

# As aprendizagens geradas num grupo colaborativo de professores durante um estudo sobre modelagem matemática na Educação Estatística<sup>1</sup>

## The learning generated in a collaborative group of teachers during a study on mathematical modelling in Statistical Education

Luzinete de Oliveira Mendonça  
Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil  
luza.oliveira7@gmail.com

Celi Espasandin Lopes  
Universidade Cruzeiro do Sul e Universidade Cidade de São Paulo, Brasil  
celi.espasandin.lopes@gmail.com

**Resumo.** Neste artigo tem-se como objetivo refletir sobre as oportunidades de aprendizagem docente geradas em um ambiente de trabalho colaborativo, ao discutir sobre modelagem matemática e Educação Estatística. Considera-se a modelagem matemática como uma perspectiva pedagógica e busca-se responder à questão: como as ações vivenciadas em um processo de formação sobre a modelagem matemática e a Educação Estatística favorecem a aprendizagem docente? Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, na qual se tomou para análise e reflexão o envolvimento de alguns professores na vivência de algumas ações referentes ao uso da modelagem matemática para integração da Educação Estatística na Educação Básica. Os resultados reafirmam a potencialidade das ações propostas na literatura para proporcionar condições para a aprendizagem docente, quando o processo de formação é orientado pelos interesses dos docentes. Evidencia-se, no entanto, a relevância de um espaço de formação com característica colaborativa para que eles se envolvam de fato no processo.

**Palavras-chave:** Educação Estatística, modelagem matemática, formação de professores, grupo colaborativo, aprendizagem docente.

**Abstract.** The purpose of this study is to ponder over the opportunities of teacher learning generated in an environment of collaborative work to discuss about mathematical modeling and Statistics Education. Mathematical modeling is considered as a pedagogical perspective and it is sought to answer the question: how do the actions experienced in a training process on mathematical modeling and Statistical Education favor teacher learning? It is a qualitative research, in which it has taken for analysis and reflection the involvement of some teachers in the experience of some actions regarding the use of mathematical modeling to include

Statistical Education in Basic Education. The results reaffirm the potentiality of the actions proposed in the literature to provide conditions for teacher learning when the training process is guided by the interests of teachers. However, the relevance of a space of development with a collaborative characteristic is evidenced so that they are actually involved in the process.

*Keywords:* Statistics Education, mathematical modeling, teacher training, collaborative group, teacher learning.

(Recebido em junho de 2015, aceite para publicação em maio de 2017)

## Introdução

Muito se tem discutido sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. No Brasil, particularmente, o foco dessas discussões é a dificuldade de ensinar e aprender os conceitos dessa ciência e de outras a ela relacionadas como é o caso da Estatística. Nesse cenário, a formação do professor tem relevância primordial, por ser ele o mentor e o executor das ações de ensino e aprendizagem. Esse fato lhe confere o *status* de principal agente na promoção de mudanças significativas no cenário educacional e o legitima a discutir a problemática anunciada e nela intervir de forma decisiva.

Apesar dessa evidência, a formação inicial do professor que ensina Matemática na Educação Básica não tem atendido às expectativas e às necessidades desses profissionais, referentes às questões didáticas e metodológicas, particularmente no que tange à Estatística. Esse problema se acentua para os docentes das séries iniciais, e muitos deles sequer têm contato com as questões ligadas à Educação Estatística em sua formação profissional (Oliveira, 2013; Souza, 2013).

Desse modo, a necessidade de compreender essa ciência e seu ensino leva muitos professores a procurar formas de ampliar seus conhecimentos conceituais e profissionais por meio de leituras e cursos de extensão e especialização. No entanto, esses muitas vezes se centram no tratamento das questões teóricas ou procedimentais (Souza, 2013).

Nesse sentido, é consensual, no campo da Educação Matemática, a importância de gerar oportunidades para que os docentes da Educação Básica reflitam acerca dos aspectos relacionados à Educação Estatística, no que se refere a questões tanto conceituais como didáticas dessa ciência. Essa discussão é pertinente, pois a Estatística está presente nas diversas áreas das ciências e na sociedade, o que exige de todos os cidadãos a capacidade de compreensão das informações por ela geradas.

Diante dessa realidade, este texto se centra nas discussões de um grupo de professores do qual fazemos parte, quando este teve como foco de reflexão a modelagem matemática<sup>2</sup> para o ensino de Estatística e da Probabilidade. Assim, buscaremos, nesta discussão, elementos para compreender os movimentos gerados pelos docentes de um grupo colaborativo<sup>3</sup>, ao se inserirem em um processo de discussão e ação sobre modelagem matemática na Educação Estatística. Para tanto, este estudo intentou responder ao seguinte questionamento: Como as ações vivenciadas em um processo de formação sobre a modelagem matemática e a Educação Estatística favorecem a aprendizagem do-

cente? Considera-se que a aprendizagem docente se constitui em uma modificação do professor em relação a um saber, por meio de um processo interpessoal e intrapessoal que envolve a apropriação de conhecimentos, saberes e fazeres próprios, vinculados à realidade concreta da atividade docente (Isaia, 2006).

Na seção que segue apresentaremos o referencial teórico que deu suporte a essa discussão.

## **Referencial teórico**

Atualmente há um consenso sobre a ideia de que a aprendizagem dos sujeitos ocorre na interação com os outros e com o meio em que vivem. No entanto, entende-se que cada um possui formas próprias de compreender as informações com as quais se depara dentro e fora do contexto escolar, e de transformar essas informações em aprendizagens. Além disso, é preciso considerar que a aprendizagem do adulto tem natureza diferente da aprendizagem da criança. No que se refere ao professor, Furlanatto (2008, p.17) pondera que

o professor se põe em movimento de aprendizagem quando é deslocado de suas zonas de conforto. Uma mudança de função, de escola, uma classe, um filho, ou mesmo uma insatisfação que brota do mundo interno, evidencia que os recursos de que dispõe não são suficientes para enfrentar o novo desafio. Para reencontrar a “paz perdida” necessita de novos recursos.

Essa perspectiva considera que o professor constrói uma matriz pedagógica<sup>4</sup>, no decorrer do tempo, a partir de suas vivências individuais e coletivas no cotidiano e na prática pedagógica, em um processo contínuo de aprendizagem. No entanto, para que esse processo ocorra, é preciso que o docente esteja aberto a novos desafios e se sinta incentivado a refletir sobre sua prática – seu contexto de ação profissional –, sobre as necessidades dos sujeitos com os quais lida e sobre as formas de evolução profissional e pessoal.

Assim, é possível concluir que, para que um processo de formação seja produtivo, é preciso que contemple as necessidades e os interesses dos professores, o que pode ser favorecido quando seu contexto de ação é posto em destaque. Entendemos que dessa forma, as oportunidades de aprendizagem podem ser ampliadas.

### **A formação continuada do professor do Ensino Básico**

A formação continuada no Brasil é um dos elementos de desenvolvimento profissional dos docentes, pois complementa a formação inicial e constitui condição de acesso para níveis mais elevados na carreira docente (Romanowski & Martins, 2010). Essa ideia está em consonância com a nossa compreensão de desenvolvimento profissional que o considera: “um processo dinâmico e evolutivo da profissão docente que inclui tanto a formação inicial como a permanente, englobando os processos que melhoram o conhecimento profissional, as habilidades e as atitudes” (Imbernón, 1994, p. 195).

No que se refere à Educação Estatística, a formação continuada do professor de Matemática é um fator fundamental, em função das poucas oportunidades para o aprofundamento das questões didáticas e metodológicas acerca desse tema na formação inicial, particularmente no caso do professor das séries iniciais e do Ensino Fundamental I (do 6.º ao 9.º ano) (Souza, 2013).

Além disso, a inclusão da Estatística na disciplina de Matemática nesses níveis de ensino faz com que sejam transferidos para aquela os mesmos procedimentos e métodos usados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, a compreensão dos conceitos dessas duas ciências exige diferentes formas de raciocínio, por conta da natureza dos fenômenos com que cada uma delas lida. O equívoco dessa transferência – ocasionada pelo caráter determinístico dos fenômenos com que a Matemática lida e pela incerteza, que é base da Estatística, vem sendo apontado por Batanero (2009).

A discussão anterior evidencia a importância da promoção de espaços de reflexão e discussão sobre a Educação Estatística nos quais o professor tenha suas expectativas e suas necessidades contempladas, superando o *status* de aperfeiçoamento, atualização e capacitação. Ambientes de formação com essas características podem contribuir para ampliar as possibilidades de aprendizagem docente (Mendonça, 2015).

Deduzimos, assim, que os grupos que assumem natureza colaborativa se constituem em espaços de formação promissores, admitindo que esses tenham como base de reflexão o contexto de ação dos professores e que suas expectativas sejam consideradas. Compreendemos a colaboração na perspectiva de Ibiapina (2008)<sup>5</sup>. Esse ponto de vista está em consonância com Nacarato (2011), que, a partir de um estudo sobre a formação de professor em grupos com características colaborativas, considera que esse movimento buscou articular a reflexão prática com a reflexão teórica.

Essa articulação é uma característica importante para a concretização de uma proposta que pretendeu tomar uma perspectiva pedagógica – neste caso, a modelagem matemática – e sua prática como objetos de estudo de um grupo de professores que refletem sobre a Educação Estatística.

### **A formação do professor e a modelagem matemática**

As discussões sobre o uso da modelagem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática mostram um cenário otimista e explicitam a necessidade de proporcionar condições para os professores se aproximarem das discussões desse campo (Almeida & Dias, 2007; Barbosa, 2001; Bassanezi, 2004).

A modelagem matemática aqui é considerada uma perspectiva pedagógica, a qual se estabelece a partir da investigação autônoma, pelos estudantes, de situações reais sob a ótica da Matemática. Esse ponto de vista contempla as diversas perspectivas de modelagem elencadas por Kaiser e Sriraman (2006). Uma atividade de modelagem, nesse caso, é uma situação-problema em que esse processo é requerido (Mendonça & Lopes, 2015).

Consideramos pertinente ampliar as possibilidades de entendimento dos aspectos teóricos e metodológicos que envolvem a modelagem na Educação Matemática, levando em conta os diversos fatores relativos ao ensino de modo geral e à sala de aula em particular, dentre os quais destacamos: os interesses, os objetivos e os limites dos alunos e do professor; as circunstâncias que restringem o uso da modelagem na sala de aula, como o cumprimento do currículo, o tempo para o desenvolvimento das atividades e a cultura geral sobre o ensino de Matemática; e os aspectos específicos do processo de modelagem, por exemplo, domínio do método, intervenção adequada e a postura dos alunos.

Nesse sentido, Bassanezi (2004) considera essencial, em um processo de formação docente sobre modelagem, ter como foco a interdisciplinaridade – por envolver diversas áreas do conhecimento – e atentar aos interesses e aos contextos dos professores, valorizando seus conhecimentos e sua profissão. Almeida e Dias (2007) argumentam que, para usar modelagem em sua prática, “o professor precisa se preparar, e esse preparo envolve ‘aprender’ sobre modelagem matemática; ‘aprender’ por meio da modelagem matemática; ‘ensinar’ usando modelagem matemática” [destaque dos autores] (p. 262). Essas visões convergem com Hjalmarson (2003), em sua defesa por um processo de formação em que os professores sejam convidados a criar, adaptar e implementar atividades de modelagem e, posteriormente, analisar o processo, no que se refere tanto às próprias ações como às dos alunos, no espaço de formação. Assim, o docente assume a condição de aprendiz, buscando atender aos diferentes interesses e necessidades dos contextos em que atua e aos objetivos da disciplina, em um processo contínuo de aprendizagem.

Barbosa (2001), no entanto, pondera que a mudança de uma prática tradicional para outra cujo papel difere radicalmente da anterior não é simples e exige um ambiente que instigue o professor a repensar das próprias experiências e abrir-se para novas aprendizagens. Por isso, a reflexão sobre vivências específicas, em que os alunos assumem papel ativo, e o professor atua de modo secundário, deve ser o foco da formação do professor. Esse processo pode apoiá-lo para que se sinta preparado para desenvolver uma forma de ação pedagógica em que seu papel é diferente daquele que tem adotado. Desse ponto de vista, para usar a modelagem em sua prática pedagógica, o professor deve experimentar algumas ações que envolvam diferentes aspectos da modelagem matemática, a saber: vivência em atividades de modelagem como aluno, análise de modelos prontos, reflexão sobre casos de ensino, elaboração de atividades de modelagem e implementação de atividade de modelagem na sala de aula.

Essas ações foram vivenciadas no espaço de formação proporcionado no GIFEM no período de construção dos dados desta pesquisa. Entretanto, discutiremos mais detalhadamente aqui apenas as três primeiras (vivência em atividades de modelagem como aluno, análise de modelos prontos e reflexão sobre casos de ensino). A dinâmica da *elaboração de atividades de modelagem* foi foco de reflexão em Mendonça e Lopes (2015), e a *implementação de atividade de modelagem* foi apresentada em Mendonça (2015). Passaremos a discutir e analisar as dinâmicas das três ações por nós selecionadas para este texto.

A *vivência em atividades de modelagem*<sup>6</sup> como aluno implica na participação do professor em formação no processo inerente ao desenvolvimento de uma atividade de modelagem. Com isso, o docente pode desenvolver familiaridade com os procedimentos próprios do processo de modelagem: a problematização, o levantamento de hipóteses, as simplificações e a validação. Essa aproximação pode levá-lo ao contato com novos aspectos da Matemática, além de favorecer os questionamentos sobre a natureza dessa ciência e a reflexão acerca de aspectos pedagógicos relativos ao desenvolvimento desse tipo de atividade em sua sala de aula.

Um aspecto relevante nessa ação, a nosso ver, é a discussão sobre o desenvolvimento da atividade em um espaço coletivo colaborativo. Essa ideia também é defendida por Amit e Hillman (1995, citados em Barbosa, 2001, p. 9). Para os autores, a discussão coletiva é uma “oportunidade de refletir e discutir a experiência, o que dá aos professores a chance de colocar suas concepções sob exame”. A vivência nessa ação é relevante para a compreensão da modelagem. Entretanto, tais situações – é pertinente considerar – devem se constituir um problema para o professor, para que esse se sinta motivado a se envolver no desenvolvimento da investigação e experimente as possíveis sensações e dificuldades dos estudantes em cada etapa do processo investigativo. Essa compreensão contribui para o docente construir estratégias de intervenção no decorrer do seu trabalho com os alunos.

A *análise de modelos prontos* também pode contribuir para gerar compreensões sobre a modelagem como perspectiva pedagógica. Ela visa ao estudo de modelos matemáticos em um processo de observação, discussão e análise de sua natureza e dos processos compreendidos na sua elaboração. Esse processo, pode gerar a oportunidade para discutir a influência dos interesses de quem faz um modelo matemático e dos pressupostos adotados, a necessidade ou não de enunciar tais pressupostos, a validade da aplicação do modelo adotado e a relevância da escolha de tais aspectos teóricos para subsidiar decisões (Barbosa, 2001).

A relevância desta ação – também recomendada por Bassanezi (2004) – para a formação do professor reside na possibilidade de essa atividade “contribuir para desenvolver os conhecimentos e habilidades da Modelagem e desestabilizar as concepções dos professores sobre a Matemática” (Barbosa, 2001, p. 11).

A *reflexão sobre casos de ensino*, vivência em que o professor observa e discute sobre o processo empreendido no desenvolvimento de atividades em salas de aulas reais, é considerada importante por vários pesquisadores (Arnaus, 1999; Garcia, 1997; Nacarato, 2011; Nono & Mizukami, 2002). O foco, neste caso, está na análise crítica da experiência, particularmente, das ações e das interações presentes na atividade, de forma que o professor tenha claro o processo desenvolvido pelos alunos, os conceitos envolvidos, as intervenções do professor e sua influência nas construções dos alunos, dentre outros aspectos. Essa discussão nos possibilita concluir que a reflexão sobre casos de ensino pode ser particularmente relevante para compreender a dinâmica de uma aula em perspectiva pedagógica pouco familiar ou desconhecida dos docentes.

As ações propostas podem dar subsídios para a compreensão acerca da modelagem e contribuir para a formação do professor, de maneira geral, considerando a dinâmica

reflexiva e colaborativa que elas demandam. Passaremos a discutir algumas experiências e pesquisas que refletem sobre o envolvimento de professores da Educação Básica em situações de formação com a modelagem.

Bisognin e Bisognin (2012), ao refletirem sobre o uso da modelagem na prática pedagógica, afirmam que “a complexidade da Modelagem demanda tempo para sua execução, o que torna sua dinâmica um trabalho exaustivo, gerando insegurança e constituindo-se em um obstáculo para incorporar a MM [Modelagem Matemática] nas salas de aula [destaque nosso]” (p. 1064).

Essa compreensão também foi apresentada por O. R. Jacobini (comunicação pessoal, 08 de novembro, 2007), ao tratar da adoção da modelagem na prática pedagógica. De acordo com ele, “é difícil, porque o professor tem outras salas pra trabalhar e aplicar essa metodologia com todos, ele não consegue.... normalmente você seleciona uma classe, mas você tem outras, e tem que preparar...”. As considerações do pesquisador referem-se, em particular, às situações em que os alunos escolhem diferentes temas para realizar a investigação, o que exige do professor preparo para lidar com a diversidade de circunstâncias ali envolvidas. Nessa perspectiva o trabalho com modelagem se concretiza por meio de projetos, os quais demandam tempo e esforços por parte do professor, aspectos que inviabilizam o cumprimento do currículo prescrito e o uso contínuo dessa prática nas salas de aula em que atua.

Essa forma de ver a modelagem começou a mudar com a proposta de Barbosa (2001), que, apoiado na perspectiva sociocrítica<sup>7</sup>, sugere diferentes configurações para o desenvolvimento da modelagem na sala de aula, tomando atividades com menor tempo de duração e diferentes níveis de autonomia dos alunos. A partir daí, Brandt, Burak e Klüber (2010) apresentam uma perspectiva de modelagem direcionada ao Ensino Básico, na qual consideram atividades com menor tempo de duração, atentando para o currículo estabelecido. Chaves (2012) também expõe algumas possibilidades de usos da modelagem levando em conta esses fatores.

Os desafios enfrentados pelos professores na adoção da modelagem geram algumas tensões<sup>8</sup>, conforme refere Oliveira (2010). Por isso, é preciso ponderar sobre a naturalidade do surgimento de desconfortos e inseguranças nas primeiras experiências com uma nova forma de trabalho, principalmente quando o professor teve uma formação inicial centrada em uma cultura tecnicista e imediatista, como é o caso da maioria dos cursos de formação de professores no Brasil. Além disso, a dinâmica própria das atividades investigativas, que demandam flexibilidade para lidar com as situações novas, particularmente levando em conta o contexto complexo em que o ensino está inserido, como ressaltado por Arnaus (1999), naturalmente gera alguma insegurança, mesmo quando se tem alguma experiência com ela.

A intervenção pedagógica, no desenvolvimento de atividades de modelagem, conforme Blum e Ferri (2009), deve ser predominantemente estratégica, de modo que os estudantes sejam instigados – por meio de questionamentos – a construir conceitos específicos enquanto desenvolvem uma investigação. Nessa dinâmica, as estratégias e dúvidas dos estudantes devem servir de base para o professor intervir de modo a instigá-los para a construção dos conceitos objetivados no planejamento.

A partir dessa concepção, concluímos que, na perspectiva de modelagem, não cabe a ideia de “ensinar” o conceito ou modelo correto – compreendido como aquele que seja adequado à resolução do problema –, mas importa, sobretudo, levar os alunos à sua construção ou, pelo menos, à compreensão da inadequação do modelo construído ou do processo empreendido, quando este não puder ser retomado no momento.

Sendo assim, a apropriação de uma perspectiva pedagógica de cunho investigativo, com a qual o docente teve pouco ou nenhum contato na sua formação inicial, exige do professor dedicação e empenho em um processo contínuo de reflexão e ação com atividades dessa natureza. Sobre essa questão Chaves (2012) considera que

o professor precisa estar motivado pragmaticamente para que mobilize saberes em suas experiências que visem o ensino e a aprendizagem no sentido de desenvolver “novos” ou “antigos” saberes, já pertinentes ao seu acervo de conhecimentos, de modo a dar conta de seus interesses na resolução de situações problemáticas do cotidiano da sala de aula. [destaques do autor] (p. 109)

Essa forma de ver a postura do professor corrobora nosso entendimento de que o contexto de ação pedagógica é o principal meio de formação docente quando este a assume de maneira comprometida, com vistas à transformação de seu contexto e dos sujeitos nela envolvidos. Essa atitude pode levar a mudanças de prática e à evolução profissional.

A assunção da prática profissional como meio de formação pode contribuir para amenizar um dos fatores responsáveis pela insegurança na prática pedagógica com a modelagem: seu caráter aberto, característica que exige habilidades para lidar com as situações novas no contexto de sala de aula. Agir nesse contexto demanda a busca constante de conhecimentos de diversas naturezas, em um processo em que a ação, a pesquisa e a reflexão são essenciais.

Nesse sentido, ao refletirem acerca das repercussões da vivência de alguns professores egressos de um mestrado profissional com a modelagem, Bisognin e Bisognin (2012) pontuam que

este processo é demarcado por expectativas, sentimentos e transformação das trajetórias dos alunos e dos professores. Compreende, para tanto, um percurso em que o compartilhamento de ideias e procedimentos, *o gosto pelo desafio e a solução de problemas são indispensáveis*. [itálicos nossos] (p. 1064)

Nesse caso, considera-se que a adoção da modelagem matemática requer características pessoais específicas, como a curiosidade e o compromisso com a formação dos alunos e com a própria evolução profissional. Ao adotar a modelagem em sua prática, os professores, conforme Chaves e Santos (2009), ao mesmo tempo em que

tendem a romper com suas práticas, tendem também a adotar outras formas de se relacionar com o aluno e o conhecimento, trazendo implicações para a sua prática e sua formação com o que foi possível apreender da



experiência didática mediada pela Modelagem. Com isso, o professor constrói as bases para uma nova visão sobre a relação professor-aluno-conhecimento numa perspectiva construtivista sóciointeracionista mediado pela reflexão e pelo trabalho colaborativo, caminhando para o desenvolvimento de uma nova cultura docente. (p. 16)

Nessa perspectiva, a prática com modelagem se constituiu em um meio de formação contínua capaz de contribuir para o desenvolvimento profissional docente. Destacamos ainda a característica colaborativa do trabalho com a modelagem como um importante meio de formação.

Diante das possibilidades de aprendizagem apresentadas nas discussões sobre a modelagem, no que se refere à formação tanto dos alunos quanto dos professores, consideramos pertinente tomar como objeto de análise e reflexão a dinâmica de algumas vivências em ações na perspectiva de modelagem, a partir dos trabalhos de um grupo de docentes que busca o aprofundamento de conhecimentos sobre a inserção da modelagem matemática na Educação Estatística no Ensino Fundamental<sup>9</sup>.

Para estabelecer essa discussão, no próximo item apresentaremos a metodologia de pesquisa e caracterizaremos o contexto gerador dos dados deste estudo.

## **Metodologia de pesquisa e caracterização do contexto**

Considerando os pressupostos de Garnica (2004), assumimos que este estudo é de natureza qualitativa, pois se insere no campo das Ciências Sociais, dentre as quais se inclui a Educação. Não há, portanto, uma hipótese *a priori* sobre seus resultados, considerando sua transitoriedade, conforme pondera Garnica (2004). Essa consideração se adequa a esta investigação, levando em conta que a análise de um processo de formação envolve fatores subjetivos os quais não são mensuráveis, controláveis ou previsíveis e essa subjetividade em que está imersa torna delicada a análise dos dados na pesquisa qualitativa, particularmente quando o pesquisador se insere no contexto pesquisado de forma ativa, agindo sobre ele com o intuito de provocar transformações. Nesse caso, a descrição cuidadosa e fiel dos acontecimentos é fator primordial para ampliar as possibilidades da observação e a pertinência das análises empreendidas por outros (Garnica, 2004; Lüdke & André, 1986).

Desse modo, priorizamos os procedimentos descritivos com o intuito de mostrar como, de fato, os dados foram construídos, admitindo a subjetividade dos pesquisadores no decorrer do processo de construção e análise dos dados. Tal pesquisa teve como contexto de construção dos dados as reuniões de um grupo de natureza colaborativa, o GI-FEM, o qual tem como foco de discussão e reflexão a Educação Estatística.

O grupo foi criado no início de 2012, a partir de um convite feito pela segunda autora aos professores que atuam na rede municipal de ensino de uma cidade do interior de São Paulo, Brasil. Naquela ocasião, o grupo era composto pelas duas pesquisadoras (autoras deste trabalho), por quatro professores especialistas em Matemática e por uma professora-pedagoga (professor que atua do 1.º ao 5.º ano Ensino Fundamental).

Atualmente o Grupo continua em atividade com os mesmos professores e pesquisadores, uma professora pedagoga e uma estudante de pedagogia que se juntaram a ele em 2016. Trata-se, portanto, de um trabalho voluntário tanto das pesquisadoras quanto dos professores.

No final de 2012, a primeira autora apresentou ao grupo sua pesquisa de mestrado (Mendonça, 2008), a qual teve como foco a reflexão sobre o uso da modelagem na implementação da Educação Estatística no Ensino Médio (anos finais da Educação Básica). Ao conhecer esse trabalho, os professores manifestaram interesse em aprofundar a discussão sobre a modelagem para a abordagem da Educação Estatística. Assim, durante o primeiro semestre de 2013, essa temática centralizou as discussões do grupo nos 16 encontros quinzenais de três horas. As discussões, as reflexões e as ações desenvolvidas no contexto do grupo e da ação docente foram complementadas e embasadas pela leitura de textos teóricos sobre modelagem matemática, enquanto perspectiva pedagógica. Esse movimento do grupo também gerou dados para a investigação de doutorado da primeira autora (Mendonça, 2015), que buscou compreender o envolvimento de um grupo de professores com a modelagem matemática na Educação Estatística.

Ao pensar uma forma de apresentação da modelagem matemática aos professores, nos deparamos com algumas dúvidas e inseguranças, em razão da multiplicidade de fatores a serem considerados, como as ações importantes que seriam oportunizadas e a forma de abordá-las, levando em conta as necessidades e os interesses dos professores e seus contextos de atuação. Em função disso, as vivências nas ações propostas na literatura foram sendo efetivadas de acordo com o interesse dos docentes, a partir da apresentação da primeira ação (vivência em atividades de modelagem como aluno), que foi sugerida pela primeira autora.

Esse processo, a nosso ver, colocou em destaque os interesses e as expectativas dos docentes, os quais serviram de base para o delineamento da experiência, de modo a promover um espaço propício à aprendizagem docente acerca da modelagem e da Educação Estatística. Refletir sobre esse processo pode fornecer elementos para o debate acerca da modelagem no campo da Educação Matemática, particularmente sobre aspectos que envolvem essa abordagem na sala de aula da Educação Básica para a inserção da Educação Estatística.

Os dados foram construídos a partir da gravação das discussões do grupo, das interações dos docentes e dos registros escritos desses e de seus alunos. O processo de análise ancora-se no referencial teórico construído, o qual sugere a vivência em algumas ações para a adoção da modelagem na prática pedagógica e considera essa vivência um meio eficaz para construir juízo sobre modelagem e para promover a aprendizagem docente sobre modelagem matemática. Essas perspectivas servirão de lentes para a reflexão sobre as oportunidades de aprendizagem acerca da modelagem, da Estatística e de seu ensino, geradas no espaço proposto, a partir das ações vivenciadas. Essa estratégia se justifica, pois o estudo sistemático da dinâmica das vivências propostas pode gerar subsídios para fomentar a discussão sobre a formação do professor, no que diz respeito à modelagem, para inserção da Educação Estatística na Educação Básica.

Passaremos a discutir, na próxima seção, a dinâmica do desenvolvimento das três ações vivenciadas no espaço de formação: vivência em atividade de modelagem como aluno, reflexão sobre casos de ensino e análise de modelos prontos.

## Descrição e análise dos dados

As vivências nas ações propostas geraram reflexões e ações dentro e fora do contexto do grupo colaborativo. Serão objetos de discussão deste trabalho algumas situações específicas de discussões do grupo e alguns objetos matemáticos apresentados no caso de ensino estudado, além de outros, construídos pelos professores no desenvolvimento de uma atividade de modelagem e por seus alunos na implementação das atividades elaboradas pelos docentes.

É prudente esclarecer que os “recortes”, representados aqui por diálogos e discursos escritos e falados, foram tomados, dentre tantos outros, porque contemplam situações ricas em possibilidades de discussão e abrangem os objetivos deste estudo, o qual busca refletir sobre as oportunidades de aprendizagem geradas em meio às ações vivenciadas por um grupo de professores em um espaço colaborativo, com vistas a observar as ações que favorecem a compreensão dessa perspectiva pedagógica e gerar aprendizagens docente. Assim, o processo de análise ocorrerá no decorrer da descrição das ações empreendidas nesse contexto.

As ações consideradas importantes para a formação dos professores, no que tange à modelagem, e discutidas anteriormente, foram apresentadas aos professores no primeiro encontro do grupo. O encaminhamento se deu com a apresentação das ações e dos objetivos de cada uma delas. A *vivência em atividade de modelagem como aluno* foi iniciada naquele mesmo dia e socializada no segundo encontro.

A atividade em questão foi proposta por Lesh, Amitt e Schorr (1997) a alunos do 9.º ano, considerando a equivalência com o sistema brasileiro. Apesar de ela ter sido elaborada para alunos da escola básica, pode ser explorada em diversos graus de ensino, de acordo com o nível de conhecimento dos envolvidos e o encaminhamento empreendido pelo professor ou formador. O texto tem o formato de um caso de ensino, com o detalhamento das discussões dos estudantes e as observações do pesquisador sobre elas.

A vivência, pelos professores, do papel de alunos poderia contribuir para que a reflexão sobre as atitudes, as discussões e as construções dos estudantes ocorresse com maior desenvoltura, quando passássemos para a discussão sobre casos de ensino. Esse mesmo caso *foi* usado no desenvolvimento da ação *análise de modelos prontos*, quando os modelos construídos e as estratégias empreendidas pelos alunos foram tomados para a reflexão.

A escolha do texto de Lesh et al. (1997) decorreu da relevância da discussão teórica referente ao planejamento de atividades de modelagem, já que esse aspecto fazia parte de nossa proposta de estudos e esse tema é pouco discutido na literatura nacional. Para o desenvolvimento da investigação, foi sugerida a formação de dois grupos, a critério dos próprios professores, que se dividiram em uma dupla e um trio.

### **O desenvolvimento da ação *vivência em atividade de modelagem como aluno***

A atividade se iniciou com a apresentação e a discussão da situação real que a originou: a concorrência pública para a venda de alimentos em parques ou instituições públicas. A partir dessa interação, foi apresentada a atividade, na forma como foi problematizada pelos autores. A situação-problema leva em conta alguns princípios elaborados pelos autores, a fim de fazer uma problematização da situação real de modo a gerar um processo de investigação autônoma por meio da matemática (Lesh et al., 1997).

Além disso, a tarefa contempla as tendências observadas para a Educação Estatística, a qual põe em destaque a participação ativa dos estudantes em um processo de investigação de situações reais, o que favorece o desenvolvimento do raciocínio estatístico, considerado por Garfield e Gal (1999) como uma forma de raciocínio que lida com as ideias estatísticas e tem a variabilidade como centro do processo de investigação estatística, quando se estabelecem relações sobre o problema investigado, a construção, a organização e a análise dos dados (Lopes, 2012).

A partir de tais pressupostos, a situação-problema proposta foi a seguinte:

No verão anterior uma pequena empresária tinha nove vendedores, que trabalhavam em tempo integral nos três períodos diferentes de funcionamento do parque. Neste verão ela só poderá contratar seis deles. A pequena empresária precisa decidir, dentre os nove funcionários do ano passado, quais os três vendedores que contratará para trabalhar em tempo integral e os três que trabalharão meio período, sendo que ela valoriza o profissional que consegue bom volume de vendas. (Lesh et al., 1997, p. 67)

A resolução do problema (da empresária) consistia em fazer a escolha dos seis vendedores e apresentar, em uma carta, a descrição da estratégia, os critérios utilizados nesse processo e o detalhamento do procedimento usado, para que a empresária o compreendesse e pudesse avaliar sua validade para aproveitá-lo nas próximas contratações.

Após a exposição da situação, buscando estimular a discussão e a observação da necessidade de dados, componente importante do raciocínio estatístico, conforme Wild e Pffankuch (1999), alguns questionamentos foram apresentados. Por exemplo: É possível ajudar a pequena empresária? As informações apresentadas são suficientes para isso? Que outras informações vocês julgam necessárias? Como obtê-las?

Os questionamentos geraram algumas discussões, as quais apontaram para algumas necessidades, assinaladas pelos docentes:

- saber quais dos nove vendedores do verão passado estariam dispostos a trabalhar neste ano;
- ter informações sobre o desempenho dos vendedores no verão anterior;
- conhecer as preferências dos vendedores sobre os períodos de trabalho.

Como é possível observar, as indicações iniciais sobre possíveis dados necessários para a compreensão da situação incluem variáveis quantitativas e qualitativas. No entanto, a

atividade proposta disponibilizava apenas dados quantitativos, os quais foram apresentados após a discussão anterior. Esses dados estavam organizados em duas tabelas, que continham as *horas trabalhadas* e o *total de vendas* de cada trabalhador em cada um dos três períodos, do ano anterior.

Durante a investigação, os professores manifestaram certa apreensão, externalizada em frases como: “*Tá muito complexo isso... são muitas variáveis...*” (P2). Naquele momento, os professores tentavam compreender o problema, analisando as variáveis apresentadas – *tempo*, em horas, e *vendas*, em dólares, conforme tabela 1. A dificuldade observada por eles advinha dos diferentes “momentos” em que os vendedores trabalhavam. Tais períodos, conforme figura 1, apresentavam níveis de frequência diferentes de pessoas no parque (alta, estável e baixa) nos três meses (junho, julho e agosto). Os primeiros modelos construídos mostram como os professores dos dois grupos compreenderam a situação:

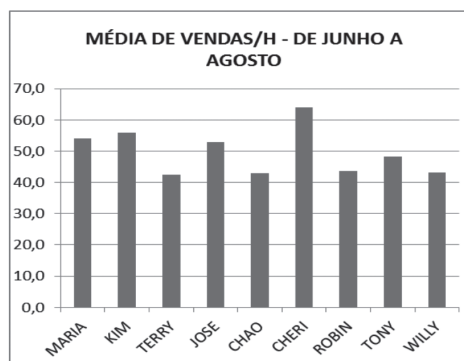


Figura 1. Média de vendas p/h (grupo 1)

	Ocupado	Estável	Lento
MARIA	62,71	52,61	51,36
KIM	79,84	50,06	36,85
TERRY	70,39	36,90	26,27
JOSE	71,35	52,69	36,86
CHAO	65,91	45,37	21,29
CHERI	85,76	64,06	51,01
ROBIN	70,66	39,15	29,44
TONY	78,78	53,03	44,35
WILLY	54,03	47,49	29,20

Tabela 1. Média de vendas p/h (grupo 2)

Os dois grupos trabalharam basicamente com a produtividade dos vendedores, sendo que o grupo 1 calculou a média geral de cada vendedor (de junho a agosto); e o grupo 2 considerou a média de vendas deles em cada período – alta frequência (ocupado), média frequência (estável) e baixa frequência (lento). Posteriormente este grupo usou o desvio padrão para observar a estabilidade nas vendas nos casos de médias muito próximas.

Questionados sobre essas escolhas, os dois grupos mostraram que levaram em consideração diferentes pressupostos. Um integrante do grupo 2, por exemplo, afirmou: “uma boa produtividade num momento de pouco movimento, por exemplo, o lento, determina a competência do vendedor, pois se ele é bom de vendas no momento de fraca frequência, será melhor ainda nos outros” (P4). Entretanto, o grupo 1 considerou a competência do vendedor, levando em conta sua produtividade no período todo (de junho a agosto), por entender que “o que importa é quem deu mais dinheiro para a empresária” (P1). Essa discussão mostrou que diferentes pressupostos levam a diferentes modelos, aspecto importante no processo de modelagem (Bean, 2012), o que foi explorado na discussão e culminou com a consideração da relevância de apresentar situações dessa natureza, para que os estudantes percebam a subjetividade presente em um modelo matemático

e desmistifiquem esses objetos. Essa reflexão foi favorecida com a análise dos modelos matemáticos elaborados, como preconizou Barbosa (2001).

No decorrer da investigação, os grupos atentaram para variáveis que não estavam explicitadas, como a assiduidade, por exemplo, indicada pelas faltas do vendedor (quando tinha zero de horas e de vendas). Essa consideração foi explicitada no relatório final do grupo 2: “Considerando que as faltas dos funcionários Chao e Willy são justificadas e desconsiderando suas ausências no cálculo das médias, os valores foram alterados”. Esse esclarecimento foi feito com a apresentação de um gráfico, no qual o valor zero foi desconsiderado nos cálculos da média, o que gerou discussões sobre o uso ou não desse valor na determinação dessa medida, levando em conta o modelo matemático que a determina, segundo o qual todos os elementos envolvidos são considerados.

Naquele ponto, fez-se necessário discutir esse modelo e a possibilidade de sua adequação ao pressuposto de que a falta foi justificada. Esses fatores foram levantados nas discussões durante a socialização dos dois grupos e deram suporte à reflexão sobre o equívoco ocasionado na simplificação de situações reais, feita muitas vezes nos exercícios em sala de aula. Nesse caso, a circunstância real favoreceu a compreensão de uma propriedade da média, a qual considera a quantidade zero como um elemento da distribuição no cálculo dessa medida. Essa discussão evidenciou a potencialidade das atividades de modelagem para a atribuição de significados aos conceitos. Ademais, ela instigou a reflexão sobre a compreensão pelos docentes de uma medida de tendência central. Assim, essa vivência se constituiu em um momento relevante para a aprendizagem docente, como assinalam Barbosa (2001) e Bassanezi (2004).

Em cada etapa da investigação, os professores relacionavam a atividade com seu contexto de ação profissional, considerando-a muito complexa para o nível de seus alunos. Essa relação estava nítida em falas como: “meus alunos não dão conta de resolver esse problema” (P5), ou ainda “tem muitas variáveis... teria que ser uma atividade bem simples” (P1). Nessa fala, apesar de serem apresentadas apenas duas variáveis (vendas e tempo), P1 considera os diferentes momentos que a atividade apresenta (ocupações do parque). Pode ser, ainda, que P1 leve em conta também os diferentes pressupostos elencados anteriormente, talvez por acreditar na impossibilidade de desconsiderá-los em uma circunstância real.

Durante a socialização de suas resoluções, os professores também demonstravam preocupação com a postura de seus alunos diante de situações abertas, como indica a afirmação de P5: “os meus alunos não têm autonomia nenhuma, nem pra resolver problemas simples”. Essa declaração nos conduziu à reflexão sobre a cultura da escola, de modo geral, e sobre a influência da postura dos professores diante da falta de autonomia dos estudantes. A discussão evidenciou a autonomia como uma das habilidades a serem desenvolvidas na escola e a promoção de vivências em situações em que ela é requerida como um recurso para favorecer essa aquisição e ampliar a cultura de investigação nas salas de aula.

Tomar o contexto de suas ações como foco pareceu limitar a ação dos professores no desenvolvimento da situação-problema, já que as relações e os conceitos usados por eles nesse processo são estudados no ensino básico (média e desvio padrão; e modelos de

representação de dados, como gráficos de colunas, quadros e tabelas). Desse modo, não houve esforço, da parte dos professores, para observar outras relações entre os dados, mesmo sendo instigados nesse sentido. Isso pôde ser comprovado, por exemplo, na falta de iniciativa para responder à questão proposta por nós: “Será que maior tempo de trabalho implica em maiores vendas?”. Embora a pergunta tivesse sido feita durante o desenvolvimento da atividade, para instigá-los a usar outros conceitos e modelos estatísticos – como a reta de regressão e o coeficiente de correlação –, não houve iniciativa dos docentes para investigar tal afirmação.

Esse aspecto foi discutido durante a socialização das resoluções dos dois grupos, quando foi incluída a apresentação de procedimentos e modelos construídos sob essa ótica. Naquele momento, a discussão foi direcionada pelas necessidades e pelos interesses dos professores. No entanto, alguns fatores foram postos em foco, ainda que eles não os destacassem: o uso do conceito de correlação para verificar a afirmação de que o volume de vendas é diretamente proporcional ao tempo de trabalho e o emprego do desvio-padrão por um dos grupos para observar a estabilidade nas vendas de cada trabalhador.

Essa explanação foi feita para mostrar a importância, na perspectiva da modelagem, da socialização das diversas opções de abordagem do problema, dos procedimentos e conceitos usados por cada um dos grupos para ampliar as possibilidades de aprendizagem e de ação dos estudantes.

As discussões e as ações observadas mostraram que os professores não mobilizaram apenas saberes acadêmicos no decorrer do processo investigativo, já que seu contexto de ação profissional foi requerido muitas vezes, anunciando o foco de seus anseios: como levar atividades de modelagem para seus alunos, o que ficou claro na afirmação de P1:

Eu acho que dá pra explorar as coisas, mas ao mesmo tempo, puxando pro meu lado de professora, essas coisas precisam de empenho. Esse tipo de aula são aquelas pérolas que você faz e escolhe momentos para isso. O restante... (pausa) você tem dez aulas por dia e você tem que dar aulas em várias salas e não vai ter tempo de planejar tudo isso. Então, acho que se fizermos de vez em quando, vale a pena.

É possível concluir que P1 atribuiu importância às atividades de modelagem. No entanto, a dinâmica de seu contexto lhe parece incompatível com elas, pelo menos como prática cotidiana. Então, P1, por considerar a modelagem uma prática que demanda muito tempo e dedicação, entende que ela pode ser adotada apenas em momentos especiais, o que condiz com a perspectiva de Bisognin e Bisognin (2012) e O. R. Jacobini (comunicação pessoal, 08 de novembro, 2007).

A opinião de P1 não foi contestada pelos colegas do grupo, o que nos levou a concluir que ela seria compartilhada por todos. Essa constatação nos fez refletir sobre encaminhamentos que contribuíssem para aliviar a ansiedade observada e ampliar a compreensão dos professores sobre as possibilidades de usos e de aprendizagem criadas com a modelagem.

### **Desenvolvimento das vivências *reflexão sobre caso de ensino e análise de modelos prontos***

Em razão dos anseios dos professores por atividades adequadas ao contexto de seus alunos, utilizando os resultados da atividade proposta por Lesh et al. (1997), desenvolvida anteriormente pelos professores, demos prosseguimento à discussão sobre a modelagem matemática para a inserção da Educação Estatística, com a reflexão sobre *casos de ensino*. Nesse caso, tomamos como foco as discussões, os procedimentos, os modelos e as atitudes dos estudantes no desenvolvimento da tarefa. Acreditamos que o acompanhamento do processo desenvolvido por eles poderia contribuir para a percepção da dinâmica presente nas estratégias usadas e nos raciocínios possibilitados em um ambiente autônomo, em que se buscou tomar decisões com base em dados reais.

Desse modo, o desenvolvimento da vivência *reflexão sobre casos de ensino* compreendeu também a *análise de modelos prontos*, assim como ocorreu na vivência anterior, com o estudo dos modelos produzidos pelos professores no desenvolvimento da atividade como alunos. A demonstração do processo empreendido pelos estudantes surpreendeu os professores por conta dos raciocínios e dos modelos construídos por eles, como o que segue no Quadro 1. Ele mostra o resultado da pesquisa de um dos grupos para a situação-problema investigada.

Quadro 1. Classificação dos vendedores, conforme o grupo de Alan, Barb e Carla (adaptado de Lesh et al., 1997)

	<b>Lista Alan</b>	<b>Lista Barb</b>	<b>Lista Carla</b>	<b>Combinação</b>
CHERY	A	A	A	A
KIM	A	A	A	A
WILLY	A	A	B	A+
MARIA	C	B	A	B-
ROBIM	B	B	C	B+
CHAD	B	B	C	B+
JOSE	B	C	B	B+
TONY	C	C	B	C+
TERRY	C	C	C	C

Os estudantes do grupo analisado (Alan, Barb e Carla) atribuíram uma classificação a cada vendedor, usando as letras A, B e C. Nesse caso, as listas geradas pelos componentes do grupo foram criadas com base nos modelos e nos procedimentos elaborados no decorrer da investigação, bem como nos diferentes pressupostos dos estudantes. Desse modo, cada lista (as três primeiras colunas) é uma avaliação independente, ainda que os alunos estivessem no mesmo grupo. Ao final, diferentes listas foram combinadas, gerando uma classificação única, em que as letras A, B e C assumem pesos diferentes de acordo com a frequência em que elas ocorrem (coluna combinação). O modelo elaborado pelos alunos no caso de ensino analisado deu margem a muitas discussões. No entanto, serão apresentadas aqui apenas umas delas, em função da limitação de espaço.



Durante a discussão sobre a construção desse modelo elaborado pelos estudantes no caso de ensino, os professores do GIFEM fizeram considerações relacionadas com seus contextos de atuação. P1, por exemplo, afirmou: “isso é impossível acontecer nas minhas turmas do Ensino Fundamental!”. P3, por sua vez, pontuou: “nem no Ensino Médio dá!”. Já P2 disse: “esses alunos já estão acostumados com esse tipo de trabalho!”.

A afirmação de P2 é incoerente com o discurso recorrente sobre a incapacidade dos estudantes de elaborar modelos significativos e trabalhar de forma autônoma, o que fomentou a discussão com os seguintes questionamentos: “Como esses alunos chegaram a esse nível? Por onde podemos começar para que nossos alunos construam essa competência?”.

As reflexões levaram à conclusão de que é preciso estimular os estudantes a trabalhar autonomamente em situações que exijam esforço intelectual e empenho pessoal, ainda que essa autonomia seja mínima inicialmente e evolua com o tempo. Desse modo, estaríamos contribuindo para o desenvolvimento da competência para lidar com as situações novas que naturalmente surgirão na sua vida pessoal e profissional. Chamamos a atenção, no entanto, para a necessidade de mudança da postura do professor para que isso aconteça.

As discussões anteriores nos possibilitam considerar que a tomada do contexto de atuação como foco, apesar de ter limitado o uso de conceitos e procedimentos matemáticos, possibilitou reflexões sobre posturas e concepções consolidadas e sobre suas influências no processo de ensino e aprendizagem. Essa reflexão pode promover o desequilíbrio e a tomada de consciência para a adoção de novas posturas, confirmando o argumento de Amit e Hillman (1995, como citado em Barbosa, 2001).

Alguns indícios de esforço dos docentes, nesse sentido, podem ser observados no desenvolvimento das outras duas ações vivenciadas no contexto de formação do GIFEM, envolvendo a Modelagem na Educação Estatística. Observamos oportunidades de aprendizagem de diversas naturezas. No que tange a questões conceituais, por exemplo, destacamos o questionamento da professora P1 sobre a validade do modelo produzido pelos seus alunos do 5.º ano, para organizar os dados de duas variáveis do questionário de um projeto intitulado “Brincadeiras”<sup>10</sup>.

	1	2	3	4
Kauba Bãndera - 1f	3	3	4	7
Chute ao gol 4	0	1	2	1
paredeão - 1				1

Figura 2. Relação entre os dados das variáveis “Quantidade de vezes que brinca da brincadeira favorita” e “Brincadeira favorita”

O modelo apresenta os dados relativos a duas questões: “Qual a sua brincadeira favorita?” e “quantas vezes você brinca da brincadeira favorita?” Desse modo, constituíram-se em variáveis da pesquisa do projeto “Brincadeiras”, dentre outras: “brincadeira favorita” e “quantidade de vezes que brinca da brincadeira favorita”. Como é possível observar no modelo construído, os alunos representaram de forma intuitiva a relação entre essas duas variáveis. Ou seja, mostraram o comportamento da variável “quantidade de vezes que brinca” em relação “à brincadeira preferida”.

Outras socializações foram relevantes para discussão do grupo, quando P2 relata o desenvolvimento de um projeto com seus alunos, para conhecer a opinião e o gosto dos estudantes da escola pela música. Tomamos para análise e discussão um modelo construído pelos alunos do 8.º ano de P2 para a variável idade, a qual fazia parte do questionário de coleta de dados da pesquisa.

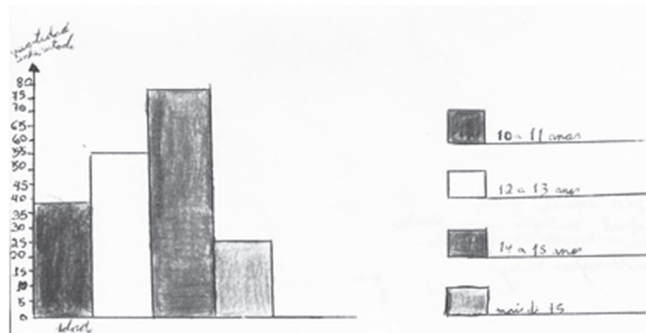


Figura 3. Gráfico da variável idade do Projeto “música”

Podemos observar que o modelo construído pelos alunos apresenta certos equívocos, pois não se constitui na melhor representação gráfica estatística para os dados coletados. Esse fato gerou muita discussão em determinado encontro do grupo e uma dúvida foi apresentada por um dos professores:

P4: Tem um intervalo ali que não entendi...

P2: É do histograma!

P4: Mas o que estou perguntando é se nessa idade cabe fazer isso...

P2: Falar de grandeza contínua?

Ao ouvir o questionamento de P4, pensamos que ele se referia à forma do intervalo usado para a construção do histograma. No entanto, em seguida, com a intervenção de P2, a segunda questão de P4 mostrou preocupação com a adequação do modelo ao nível de escolaridade dos alunos. Assim, a discussão se encaminhou para o esclarecimento da segunda questão, ou seja, o uso de variáveis contínuas no nível de escolaridade dos estudantes. Sobre esse aspecto, ponderamos que a construção do histograma depende do

domínio do conceito de continuidade, o que acontece com o estudo do conjunto dos números reais, que normalmente ocorre no 8.º ano. Nesse caso, a falta de compreensão desse conceito pelos alunos seria aceitável, se estes ainda não o tivessem estudado.

A discussão continuou com a exposição dos professores de situações vivenciadas anteriormente em seus contextos de ação envolvendo representações gráficas. Em meio a essas reflexões, buscamos retomar a discussão – com destaque para a análise crítica – sobre o modelo apresentado por P2, com a apresentação do questionamento: *E nesse histograma, cabe a legenda? Como eles fizeram?* Esses questionamentos buscavam instigar os docentes a se posicionarem sobre o modelo em análise apontando possíveis inadequações, como, por exemplo: 1) o fato de a primeira coluna iniciar no zero, sendo que o primeiro intervalo começava no número 10; e 2) a junção das colunas com os intervalos “discretizados” feitos pelos estudantes. O diálogo que segue mostra como se deu essa discussão:

*P3:* Isso não impede a compreensão dos alunos.

*Pesquisadora 1:* Pode começar com a coluna “colada” no eixo das quantidades? Como pode isso, se a primeira idade é 10 anos?

*P1:* Mas, pra mim, o zero está só no eixo vertical...

*Pesquisadora 1:* Ele não está nos dois? E o cruzamento dos dois eixos?

*P1:* Mas eles [os alunos] estão acostumados com o qualitativo, que os números estão só no eixo vertical.

*Pesquisadora 1:* No caso do qualitativo seria o gráfico de colunas. Mas aí (mostrando o gráfico) a variável é quantitativa! (silêncio).

*Pesquisadora 1:* Então... como poderia ser a intervenção nesse caso? (silêncio). Será que se pedisse a eles para colocar os números dos intervalos no eixo horizontal não faria com que eles percebessem que o limite inferior não pode ficar junto do eixo vertical?

*P2:* É, acho que sim. Talvez seja por isso que eles fizeram a legenda...

*Pesquisadora 2:* Sim, também poderia sugerir o uso da planilha eletrônica, pois lá eles poderiam escolher entre o gráfico de colunas e o histograma e aí eles veriam a diferença.

É possível observar que, apesar do questionamento apresentado inicialmente, os docentes não revelaram ter percebido a importância da indicação das categorias da variável estudada no eixo horizontal. A partir daí, os questionamentos são mais diretos, com indicações e encaminhamentos, na busca de direcionar a reflexão dos docentes para aspectos, apresentados no modelo, pertinentes para a reflexão sobre os conceitos envolvidos na sua elaboração. Essa atitude ocorreu em função de um questionamento de P5: *“Mas então, qual é o gráfico adequado nesse caso, o histograma ou o gráfico de colunas?”*.

O questionamento mostra que P5 não tinha abstraído das discussões anteriores a compreensão de que os intervalos construídos não eram adequados para a elaboração do histograma, já que aqueles constituíam uma categorização, na qual se juntaram as idades de dois em dois anos (apesar dessa lógica não se repetir no último intervalo). Sendo assim, o gráfico de colunas seria mais adequado à situação.

A discussão mostra a dinâmica vivenciada no grupo na análise de um modelo matemático elaborado pelos alunos, a qual proporcionou reflexão sobre diversos aspectos relativos à construção da representação gráfica adequada para variáveis discretas e contínuas, apesar de vários deles não terem sido abordados naquele momento, em função da nossa decisão de encaminhar as discussões de acordo com os interesses dos docentes. Após essa discussão, P3 interveio:

*P3:* Mas eu fico pensando assim: eles vão fazendo... aí, sai um monte de coisas erradas e só depois eu vou ensinar o correto? Não é melhor ensinar antes?

*P2:* Mas aí você está no tradicional...

A partir do questionamento de P3, apresentamos a proposta de Blum e Ferri (2009) sobre a intervenção pedagógica no desenvolvimento de tarefas de modelagem, observando a importância da intervenção estratégica. Entretanto, ponderamos que é possível que, na dinâmica complexa da sala de aula, alguns modelos e processos desenvolvidos pelos estudantes passem despercebidos ou não sejam valorizados pelo professor por diversos motivos, inclusive como uma estratégia intencional com vista a uma intervenção posterior.

Em meio a essa discussão, P3 se adiantou, informando que os estudantes que elaboraram o modelo em discussão trabalharam de forma completamente autônoma, mas que procuraria retomar a reflexão sobre o modelo analisado, posteriormente com eles da forma como foi feita ali no grupo. Essa declaração indica a assunção, pela docente, de um compromisso com a aprendizagem dos seus alunos, característica importante para a adoção da modelagem na prática pedagógica, como assinala Chaves (2012).

A partir das características específicas do ambiente proposto, as discussões, no decorrer do desenvolvimento das ações sugeridas, possibilitaram a contemplação de situações que geraram dúvidas, reflexões e discussões acerca da modelagem e da Educação Estatística. Desse modo, esse espaço mostrou-se fértil para a construção de aprendizagens de diversas naturezas, favorecendo o desenvolvimento dos sujeitos. Nesse caso, cada um – com seus interesses, suas capacidades e suas limitações – teve a oportunidade de questionar, de posicionar-se e agir com total liberdade e apoio de seus pares.

## Conclusões

A vivência no desenvolvimento da atividade se mostrou motivadora para a construção de significados de conhecimentos disciplinares e pedagógicos, como foi evidenciado nas discussões anteriores. As ações vivenciadas em um processo de formação sobre a modelagem matemática e a Educação Estatística favoreceram a aprendizagem docente, tendo em vista a natureza colaborativa do grupo e o compromisso dos professores com a melhoria do ensino, em seu contexto educacional. A predisposição para a construção de conhecimentos da teoria e da prática foi determinante para o seu envolvimento no processo de desenvolvimento profissional.

A situação-problema presente no caso de ensino usado na ação *vivência em atividade de modelagem como aluno*, parece não ter se constituído em um problema para os professores, pois, mesmo essa atividade podendo ser analisada com maior aprofundamento – o que demandariam maior esforço intelectual – os professores usaram conceitos e procedimentos semelhantes aos que seus alunos usariam e desconsideraram as problematizações apresentadas, às quais demandavam o aprofundamento da investigação. As discussões apresentadas evidenciam os anseios dos docentes pela compreensão sobre questões pedagógicas e procedimentais no desenvolvimento de uma atividade de modelagem.

Ainda assim, ao assumir o papel de aluno na investigação da situação proposta, os professores se depararam com a necessidade de revisitar conceitos e procedimentos, de posicionar-se na defesa de suas concepções e de abrir-se para a compreensão de novas ideias. Essa dinâmica permitiu que eles se preparassem para ajudar os alunos, quando esses se deparassem com atividades com a mesma característica, como foi preconizado pelos diversos autores citados no referencial teórico (Almeida & Dias, 2007; Barbosa, 2001; Bassanezi, 2004).

A reflexão sobre casos de ensino se mostrou pertinente para os professores perceberem as possibilidades de aprendizagem – tanto para os estudantes como para eles próprios – geradas pela prática com a modelagem matemática, aspecto evidenciado, por exemplo, quando um dos professores assume a necessidade de retomar a análise de um modelo produzido por seus alunos, a partir da reflexão empreendida no grupo sobre ele. A vivência favoreceu ainda a observação da dinâmica de um ambiente de aprendizagem pautado na investigação autônoma dos alunos e a reflexão sobre a forma de intervenção que esse processo demanda. Os dados evidenciam a contemplação da expectativa dos diversos estudos apresentados no referencial teórico acerca dessa vivência para a formação docente (Barbosa, 2001; Bassanezi, 2004; Chaves 2012).

No que se refere à vivência na *análise de modelos prontos*, consideramos pertinente assinalar a importância de tomar para a análise os modelos matemáticos elaborados pelos alunos no desenvolvimento das atividades elaboradas e implementadas pelos próprios professores. Observamos que tais modelos foram particularmente significativos para os docentes ressignificarem conceitos e procedimentos matemáticos. Eles também foram relevantes por permitir aos docentes avaliar, de forma crítica, a própria experiência ao lidar com uma perspectiva pedagógica, em especial no que tange à sua intervenção no

desenvolvimento da atividade pelos alunos. Esta constatação amplia a expectativa observada no referencial teórico, a qual põe em destaque a potencialidade da *análise de modelos matemáticos prontos* para a compreensão da natureza da Matemática (Barbosa, 2001; Bassanezi, 2000).

A partir das ponderações anteriores, é possível concluir que as vivências oportunizadas no espaço de formação favoreceram a promoção de um ambiente propício à ampliação do conhecimento dos professores sobre a Educação Estatística e sobre os aspectos teóricos e metodológicos da modelagem na sala de aula da Educação Básica, o que foi beneficiado pela dinâmica colaborativa do grupo. Essa característica permitiu aos docentes pôr em movimento conhecimentos profissionais já consolidados e abrir-se para outros, novos – processo que favorece a aprendizagem docente (Furlanatto, 2008; Hjalmarson, 2003).

Ademais, consideramos a potencialidade das três ações vivenciadas para o aprofundamento de conhecimentos conceituais e pedagógicos relativos à Educação Estatística. Destaca-se nas discussões relacionadas aos projetos narrados pelos professores que os estudantes criam determinados procedimentos para a tabulação, a organização e a representação dos dados, diferindo dos formais modelos estatísticos. Na Educação Matemática temos tido ações pedagógicas que incentivam os alunos na criação de procedimentos diversificados na resolução de problemas. Essa atitude é particularmente relevante na modelagem matemática, pois um dos objetivos dessa perspectiva pedagógica é estimular a construção de modelos matemáticos próprios, dentre outras ações que favorecem o desenvolvimento dessa habilidade. Pelo que vimos nos registros dos alunos aqui descritos, talvez seja interessante que façamos o mesmo ao promover Educação Estatística.

## Notas

<sup>1</sup> Este artigo origina-se do projeto de pesquisa “O desenvolvimento profissional do professor de Matemática em Educação Estatística”, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), no âmbito do Doutorado, realizado no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

<sup>2</sup> A partir desse ponto, por vezes, usaremos o termo “modelagem” no sentido de “modelagem matemática”, para evitar repetição.

<sup>3</sup> GIFEM: Grupo de Investigação e Formação em Educação Matemática.

<sup>4</sup> Para Furlanatto (2008), a matriz pedagógica consiste em “arquivos existenciais que contêm imagens, conteúdos coletivos e pessoais, conscientes e inconscientes que são acessados quando o professor se exerce nos espaços pedagógicos” (p. 17).

<sup>5</sup> Para a autora, a colaboração “é produzida por intermédio das interações estabelecidas entre as múltiplas competências de cada um dos partícipes, os professores, com o potencial da análise das práticas pedagógicas; e o pesquisador, com o potencial de formador e de organizador das etapas formais da pesquisa. A interação entre esses potenciais representa a qualidade da colaboração” (Ibiapina, 2008, p. 20).

<sup>6</sup> Os termos “Atividade de modelagem” e “tarefas” são usados aqui como sinônimos.

<sup>7</sup> Esta perspectiva tem como principal objetivo pedagógico a compreensão crítica do mundo. Considera que o entendimento dos objetos e dos conceitos da matemática tem papel

importante nessa compreensão, em função de essa embasar as Ciências de modo geral. Sua base epistemológica está na perspectiva emancipatória em uma abordagem sociocrítica da sociologia política (Kaiser & Sriraman, 2006).

- <sup>8</sup> As tensões, conforme a autora, são manifestadas nos discursos de um grupo de docentes quando estes se expressam sobre suas experiências com a modelagem na sua prática pedagógica. Elas estão ligadas a dúvidas e inseguranças sobre a forma de conduzir o processo de modo geral e algumas situações em particular.
- <sup>9</sup> No Brasil, o Ensino Fundamental atende a faixa etária de 6 a 14 anos.
- <sup>10</sup> O projeto “Brincadeiras” foi concebido por P1 na vivência da *elaboração de atividades de modelagem* e desenvolvido pelos estudantes de uma turma do 6.º ano de uma escola pública de Campinas-SP.

## Referências

- Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, & J. L. Araújo (Orgs.), *Modelagem Matemática na educação matemática brasileira: Pesquisas e práticas educacionais* (Vol. 3, pp. 253-268). Recife: SBEM.
- Arnaus, R. (1999). La formación del profesorado: Un encuentro comprometido con la complejidad educativa. In J. F. Rasco, J. B. Ruiz, & A. P. Gomez (Orgs.), *Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica* (pp. 559-635). Madrid: Akal.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da 24 Reunião Anual da ANPED* (pp.1-30). Caxambu, MG, Brasil: ANPED.
- Bassanezi, R. C. (2004). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* (2ª ed.). São Paulo: Contexto.
- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. In *Actas do 2 Encontro de probabilidade e Estatística na escola* (pp. 7-21). Braga: Universidade do Minho.
- Bean, D. (2012, outubro). As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos. In *Anais do 5º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Petrópolis, RJ: SBEM.
- Bisognin, E., & Bisognin, V. P. (2012, agosto). Percepções de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula. *Bolema*, 26(43), 1049-1079.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(1), 45-58.
- Brandt, C. F., Burak D., & Klüber, T. E. (2010). *Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica*. Ponta Grossa: UEPG.
- Chaves, M. I. A. (2012). *Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática* (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Pará, Belém, Brasil.
- Chaves, M. I., & Santos, A. E. (2009). Que professor se constrói com a modelagem matemática? In *Anais da 6 Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Londrina: UEL.
- Furlanatto, E. C. (2008). Formação de professor: tecendo experiências. *Notandum*, 17, 13-19.
- Garcia, M. (1997). A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In A. Nóvoa (Org.), *Os professores e a sua formação* (pp. 51-76). Lisboa: Don Quixote.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999) Teaching and assessing statistical reasoning. In L. Stiff, & F. Curcio (Orgs.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. (pp. 207-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- Garnica, A. V. M. (2004). História oral e educação matemática. In M. C. Borba, & J. L. Araújo (Orgs.), *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática* (77-98). Belo Horizonte: Autêntica.
- Hjalmarson, M. A. (2003). Designing a discussion: Teacher as designer. In *Proceedings of Mathematics Education Research Group of Australasia*, Geelong, Australia.
- Imbernón, F. (1994). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado: Hacia una nueva cultura profesional*. Barcelona: Graó.
- Ibiapina, I. M. L. M. (2008). *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos*. Brasília: Liber Livros.
- Isaia, S. (2007). Aprendizagem docente como articuladora da formação e do desenvolvimento profissional dos professores da Educação Superior. In M. E. Engers, & M. Morosini (Orgs.), *Pedagogia universitária e aprendizagem* (pp.153-165). Porto Alegre: EDIPUCRS.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 8(3), 302-310.
- Lesh, R., Amit, M., & Schorr, R. (1997). Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 65-83). Amsterdam: The International Statistical Institute.
- Lopes, C. E. (2012). A educação estocástica na infância. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 160-174.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Mendonça, L. O. (2008). *A Educação Estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio* (Dissertação de Mestrado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, Brasil.
- Mendonça, L. O. (2015). *Reflexões e ações de professores sobre modelagem matemática na Educação Estatística em um grupo colaborativo* (Tese de Doutorado) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, Brasil.
- Mendonça, L. O., & Lopes, C. E. (2015). Planejamento de atividades de modelagem: um caminho possível. Em Teia – Revista da Educação Matemática e Tecnológica *Ibero-Americana*, 6, 1-24.
- Nacarato, A. M. (2011). A formação do professor de Matemática: prática e pesquisa. *REMATEC*, 6(9), 27-48.
- Nono, M. A., & Mizukami, M. G. N. (2002). Casos de ensino e processos de aprendizagem profissional docente. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 83(203-204-205), 72-84.
- Oliveira, A. M. P. (2010). *Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores* (Tese de Doutorado). Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, Brasil.
- Oliveira, D. (2013). *As aprendizagens dos professores que ensinam matemática para crianças ao se inserirem em um espaço formativo sobre estocástica* (Tese de Doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, Brasil.
- Romanowski, A. P., & Martins, P. L. (2010). Formação continuada: contribuições para o desenvolvimento profissional dos professores. *Revista Diálogo Educacional*, 10(30), 285-300.
- Souza, A. C. (2013). *O desenvolvimento profissional de educadoras da infância: uma aproximação à educação estatística* (Tese de Doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, Brasil.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-65.



**Anexo - Tabelas apresentadas na atividade desenvolvida pelos docentes no desenvolvimento da vivência em atividade de modelagem como aluno (Mendonça, 2015).**

**1. DÓLARES GANHOS POR CADA VENDEDOR NO PERÍODO TRABALHADO**  
(Lesh, Amit & Shorr, 1997, p.67)

<b>DÓLARES GANHOS</b>									
	Frequência em Junho			Frequência em Julho			Frequência em Agosto		
	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa
MARIA	690	780	462	699	758	885	788	1732	1462
KIM	474	874	406	4812	2032	447	4500	834	712
TERRY	1047	667	284	1389	804	450	1062	806	491
JOSE	1263	1188	765	1684	1668	449	1822	1276	1358
CHAD	1264	1172	0	2477	681	548	1923	1130	89
CHERI	1115	278	574	2972	2399	231	1322	1594	577
ROBIN	2253	1802	610	4470	993	75	2754	2327	87
TONY	550	903	928	1296	2360	2610	615	2184	2518
WILLY	0	125	64	3073	767	768	3005	1253	253

**2 – TEMPO DE TRABALHO DE CADA VENDEDOR NO PERÍODO ANALISADO**  
(Lesh, Amit & Shorr, 1997, p.68)

<b>HORAS TRABALHADAS</b>									
	Frequência em Junho			Frequência em Julho			Frequência em Agosto		
	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa
MARIA	12,5	15	9	10	14	17,5	12,5	33,5	35
KIM	5,5	22	15,5	53,5	40	15,5	60	14	23,5
TERRY	12	17	14,5	20	25	21,5	19,5	20,5	24,5
JOSE	19,5	30,5	34	20	31	14	22	19,5	36
CHAD	19,5	26	0	36	15,5	27	30	24	4,5
CHERI	13	4,5	12	33,5	37,5	6,5	16	24	16,5
ROBIN	26,5	43,5	27	67	26	3	41,5	58	5,5
TONY	7,5	16	26	16	41,5	51	7,5	42	84
WILLY	0	3	4,5	38	17,5	39	37	22	12

