# Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades

## Learning opportunities experienced by teachers when collectively discussing a lesson on patterns and regularities

**Alessandro Jacques Ribeiro**
Universidade Federal do ABC, Santo André
Brasil
alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

**Marcia Aguiar**
Universidade Federal do ABC, Santo André
Brasil
marcia.aguiar@ufabc.edu.br

**André Luis Trevisan**
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina
Brasil
andrelt@utfpr.edu.br

**Resumo**. Neste artigo são apresentados resultados de uma pesquisa que se propôs a identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando professores discutem e analisam coletivamente uma aula da escola básica envolvendo padrões e regularidades. O estudo foi desenvolvido sob a perspectiva qualitativa-interpretativa e os dados analisados são constituídos por protocolos de resolução de tarefas formativas, áudios e vídeos colhidos ao longo de um processo de formação continuada. Os resultados do estudo apontam que as tarefas de aprendizagem profissional favoreceram que os professores discutissem o conhecimento dos estudantes e do ensino acerca de padrões e regularidades. Observou-se que o formato destas tarefas, contendo registros de prática, aliado às ações do formador durante as discussões coletivas, possibilitaram aos participantes diferenciar e entender os processos de raciocínio dos estudantes, como o uso da representação tabular na compreensão do pensamento algébrico. Por fim, identificou-se ainda a relevância das oportunidades de aprendizagem que os professores vivenciaram, quando validaram e repensaram, juntamente com a própria professora da turma, as escolhas e decisões tomadas por ela no decorrer de sua aula.
*Palavras-chave:* formação contínua de professores; oportunidades de aprendizagem; aprendizagem de professores de matemática; discussões coletivas; ensino de álgebra; padrões e regularidades.

**Abstract.** In this paper, the results of a research that aims to identify and understand how professional learning opportunities emerge when teachers collectively discuss and analyze a lesson involving patterns and regularities in basic school are presented. The study was developed from the perspective of a qualitative-interpretative research and data analyzed consists of protocols for the resolution of formative tasks, audios and videos collected during the teacher education process for in-service teachers. The results of the study show that professional learning tasks enable teachers to discuss students' and teaching knowledge about patterns and regularities. It was observed that the format of these tasks, containing records of practice, combined with the actions of teacher educators during collective discussions, favored the participants to differentiate and understand the students' reasoning processes, such as the use of tabular representation in understanding algebraic thinking. Finally, the relevance of the learning opportunities that teachers experienced when they validated and rethought, together with the class teacher herself, the choices and decisions made by her during her class was also identified.
*Keywords*: in-service teacher education; learning opportunities; mathematics teachers' learning; collective discussions; teaching of algebra; patterns and regularities.

Recebido em abril de 2020
Aceite para publicação em junho de 2020

## Introdução

Buscar compreender como se caracterizam as oportunidades de aprendizagem de estudantes da escola básica é um tema que já vem sendo investigado há muito tempo (Heyd-Metzuyanim, Tabach, & Nachlieli, 2016). No entanto, no que tange à formação de professores, a busca pelo entendimento de como se constituem e se desenvolvem oportunidades para a aprendizagem desses professores é bem mais recente e tem focado, em especial, a formação inicial (Tatto & Senk, 2011). Estudos como os de Webster-Wright (2009) e Russ, Sherin e Sherin (2016) discutem diferentes compreensões acerca de quando, como e onde ocorre a aprendizagem do professor e, ainda, sobre o fato dessa aprendizagem se desenvolver ao longo de sua carreira.

Toma-se por base no presente estudo um entendimento de que o desenvolvimento profissional e a aprendizagem do professor possibilitam uma melhora em seus conhecimentos, competências e atitudes (Martins & Santos, 2012; Serrazina, 2013), em especial, em situações que envolvam sua prática diária, incluindo-se aí, os momentos de sala de aula, planejamento, avaliação e colaboração com colegas e outros (Davis & Krajcik, 2005). Alia-se a isso uma compreensão de que a aprendizagem do professor está distribuída entre indivíduos e artefatos, como o caso de tarefas preparadas para sua formação (Putnam & Borko, 2000). Assim, tem-se por objetivo no presente artigo, identificar e compreender como oportunidades de aprendizagem profissional emergem quando professores discutem e analisam coletivamente uma aula envolvendo padrões e regularidades na escola básica.

Como forma de operacionalizar o objetivo delimitado neste artigo, busca-se responder às seguintes questões de pesquisa: (i) Como tarefas de aprendizagem profissional possibilitam aos professores discutir o conhecimento dos estudantes acerca de padrões e regularidades? E, ainda, (ii) Que conhecimentos para o ensino de padrões e regularidades são reconhecidos pelos participantes quando analisam coletivamente as ações de uma professora em uma aula da escola básica?

Fundamentado nessa perspectiva de aprendizagem, organizou-se um processo de formação continuada para professores, envolvendo também professores em formação inicial, o qual favoreceria uma vivência em espaços de discussão e de trabalho coletivo e, também, possibilitaria a reflexão sobre seus conhecimentos profissionais e o compartilhamento de suas experiências da prática da sala de aula, oportunidades estas mediadas por tarefas que favoreçam sua aprendizagem profissional (Ball & Cohen, 1999; Silver et al., 2007; Smith, 2001; Swan, 2007).

As tarefas de aprendizagem profissional (TAP) desenhadas e realizadas no processo formativo, contexto de recolha de dados para a pesquisa, contemplavam situações matemáticas envolvendo diferentes tipos de padrões e regularidades apresentando suas generalizações por diferentes representações e finalizando nas expressões algébricas (Britt & Irwin, 2011; Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008; Pimentel & Vale, 2012), bem como exploravam conhecimentos profissionais dos professores para o ensino de padrões e regularidades na escola básica (Branco & Ponte, 2014; Ponte, 2012; Zazkis & Liljedahl, 2002).

## Enquadramento Teórico

### Tarefas de Aprendizagem Profissional

A aprendizagem profissional dos professores ancorada na prática (Ball & Cohen, 1999; Lampert, 2010; Smith, 2001) e facilitadora de uma *aprendizagem profissional autêntica* (Webster-Wright, 2009) contempla em seu núcleo as TAP como mediadoras da construção de conhecimentos profissionais docentes. Loucks-Horsley (1997) aponta que oportunidades de aprendizagem fundamentadas na prática dos professores precisam ser elaboradas e desenvolvidas, com professores em formação inicial e continuada, de modo a proporcionar aprendizagem profissional ao longo de suas carreiras. Já Bruce et al. (2010) ressaltam a sala de aula como base para se construir oportunidades de aprendizagem profissional para os professores, de modo que eles se envolvam com o "uso de ciclos interativos de planejamento, desenvolvimento e reflexão [de aulas]" (p. 1599) e que isso possibilite "conhecer como essas oportunidades de aprendizagem impactam para a eficiência dos professores e desempenho dos alunos" (idem).

Ao se pensar a aprendizagem profissional na perspectiva de uma ação coletiva, Ball e Cohen (1999) e White et al. (2013) elencam a criação de oportunidades para os professores aprenderem uns com os outros como um importante trampolim para que seja rompido o isolamento muito presente e usual no trabalho do professor. Essa abordagem certamente favorece a ampliação de oportunidades para que eles possam aprender de forma coletiva (Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014). Embora se reconheça o papel crucial dos professores na aprendizagem dos estudantes, as abordagens para sua educação, tanto inicial como continuada, muitas vezes não os ajudam a desenvolver conhecimentos necessários para sua prática (Ball & Even, 2009). Para essas autoras, um elemento central dessa aprendizagem fundamenta-se em atividades críticas da profissão (nas práticas de ensino e aprendizagem) e implica "na seleção ou criação de materiais que descrevam de forma útil o trabalho do professor e possam ser selecionados, representados, ou modificados para criar oportunidades tanto para professores iniciantes quanto para professores em atuação aprenderem" (p. 13). A proposta de aprendizagem "centrada na prática" apresentada pelas autoras não implica necessariamente "tomar situações nas salas de aula em tempo real", mas "concentrar a aprendizagem profissional em materiais de salas de aula que apresentam problemas salientes de prática", tomando "documentação estratégica da prática" (p. 14).

Ribeiro e Ponte (2019) trazem as TAP como elementos integrantes do que eles designam por oportunidades de aprendizagem profissional (OAP). Em seu estudo, os autores assumem as TAP, a partir da perspectiva de Ball e Cohen (1999), como sendo "tarefas que envolvem professores no trabalho do ensino, podem ser desenvolvidas a fim de encontrar um objetivo específico para a aprendizagem do professor e levam em consideração o conhecimento prévio e a experiência que os professores trazem de sua atividade" (p. 27). Segundo Ribeiro e Ponte (2019), as TAP são tarefas elaboradas com a finalidade de propiciar aprendizagens aos professores em uma situação específica (Ball & Cohen, 1999) e são caracterizadas, dentre outros aspectos, pelo uso de registros de prática (Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014), tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares, e planos de ensino. Ao combinar tais recursos na elaboração das TAP, diferentes autores destacam a importância de se levar em conta que tais tarefas se constituem em ferramentas poderosas para que se leve, para o contexto da formação de professores, aspectos da prática da sala de aula como integrantes destas TAP (Smith, 2001).

## Conhecimento matemático para o ensino de padrões e regularidades

O conceito de *Conhecimento Matemático para o Ensino* (*Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT, no original), segundo seus propositores, tem como origem o conhecimento necessário para que os professores possam exercer seu papel de ensinar (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Esses autores enfatizam a importância de que seja investigado, na prática do professor, quais conhecimentos ele necessita para desempenhar a docência. Com isso, Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam (1) o conhecimento do conteúdo (Shulman, 1986) subdividido em CCK (conhecimento comum do conteúdo) e SCK (conhecimento especializado do conteúdo); e (2) o conhecimento pedagógico do conteúdo (Shulman, 1986) subdividido em KCS (conhecimento do conteúdo e os estudantes) e KCT (conhecimento do conteúdo e o ensino), sendo estes dois últimos focos de interesse deste artigo. Enquanto o KCS inclui a habilidade de antecipar o modo como os estudantes pensam e quais dificuldades podem apresentar, bem como ter familiaridade com os erros matemáticos comuns e saber por que os estudantes os cometem, o KCT implica selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar essas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo.

Para Ball e Bass (2003) "oportunidades de os professores aprenderem matemática devem incluir experiências de descompactar ideias, procedimentos e princípios matemáticos familiares" (p. 13). No trabalho dos autores, a investigação desse processo está fortemente ancorada na observação da prática do professor em atuação em sala de aula. A perspectiva do grupo liderado por Ball alinha-se com resultados de outros pesquisadores. Por exemplo, Davis e Simmt (2006) defendem que "o conhecimento de matemática necessário para o ensino não é uma versão diluída da matemática formal" (p. 295). Nessa mesma direção, Ponte (1999, 2012) defende uma perspectiva de conhecimento profissional fortemente ancorado na prática letiva e orientado para a ação, apoiando-se tanto em aspectos de natureza teórica (acerca da Matemática, da educação em geral e do ensino da Matemática) e também de natureza social e experiencial (os estudantes, a dinâmica da aula, os valores e a cultura da comunidade envolvente, a comunidade escolar e profissional, etc.).

No que se refere aos conhecimentos dos professores para ensinar padrões e regularidades e suas conexões com o ensino de álgebra, há de se considerar a relevância dos professores mobilizarem conhecimentos que possibilitem compreender o pensamento algébrico dos estudantes, por meio do uso de diferentes representações matemáticas (Britt & Irwin 2011) na elaboração de conjecturas, argumentação e generalização (Pimentel & Vale, 2012; Pimenta & Saraiva; 2019), inclusive o uso do pensamento recursivo para compreender os padrões (Blanton & Kaput, 2005; Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008). Com isso, é possível que os professores subsidiem a superação de dificuldades que os estudantes normalmente possuem no que tange à generalização de padrões numéricos e geométricos (Zazkis & Liljedahl, 2002), e mesmo na escrita da generalização por meio de expressões algébricas (Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008).

Pode-se considerar, no intuito de se mobilizar e ampliar o conhecimento matemático para o ensino acerca da temática em questão, que processos de formação devam integrar TAP que explorem diferentes tipos de padrões e regularidades, nos quais se utilizem de diferentes representações para se expressar as generalizações, inclusive a representação algébrica. (Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008; Zazkis & Liljedahl, 2002). Além disso, há ainda de se contemplar ao longo de uma formação tarefas que possam ser desenvolvidas com professores e que favoreçam a articulação entre o conteúdo e a pedagogia, utilizando-se de sequências pictóricas como um território fértil para se construir generalizações e, consequentemente, promover o pensamento algébrico (Branco & Ponte, 2014). Uma possibilidade bastante promissora é o trabalho com padrões figurativos e representações pictóricas, pois esses possibilitam o desenvolvimento de processos criativos de resolução, a articulação de diferentes representações matemáticas, conduzindo à elaboração de conjecturas, à argumentação e à generalização (Britt & Irwin, 2011; Pimenta & Saraiva, 2019; Pimentel & Vale, 2012).

## Metodologia da Pesquisa

### Contexto do estudo e os participantes da pesquisa

O processo formativo em que os dados foram recolhidos foi desenvolvido ao longo de 15 encontros semanais de quatro horas, e tinha por objetivo desenvolver e ampliar conhecimentos profissionais para o ensino de padrões e regularidades na escola básica. Os encontros, dinamizados por três formadores (Aguiar, Ribeiro e João), sendo dois deles, o primeiro e segundo, autores desse artigo, conjugavam momentos de trabalhos (i) individuais, (ii) em pequenos grupos e (iii) em discussões coletivas em plenária. Os participantes eram professores de Matemática do ensino fundamental e médio (equivalentes ao 3.º ciclo e ensino secundário, de Portugal), formados e em formação inicial, sendo a maior parte das atividades realizada na universidade e três encontros realizados em escolas de ensino básico. Contamos com a participação de 33 professores, dentre eles a professora Maria, sete em formação inicial e 26 formados (cinco destes sem experiência em sala de aula).

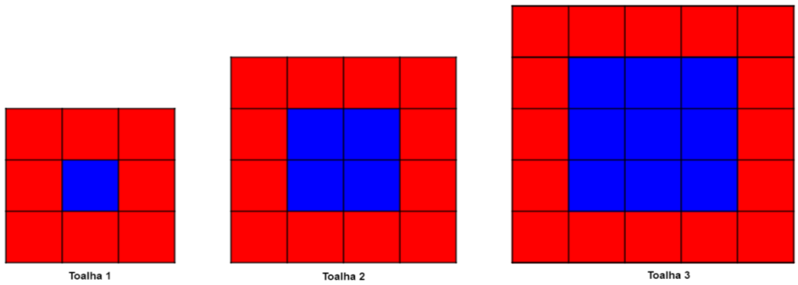
As sessões de trabalho contemplavam momentos de estudos teóricos (totalizando oito horas) e momentos de trabalho *hands on*, os quais eram mediados por TAP elaboradas pelos três dinamizadores dos encontros. O processo formativo continha cinco TAP e, para sua realização, os professores foram divididos em seis grupos (quatro a seis participantes), organização feita pelos formadores de modo que, em todos os grupos, houvesse (i) professores com e sem experiência em sala de aula e (ii) professores formados e em formação inicial.

Neste artigo, analisaremos as discussões coletivas ocorridas na plenária da 5.ª TAP. Esta TAP é a finalização de um processo que envolveu a 3.ª e a 4.ª TAP, uma vez que essas três TAP formaram o ciclo interativo de planejamento, desenvolvimento e reflexão de aulas elaboradas coletivamente pelo grupo de professores, doravante, designado por *Ciclo PDR* (Trevisan, Ribeiro, & Ponte, 2020). As três TAP tinham a intenção de promover discussões matemáticas e didáticas acerca do ensino de padrões e regularidades na escola básica. Cada uma destas TAP tinha o formato que a seguir se apresenta.

A 3.ª TAP consistiu na *preparação* em pequenos grupos e posterior discussão coletiva de planos de aulas tematizando padrões e regularidades para o 7.º e o 8.º anos (12-13 anos), e na seleção de um destes planos para ser ministrado posteriormente. Apresentamos a tarefa matemática (Figura 1) referente ao plano de aula selecionado pelos próprios professores e que foi desenvolvido em uma turma do 7.º ano.

**Toalhas da Vovó**

A vovó Ana é uma cliente fiel de uma loja de toalhas de mesa. Em sua última ida à loja, ela ficou encantada por um tipo de estampa que viu. Tendo diversos tamanhos ela ficou confusa tentando perceber se havia uma regra para a estampa das toalhas. Abaixo está representado os três primeiros tamanhos de toalhas:




Caros estudantes ajudem a vovó a solucionar suas dúvidas. Discuta em seu grupo e tentem chegar a uma solução.

1º Com o material manipulável que receberam do professor represente as 3 primeiras toalhas nele.

2º Discuta no seu grupo e descreva abaixo o que vocês perceberam na construção da toalha 1, toalha 2 e toalha 3.

3º No material manipulável montem como vocês acham que serão as toalhas 4, 5, 6 seguindo o mesmo padrão.

4º Represente no quadriculado abaixo (o quadriculado foi retirado devido a limitação de páginas no artigo) os resultados encontrados pelo seu grupo no material manipulável (questão 3).

5º Descreva como o grupo chegou nas representações das toalhas 4,5 e 6.

6º A vovó descobriu que ela precisa da toalha 12. Discuta em grupo e descreva algebricamente quantos quadradinhos azuis e quantos quadradinhos vermelhos terá essa toalha.

7º Descreva uma regra que permita determinar o número total de quadradinhos em qualquer toalha (observação: a toalha deve ter o mesmo padrão e regularidade que a toalha da vovó Ana).

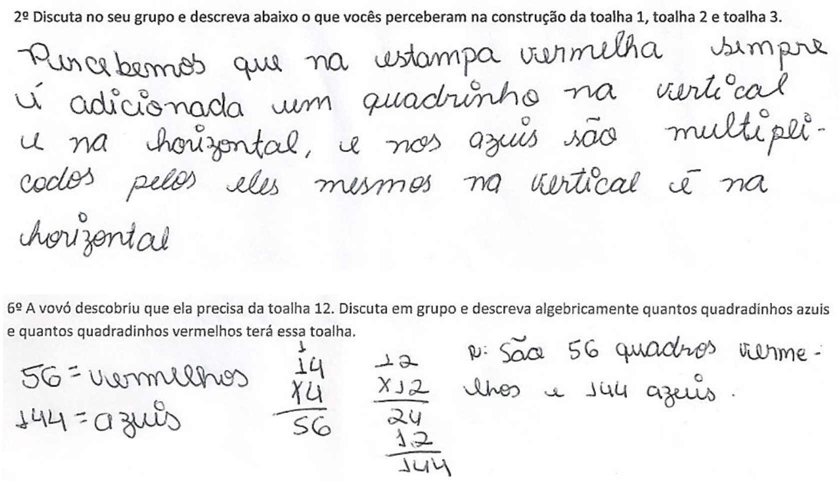
8º Escreva uma expressão algébrica que represente a regra que você descreveu no exercício anterior.

Figura 1. Tarefa matemática do plano de aula do 7.º ano

Na 4.ª TAP ocorreu o *desenvolvimento* do plano de aula selecionado por um dos professores participantes (professora Maria, que tinha um ano de formada e, na altura, atuava nos anos finais do Ensino Fundamental em uma escola pública). Durante a aula estavam presentes outros integrantes do grupo que elaboraram essa aula: Antonia, que auxiliou a professora; Flávio e a Claudia, observaram a aula. Além deles, tínhamos a presença, no momento do desenvolvimento do plano de aula na escola, de dois formadores: Aguiar, filmando e observando a aula, e João, filmando. Durante a aula tínhamos duas filmadoras: uma filmando só a professora e a outra filmando os estudantes.

Na 5.ª TAP teve lugar a *reflexão* coletiva da aula, mediada por um roteiro elaborado pelos formadores que era construído por registros de prática retirados da aula (4.ª TAP), juntamente com questões para fomentar as discussões entre os integrantes do processo formativo. Esses registros incluíram:

1.º) Protocolos escritos dos estudantes (Figura 2) na resolução da tarefa matemática que constava no plano de aula. Trazemos para discussão o protocolo de um dos grupos de estudantes respondendo às questões 2 e 6 da tarefa matemática.


2º Discuta no seu grupo e descreva abaixo o que vocês perceberam na construção da toalha 1, toalha 2 e toalha 3.

Percebemos que na estampa vermelha sempre é adicionada um quadrinho na vertical e na horizontal, e nos azuis são multiplicados pelos eles mesmos na vertical e na horizontal

6º A vovó descobriu que ela precisa da toalha 12. Discuta em grupo e descreva algebricamente quantos quadradinhos azuis e quantos quadradinhos vermelhos terá essa toalha.

56 = vermelhos
144 = azuis

14 × 4 = 56

12 × 12 = 24 / 12 / 144

R: São 56 quadros vermelhos e 144 azuis.

Figura 2. Registros das respostas dos estudantes às questões 2 e 6

2.º) Quatro episódios em vídeo, onde a professora Maria resolve com os estudantes, durante a plenária, a questão 8 da tarefa matemática (ver Figura 1). Nesses vídeos, a professora organiza no quadro uma tabela com a quantidade de quadradinhos vermelhos, azuis e total, em várias toalhas. Ao final da discussão, ela utiliza a notação de potências para registrar a quantidade de quadradinhos azuis, assim como a expressão algébrica para o total de quadradinhos vermelhos em relação à posição: $V = (p + 2)^2 - p^2$ (Figura 3).

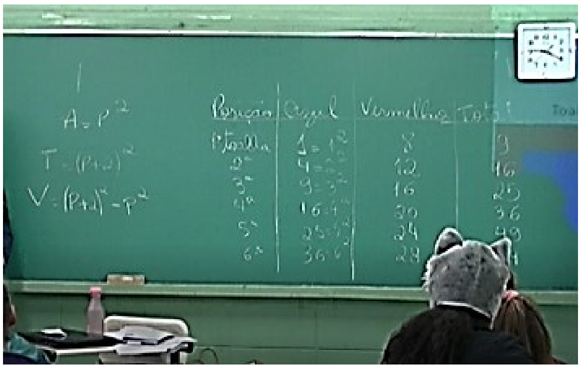



Figura 3. Tabela e fórmula registradas pela professora no quadro

A 5.ª TAP continha ainda questões para nortear as discussões entre os professores, com foco nos seguintes aspectos: (i) raciocínios utilizados pelos estudantes; (ii) dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução da tarefa; (iii) gestão da aula; (iv) ações da professora frente às dificuldades dos estudantes. Os aspectos (i) e (ii) inserem-se no domínio KCS (conhecimento do conteúdo e dos estudantes) e (iii) e (iv) no KCT (conhecimento do conteúdo e do ensino) (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Tais aspectos subsidiaram a elaboração de categorias de análise dos dados deste artigo.

Esse encontro durou quatro horas, sendo que nas duas primeiras os professores trabalharam em pequenos grupos (os mesmos que já se encontravam desde a 3.ª TAP). Nesse primeiro momento eles tinham à disposição, a 5.ª TAP, o plano de aula (contendo a tarefa matemática) e um computador com os quatro episódios de vídeo citados como registros de prática da 4.ª TAP. Após esse período, passou-se para a discussão coletiva com todos os participantes, a qual foi dinamizada pelos formadores João e Ribeiro.

## Método de pesquisa, recolha e organização de dados

O estudo segue uma abordagem de pesquisa qualitativa-interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994; Crotty, 1998). Os dados recolhidos são compostos por (i) protocolos contendo registros escritos das discussões dos pequenos grupos de professores, (ii) áudios das discussões nos pequenos grupos, e (iii) vídeo da discussão coletiva. As gravações em áudio e vídeo foram analisadas na íntegra, em articulação com os protocolos produzidos, propiciando assim, a organização e a análise dos dados de modo a identificar elementos do conhecimento matemático para o ensino de padrões e regularidades contemplados nas TAP, em particular, os conhecimentos do conteúdo e dos estudantes e do conteúdo e do ensino.

Após uma primeira análise de todos os dados percebeu-se que a plenária continha, além das principais discussões apresentadas nos pequenos grupos, novas discussões entre todos os participantes, inclusive permitindo um maior envolvimento dos professores que elaboraram e desenvolveram o plano de aula. Assim, considerando esse momento como o mais interessante de todo o processo, destacamos para as análises neste artigo os dados advindos do vídeo da plenária. De posse da transcrição das discussões ocorridas na plenária, focamos nossa atenção no conteúdo de eventos críticos (Powell, Francisco, & Maher, 2004), que propiciaram os episódios sobre os quais interpretamos os dados coletados. Esses episódios foram analisados com foco nas potencialidades das TAP para a aprendizagem dos professores (Ball & Cohen, 1999), nas características das discussões matemáticas e didáticas realizadas (Ponte, 2017; Stein et al., 2008) e nos conhecimentos dos professores sobre padrões e regularidades em expressar as generalizações em diferentes representações (Britt & Irwin 2011; Pimenta & Saraiva; 2019; Pimentel & Vale, 2012) inclusive usando o pensamento recursivo (Blanton & Kaput, 2005) até o desenvolvimento da expressão algébrica (Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008).

Os dois episódios selecionados propiciaram desvelar OAP em relação a dois aspectos do conhecimento matemático para o ensino (Ball, Thames, & Phelps, 2008): no primeiro episódio, conhecimentos do conteúdo e dos estudantes – KCS (com foco no *raciocínio utilizado na resolução da tarefa, e nas dificuldades apresentadas pelos estudantes*) e, no segundo, conhecimento do conteúdo e do ensino – KCT (em especial, *a gestão da aula, e as ações da professora frente às dificuldades dos estudantes*).

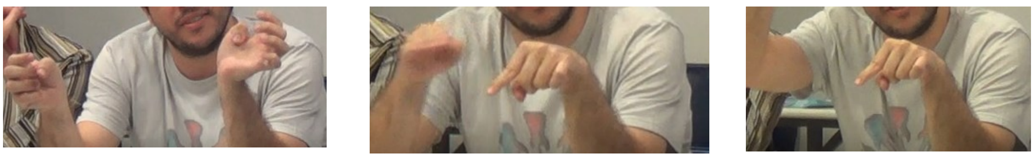
## Apresentação e análise dos dados

### Episódio 1 – Aumenta uma unidade na horizontal e uma na vertical

Nesse episódio, o formador João inicia a discussão com todos os professores participantes, primeiro questionando-os como eles compreenderam o raciocínio dos estudantes e, posteriormente, sobre as dificuldades desses estudantes para resolver a questão 2, tomando-se por base os protocolos apresentados na Figura 2.

A partir da primeira pergunta, Bruno apresenta uma primeira hipótese sobre o *raciocínio utilizado pelos estudantes*. Para tal, gesticula com as mãos (Figura 4) e tenta explicar um suposto raciocínio mobilizado pelos estudantes no que se refere ao número de quadradinhos vermelhos, quando os estudantes dizem: "sempre é adicionado um quadradinho na vertical e na horizontal" (ver Figura 2):

Bruno: Parece que eles olharam o centro azul, e o entorno vermelho, e viram que dava um quadradinho a mais de cada lado (Figura 4a). Aí eles escreveram: um na horizontal (Figura 4b), um na vertical (Figura 4c). Porque na linha, do lado da figura, o número de quadradinhos de cada lado vermelho corresponde ao lado azul, mais dois.



(a) (b) (c)

Figura 4. Movimentos das mãos de Bruno em sua explicação (a), (b), (c)

Para Bruno, a expressão "sempre é adicionada um quadradinho na vertical e na horizontal" (resposta dos estudantes) indica que, em seu raciocínio, os estudantes compararam as quantidades de quadradinhos vermelhos e azuis em cada lado de cada toalha, e estabeleceram uma correspondência entre eles. Paula, por sua vez, apresenta outra hipótese, sugerindo um tipo de raciocínio recursivo que possa ter sido mobilizado pelos estudantes:

Paula: Ou ele olhou para a figura anterior e adicionou 2. Tem essas duas possibilidades.

Para ela, a expressão "sempre é adicionado um quadradinho na vertical e na horizontal" (resposta dos estudantes) refere-se ao fato que, em relação à toalha imediatamente anterior, o número de quadradinhos vermelhos aumenta em uma unidade na horizontal, e em uma unidade na vertical. Bruno concorda e então reformula sua hipótese inicial, incluindo o fato apontado por Paula como possibilidade de raciocínio mobilizado pelos estudantes:

Bruno: Ele pega uma figura e compara o lado vermelho com o lado azul ou ele pega uma figura e compara com a anterior.

Nesse momento, o formador Ribeiro intervém na discussão, incentivando os professores a aprofundar e comparar as duas maneiras de compreender a resolução dos estudantes:

Ribeiro: É o mesmo tipo de raciocínio esses dois? O que vocês acham?

Há alguns "movimentos de cabeça" entre os professores, sugerindo que "não", que os tipos de raciocínio não são o mesmo. Parece ter ficado claro, para Bruno, que as duas possibilidades indicam formas diferentes de raciocínio, e ele tenta explicar aos demais professores que parecem, pelo movimento das cabeças, estar de acordo.

Bruno: Pelo que está na sequência de figuras, a posição da figura corresponde ao lado azul [...]. Na toalha 3, o lado azul é igual a três, e o lado vermelho é igual a 5. Se ele [o estudante] olhar assim [movimento das mãos na direção horizontal], ele vê que tem um a mais. Se ele olhar assim [movimento das mãos na direção vertical], ele vê que tem um a mais. Só que na verdade ele está olhando dois a mais [movimento indicando o cruzando da linha com a coluna]. Então, ou ele usou o raciocínio que a Paula falou, de comparar com a figura anterior, ou então ele adicionou direto.

Dando continuidade à discussão, o formador João retoma o protocolo dos estudantes (questão 2 da Figura 2), com destaque ao trecho "nos azuis são multiplicados pelos eles mesmos na vertical e na horizontal", de modo a colocar em discussão as dificuldades dos estudantes. Nesse momento, percebe-se um envolvimento maior dos professores na discussão, o que leva o grupo a refletir sobre as possíveis *dificuldades dos estudantes na resolução da tarefa*. Inicialmente, Paula e Bruno dizem não estar claro, para eles, o que os estudantes quiseram dizer com a expressão "multiplicados pelos eles mesmos". Essa dúvida também é levantada por Lucas. Para Flávio, a resposta é clara:

Flávio: É o lado [do quadradinho azul] que está sendo multiplicado por ele mesmo, e o resultado dessa multiplicação é o total de quadradinhos azul daquela figura.

Joana discorda, e a discussão prossegue:

| | |
|---|---|
| Joana: | De cara quando eu olhei, eu pensei: "está errado". "Tudo errado". Ele está aumentando um quadradinho na vertical e um quadradinho na horizontal. E, como é um quadrado, ele não pode aumentar um e um, ele tem que aumentar 4. Mas depois, eu falei: "nessa fase [referindo-se a estudantes de 7.º ano], a criança ainda não sabe falar linha e coluna". Então, eu acho que ele quis dizer que ia acrescentar uma linha e uma coluna, quando ele fala que ia acrescentar um quadradinho na horizontal e um na vertical. Da experiência que eu tive com 6.º e 7.º ano, eles não falam, claramente, uma linha e uma coluna. |
| João (Form.): | Pegando a sua fala então, dá para compreender que essa seria uma dificuldade? No que eles estão pensando e no que eles vão colocar no papel? |
| Joana: | Sim. Em relação aos quadradinhos azuis, eles estão tendo dificuldade em explicar isso no papel. |
| Lucas: | Eles têm uma dificuldade de se expressar [na escrita]. |
| Ribeiro (Form.): | "Multiplicar ele por ele mesmo"? A gente nunca fala isso perto dos alunos? Então falar que o aluno tem dificuldade por falar "ele por ele mesmo"... a gente também fala. Esse aluno, na verdade, está reproduzindo o que ele ouve, que a gente [professor] fala. |

Um primeiro aspecto apontado na fala de Joana, e no comentário de Lucas, é a dificuldade dos estudantes em expressar por escrito o que eles estão pensando. Por um lado, conforme aponta Joana, pode ter sido o desconhecimento dos termos "linha" e "coluna" que levou os estudantes a redigirem sua resposta de uma forma confusa. Por outro lado, como salientado pelo formador Ribeiro, os estudantes podem estar apenas reproduzindo uma fala do professor.

Pensando que os estudantes ainda não têm um vocabulário adequado, Bruno levantou a possibilidade de eles estarem mobilizando em seu raciocínio uma ideia de área, mesmo que não estejam utilizando essa palavra:

| | |
|---|---|
| Bruno: | O que pareceu é que ele quis falar sobre área e ele falou: isso [medida horizontal] vezes isso [medida vertical] dá o que eu estou procurando. Só que ele tem um linguajar diferente, né? |
| Marisa: | Eu acho que eles não estavam pensando em área, acho que eles estavam pensando... sabe naqueles exercícios [organização retangular] em que se sabe uma quantidade na horizontal, e outra na vertical, e se utiliza a multiplicação? Mas acho que eles pensaram na multiplicação mesmo, na quantidade total, e não na área. |
| Ribeiro (Form.): | Falar "multiplicar ele por ele mesmo" não significa que ele está pensando em área. |
| Bruno: | Ele chegou a essa ideia, mas não necessariamente usou esse termo. |
| Artur: | Eu acho que eles associaram o lado dos azuis com a posição. Eles fizeram essa relação: a posição e o lado do [quadrado] azul. |

Nesse trecho, os professores envolvidos procuram compreender o tipo de raciocínio mobilizado pelos estudantes associado à expressão "multiplicar ele por ele mesmo" (interpretação da frase escrita pelos estudantes "nos azuis são multiplicados pelos eles mesmos na vertical e na horizontal" – Figura 2). Eles reconhecem que os estudantes foram capazes de utilizar a multiplicação para determinar o total de objetos organizados numa disposição retangular, mas não chegaram à conclusão se eles estavam relacionando essa ideia com o conceito de área.

No intuito de dar prosseguimento à discussão, o formador João traz à cena o trecho do protocolo no qual o grupo de estudantes calcula o número de quadradinhos da 12.ª toalha (questão 6 da Figura 2). O formador volta a questionar os professores sobre como compreenderam o raciocínio dos estudantes e as dificuldades apresentadas por eles para resolverem a questão 6, com base nos protocolos apresentados na Figura 2.

No trecho transcrito a seguir, os professores apontam que, no *raciocínio mobilizado pelos estudantes*, eles foram capazes de estabelecer uma correspondência entre a posição e o total de quadradinhos azuis:

Joana: Nesse momento com as contas, eu acho que eles pensaram em área, sim! Quando eles pensaram que eles deveriam multiplicar $12 \times 12$, eles estão multiplicando a posição, embora eles [os estudantes] não falam posição, a ordem da toalha na posição 12.

Marisa: O 12 aí é a quantidade de quadradinhos no lado, que tem a ver com a posição. Eu ainda não acho que eles tinham pensado em área em nenhum exercício que eu vi. Acho que simplesmente pensaram na ideia de multiplicação.

Prof. Maria: Eles pensaram na ideia de multiplicação. Ao que a gente conseguiu passar pelos grupos, ficou bem claro o que eles estavam entendendo. O que foi mais engraçado é que eles estavam entendendo, mas eles não tinham se ligado que era potência. Eles só tinham se ligado que era $12 \times 12$. Para nós [a professora e os observadores] estava bom, porque eles estavam entendendo a ideia da montagem. Acho que a principal questão de dificuldade foi o $14 \times 4$.

Em sua fala, a professora Maria primeiro reforça que, no momento da aula, os estudantes não falaram em área, eles apenas pensaram na multiplicação. Depois ela chama atenção para uma *dificuldade apresentada pelos estudantes* em sua resolução: para determinar o total de quadradinhos vermelhos da 12ª toalha, os estudantes efetuaram a multiplicação $14 \times 4$. O formador João então questiona os professores, no intuito de discutir *a natureza dessa dificuldade, e compreender o raciocínio* mobilizado nesse cálculo:

João (Form.): O que aconteceu nessa multiplicação $14 \times 4$?
Artur: Eles pensaram no $12 + 2$.
João (Form.): E por que o 4?
Vários profs: 4 lados!
Bruno: Mas tem um detalhe.
Hélia: Eles contaram as pontas quatro vezes.
Bruno: Eles dobraram cada ponta. Nos quatro cantos há intersecções.

Nesse trecho, os professores envolvidos procuram compreender a natureza do erro dos estudantes na determinação do total de quadradinhos vermelhos. São capazes de reconhecer que o 14 refere-se ao total de quadradinhos azuis da 12.ª posição, mais 2 (referente ao aumento "de uma linha e de uma coluna" para formar o contorno vermelho da toalha). Hélia e Bruno explicitam que, no *raciocínio mobilizado pelos estudantes*, não foi levado em conta o fato de que, ao se multiplicar 14 por 4, há 4 quadradinhos vermelhos que estão sendo sobrepostos e, portanto, deveriam ser descontados do valor obtido. A discussão prossegue:

Marisa: Esse tipo de erro é muito comum para essa faixa etária

Ribeiro (Form.): Como vocês explorariam esse tipo de raciocínio?

Marisa: Na verdade, seria interessante pedir para os alunos verem se era isso mesmo utilizando os [desenhos] anteriores, porque o raciocínio está certo.

Prof. Maria: Na verdade, a gente não conseguiu chegar nessa possibilidade. Mas olhando as respostas deles, a gente ia pedir para eles voltarem para o material concreto, porque nenhum grupo fez $12 \times 12$, no material concreto. Se eles tivessem feito eles teriam contado. Mas naquele momento, se a gente tivesse retomado e falado, então vamos fazer da toalha 6. Vamos contar da toalha 6 para ver se seria $8 \times 4$. E aí... eu acredito que eles teriam percebido.

Bruno: Numa figura menor, poderia ter feito por contagem, teriam percebido isso.

Os professores refletiram sobre as intervenções que poderiam ter sido feitas para auxiliar os estudantes a perceberem o erro que estavam cometendo. Marisa sugere testar esse tipo de raciocínio com as figuras anteriores e verificar a quantidade de quadradinhos vermelhos. A professora Maria aponta que, durante a aula, não lhe ocorreu essa ideia, e destaca que outra ação possível seria pedir que os alunos representassem, por exemplo, a 6.ª toalha, com o material manipulável, de modo a verificar se o tipo de raciocínio utilizado estava correto.

## Episódio 2 – Que tal uma Tabela?

Trazemos para esse episódio, as discussões na plenária sobre as ações e as possíveis intervenções da professora Maria durante a aula, para que ela auxiliasse os estudantes a compreenderem o padrão existente no cálculo da quantidade de quadradinhos vermelhos na 12.ª toalha (Questão 6 – Figura 2).

Quando o formador João questionou os professores sobre ações da professora Maria para auxiliar os estudantes (que haviam sido analisadas com base nos trechos de vídeo da aula ministrada), Joana apresentou as discussões ocorridas em seu grupo (durante o trabalho autônomo):

Joana: O nosso grupo pensou montar uma tabela, porque eu acho que, dessa forma, eles conseguiriam perceber o padrão. Pela tabela, eles poderiam olhar a diferença de quadradinhos da 2.ª pra 3.ª toalha, da 3.ª para a 4.ª... Se você [professora Maria] tivesse dado esse toque para eles, talvez eles conseguiriam avançar mais facilmente, ou não.

Após o comentário de Joana, a professora Maria e os dois professores que elaboram e participaram do desenvolvimento da aula, declararam as suas escolhas durante o planejamento e expuseram as suas reflexões a partir das discussões na plenária (dos estudantes, durante o desenvolvimento da aula):

Prof. Maria: Na verdade, a ideia da tabela foi discutida com o grupo, no início [durante o planejamento da aula]. Fazia parte inclusive da tarefa que a gente havia selecionado. Mas a gente ficou com medo de conduzir eles por algum caminho. Por isso, a gente não colocou a tabela [tarefa matemática – Figura 1]. Só que, agora, refletindo sobre o que ocorreu, a gente percebeu que a tabela teria ajudado eles a chegarem [no padrão]. Tanto que, na plenária [em sala de aula – Figura 3], a tabela ajudou muito. E aí foram eles que construíram junto comigo. Mas a gente só percebeu isso agora. Hoje, a gente colocaria a tabela.

Antonia: Sem a tabela, eles não conseguiram estabelecer o raciocínio que nós esperávamos, que era, calcular os quadradinhos vermelhos, partindo do todo e tirando os azuis. Eles quiseram fazer a contagem dos vermelhos. Tanto que é curioso que, durante a montagem das figuras da sequência [com o material manipulável], eles começavam montando pelo vermelho. Poucos grupos começaram montando pelos azuis. Eles não conseguiam perceber que seria mais "fácil" calcular o total e tirar os azuis. Eles ficaram patinando, tentando encontrar uma forma de localizar esse padrão nos vermelhos. Eles não conseguiram.

Flávio: Avaliando o plano [de aula], uma dificuldade que a gente teve foi o tempo. Se a gente incluísse alguma coisa, teria que tirar outra. A gente estava conversando que as duas ou três primeiras questões tinham a intenção de tentar deixá-los descobrir alguma coisa. Talvez fosse viável adaptar essa ideia da tabela, produzindo com eles, à medida que trabalhavam com o material [manipulável], num diálogo entre a professora e eles [os estudantes], para conseguir ganhar um pouco mais de tempo.

É interessante notar, na discussão acima, que os professores reconhecem a importância, para o desenvolvimento do raciocínio do estudante, da articulação entre diferentes representações no reconhecimento de padrões e regularidades. Em especial, há destaque para o uso de tabelas, como uma representação que possibilita o desenvolvimento do pensamento algébrico e a superação de dificuldades que normalmente os estudantes possuem. Com a preocupação do uso das diferentes representações para a resolução de um problema os professores mobilizam o seu conhecimento matemático para o ensino em relação reconhecer as dificuldades dos estudantes (KCS) e auxiliando-os a superá-las (KCT).

Outro aspecto a se destacar relaciona-se à *gestão da aula*, quando Antonia aponta para o fato de que, embora tenha sido disponibilizado material manipulável para que os estudantes representassem as três primeiras toalhas, essa estratégia parece não ter sido eficiente para muitos deles. O fato de os estudantes terem iniciado a representação das toalhas pela parte vermelha (mais externa) dificultou (e, em alguns casos inviabilizou) a percepção de um padrão na construção dessas toalhas.

Na continuidade, emerge da discussão entre os professores outro aspecto também relacionado à *gestão da aula*: reconhecimento da importância de se antecipar soluções dos estudantes, no intuito de "prever" como eles poderiam abordar matematicamente a tarefa solicitada, trabalhando o máximo possível de estratégias diferentes de resolução. Isso permitiria aos professores, antecipadamente, reconhecer equívocos comuns que os estudantes poderiam cometer, ou intervenções que poderiam ser realizadas.

O formador Ribeiro aproveita esse momento da discussão para salientar que o planejamento foi feito coletivamente, por todos eles, de modo a que compartilhassem as escolhas feitas à priori. Além disso, o formador reforça a importância do planejamento da aula com a antecipação das ações do professor:

> Ribeiro (Form.): Essa aula foi discutida antes né, todo mundo participou. Por que não pensamos juntos, na preparação [da aula], sobre o uso da tabela?
>
> Joana: Eu achei que, no desenvolver da aula, quando viu que eles não estavam avançando, quando a professora foi ao grupo, poderia ter sugerido passar isso [o número de quadradinhos azuis e vermelhos nas várias toalhas] para uma tabela.
>
> Ribeiro (Form.): Isso precisa ser antecipado. O professor tomar essa decisão na hora, sem ter pensado nisso antes, nem sempre isso é natural. Então, por isso que, quando a gente vai preparar a aula [...] a representação tabular realmente fez falta, porque ela ajuda a organizar o seu raciocínio. É muito mais fácil você olhar o comportamento e a observação do padrão na tabela. Mas isso é uma decisão que não foi tomada. Foi algo que precisaria ter sido realmente planejado.

Um dos pontos destacado pelo formador Ribeiro durante as discussões foi o fato que, em seu enunciado entregue aos estudantes (Figura 1), a tarefa matemática pedia que se "descreva algebricamente quantos quadradinhos azuis e quantos quadradinhos vermelhos terá essa toalha [12.ª]". Isso fez com que o grupo refletisse a respeito de alguns aspectos relacionados à formulação da tarefa matemática. Em seguida, os professores, tomando-se por base a análise dos protocolos dos estudantes, são desafiados pelo formador a pensar se, a partir da resolução apresentada, os estudantes teriam ou não "descrito algebricamente" o total de quadradinhos. Diferentes perspectivas foram apresentadas pelos professores:

> Bruno: Eles conseguiram desenvolver o raciocínio sobre os quadrados azuis, eles caminharam para isso [a expressão algébrica], mas no material que vimos não havia uma expressão algébrica.
>
> Joaquim: Eu acho que os alunos conseguiram ver um padrão, mas não conseguiram fazer a expressão. O padrão, eu acho que eles até conseguiram entender.
>
> Antonia: Acredito que eles tinham capacidade de fazer, eles deram esse feedback para gente. Eles falaram "a gente estava procurando uma coisa muito mais difícil, e era só isso".

Mateus: Eu não sou professor, mas eu acho que, no fechamento, quando você [professora Maria] apresentou a fórmula, eles ainda ficaram com uma cara de "ué". Eu acho que eles captaram a mensagem da potência, mas quando você colocou a fórmula eles ficaram com cara de dúvida.

Joaquim: Eu tive a impressão que eles entenderam, sim. Eu acho que a tabela foi esse caminho diferente para mostrar a fórmula.

Destacamos destes trechos que a troca de experiências entre professores menos experientes (e que achavam que, de fato, era muito difícil esperar uma expressão algébrica) e aqueles com mais tempo de atuação (destacando que era possível se chegar à expressão algébrica), acabou por gerar uma decisão acerca da necessidade de o professor conduzir intervenções adequadas nesse sentido. Para o grupo, e para a própria professora Maria, *suas ações* – a partir da organização de uma tabela e a sistematização realizada pela professora durante a plenária – foram fundamentais para o desfecho que se chegou em aula:

Prof. Maria: Era necessário esse fechamento para que eles percebessem que, o que parecia tão complicado, não era tão complicado assim. Infelizmente, é um costume que eles têm, de achar que o negócio é muito mais difícil do que de fato é. E é um treino que a gente tem que estar sempre fazendo, de trazer essas atividades diferentes.

Ao apontar que "temos que sempre trazer essas atividades diferentes", a professora Maria atribui importância, *na gestão da aula*, ao trabalho com tarefas mais abertas e com caráter exploratório, uma vez que os estudantes não estão habituados a esse tipo de trabalho em suas aulas. Isso, segundo ela, parece justificar parte das dificuldades por eles apresentadas. Buscando sistematizar alguns elementos que se fizeram presentes na discussão, o formador finaliza a discussão destacando que, se o estudante não está acostumado a esse tipo de tarefa, é porque não se propõem aulas com esse formato.

## Discussões e conclusões

As TAP desenvolvidas no processo formativo e apresentadas neste artigo proporcionaram aos professores mobilizarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático para o ensino (Ball, Thames, & Phelps, 2008). Considerando-se os vários domínios desse conceito procuramos identificar e compreender como Oportunidades de Aprendizagem Profissional (Ribeiro & Ponte, 2019) emergem das discussões coletivas fomentadas a partir da 5.ª TAP (Reflexão da aula).

Em especial, o desenvolvimento do ciclo PDR (Trevisan, Ribeiro, & Ponte, 2020) como parte do processo formativo tornou-o imerso e incorporado na prática do professor (Ball & Even, 2009; Webster-Wright, 2009), possibilitando a análise de aspectos relativos ao seu trabalho diário e sua ação (Smith, 2001). Em sua estrutura, a 5.ª TAP continha diferentes e variados registros de prática (Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014) provenientes de uma aula planejada coletivamente pelos professores e ministrada por um deles (professora Maria).

Os registros de prática dessa aula, no caso os protocolos escritos pelos estudantes sobre as suas resoluções da tarefa matemática (Figura 2), juntamente com questões elaboradas pelos formadores para nortear as discussões, compunham uma primeira parte da 5.ª TAP, e tinham como proposta explorar as diferentes formas de raciocinar que os estudantes realizaram e alguns erros e dificuldades por eles apresentados, elementos do domínio conhecimento do conteúdo e dos estudantes (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

No que tange às OAP em relação aos conhecimentos sobre os estudantes, focamos nossas análises em dois aspectos: raciocínio utilizado na resolução da tarefa matemática e erros e dificuldades apresentadas pelos estudantes. O formato da TAP e as discussões conduzidas pelos formadores levaram os professores a refletir acerca do modo como os estudantes pensaram quando estavam a resolver a tarefa matemática (Figura 1). No episódio 1, os professores levantaram a possibilidade, tanto dos estudantes estabelecerem uma correspondência entre as quantidades de quadradinhos vermelhos e quadradinhos azuis em cada lado de cada toalha (Britt & Irwin, 2011), quanto a mobilização de um raciocínio do tipo recursivo (Blanton & Kaput, 2005). Os professores também foram capazes de reconhecer, no raciocínio dos estudantes, uma compreensão quanto à utilização da multiplicação na determinação do número total de quadradinhos organizados numa disposição retangular, relacionando essa ideia com o conceito de área. Isso proporcionou que os professores desempacotassem (Ball & Bass, 2003) importantes conceitos matemáticos, como o conceito de área, e os relacionassem com outros (como é o caso da multiplicação), de modo a favorecer a aprendizagem de ambos os conceitos envolvidos.

A participação na discussão plenária, a partir dos questionamentos levantados na 5.ª TAP, e a condução pelos formadores ofereceram aos professores oportunidades para refletir acerca das dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução da tarefa matemática. Emerge deste contexto a análise do modo como estes estudantes redigiram sua resposta, e um suposto desconhecimento das palavras “linha” e “coluna”, ou ainda a reprodução da fala do professor associado à expressão “multiplicar ele por ele mesmo”.

A seleção, por parte dos formadores, de uma resolução incorreta tinha como proposta apresentar aos professores uma dificuldade dos estudantes que não fora antecipada no planejamento da aula (Serrazina, 2017; Stein et al., 2008). Assim, o protocolo que continha a questão 6 da Figura 2 (referente à determinação do número total de quadradinhos vermelhos da 12.ª toalha), na qual os estudantes efetuaram a multiplicação $14 \times 4$ , foi escolhido para compor a 5.ª TAP. Os professores foram capazes de reconhecer e refletir a respeito da natureza do erro cometido nessa resolução, mobilizando seu conhecimento matemático para o ensino relacionado a reconhecer as dificuldades dos estudantes (referente ao seu KCS) e, assim, auxiliá-los a superar tais dificuldades (KCT).

Além dos protocolos escritos dos estudantes, a 5.ª TAP continha também episódios em vídeo da aula da professora Maria, com foco no momento em que ela discute com seus estudantes, a questão 8 da tarefa matemática (Figura 1) e organiza no quadro-negro uma tabela com a quantidade de quadradinhos vermelhos, azuis e total em várias toalhas (Figura 3). A análise coletiva de tais registros de prática, com foco nas ações da professora em uma aula da escola básica (Ball & Cohen, 1999; Smith, 2001), remete a conhecimentos para o ensino de padrões e regularidades (Branco & Ponte, 2014; Zazkis & Liljedahl, 2002). Dois aspectos dessa componente do conhecimento do conteúdo e do ensino (Ball, Thames, & Phelps, 2008) foram considerados no episódio 2: a gestão da aula e as ações da professora frente às dificuldades dos estudantes.

No que tange à gestão, um ponto destacado foi o reconhecimento da importância de antecipar as soluções dos estudantes no planejamento da aula, como caminho para a realização de intervenções mais eficientes (Serrazina, 2017; Stein et al., 2008) frente às dificuldades observadas na realização das tarefas matemáticas. Ainda que os professores reconheçam limitações na aplicação sistemática da prática de antecipar soluções dos estudantes durante o planejamento da aula (por se tratar de algo que era novo para aqueles professores), o modo como a TAP foi organizada, inserida em um processo mais amplo, o ciclo PDR (Trevisan, Ribeiro, & Ponte, 2020), mostrou-se como uma OAP a partir da reflexão coletiva (Ball & Cohen, 1999) acerca das dificuldades dos estudantes frente a determinação do total de quadradinhos vermelhos na 12.ª toalha.

A discussão em torno das ações da professora (em especial, quando ela organiza, coletivamente, os valores já calculados pelos estudantes no formato de uma tabela) trouxe à tona a compreensão da importância, no trabalho com padrões figurativos e representações pictóricas, do desenvolvimento de processos criativos de resolução e a articulação de diferentes representações matemáticas (Pimenta & Saraiva, 2019; Pimentel & Vale, 2012), com destaque para a representação tabular (Britt & Irwin, 2011). Vale destacar também que nessa discussão emergem pontos de vista diferentes entre professores que acham que a obtenção de uma expressão algébrica estava muito além da capacidade dos estudantes do 7.º ano, em confronto com aqueles que dizem ser possível obtê-la, importantes elementos caracterizadores do conhecimento do conteúdo e do ensino (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

Essa troca de experiências foi potencializada em função da valorização da comunicação dialógica que se estabeleceu entre os participantes, em decorrência da utilização das TAP e da articulação entre as discussões matemáticas e didáticas, exemplificando em nosso estudo, as proposições de Elliott et al. (2009), acerca de os formadores buscarem, em suas ações, empregar práticas para orquestrar discussões produtivas, cultivando um ambiente matematicamente rico que promoveu OAP.

Um dos aspectos trazidos à discussão por um dos formadores, e que remete aos conhecimentos para o ensino de padrões e regularidades, coloca em jogo o uso da expressão "descreva algebricamente" presente no enunciado da tarefa matemática (Figura 1). Tal aspecto possibilitou aos professores refletir a respeito do raciocínio algébrico daqueles estudantes que resolveram a tarefa matemática, e as possibilidades de incorporar em suas salas de aula, práticas que ofereceram oportunidades de eles explorarem padrões e regularidades e construírem a generalização matemática (Blanton & Kaput, 2005; Britt & Irwin, 2011; Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008). Novamente, se observa aqui a relevância da maneira pela qual os formadores foram conduzindo e intervindo nas discussões coletivas, criando assim OAP (Ribeiro & Ponte, 2019) que levaram os professores, tanto a aprofundar seu conhecimento matemático sobre padrões e regularidades no que tange a compreender as diferentes representações que os alunos utilizam para expressar as generalizações (Carraher, Martinez, & Schliemann, 2008; Zazkis & Liljedahl, 2002), como também, sobre o próprio papel de quem conduz as discussões (no caso da escola básica, os próprios professores) e a aprendizagem da matemática entre e por parte de seus estudantes (Ponte, 2017).

Merece destaque ainda o fato de que, no processo de interpretação dos registros de prática, foi muito relevante a participação da professora que desenvolveu a aula, a professora Maria, pois em momentos de dúvidas ela apresentou o que realmente aconteceu na aula e a sua impressão das falas e questionamentos dos seus estudantes. Embora tenhamos avaliado esse momento como algo positivo no processo formativo, algumas pesquisas apontam que, a presença do professor que desenvolveu a aula no momento de análise e reflexão da mesma nem sempre pode ser visto como uma mais-valia nesse processo (Borko et al., 2014).

Por fim, mas não menos importante, nosso estudo sugere que o uso das tarefas de aprendizagem profissional, articulado ao papel e ações dos formadores, permitiu aos professores participantes saírem do isolamento que vivem nas suas escolas e vivenciarem oportunidades de aprenderem uns com os outros (Ball, Ben-Peretz, & Cohen, 2014), favorecendo a mobilização e o aprofundamento de seus conhecimentos matemáticos para o ensino de padrões e regularidades na escola básica.

## Referências

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In B. Davis & E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3–14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

Ball, D. L., Ben-Peretz, M., & Cohen, R. B. (2014). Records of practice and the development of collective professional knowledge. *British Journal of Educational Studies*, *62*(3), 317-335.

Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. Sykes & L. Darling-Hammond (Eds.), *Teaching as the learning profession*: *Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco, CA: Jossey Bass.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Ball, D. L., & Even, R. (2009). Strengthening practice in and research on the professional education and development of teachers of mathematics: Next steps. In R. Even & D. L. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics*: *The 15th ICMI study* (pp. 255-257). New York, NY: Springer.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, *37*(1), 34–42.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Borko, H., Jacobs, J., Seago, N., & Mangram, C. (2014). Facilitating video-based professional development: Planning and orchestrating productive discussions. In Y. Li et al. (Eds.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices, advances in mathematics education* (pp. 259-281). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-04993-9_16

Branco, N., & Ponte, J. P. (2014). Articulação entre pedagogia e conteúdo na formação inicial de professores dos primeiros anos: Uma experiência em Álgebra. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 379-408). Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

Britt, M. S., & Irwin, K. C. (2011). Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. In J. Cai & E. Knut (Eds.). *Early algebraization*: *A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 137-157). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Bruce, C. D., Esmonde, I., Ross, J., Dookie, L., & Beatty, R. (2010). The effects of sustained classroom-embedded teacher professional learning on teacher efficacy and related student achievement. *Teaching and Teacher Education*, *26*, 1598-1608.

Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, *40*(1), 3-22.

Crotty, M. (1998). *The foundations of social research: Meaning and perspective in the research process*. London: Sage.

Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher*, *34*(3), 3–14.

Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(3), 293-319.

Elliott, R., Kazemi, E., Lesseig, K., Mumme, J., Carroll, C., & Kelley-Petersen, M. (2009). Conceptualizing the work of leading mathematical tasks in professional development. *Journal of Teacher Education*, *60*(4), 364-379.

Heyd-Metzuyanim, E., Tabach, M., & Nachlieli, T. (2016). Opportunities for learning given to prospective mathematics teachers: Between ritual and explorative instruction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *19*, 547-574.

Lampert, M. (2010). Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean? *Journal of Teacher Education*, *61*(1-2), 21–34

Loucks-Horsley, S. (1997). Teacher change, staff development, and systemic change: Reflections from the eye of the paradigm. In S. N. Friel & G.W. Bright (Eds.). *Reflecting on our work*: *NSF teacher enhancement in K-6 mathematics* (pp. 133–150). Lanham, MD: University Press of America.

Martins, C., & Santos, L. (2012). O Programa de Formação Contínua em Matemática como contexto favorável para o desenvolvimento da capacidade de reflexão de professores do 1.º ciclo. *Quadrante*, *21*(1), 95-119.

Pimenta, C. M. C., & Saraiva, J. M. (2019). As ações epistémicas na construção do novo conhecimento matemático e no desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, *28*(1), 27-53.

Pimentel, T., & Vale, I. (2012). Os padrões e o raciocínio indutivo em matemática. *Quadrante*, *21*(2), 29-50.

Ponte, J. P. (1999). Didácticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares et al. (Eds.), *Investigar e formar em educação*: *Actas do IV congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: SPCE.

Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.

Ponte, J. P. (2017). Discussões coletivas no ensino aprendizagem em Matemática. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 33-56). Lisboa: APM.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, *17*(21), 81-140.

Putnam, R., & Borko, H. (2000). What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational Researcher*, *29*(1), 4-15.

Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education program about the concept of function. *Acta Scientiae*, *21*, 49-74. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss2id5002

Russ, R. S., Sherin, B. L., & Sherin, M. G. (2016). What constitutes teacher learning? In D. H. Gitomer, & C. A. Bell (Eds.), *Handbook of research on teaching* (5ª ed., pp. 391-438). Washington (D.C.): American Educational Research Association.

Serrazina, M. L. (2013). O Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º ciclo e a melhoria do ensino da Matemática. *Da investigação às práticas*, *3*(2), 75-97.

Serrazina, M. L. (2017). Planificação do ensino-aprendizagem da Matemática. In GTI (Ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula* (pp. 9-32). Lisboa: APM.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Silver, E. A., Clark, L. M., Ghousseini, H. N., Charalambous, Y. C., & Sealy, J. T. (2007). Where is the mathematics? Examining teachers' mathematical learning opportunities in practice-based professional learning tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4-6), 261-277. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9039-7

Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*, 313–340.

Swan, M. (2007). The impact of task based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*, 217-237.

Tatto, M. T., & Senk, S. (2011). The mathematics education of future primary and secondary teachers: Methods and findings from the teacher education and development study in mathematics. *Journal of Teacher Education*, *62*(2), 121–137. https://doi.org/10.1177/0022487110391807

Trevisan, A. L., Ribeiro, A. J., & Ponte, J. P. D. (2020). Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*(2). https://doi.org/10.29333/iejme/6256

Webster-Wright, A. (2009). Reframing professional development through understanding authentic professional learning. *Review of Educational Research*, *79*, 702-739. https://doi.org/10.3102/0034654308330970

White, A. L., Jaworski, B., Agudelo-Valderrama, C., & Gooya, Z. (2013). Teachers learning from teachers. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, F. K. S. Leung (Eds), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 393-430). New York, NY: Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 379-402.