys, 1992) tais como múltiplos de dois, de cinco e de dez, bem como outros números que pudessem fazer emergir determinadas formas de calcular. De acordo com Nickerson e Whitacre (2010), esta última opção está relacionada com “o capitalizar oportunidades para usar estratégias sensíveis aos números em situações de resolução de problemas” (p. 233). Usar números que potenciem o recurso a determinados procedimentos de cálculo é, segundo estes autores, uma das condições para promover o sentido de número dos alunos.

Um último aspeto que esteve presente na construção da THA foi a opção pela inclusão de tarefas cujo contexto é de divisão mas que os alunos poderiam resolver usando o conhecimento que possuem sobre a operação multiplicação ou outras. Esta decisão de estabelecer conexões entre a multiplicação e a divisão e de familiarizar os alunos com a ideia de que a divisão é a operação inversa da multiplicação, está de acordo com o sugerido por alguns autores (Anghileri, 2003; Barmby, et al., 2009; Fosnot, 2007; Fosnot & Dolk, 2001; Natale & Fosnot, 2007; van den Heuvel-Panhuizen, 2008) e por documentos de referência, de natureza curricular (ME, 2007; NCTM, 2007).

Considerando todos os aspetos anteriormente explicitados, que presidiram à construção da THA focada na aprendizagem da multiplicação foram construídas e/ou selecionadas as tarefas e sequências de tarefas que estiveram na base da experiência de ensino (Mendes, Brocardo & Oliveira, 2013).

Desafios que se colocam

Na fase de preparação da experiência de ensino, foi identificado um conjunto de desafios que se colocaram à investigadora e que são comuns a muitos investigadores que desenvolvem estudos desta natureza (por exemplo, Carvalho, 2016).

Um dos desafios que surgiu logo desde o início do trabalho, e com o qual foi preciso lidar, relacionou-se com a articulação necessária entre a investigação que queremos realizar e o planeamento do trabalho em sala de aula. Esta articulação exige, entre outros, ter um conhecimento sólido do conteúdo matemático que vai ser abordado, ter um conhecimento sobre os alunos e os seus modos de pensar e, ainda, ter conhecimento sobre a cultura da sala de aula em que vai ser realizada a experimentação. Este desafio foi ultrapassado, por um lado, através de leituras efetuadas que contribuiriam para o aprofundar do conhecimento sobre a multiplicação e a sua aprendizagem, bem como através da observação na sala de aula do 3.º ano, durante alguns dias, por parte da investigadora, antes da experimentação propriamente dita.

Um outro desafio que surgiu nesta primeira fase do estudo foi o estabelecimento da relação entre o conhecimento do contexto e a construção da THA. Ainda assim, este desafio foi sendo ultrapassado através da colaboração desenvolvida com a professora titular da turma do 3.º ano e que se concretizou na realização de reuniões semanais com forte componente reflexiva. Explicitamos os principais propósitos dessas reuniões, em particular as que se realizaram na primeira parte da investigação: assumir referenciais comuns sobre os temas matemáticos envolvidos na investigação e o modo de os explorar na sala de aula (em particular, a construção da THA); partilhar decisões sobre os mate-

riais curriculares a explorar na aula e construir e desenvolver uma dinâmica de trabalho conjunto na preparação do trabalho a desenvolver nas aulas.

A experimentação em sala de aula

Diferentes tipos de tarefas e a organização das aulas

Durante uma experiência de ensino, tal como referem Gravemeijer e van Eerde (2009), são desenhadas, experimentadas e revistas sequências de tarefas de ensino, tarefas essas que se relacionam com as conjeturas formuladas acerca dos processos de pensamento que os alunos desenvolvem e os meios que os sustentam. No mesmo sentido, Cobb e Gravemeijer (2008) referem que o objetivo de uma experiência de ensino não é mostrar que uma trajetória de aprendizagem funciona, mas melhorar uma trajetória de aprendizagem pensada na fase de preparação da experiência “através do teste e revisão de conjeturas sobre o processo de aprendizagem prospetivo e os meios específicos que o suportam” (p. 73).

No caso concreto da investigação centrada na aprendizagem da multiplicação, durante a fase de experimentação em sala de aula foram sendo propostas aos alunos, pela sua professora, as tarefas organizadas em sequências que haviam sido previamente selecionadas ou construídas. Ainda assim, ao mesmo tempo que os alunos iam explorando as diferentes tarefas, a investigadora e a professora da turma, nas reuniões semanais, iam ajustando e/ou alterando as tarefas pensadas para serem trabalhadas posteriormente, de acordo com a análise que faziam das resoluções dos alunos e tendo sempre no horizonte os objetivos de aprendizagem associados à multiplicação.

Em termos globais, e no âmbito da experiência de ensino, foram construídas e exploradas, com a turma, onze sequências de tarefas, ao longo de um ano letivo, com uma periodicidade de uma ou duas aulas semanais. Estas tarefas foram de dois tipos: problemas e cadeias numéricas (na aceção de Fosnot e Dolk, 2001). Foram propostas intercalando a resolução de problemas com a realização de cadeias numéricas, de modo que os alunos, no contexto das cadeias numéricas, identificassem e utilizassem relações numéricas que pudessem ter surgido nos seus procedimentos informais de resolução dos problemas. Num processo de alternância, ilustrado na figura 2, por sua vez, as relações explicitadas nas cadeias numéricas anteriores, poderiam ser potenciadas na resolução dos problemas seguintes, caminhando progressivamente no uso de procedimentos flexíveis, baseados em propriedades da multiplicação.

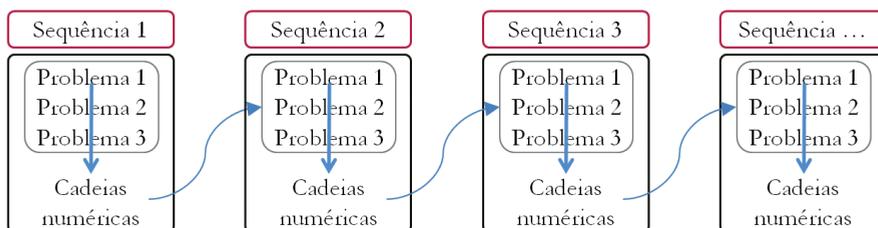


Figura 2. As sequências de tarefas e a alternância entre resolução de problemas e cadeias numéricas

O focar do trabalho dos alunos no cálculo mental flexível articulava-se não apenas com a aprendizagem da multiplicação mas com a perspectiva de desenvolvimento de sentido de número, mais ampla, que atravessa toda a experiência de ensino. Por isso, o nosso objetivo era construir uma teia de relações numéricas que fizesse sentido aos alunos, que fosse usada nos seus procedimentos e que fosse evidente no seu cálculo mental flexível (Gravemeijer, 2004), um dos aspetos apontado como uma manifestação de sentido de número (Greeno, 1991; Sowder, 1992).

A diversidade de tipos de tarefas exploradas com os alunos implicou, naturalmente, modos de organização da aula com algumas especificidades, distinguindo-se aulas de resolução de problemas, que incluem um congresso matemático (Fosnot & Dolk, 2001) e de exploração de cadeias numéricas.

As aulas de resolução de problemas eram organizadas em três momentos distintos: (i) introdução, (ii) exploração, e (iii) discussão. Num primeiro momento era introduzida, pela professora Isabel, a tarefa a realizar. Num segundo momento, os alunos trabalhavam individualmente ou em pares. Finalmente, num terceiro momento, realizava-se uma discussão coletiva, orquestrada por Isabel, onde eram discutidas as diferentes resoluções. A inventariação, a comparação e a reflexão sobre os procedimentos de cálculo usados pelos alunos eram monitorizadas pela professora, de modo a evidenciar procedimentos potentes, realçar um determinado procedimento associado a uma propriedade da multiplicação ou, por vezes, tentar que os alunos ultrapassassem certas dificuldades manifestadas.

As aulas que incluíam um congresso matemático na aceção de Fosnot e Dolk (2001) organizaram-se considerando quatro fases distintas: (i) introdução, (ii) exploração e construção dos pósteres, (iii) exposição dos pósteres, e (iv) congresso matemático. De acordo com os autores mencionados, num congresso matemático a aula é perspectivada como uma comunidade matemática em que os alunos devem agir como matemáticos. Depois de se envolverem na resolução de tarefas desafiantes, alguns deles, de acordo com critérios estabelecidos pelo professor, apresentam os pósteres que elaboraram e justificam aos colegas as suas resoluções. O propósito de um congresso matemático não é que todos apresentem as suas ideias, mas é centrar a discussão numa ideia-chave, num procedimento ou na problematização de uma conceção errónea sobre uma determinada ideia matemática.

Nesta experiência de ensino, as tarefas que incluíam a realização de um congresso matemático, as fases de apresentação e exploração desenvolviam-se de modo muito semelhante ao que foi descrito a propósito da resolução de problemas. Em seguida, os vários pares elaboravam os seus pósteres, passando para uma folha formato A3 as resoluções das tarefas que tinham elaborado previamente. Posteriormente, os pósteres eram afixados na sala, num local visível e havia um período de tempo para os alunos os visionarem com atenção. Esta atitude era incentivada por Isabel, fundamentando-a com o facto de que, se os alunos conhecessem bem os pósteres, poderiam intervir mais ativamente na discussão, a ocorrer no dia seguinte, tornando-a mais participada por todos. No dia seguinte, logo no início do período escolar, os alunos visitavam novamente a exposição dos pósteres e realizava-se o congresso matemático.

As aulas que envolviam a exploração de cadeias numéricas foram organizadas de modo muito diferente das descritas anteriormente e de acordo com as orientações preconizadas por Fosnot e Dolk (2001). As cadeias numéricas, com um contexto puramente matemático, tinham como finalidade desenvolver nos alunos o cálculo mental, evidenciando determinadas ideias e procedimentos de cálculo associados a propriedades dos números e da multiplicação. A estrutura da cadeia, constituída por cálculos sequenciais e encadeados, influencia os procedimentos dos alunos, uma vez que o cálculo de um determinado produto se baseia no cálculo realizado na(s) linha(s) anterior(es) (Fosnot & Dolk, 2001).

Durante as cadeias numéricas, Isabel orientava a discussão, escrevendo no quadro uma proposta de cálculo de cada vez e convidando os alunos a resolvê-la, explicitando oralmente o raciocínio efetuado. Indo ao encontro do que referem os autores citados, a professora incutia bastante ritmo na sua exploração, privilegiava a oralidade e não despendia muito tempo com cada cadeia numérica que tipicamente era realizada em cerca de 10/15 minutos.

Concretizando uma sequência de tarefas

A figura 3 apresenta uma sequência de tarefas de multiplicação – a sequência 4 –, elaborada pela investigadora em conjunto com a professora da turma. Esta sequência de tarefas foi construída considerando os objetivos associados à aprendizagem da multiplicação e a análise que ia sendo realizada das produções dos alunos relativas às tarefas propostas anteriormente.

Tarefa 10 – Pilhas de caixas - Subtarefa 1

PILHAS DE CAIXAS

1. À mercearia da Piedade chegaram caixas de 24 maçãs cada, embaladas como mostra a imagem.



As 25 caixas que chegaram foram arrumadas em pilhas como é indicado na figura.

No total das caixas, quantas maçãs há?



Tarefa 10 – Pilhas de caixas - Subtarefa 2

PILHAS DE CAIXAS

2. No supermercado do Bairro também há uma pilha de 25 caixas de maçãs. Estas caixas são maiores, cada uma tem 48 maçãs.

Neste supermercado, quantas maçãs estão guardadas nas caixas?



Tarefa 10 – Pilhas de caixas - Subtarefa 3

PILHAS DE CAIXAS

3. No supermercado Girassol há, no total, o mesmo número de maçãs que no supermercado do Bairro, mas em cada caixa estão embaladas apenas 24 maçãs.



No total, quantas caixas de 24 maçãs há no supermercado Girassol?

Tarefa 11 – Cadeias numéricas IV

CALCULAR EM CADEIA

| | | |
|------------------|------------------|------------------|
| $50 \times 10 =$ | $10 \times 60 =$ | $12 \times 50 =$ |
| $25 \times 20 =$ | $20 \times 30 =$ | $24 \times 50 =$ |
| $25 \times 4 =$ | $40 \times 15 =$ | $50 \times 24 =$ |
| $25 \times 24 =$ | $40 \times 30 =$ | $25 \times 48 =$ |
| $50 \times 12 =$ | $20 \times 60 =$ | $50 \times 48 =$ |

Figura 3. Tarefas que constituem a sequência 4

Também a título ilustrativo, o quadro 1 mostra o trabalho que era realizado previamente a propósito das tarefas que foram propostas aos alunos. Para cada uma das tarefas e sequências de tarefas eram identificadas as grandes ideias associadas à aprendizagem da multiplicação, as características dos contextos e dos números envolvidos e, ainda, os procedimentos que poderiam ser usados pelos alunos na sua resolução. Ou seja, em termos globais, na seleção/construção de uma tarefa ou sequência de tarefas eram tidas em consideração as dimensões, pedagógica e de conteúdo matemático, da conjectura formulada, não perdendo de vista os objetivos de aprendizagem associados à multiplicação.

Quadro 1. Aspetos subjacentes à construção e exploração da sequência de tarefas 4

| Sequência 4 | | | |
|--|---|--|---|
| TAREFAS | GRANDES IDEIAS | PROCEDIMENTOS QUE PODEM SER USADOS | CONTEXTOS/NÚMEROS |
| Tarefa 10 Pilhas de caixas 29 Janeiro | | <ul style="list-style-type: none"> – Usar múltiplos de 5, 10 e 100 – Usar produtos parciais de acordo com as figuras que acompanham a tarefa – Usar a disposição retangular das caixas sugerida pelas figuras | <ul style="list-style-type: none"> – Situação com caixas empilhadas – Usar múltiplos de 5 e 10 – Produtos da ordem das centenas e dos milhares |
| Pilhas de caixas – congresso 30 Janeiro | <ul style="list-style-type: none"> – A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração | <ul style="list-style-type: none"> – Usar uma decomposição decimal de um dos fatores – Usar uma decomposição não decimal de um dos fatores | <ul style="list-style-type: none"> – Preparar um congresso – Construir, observar e selecionar pósteres – Discussão coletiva |
| Tarefa 11 Cadeias numéricas IV 5 Fevereiro | <ul style="list-style-type: none"> – As propriedades comutativa e associativa da multiplicação | <ul style="list-style-type: none"> – Usar dobros e metades – Usar produtos conhecidos com números de referência – Usar produtos conhecidos com números de referência e compensar – Relacionar os diferentes produtos usados nas várias tarefas | <ul style="list-style-type: none"> – Usar os números das tarefas anteriores |

Este trabalho de identificação, em cada sequência de tarefas, das grandes ideias associadas à aprendizagem da multiplicação, das características dos contextos e dos números envolvidos e, ainda, dos procedimentos que poderiam ser usados pelos alunos incluía, assim, uma componente reflexiva prospetiva essencial para analisar o trabalho desenvolvido e ajustar o planeamento do trabalho a ser desenvolvido.

A recolha de dados na fase de experimentação

O tipo de dados recolhidos e o modo de efetuar a sua recolha são decisões importantes a tomar antes da experimentação. Esta importância prende-se com o facto de, na fase de análise retrospectiva, os investigadores terem de documentar e dar evidências empíricas, nomeadamente, sobre o processo de desenvolvimento dos alunos associado ao tópico matemático em estudo. Além disso, como referem Prediger et al. (2015), se a design research se foca na aprendizagem dos alunos tem de investigar, efetivamente, o processo de aprendizagem. Isto significa que as aulas têm de ser observadas, os alunos têm de ser cuidadosamente ouvidos quando explicam os seus raciocínios, as suas produções têm de ser analisadas profundamente, ou seja, o investigador tem de recolher dados que documentem efetivamente o processo de aprendizagem.

No caso da experiência de ensino focada na aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, foram recolhidos os seguintes dados: as produções escritas dos alunos relativas à resolução das tarefas propostas, o registo videogravado de todas as aulas que constituíram a fase de experimentação e a elaboração de notas de campo relativas à observação das aulas e das reuniões com a professora da turma. Assim, foram videogravadas um total de 30 aulas, recolhidas as produções dos alunos associadas a onze sequências de tarefas e elaborados os respetivos relatórios decorrentes das notas de campo.

As reuniões do grupo colaborativo

No que respeita às reuniões do grupo colaborativo (investigadora e professora da turma do 3.º ano), realizadas semanalmente durante o tempo que decorreu a experimentação em sala de aula, um dos seus objetivos era a preparação (seleção/construção) dos materiais a desenvolver com os alunos. Para além disso, tinham também como objetivo fazer conjeturas sobre o modo como os alunos iriam reagir a determinada tarefa e, após a sua exploração na sala de aula, aferir as interpretações do grupo sobre o que se tinha passado e refinar ou alterar as conjeturas iniciais. Este processo constante de refinar e ajustar as conjeturas face à observação e interpretação dos acontecimentos na sala de aula implicou, também, um permanente aperfeiçoar das tarefas a propor aos alunos. Este processo constante de design e de análise ao longo da experiência de ensino corresponde ao que Cobb e Gravemeijer (2008) denominam por miniciclos de design e análise (*minicycles of design and analysis*).

No caso da experiência sobre a aprendizagem da multiplicação, os miniciclos de *design* e análise desenvolvidos nas reuniões do grupo colaborativo eram assentes não só na análise dos acontecimentos da sala de aula mas, ao mesmo tempo, norteados pela THA. Esta foi sendo melhorada e refinada a partir da análise que ia sendo feita com base nas observações na sala de aula e análise das produções dos alunos mas, também, de acordo com o aprofundamento teórico que foi feito sobre a temática da aprendizagem da multiplicação.

Os aspetos referidos anteriormente orientaram uma constante reflexão sobre as pequenas alterações decorrentes da observação em sala de aula, não perdendo de vista a

trajetória de aprendizagem geral e, ao mesmo tempo, um permanente confronto entre o trabalho desenvolvido e as produções dos alunos daí decorrentes e o quadro teórico sobre a temática.

Por exemplo, na THA foi introduzida uma sequência de tarefas de multiplicação com números racionais não negativos na representação decimal depois de terem sido exploradas com os alunos quatro sequências de tarefas de multiplicação com números naturais. Contudo, a observação em sala de aula e a análise das resoluções dos alunos da primeira tarefa dessa sequência levaram o grupo colaborativo a refletir sobre o conhecimento, ainda muito pouco consolidado, que os alunos revelavam sobre os números racionais não negativos na representação decimal. Dessa reflexão resultou a introdução de uma nova tarefa (tarefa 14), não prevista na trajetória de aprendizagem inicial, cujo objetivo é dar sentido aos números na representação decimal e às relações entre eles. Esta tarefa envolveu o uso de garrafas de água com diferentes capacidades (0,5; 1; 1,5; 2; 2,5 litros) e o estabelecimento de relações entre as diferentes capacidades. Este exemplo evidencia a relação entre a observação e a análise dos acontecimentos da sala de aula e a conceção de tarefas com determinadas características e com meios de suporte à aprendizagem específicos (recorrendo a materiais manipuláveis) ou seja, são introduzidas pequenas alterações na trajetória de aprendizagem antecipada.

A alteração de aspetos da trajetória de aprendizagem a partir da observação dos alunos em sala de aula e o desenvolvimento de miniciclos de *design* e análise só foi possível porque a investigação realizada teve uma duração prolongada, característica deste tipo de investigação centrada nos processos de aprendizagem (Prediger et al., 2015).

Desafios que se colocam

Na fase da experimentação em sala de aula, há um conjunto de desafios que se colocam tanto ao investigador como ao professor. No que diz respeito ao investigador, e reportando-nos ao caso concreto da experiência de ensino centrada na multiplicação, constituiu um desafio para a investigadora a reflexão constante que era necessário fazer sobre os materiais e as propostas de tarefas que esboçava, contando com o olhar crítico de uma professora experiente do 1.º ciclo.

No caso da professora da turma constituiu um grande desafio assumir que, na sala de aula, a responsabilidade pela aprendizagem era *exclusivamente* sua. Tal como refere num excerto com cunho narrativo, o trabalho colaborativo permitiu-lhe identificar o que precisava de ‘aprender’: “A necessidade de me documentar para poder apresentar e dinamizar o trabalho” (Mendes, Brocardo & Salvado, 2011, p. 56).

Ainda no caso da professora da turma constituíram desafios: conhecer novas abordagens dos conteúdos, tais como a construção e exploração de cadeias numéricas para desenvolver o cálculo mental, e planear e explorar o trabalho na sala de aula a partir de uma reflexão que incluiu um outro olhar, o da investigadora. Esta última, embora tivesse um conhecimento teórico e prático aprofundado sobre o uso das cadeias numéricas, nunca tinha pensado nelas em termos de uma experiência prolongada com os mesmos alunos. Por isso, analisou, em conjunto com Isabel, todos os valores numéricos incluídos nas cadeias de

modo que estivessem relacionados com os valores numéricos trabalhados nos problemas anteriores e nos seguintes. Para a investigadora, este aspeto de ver as cadeias como um elo de ligação basilar entre grupos de tarefas foi completamente novo e desafiante.

Um outro desafio que se colocou à professora da turma do 3.º ano foi o participar na construção de tarefas e sequências de tarefas, o que dificilmente conseguiria fazer sozinha, sem o contexto de trabalho colaborativo. Relacionado com este aspeto, a professora valoriza

a forte ligação entre investigação e ensino reconhecendo que “o trabalho desenvolvido entre a investigação e a prática do ensino contribuiu de forma significativa para o crescimento, a aprendizagem e o aperfeiçoamento dos alunos e da professora”. (Mendes, Brocardo & Salvado, 2011, p. 56)

Para além dos desafios com que cada uma, investigadora e professora, se confrontou, houve, nesta fase da investigação, desafios permanentes com os quais ambas tiveram de lidar. Um primeiro diz respeito à análise dos contextos de aprendizagem e à reflexão sobre os ajustes a fazer nos materiais a partir da sua exploração real e de acordo com a evolução da aprendizagem dos alunos. Um segundo relaciona-se com a discussão e reflexão constantes que são necessárias fazer para ir reformulando e ajustando a proposta de trajetória hipotética de aprendizagem à medida que se desenvolve a experimentação na sala de aula.

A análise retrospectiva

Na fase de análise retrospectiva de uma experiência de ensino é necessário analisar os dados recolhidos de acordo com os objetivos da investigação e confrontar os resultados dessa análise com a teoria associada à temática estudada (Gravemeijer & Eerde, 2009).

Caracterização desta fase

No caso específico da experiência de ensino focada na aprendizagem da multiplicação, uma primeira análise dos dados foi sendo feita durante a fase de experimentação, uma vez que esta era essencial tanto para a investigação como para o desenvolvimento da trajetória de aprendizagem.

Após a fase de experimentação foi revisitado todo o material empírico pela equipa de investigadoras e tivemos a perceção da grande quantidade de dados recolhidos, considerando a duração da experiência de ensino. Embora fossem também percecionadas a riqueza e diversidade dos dados recolhidos, havia o risco de realizar uma análise de dados bastante extensa e eventualmente repetitiva.

No sentido de efetuar uma redução dos dados recolhidos, tomámos a decisão de agrupar as sequências de tarefas de acordo com aspetos comuns associados à multiplicação, para analisar os dados daí decorrentes. A figura 4 evidencia os diferentes grupos de tarefas que foram organizados para, posteriormente, se proceder à caracterização dos procedimentos usados pelos alunos.

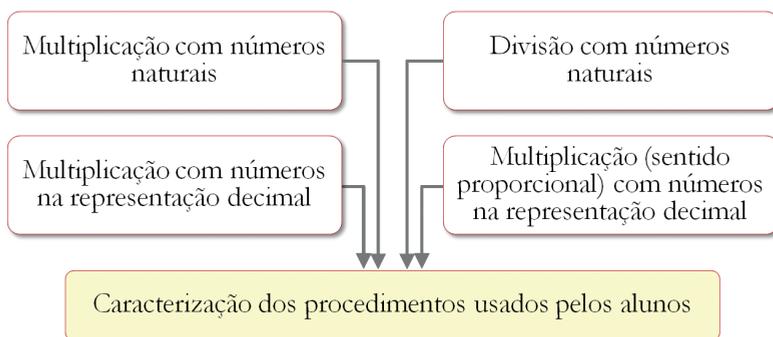


Figura 4. Redução de dados para análise dos procedimentos usados pelos alunos

As categorias de análise dos procedimentos usados pelos alunos na resolução das tarefas propostas emergiram, numa primeira fase, da literatura sobre o tema e, mais tarde, da análise das produções dos alunos.

Um segundo nível de análise de dados foi iniciado para compreender a evolução dos procedimentos usados pelos alunos (figura 5). Foram revisitados os dados iniciais e também a análise, já realizada, que conduziu à caracterização dos procedimentos dos alunos do 3.º ano.

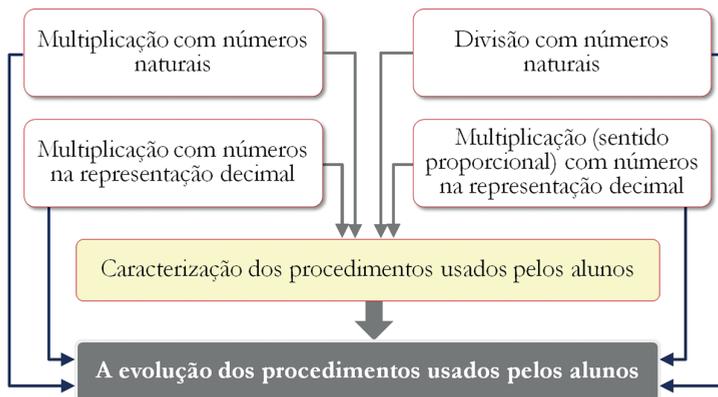


Figura 5. Análise dos dados focada na evolução dos procedimentos usados pelos alunos

A análise realizada, orientada pelas questões do estudo, permitiu compreender o modo como os alunos foram evoluindo na aprendizagem da multiplicação, identificando também dificuldades manifestadas na resolução de algumas tarefas.

Uma vez que a investigação também pretendia caracterizar as potencialidades das tarefas que faziam parte da trajetória de aprendizagem, foi realizado um outro nível de análise, relacionando as características das tarefas (contextos e números), a sua articulação e sequenciação com os procedimentos dos alunos na sua resolução (figura 6). Deste

modo, pretendia-se perceber a importância daquelas tarefas na aprendizagem dos alunos da turma do 3.º ano, ou seja, a sua relação com a aprendizagem da multiplicação.

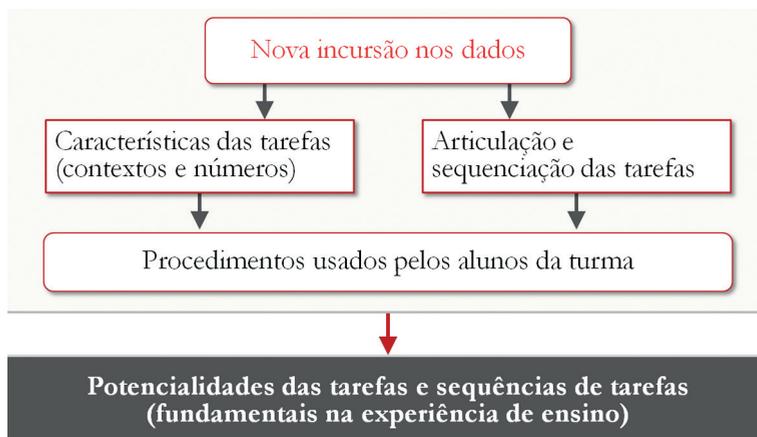


Figura 6. Análise dos dados focada nas tarefas e sequências de tarefas

Esta fase de análise retrospectiva procura evidenciar a aprendizagem desenvolvida e o processo que a suportou (que inclui as tarefas e sequências de tarefas, o modo como foram resolvidas e discutidas em sala de aula e a cultura de sala de aula emergente). Efetivamente é importante perceber como são gerados os dados, como são analisados e como, a partir dessa análise, é produzida alguma teoria, neste caso, associada à aprendizagem da multiplicação.

A produção das conclusões

Cobb et al. (2014) propõem uma “gramática argumentativa” para a *design research*, que sustente a análise retrospectiva efetuada e as conclusões a partir daí produzidas. Esta gramática argumentativa, segundo os autores mencionados, confere fiabilidade aos estudos que seguem uma metodologia de *design research*. Um primeiro aspeto inclui mostrar que os alunos não teriam realizado as aprendizagens documentadas se não estivessem envolvidos no estudo. Um segundo aspeto inclui documentar como é que os alunos vão desenvolvendo diferentes formas de raciocínio, reorganizando raciocínios anteriores. Finalmente, um terceiro aspeto relaciona-se com os resultados do estudo, identificando quais os aspetos específicos da ecologia de aprendizagem essenciais ao processo de aprendizagem realizado. Ou seja, é importante perceber quais os aspetos necessários e essenciais para que os alunos desenvolvam determinadas aprendizagens e aqueles que podem variar se o mesmo tipo de estudo for realizado por outros investigadores, em outras salas de aula.

As conclusões do estudo realizado revelam que se registou uma evolução significativa dos procedimentos multiplicativos usados pelos alunos que parece ter sido suportada pelas características das tarefas propostas – contextos, números e sua articulação – e pelo

ambiente construído na sala de aula (Mendes, 2012). Através da resolução de sequências de tarefas tais como a exemplificada na figura 2, alternando problemas com cadeias numéricas, os alunos foram progressivamente abandonando o uso de procedimentos aditivos, a que recorriam com frequência no início da investigação, e foram construindo procedimentos suportados por relações numéricas e propriedades da operação multiplicação. Para esta evolução parecem ter contribuído não apenas a resolução das tarefas propostas mas, também, as discussões coletivas centradas nos procedimentos, em que os alunos apresentavam os seus e discutiam os dos colegas.

O estudo permite também compreender que esta evolução não se processa do mesmo modo para todos os alunos, sendo evidenciados alguns aspetos críticos nos procedimentos relativos a tarefas com particularidades específicas. Em particular, as tarefas com contexto de divisão mostraram uma complexidade maior para a maioria dos alunos, quando comparadas com tarefas de multiplicação. Contudo, a partir do momento em que a professora introduziu o modelo retangular (realçando a relação entre divisão e multiplicação) a análise dos dados mostra que os alunos, progressivamente, recorrem ao seu uso (Mendes, 2012; Mendes, Brocardo & Oliveira, 2013).

Um outro aspeto crítico associado à evolução dos procedimentos usados pelos alunos na resolução das tarefas propostas diz respeito aos números envolvidos nos cálculos. Quando o universo numérico das tarefas foi ampliado para os números racionais não negativos na representação decimal, a análise das suas produções escritas revela algumas dificuldades e o retorno a procedimentos menos sofisticados.

A análise das produções dos alunos e de episódios de sala de aula evidencia, ainda, que o modo como as tarefas se articulam e sequenciam entre si sugere, a alguns alunos, o recurso a procedimentos potentes apoiados nas relações numéricas construídas (Mendes, Brocardo & Oliveira, 2013).

Desafios que se colocam

Nesta fase colocaram-se alguns desafios à equipa de investigadoras. Em primeiro lugar, analisar um extenso, complexo e diversificado conjunto de dados é um empreendimento de grande envergadura que obriga a decisões difíceis no processo de redução de dados. Em segundo lugar, encontrar um modo de realizar essa análise de dados de forma a documentar as aprendizagens realizadas pelos alunos, a sua evolução ao longo da trajetória de aprendizagem e ainda os aspetos que foram cruciais nessa evolução é uma tarefa muito exigente.

Posteriormente à escrita da análise dos dados foi fundamental validar toda a informação produzida, em conjunto com a professora da turma. Finalmente, relacionar a análise dos dados com investigação já realizada por outros autores nas mesmas temáticas e com as questões orientadoras do estudo, de modo a produzir as suas conclusões, foi, sem dúvida o maior dos desafios colocados durante a sua realização.

Considerações finais

Do ponto de vista metodológico o estudo realizado permite aprofundar e concretizar características da *design research* indicadas por vários autores. A fase de experimentação, tipicamente caracterizada por ciclos de invenção e revisão assumiu, neste estudo, a forma de miniciclos de *design* (Gravemeijer & Cobb, 2013). A investigadora, em colaboração com a professora, estava continuamente envolvida na conceção da experiência e na planificação da sua concretização assim como na sua análise com vista à realização dos ajustes necessários. Esta contínua articulação da investigação com o planeamento e a concretização do trabalho em sala de aula constitui um desafio constante que implica uma grande organização do investigador que deve conseguir propor ações concretas que se mostrem adequadas à análise que faz da experimentação realizada e que se articulem com a teoria local em que assentou o plano inicial da experiência de ensino. Esta articulação, que é alicerçada na análise da experimentação, é particularmente complexa por envolver tanto as tarefas da trajetória de aprendizagem como a manutenção/criação de uma cultura de sala de aula que, neste caso, assentou numa cultura de inquirição.

A análise e concretização dos miniciclos de *design* colocam igualmente vários desafios ao grupo colaborativo, uma vez que tanto a conceção dos ajustes a realizar como a sua concretização assentam na análise da prática do professor. No caso desta experiência de ensino, que envolveu reuniões semanais do grupo colaborativo, ao longo de grande parte do ano letivo, revelou-se fundamental a construção de uma visão partilhada sobre o ensino e aprendizagem da Matemática e a disponibilidade permanente da professora para mudar aspetos da sua prática a partir da reflexão continuada. Envolver-se numa relação colaborativa com um ou mais investigadores e outros professores, conceber aulas e refletir diariamente são três práticas comuns a professores envolvidos em investigações de *design research* (Stephan, 2015).

A fase de análise retrospectiva implica igualmente vários desafios para a equipa de investigadoras. O mais referido por todos os que conduziram experiências de ensino é, provavelmente, a dificuldade relativa à redução de dados (Carvalho, 2016; Cobb et al., 2003; Prediger et al. 2015). Esta dificuldade origina, no entanto, um revisitar aprofundado dos dados caracterizado por um esforço de interpretação contextualizado, que Cobb et al. (2014) associam ao uso de uma gramática argumentativa.

O *design* desta experiência de ensino assentou numa cuidadosa escolha de contextos e de números, que faziam apelo ao uso de procedimentos potentes. A análise de dados, focada nos procedimentos que os alunos desenvolveram para explorar tarefas de multiplicação, envolveu uma cuidadosa análise dos procedimentos que estes usaram e que, ao estarem articulados com os contextos e números escolhidos para as tarefas, decorriam da experiência realizada e, portanto, da sua participação no estudo. Ao focar a evolução dos alunos, a análise dos dados envolveu documentar o modo como cada tipo de procedimento evoluía a partir dos anteriormente usados, aspeto igualmente característico da gramática argumentativa (Cobb et al., 2014). Os resultados do estudo mostram que

os procedimentos usados pelos alunos evoluíram de procedimentos de contagem e aditivos para procedimentos multiplicativos sofisticados e potentes, baseados nas relações numéricas e nas propriedades da multiplicação. Embora essa evolução não seja linear nem se tenha manifestado do mesmo modo para todos os alunos da turma de 3.º ano, parece estar associada às características das tarefas e ao modo como estas eram discutidas coletivamente (Mendes, 2012).

Finalmente, a análise retrospectiva envolveu ainda uma outra característica da gramática argumentativa, relacionada com a identificação de aspetos particulares do ambiente de sala de aula necessários para desenvolver certas formas de explorar tarefas de multiplicação. O facto de ter sido construído um ambiente de aprendizagem em que os alunos foram encorajados a construir os seus próprios procedimentos, que apresentavam e discutiam com os colegas, parece ter contribuído, também, para a evolução de modos de raciocinar sobre as tarefas propostas. Um exemplo de uma prática de sala de aula, subjacente à cultura de inquirição desenvolvida, foram os congressos matemáticos realizados (Fosnot & Dolk, 2001). Nestes, a aula foi perspectivada como uma comunidade matemática em que os alunos agiam como matemáticos, questionando, experimentando e construindo os seus próprios procedimentos, que alguns, posteriormente, apresentavam e discutiam.

Os estudos realizados nesta perspetiva de *design research* revelam-se bastante exigentes e complexos nas suas diferentes fases e implicam, habitualmente, o envolvimento de um grupo colaborativo de investigadores e de um ou mais professores, ao longo de um período relativamente longo de tempo, mas proporcionam, por isso, oportunidades de desenvolvimento profissional tanto aos investigadores como aos professores, como se verificou neste trabalho e é referido também por outros investigadores (Cobb & van Eerde, 2009; Stephan, 2015).

A investigação desta natureza, centrada nos processos de aprendizagem, não pode ser alheia aos problemas do ensino, necessitando de ter em conta as práticas dos professores que colaboram no processo e os contextos em que estas ocorrem. De facto, a produção de uma teoria local na perspetiva da *design research* obriga a considerar a sua validade ecológica atendendo à complexidade que caracteriza a sala de aula (Prediger et al., 2015). Ainda que não sendo de fácil concretização, a *design research* apresenta-se como uma metodologia que favorece uma aproximação frutuosa entre a investigação e o ensino, com impactos positivos na aprendizagem dos alunos, e contribuindo progressivamente para a construção de conhecimento sobre a aprendizagem da Matemática.

Notas

- 1 Em itálico no original.
- 2 Considerada estratégia, na aceção de Beishuizen (1997).
- 3 Considerado procedimento, na aceção de Beishuizen (1997).

Referências

- Anghileri, J. (2003). Issues in teaching multiplication and division. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (pp. 184-194). Buckingham: Open University Press.
- Barmby, P., Bilsborough, L., Harries, T., & Higgins, S. (2009). *Primary mathematics. Teaching for understanding*. Berkshire, England: Open University Press.
- Brown, A. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions. *Journal of the Learning Sciences*, 2, 141-178.
- Carvalho, R. (2016). *Cálculo mental com números racionais: Um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade* (tese de doutoramento). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(2), 81-89.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307-334). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning process. In A. Kelly, R. Lesh, & J. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education* (pp. 68-95). New York: Routledge.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2014). Design research: an analysis and critique. In L. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in Mathematics Education* (pp. 481-503). New York, NY, USA: Routledge.
- Cobb, P., Zhao, Q., & Dean, C. (2009). Conducting design experiments to support teachers' learning: a reflection from the field. *Journal of the Learning Sciences*, 18(2), 165-199.
- Collins, A. (1992). Toward a design science of education.. In E. Scanlon, & T. O'Shea (Eds.), *New directions in educational technology* (pp. 15-22). New York: Springer.
- Collins, A., Joseph, D., & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42.
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 135-152). New York, NY: Cambridge University Press.
- Confrey, J., & Lachance, A. (2000). Transformative teaching experiments through conjecture-driven research design. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 231-266). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fosnot, C. T. (2007). *Investigating multiplication and division. Grades 3-5*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fraivillig, J. (2001). Strategies for advancing children's mathematical thinking. *Teaching Children Mathematics*, 7, 454-459.
- Gravemeijer, K. (2004). Creating opportunities for students to reinvent mathematics. *International Congress on Mathematics Education (ICME 10)* (pp. 1-17). Copenhagen, Denmark.
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2013). Design research from the learning design perspective. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 72-113). Enschede, The Netherlands: Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).
- Gravemeijer, K., & van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109(5), 510-524.

- Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 170-218.
- Kelly, A. (2003). Research as design. *Educational Researcher*, 32(1), 3–4.
- Kelly, A., & Lesh, R. (2000). Part III: Teaching experiments. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 191-196). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., & Kelly, R. (2000). Multitiered teaching experiments. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in Mathematics and Science education* (pp. 197-230). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 & 44.
- Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número : um estudo com alunos do 1.º ciclo* (Tese de doutoramento). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2013). A evolução dos procedimentos usados pelos alunos: contributo de uma experiência de ensino centrada na multiplicação. *Quadrante*, XXII (1), 133-162.
- Mendes, F., Brocardo, J., & Salvado, I. (2011). Investigação e prática de ensino: uma relação poderosa. In A. Afonso, & F. Almeida (Eds.), *Encontro de Estudos Locais do Distrito de Setúbal* (pp. 51-58). Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido em 6 de Outubro de 2009, de <http://www.dgicd.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>
- Natale, C., & Fosnot, C. T. (2007). *The teachers' lounge. Place value and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Nickerson, S. D., & Whitacre, I. (2010). A local instruction theory for the development of number sense. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(3), 227-252.
- Plomp, T. (2013). Educational design research: an introduction. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 10-51). Enschede, The Netherlands: Netherlands Institute for Curriculum Development (SLO).
- Prediger, S., Gravemeijer, K., & Confrey, J. (2015). Design research with a focus on learning processes: an overview on achievements and challenges. *ZDM*, 47, 877-891.
- Reys, B. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 114-120.
- Sawyer, R. (2006). The New Science of Learning. In R. K. Sawyer (Ed.), *The Cambridge handbook of the learning sciences* (pp. 1-18). New York, NY: University Press.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Research methods in (mathematics) education. In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 435-487). Mahwah NJ: Erlbaum.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching* (pp. 371-389). New York: MacMillan.

- Steffe, L., & Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In A. Kelly, & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stephan, M. L. (2015). Conducting classroom design research with teachers. *ZDM*, 47, 905-917.
- Treffers, A., & Buys, K. (2008). Grade 2 (and 3) – Calculation up to 100. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 61-88). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.). (2008). *Children learn mathematics*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol I, pp. 9-24). Utrecht, The Netherlands: Freudenthal Institute.

Resumo. Este artigo tem como foco principal uma experiência de ensino, centrada na aprendizagem da multiplicação, desenvolvida por uma investigadora, numa turma do 3.º ano de escolaridade, em colaboração com a professora titular. Tendo como pano de fundo o estudo realizado, discutimos as principais características da *design research*, na modalidade de experiência de ensino, explicitamos as suas especificidades e identificamos os desafios que se colocaram à investigadora e à professora, no decurso do processo de investigação, segundo as fases de preparação da experiência, experimentação em sala de aula e análise retrospectiva. Emergem como aspetos centrais desta experiência, uma permanente articulação entre a investigação e o planeamento e a concretização das aulas, alicerçada na análise da experimentação das tarefas propostas, assim como, o papel da análise retrospectiva no reconhecimento de elementos favoráveis do ambiente de sala de aula para a promoção das aprendizagens visadas. As características desta atividade colocam desafios à investigadora pelo seu nível de exigência de tempo e grande volume de dados que são gerados, assim como à professora pela disponibilidade que lhe é requerida para trabalhar colaborativamente e ajustar as suas práticas ao longo de um período de tempo significativo.

Palavras-chave: *design research*; experiência de ensino; metodologia de investigação; aprendizagem da multiplicação.

Abstract. This article focuses on a teaching experiment, concerning the learning of multiplication developed by a researcher in a 3rd grade class in collaboration with the teacher. We discuss the main features of the design research which assumes the modality of teaching experiment, and we underline its specificities and identify the challenges put to the researcher and the teacher in the course of the research process, according to the stages of preparation of the experience, experimentation in the classroom and retrospective analysis.

Several central aspects of this experience emerge: a permanent link between the research and the planning and implementation in the class, grounded on the analysis of the trial of the proposed tasks, as well as the role of retrospective analysis in recognizing favorable elements in the class environment that promote the targeted learning. The characteristics of this activity pose challenges to the researcher, due to the need of substantial time and to the gathering of a large volume of data as well as to the teacher for the availability required to work collaboratively with the researcher and to adjust her practices over a significant period of time.

Keywords: design research; teaching experiment; research methodology; multiplication learning.



FÁTIMA MENDES

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal

fatima.mendes@ese.ips.pt

JOANA BROCARDÓ

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal/UIDEF

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

joana.brocardo@ese.ips.pt

HÉLIA OLIVEIRA

Instituto de Educação da Universidade de Lisboa

hmoliveira@ie.ulisboa.pt

(recebido em abril de 2016, aceite para publicação em julho de 2016)

