

---

## **Aportaciones desde la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional**

José Carrillo  
Universidad de Huelva (España)

Maestros y profesores, alumnos y padres, administración educativa y sociedad en general, y formadores de maestros y profesores comparten el deseo de mejorar la calidad de vida a través de la mejora de la calidad de la enseñanza y, consecuentemente, la mejora de los aprendizajes. Ahora bien, es en éstos últimos, los formadores, en los que recae gran parte de la responsabilidad de la formación inicial de maestros y profesores, naturalmente bajo las constricciones prescritas por la administración educativa. La mencionada formación inicial debe incluir, además de una buena base de conocimiento, un acopio de métodos y procedimientos para su desarrollo profesional futuro.

Comienzo este artículo presentando una caracterización de lo que podemos entender por conocimiento profesional, a través de algunos rasgos y de sus componentes. Seguidamente, presento brevemente la perspectiva que se va a adoptar en resolución de problemas, enfocándola como materia aconsejable en la formación inicial de los maestros, siempre que tenga en cuenta determinados objetivos. A continuación, expongo características e interpretaciones del contexto en que se ha desarrollado la investigación, que es también el contexto de enseñanza-aprendizaje, un contexto en el que se produce la construcción de conocimiento profesional por parte de los estudiantes.

Todo esto aporta el marco teórico en el que dar sentido a los ejemplos que se describen en el siguiente epígrafe. Son ejemplos extraídos de una asignatura que gira en torno a la resolución de problemas en la educación primaria. En ellos trato de poner de relieve cómo las discusiones generadas posibilitan la construcción de conocimiento profesional de los estudiantes para maestro.

En definitiva, el artículo procura dar una respuesta a la pregunta *¿Cómo puede aplicarse en la formación inicial la resolución de problemas para propiciar la construcción de conocimiento profesional?* La investigación que trata de responder a esta pregunta se ha desarrollado en el propio contexto de la formación inicial.

### **Conocimiento profesional**

Soy consciente de que el título de este artículo podría aplicarse igualmente, por ejemplo, a la formación de un técnico informático. Tal aplicabilidad facilita una primera caracterización de *conocimiento profesional* como definición autocontenida en las dos palabras: conocimiento necesario para ejercer dignamente una determinada profesión. Esta definición no procede de diccionario alguno, sino del sentido común sobre lo que los clientes de un profesional esperamos de él. Ciertamente, también podríamos referirnos al conocimiento profesional como al conocimiento que un profesional posee de hecho sobre su profesión. Según esta acepción, cabe decir que su conocimiento profesional es escaso o amplio, malo o bueno, adecuado o inadecuado; sin embargo, según la acepción precedente, pierden sentido estos adjetivos, que son sustituidos por caracterizaciones o rasgos deseables.

En el caso concreto de este artículo me referiré al conocimiento profesional del maestro de niños de 6 a 12 años en el campo de las matemáticas. De forma inmediata, siguiendo la analogía con el párrafo anterior, los clientes de este maestro son (o serán, en el supuesto de que el maestro se halle en el período de formación inicial, lo que constituirá el centro de atención de este trabajo) los alumnos, los niños de la clase; ahora bien, también son clientes los padres y la sociedad en general. Aquí hablaré del conocimiento profesional como el conocimiento que se considera pertinente que el maestro sea capaz de poner en juego durante su ejercicio profesional. Esta pertinencia vendrá dictada por las investigaciones en educación (Pedagogía, Psicología, Sociología, Didáctica de la Matemática) a través de sus publicaciones; no haré, por consiguiente, mención del conocimiento profesional deseable desde el colectivo de padres o los propios alumnos.

La literatura de investigación en Didáctica de la Matemática, nutrida por la propia matemática, además de por otras disciplinas como las que acabo de citar, ha dado respuesta a la pregunta que está detrás de las frases anteriores: *¿Qué debe saber un maestro sobre matemáticas, o relacionado con las matemáticas?*; pero antes de pasar a este dominio me gustaría presentar unas breves reflexiones sobre este conocimiento o saber *profesional*.

En el conocimiento profesional existen contenidos que deben ser dominados por

los maestros, junto a otros, que deben haber trabajado y discutido, situados en el campo del saber, pero que, bien por su complejidad o por su extensión, no tienen forzosamente que ser plenamente dominados. En este punto conviene reflexionar sobre la distinción que, según Savater (1997), hace Passmore entre capacidades *cerradas* (caminar, vestirse, etc.) y *abiertas* (leer, escribir, realizar cálculos matemáticos, etc.). Mientras las primeras se pueden llegar a dominar por completo, las segundas son de dominio gradual y en cierto modo potencialmente infinito. El éxito de las capacidades cerradas es ejercerlas olvidando que las sabemos; en cambio, las abiertas implican ser cada vez más conscientes de lo que aún queda por aprender. En lo que atañe al desarrollo del conocimiento profesional, es pertinente hacer esta distinción, pues este conocimiento se halla integrado por componentes que poseen elementos de progresiva adquisición: la consciencia de las múltiples relaciones existentes en el proceso de enseñanza- aprendizaje puede ser algo conseguido en la formación inicial, pero su gestión sufrirá un dominio paulatino. De esta forma, como en el ejemplo que acabo de citar, la formación inicial tendrá que abordar “plenamente” unos contenidos, mientras que habrá de contentarse con iniciar otros.

Es conveniente precisar que no estamos ante un saber académico, cuya finalidad es el acopio de conceptos y procedimientos *per se*, sino ante un saber profesional, cuya finalidad descansa sobre el impulso de aprendizajes en los alumnos. Por esta razón, el futuro maestro debe tratar de poseer un determinado saber sobre matemáticas, pero este saber será subsidiario de su capacidad para comunicar, compartir y promover contextos y motivación para que sus alumnos lo aprendan.

El saber profesional, al igual que el saber filosófico, posee un carácter complejo, pues debe ser un saber integrador de otros muchos saberes (Llinares, 1991; Shulman, 1986, 1987, 1993). Son de destacar en este campo los estudios sobre Pedagogical Content Knowledge (PCK). Para Shulman (citado en Llinares, 1991), el PCK es una *Amalgama* de conocimientos que debe poseer el profesor para *hacer comprensible la materia a otros* en un contexto de enseñanza. Bromme (1988), sobre una propuesta de Shulman (1986), establece los siguientes elementos para caracterizar el PCK, en lo que supone *un esfuerzo analítico*:

- Conocimientos de matemáticas (se derivan de la formación «científica» o académica);
- Conocimientos curriculares (planes de estudio, contenidos matemáticos de otras asignaturas);
- Conocimientos sobre la clase (que proporcionan una toma de postura personal ante la asignatura y fundamentan la toma de decisiones respecto de la orientación de la «programación oficial»);

- Conocimientos sobre lo que los alumnos aprenden (estrategias personales, errores conceptuales y obstáculos epistemológicos);
- Metaconocimientos (como las concepciones sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje);
- Conocimientos sobre la didáctica de la asignatura (conocimiento práctico y metodológico);
- Conocimientos pedagógicos (de carácter general así como de organización escolar).

De forma simultánea a los elementos o componentes anteriores, pueden adoptarse dos enfoques en el Conocimiento Profesional: uno estático, de corte teórico, y otro dinámico, vinculado a la práctica. En este enfoque dinámico podríamos situar el término *Pedagogical Reasoning* (Wilson, Shulman y Richter, 1987). Esta distinción es especialmente relevante ante los intentos de formación que se fundamentan en un supuesto trasvase de formas de aprendizaje del profesor a formas aplicables al aprendizaje de los alumnos.

La alusión a la vinculación a la práctica es claro exponente de interrogantes sobre cómo se construye el conocimiento profesional. Es en este plano epistemológico donde podemos situar la aportación de Porlán, Rivero y Martín (1997) (desde el campo de la Didáctica de las Ciencias Experimentales, aunque con una perspectiva general), quienes caracterizan el conocimiento profesional como el resultado de yuxtaponer 4 tipos de saberes de naturaleza diferente: a) los saberes académicos; b) los saberes basados en la experiencia; c) las rutinas (conocimientos que resuelven situaciones cotidianas, ligados a la conducta); y d) las teorías implícitas. Estos autores, aunque agrupan los elementos de Brome, enfatizan el carácter práctico del conocimiento profesional.

En similares términos, pero ya desde el campo de la educación matemática, se expresan Carrillo, Coriat y Oliveira (1999). Establecen las siguientes componentes del conocimiento profesional:

- Componente disciplinar (matemáticas);
- Componente humana (relacionada con el grupo humano);
- Componente curricular (especie de intersección entre pedagogía y matemáticas);
- Componente actitudinal (aprecio por las matemáticas, valores transmitidos por éstas).

Su esfuerzo consiste en sintetizar los elementos de Bromme a partir de las fuentes de la Didáctica de la Matemática como ciencia (matemática, psicológica, sociológica, pedagógica y metacognitiva), tratando de compensar las refracciones provocadas

---

por los propósitos analíticos. Esta idea de la integración de saberes (en los distintos planos), más que la focalización independiente, es la que subyace en esta propuesta. Léase, pues, como integradora de las propuestas anteriores, como simplificadora, en cuanto a términos, pero tratando de no aportar matices que la asocien exclusivamente con la formación inicial o la permanente. Intenta, por tanto, poner de manifiesto la idea de que la formación del maestro debe enmarcarse en un modelo continuo, en un modelo que posea denominadores comunes para las fases inicial y permanente. Es importante resaltar que la integración de saberes no debe considerarse sólo como perteneciente al conocimiento adquirido, sino a su proceso de construcción y a la forma de promoverlo. Así, el futuro maestro tendrá que experimentar situaciones en las que se ponga de manifiesto la vinculación y dependencia de las componentes. Una de las consecuencias de esta perspectiva es la idea de que las matemáticas no son neutras, que el maestro imprime su sello en la clase, transmite, consciente e inconscientemente, sus concepciones sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje, y sobre el mundo. Otra consecuencia importante es la influencia del grupo de alumnos concreto sobre la práctica de enseñanza- aprendizaje, modificando la planificación del maestro. Todo ello ofrece una visión compleja de los fenómenos educativos que, para poder estudiarlos, necesitan la aplicación del análisis, pero que, para poder comprenderlos, también necesitan un esfuerzo de síntesis.

Ahora bien, el problema crucial que se plantea a los formadores de maestros<sup>1</sup> es cómo propiciar la construcción de ese conocimiento profesional deseable. Una de las posibilidades es la dedicación a la resolución de problemas.

### **Resolución de problemas**

El concepto de problema debe asociarse en este trabajo a la aplicación significativa del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento<sup>2</sup>. La dedicación a la resolución de problemas se justifica por su relevancia curricular. Como tarea compleja que es, ofrece una posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco ideal para promover la construcción de aprendizaje significativo y fomenta el gusto por la matemática y el desarrollo de una actitud abierta y crítica, objetivos de gran valor educativo. Además de múltiples investigadores, asociaciones de distintos países han resaltado el papel de la resolución de problemas en el curriculum escolar; entre estas asociaciones destaca, por su influencia, el NCTM, que dice:

conocer matemáticas significa ser capaz de usarla con propósitos definidos. Para aprender matemáticas, los estudiante tienen que involucrarse en la exploración, conjeturación y el razonamiento más que en el aprendizaje memorístico de reglas y procedimientos... (para) dar sentido a las matemáticas (los estudiantes necesitan) verlas y emplearlas como herramienta del razonamiento y la resolución de problemas (1989, p.5).

En la misma línea se manifiesta Carl (1989), expresando la posición del *National Council of Supervisors of Mathematics* de EE.UU., que nombra la resolución de problemas como la primera de las doce componentes que considera esenciales en matemáticas para el s. XXI, en las que los alumnos deben ser competentes para facilitar posteriores estudios y una vida adulta responsable. Añade:

Aprender a resolver problemas es el principal motivo para estudiar matemáticas (p. 471).

En cuanto al enfoque adoptado, se nutre de los tres enfoques enunciados por Hatfield (1978) para la Resolución de Problemas en la enseñanza de las matemáticas:

- Enseñanza *para* la resolución de problemas, donde se sitúa como principal objetivo de la enseñanza de la matemática el resolver problemas aplicando sus conocimientos.
- Enseñanza *vía* resolución de problemas, donde la resolución de problemas es el recurso metodológico para aprender matemáticas.
- Enseñanza *sobre* resolución de problemas, donde se pretende que los alumnos sean cada vez mejores resolutores a través de la adquisición de técnicas y estrategias.

Plantear la profesión de maestro como contexto en el que se problematizan situaciones y se abordan problemas contribuye a considerar la formación como un todo que incluye dos partes: la formación inicial y la formación permanente (según mencioné anteriormente). La construcción, por tanto, de conocimiento profesional se inicia ya en la formación inicial de forma integrada. No debe dejarse bajo la responsabilidad del estudiante la posterior integración de conocimientos. La responsabilidad de la integración teoría-práctica y la integración de las distintas componentes del conocimiento profesional recae fundamentalmente sobre los formadores. A ello puede contribuir la resolución de problemas si la dedicación a ella se organiza en torno a unos contenidos que sirvan de medio para conseguir unos objetivos relacionados con la resolución de problemas como objeto de conocimiento, como conocimiento a alcanzar, como propiciadora de actitudes favorables al aprendizaje matemático y de concepciones dinámicas sobre la matemática y su enseñanza y aprendizaje, y como medio facilitador del desarrollo profesional.

---

## **Aportaciones de la resolución de problemas a la construcción de conocimiento profesional**

### **El contexto de enseñanza- aprendizaje y el de la investigación**

Dentro del sistema oficial de formación de maestros, la construcción de conocimiento profesional ha de venir mediatizada por los planes de estudio, que, a su vez, se organizan en diversas asignaturas. Por ello, paso a describir sucintamente algunas características de una asignatura que pretende contribuir a esa construcción: *Didáctica de la resolución de problemas matemáticos en educación primaria*.

Para que esta asignatura sintonice con los objetivos mencionados, los contenidos se organizan en los siguientes bloques:

I: Evolución de las concepciones de los estudiantes para maestro. Perspectivas hacia su desarrollo profesional.

II: Necesidad y finalidad de la Resolución de Problemas.

III: Idiosincrasia de la Resolución de Problemas (en matemáticas en general).

IV: Idiosincrasia de la Resolución de Problemas (en matemáticas en primaria).

Incluso por delante de contenidos específicos de la asignatura, considero que importa propiciar la evolución de concepciones acordes con los currícula, así como destrezas metacognitivas<sup>3</sup> que permitan al futuro maestro enfrentarse a las situaciones profesionales con ciertas garantías de controlar la situación y con cierto conocimiento de los elementos que pueden intervenir e influir en dicha situación. La experiencia ha puesto de relieve<sup>4</sup> que, tras cursar esta asignatura, los alumnos muestran un alejamiento de la tendencia instrumentalista de la matemática, acercándose a una concepción dinámica (Carrillo, 1997); no obstante, los cambios más ostensibles se dan en las concepciones sobre la enseñanza de la matemática, donde se refleja un abandono de las tendencias tradicionales en favor de posiciones más cercanas a la tendencia investigativa (Carrillo, 1997). Entiéndase este primer bloque más como objetivo que como contenido. Es un contenido porque los estudiantes se enfrentan a lecturas relativas a concepciones y reflexionan y tratan de extraer conclusiones para su desarrollo profesional, profundizando en el mismo concepto de desarrollo profesional. Pero, sobre todo, es objetivo del formador, por lo que acabo de explicar, y también del investigador.

El propósito de los comentarios anteriores no es el de describir exhaustivamente las características de esta asignatura, para lo que habría que hablar de ubicación normativa, fundamentos de la metodología y de la evaluación, entre otros aspectos; tan sólo presentar lo necesario para entender y ubicar las reflexiones que siguen. No

obstante, he de añadir que se trata de una asignatura optativa, de 45 horas, con alumnos mayoritariamente de 2º y 3º, en una titulación que comprende un total de 3 cursos, y un rango de matrícula entre 20 y 55, según los años.

En cuanto al enfoque adoptado en función de la diferenciación de Hatfield (1978), hay puntualizar que no se trata de una asignatura de resolución de problemas, sino de didáctica de la misma, por lo que su aplicación ha de reemplazar la palabra *matemática* por *conocimiento profesional*. De esta forma, el enfoque ha combinado *vía y sobre*.

Es preciso resaltar también que la perspectiva de enseñanza adoptada trata de ser compatible con las teorías de Vygotski (1991), Von Glasersfeld (1987), Cobb (1989) y Voigt (1989, 1994), considerando la interacción social y la negociación de significados como contexto y proceso, respectivamente, de construcción de conocimiento. Así, se da especial importancia a la discusión entre los estudiantes y entre ellos y el profesor como procedimiento para dar significado, tanto a las situaciones presentadas, como a sus posibles soluciones o enfoques. En este sentido, cobra relevancia la noción de participación periférica en comunidades de práctica (Lave y Wenger, 1991) del enfoque del aprendizaje situado, entendiendo que la discusión antes mencionada es uno de los elementos de integración y progreso de los participantes en dicha comunidad, comunidad integrada por alumnos y profesor, donde éste desempeña un papel de facilitador de los aprendizajes, es decir, de provocador de una creciente participación en la comunidad. Las nociones de comunidad de práctica y participación periférica se emplean como herramientas de análisis del aprendizaje, no como norma que condiciona de forma prescriptiva el método de trabajo, aunque no conviene descartar la repercusión de estas nociones en las características del contexto.

No estoy de acuerdo con algunas posiciones de este enfoque que consideran la participación como lo único importante; es necesario incluir en la práctica momentos de institucionalización de los aprendizajes, donde el profesor orquesta las distintas intervenciones de los alumnos y la suya propia. Cuando los alumnos sólo participan, los nexos cognitivos no se activan con tanta fortaleza como cuando se les hace tomar conciencia de lo que están aprendiendo; entre otras razones, tienen que hacerse protagonistas de lo que están aprendiendo. No se trata de que el alumno se responsabilice exclusivamente de llevar a cabo una serie de actividades, sino de que se responsabilice intelectualmente de su aprendizaje. Es ese compromiso intelectual que tiene mucho que ver con las ideas de esfuerzo mental o aprendizaje intencional, aprendizaje significativo y metacognición (Anthony, 1996); en suma, con un aprendizaje significativo basado en la reflexión y en el que cada alumno desempeña



---

un papel de verdadero protagonista. Se trata de incluir, por tanto, una perspectiva de control, metacognitiva, que no sólo faculta para lo que están aprendiendo, sino para lo que aprenderán en el futuro. Además, al referirme a ese aprendizaje intencional quiero poner de manifiesto la necesidad de que el alumno tenga la intención de aprender por delante de la de adquirir una serie de conocimientos que le permitan superar los mínimos establecidos por el profesor. La falta de intención de aprender por parte de algunos alumnos se pone de relieve, en ocasiones, cuando cometen inexplicables errores<sup>5</sup>.

Es en este contexto y con esta perspectiva donde hemos de situar la investigación que aquí se presenta. En primer lugar, he de aclarar que no es objeto de la investigación cómo se pone de relieve la noción de comunidad de práctica como herramienta de análisis, o cómo construyen socialmente significados los alumnos, o el desarrollo cognitivo de cada uno de ellos. Todo esto es preciso tenerlo en cuenta para comprender el contexto en el que se desarrolla la investigación, pero su objetivo es enfatizar la aparición de características deseables del conocimiento profesional a través de la dedicación a diversas tareas relacionadas con la resolución de problemas, tareas en las que se emplea la discusión como mediadora del aprendizaje. El propósito es, pues, mostrar cómo la resolución de problemas propicia el desarrollo de ciertas características del conocimiento profesional que se consideran deseables, en el sentido de que debiera poseerlas todo buen profesional (Martín y Porlán, 1999)<sup>6</sup>.

Con el propósito referido se presenta un estudio etnográfico, cualitativo y descriptivo cuyo escenario es el aula durante la docencia de la asignatura mencionada. Para poner de relieve esas características deseables se han analizado el diario del profesor (el propio investigador, que contiene notas de las intervenciones de los alumnos en clase), apuntes diarios y reflexiones de los alumnos, y entrevistas. Con todos ellos se ha efectuado un análisis de contenido, procurando encontrar indicios de las características deseables mencionadas. Estas características pertenecen a un listado más amplio relativo a descriptores de las componentes del conocimiento profesional. Se ha optado por presentar secuencias o segmentos, en lugar de entresacar unidades de información descontextualizadas, pues se quiere poner de relieve la utilidad de la tarea y el medio elegido (la discusión).

Los participantes en este estudio fueron los alumnos de la asignatura a lo largo de 3 años. Como ya he dicho, el número fue variable, pues es una asignatura optativa. Es importante insistir en que habitualmente no son alumnos del primer año, por lo que puede alcanzarse con ellos un mayor nivel de reflexión y se hallan más preparados para participar en las discusiones.

## Ejemplos

Paso a relatar seis situaciones o segmentos del proceso de enseñanza- aprendizaje con el propósito de ejemplificar características deseables del conocimiento profesional y cómo se manifiestan en el desarrollo de la asignatura. Los comentarios, reflexiones y conclusiones que se narran provienen inicialmente unas veces del profesor y otras de los estudiantes, pero todos ellos pertenecen ya al conocimiento institucionalizado en clase y compartido por una gran mayoría de los estudiantes.

Estos segmentos son parte del proceso formativo, el cual es objeto de investigación. Su selección se ha hecho sobre la base de la relevancia de las características del conocimiento profesional que su análisis pone de manifiesto. No son los únicos, por supuesto. En su análisis, las aportaciones de los estudiantes no corresponden por lo general a los mismos alumnos.

**Segmento 1.** En este segmento se pondrá de relieve *la importancia de ser consciente de las metas educativas*. Los objetivos específicos de la pregunta planteada dan pie a objetivos que sobrepasan el contenido concreto de la pregunta. Los alumnos integran ese objetivo y les sirve de referencia para sus comentarios.

El objetivo aparente de esta sesión (es decir, correspondiente al punto del proceso en que nos hallábamos) era discutir ventajas e inconvenientes para el aprendizaje y la enseñanza del uso de diagramas o esquemas representativos de la estructura de un problema<sup>7</sup> y llegar a consensuar tipos de diagrama, así como sus códigos internos. Para ello inicié la sesión solicitando que alguien enunciara un problema original. Un alumno enunció el siguiente problema:

Tenía en mi hucha 127 pts. El martes saqué 65 pts para comprar un cuaderno, y el miércoles saqué 32 pts para comprar lápices. Después mi abuelo me dio 25 pts. ¿Me queda dinero para comprarme un cuaderno?

A continuación pregunté qué les parecía el problema. Una alumna dijo que se podía contestar con un simple *sí* o *no*, a lo que arguyeron otros que, para eso, el niño tenía que hacer operaciones o estimar el resultado. Como abundaron en la idea de que se podía contestar sin realizar por escrito las operaciones, estimando, les pregunté qué consecuencias podrían extraerse de ese hecho. Una alumna dijo que habría que cambiar la pregunta del enunciado para que fuera más extraño que lo resolvieran estimando. Precisamente fue en este punto donde entró lo que para mí era el gran objetivo (contenido) de transferencia de esa sesión: la importancia de ser conscientes de lo que pretendemos, de lo que queremos que aprendan nuestros alumnos. Por esta

---

razón lancé la pregunta: *¿Qué pretendemos con este problema?* Tal pregunta dio fundamento a todas sus intervenciones. Además, una alumna expresó algo que le había sorprendido:

Yo, cuando he dado clases particulares, me he preocupado de que los problemas tuvieran unos datos adecuados, que las operaciones a realizar correspondieran a los temas estudiados, que el enunciado estuviera claro,... Me acabo de dar cuenta de que la pregunta formulada en el enunciado puede condicionar incluso las estrategias a emplear a lo largo de la resolución del problema.

Se refería a que el enunciado anterior daba pie a emplear la estimación como estrategia de resolución, mientras que un enunciado en el que se pidiera, por ejemplo, cuánto habría de pedirle a su madre para comprarse un cuaderno, casi conduciría a los niños a realizar una operación tras otra. Esta alumna había integrado en su práctica el contenido de la sesión; conocimiento de matemáticas y conocimiento curricular se daban al unísono tanto en la teoría como en la práctica.

He de reconocer que en esa sesión no pretendía incluir otro contexto para el aprendizaje de la relación entre las distintas variables de la Resolución de Problemas, pero, afortunadamente, la sesión fue más rica de lo que yo había supuesto. Es preciso añadir que no era la primera sesión en la que planteaba la pregunta *¿Qué pretendemos con este problema?*, aunque en ocasiones anteriores la necesidad de este planteamiento había surgido en un contexto diferente. ¿Dónde enfocar, pues? En este caso, es claro que mi intención fue poner el énfasis en las metas educativas.

**Segmento 2.** Analizar el papel del maestro de forma crítica, reflexionando sobre *rasgos consistentes con una teoría constructivista del aprendizaje, una concepción dinámica de la resolución de problemas, la necesidad de analizar a fondo los requerimientos de las tareas y la conveniencia de promover determinadas actitudes en los alumnos*, era el objetivo de la sesión.

Basándome en el problema que enuncian Davis y McKillip (1980), así como en sus comentarios (p. 82-83), propuse la adaptación siguiente:

Un almacén de deportes tiene 247 pelotas de baloncesto a 2370 pts cada una, y 142 balones de fútbol a 3840 pts cada uno. ¿Cuál es el valor total entre pelotas de baloncesto y balones de fútbol?

Por supuesto, aunque lo primero que hicieron los alumnos fue resolver el problema, esto no era objetivo de la sesión. El propósito era:

- a) imaginar las reacciones que los hipotéticos alumnos de primaria tendrían ante el enunciado, especialmente los que se sintieran bloqueados;
- b) pensar en cómo deberían actuar como maestros;
- c) reflexionar sobre las recomendaciones que ofrecen Davis y McKillip.

Respecto a c), estos autores abogan, para aquellos alumnos que se queden perplejos ante el enunciado, por que se les presente el mismo enunciado con números más simples (por ejemplo: 3 pelotas de baloncesto a 100 pts y 4 de fútbol a 200 pts). Mis estudiantes vieron la utilidad (no sólo para el alumno, sino como conocimiento del maestro) del heurístico “simplificar el problema” en toda su extensión: no garantiza la resolución efectiva, pero puede ayudar a avanzar en la solución, aunque finalmente habrá que abordar el problema original:

Muchos niños no saben hacer el problema porque no manejan esos números. Pero normalmente el maestro no les dice que cojan números menores, sino que les da la fórmula. Deberíamos ser más pacientes y comprender que los niños tienen que dar más pasos. Coger números más pequeños es muy útil para hacerse idea, aunque no te dé plena seguridad de que te va a salir.

Más aún, imaginando la reacción de bloqueo de algunos alumnos (propósito a), la reflexión anterior (propósito c) les llevó también a pensar en su papel como maestros (propósito b). De hecho, la sesión se convirtió en ocasiones en una simulación de una situación de enseñanza- aprendizaje en primaria. Lejos de proponer soluciones aplicables a cualquier alumno y cualquier contexto, los comentarios se inclinaron hacia la idea de que el maestro debe poseer recursos para desenvolverse en múltiples situaciones. En concreto, aunque puede parecer más apropiado que el maestro, en lugar de plantear a los niños bloqueados el enunciado simplificado, les proponga que sean ellos mismos los que traten de simplificar el problema, es cierto que determinadas situaciones escolares pueden conducir a la necesidad de que sea el maestro el que lo enuncie:

En realidad, el problema es que muchos maestros tienen muy pocos recursos pedagógicos: lo único que saben es indicar que regla usar, pero no son capaces de hacerle llegar a ella; a lo mejor, ni ellos mismos saben cómo hacerlo. Las sugerencias como ‘simplificar el problema’ no son dominadas por los maestros. De todas formas, creo que no debemos pensar que estas sugerencias valgan para todos los niños; a algunos habrá que dirigirlos más.

Se ha comentado asimismo que hay que tener cuidado, como maestros, a la hora de dirigir el aprendizaje de los alumnos, pues puede reforzarse la relación

---

unidireccional alumno- maestro en los momentos de construcción y sanción del conocimiento, convirtiéndose el maestro en la única autoridad competente, lo que puede conducir a la idea de que *una autoridad* es necesaria para definir valores, en oposición a la idea de que los valores son construidos por un grupo humano:

Yo no había caído en ello, pero la verdad es que necesito que alguien me diga siempre si lo que he hecho está bien. Pienso que no soy independiente y creo que debemos hacer por cambiar la situación.

Es importante, en toda esta reflexión, el proceso de construcción de conocimiento profesional por parte de los estudiantes para maestro, así como el propio conocimiento profesional en construcción. No se trató sólo de ver la utilidad de cierto heurístico o de recibir la información de que los alumnos pueden bloquearse cuando han de enfrentarse a problemas con números grandes. Más allá de esto, los estudiantes hicieron suyo esos bloqueos y la necesidad de darles solución; se situaron virtualmente como maestros y se esforzaron por construir algo que les sirviera como tales. Para que este conocimiento sea *profesional* y no un simple conocimiento *teórico*, es necesario que la intención del profesor trascienda la actividad del aula hacia la metaaula (el aula de primaria), que los estudiantes sean capaces de reflexionar sobre unos parámetros aproximados de esa metaaula y, finalmente, que se institucionalicen estas referencias y el proceso de construcción.

Otra de las recomendaciones de Davis y McKillip (1980) consiste en minimizar las palabras del enunciado, reduciéndolo:

247 pelotas de baloncesto a 2370 pts cada una.

142 balones de fútbol a 3840 pts cada uno.

¿Cuánto valen en total?

Estos autores dicen que la tarea del resolutor es la misma con este enunciado: analizar el problema y ejecutar las operaciones necesarias. Olvidan quizás la importancia de extraer la información relevante de un enunciado. No obstante, habría que argüir, como he hecho anteriormente, que algunas ocasiones motivarán la validez de esta simplificación, pero ¿no sería más formativo pedir a los alumnos que extrajeran ellos mismos los datos relevantes del problema? En esta línea estuvo la discusión con los estudiantes, e igualmente se procedió con la simplificación que se obtiene al combinar las dos anteriores:

Es mejor dar la oportunidad de hacer distintas simplificaciones, aunque algunos alumnos

no lo sepan. Lo que está claro es que las cosas que hay que hacer según el enunciado de los problemas son diferentes. Esto lo sabemos muy bien por los exámenes que hemos hecho.

Debido al análisis que habitualmente desarrollamos en clase de la estructura matemática de los problemas que se abordan, los estudiantes expusieron que la estructura de este problema era:  $ab+cd$ . La combinación de la estructura del problema y la simplificación del mismo condujo a la posibilidad de simplificar el problema siguiendo la estructura  $(a+c)e$ , pudiéndose obtener así incluso una cota (inferior o superior) del resultado, si se toma  $e$  como  $b$  o  $d$ . Correspondería al enunciado:

Un almacén de deportes tiene 247 pelotas de baloncesto y 142 balones de fútbol a 2370 pts cada uno. ¿Cuál es el valor total entre pelotas de baloncesto y balones de fútbol?

Es éste otro tipo de simplificación, distinto a lo que hemos visto anteriormente. Ahora se altera la estructura. Pero el análisis que efectúan los estudiantes no se queda en reflejar las diferentes simplificaciones y estructuras asociadas, sino que profundizan en los posibles riesgos que pueden conllevar; asimismo se valoró positivamente el hecho de que, si son los alumnos los encargados de simplificar el enunciado, es muy probable que aparezcan simplificaciones muy diversas. Más concretamente, se refirió el riesgo de que, al volver al problema original, los alumnos emplearan la estructura  $(a+c)(b+d)$ , incluso se asoció esta estructura al relativamente frecuente impulso de multiplicar (de una sola vez) cantidad ( $x$ ) por precio ( $y$ ):  $xy=(a+c)(b+d)$ .

La última recomendación de Davis y McKillip (1980) es referente a la imagen que se hacen los alumnos del problema. Proponen que, para que éstos adquieran una idea adecuada y realista del problema, se les haga imaginar que el almacén es suyo y que es cada uno de ellos quien ha de valorar lo que posee, añadiendo que se fabriquen un inventario o tabla. Finalmente, dicen que la hoja de inventario es probablemente muy cercana a la realidad, lo que parece incuestionable; sin embargo, eso no debe implicar que sea el maestro quien la proporcione siempre.

**Segmento 3.** Los objetivos de esta sesión eran concluir que los maestros han de poseer *criterios para organizar las actividades de aula más allá de la mecánica aplicación del libro de texto, y reflexionar sobre la relatividad de los niveles de dichas actividades.*

En una misma sesión (80 minutos) abordamos los problemas 2.1 y 2.2 de Humenberger y Reichel (1996, p. 203-205):

## 2.1

La clase de 1° de bachillerato de un instituto de un pueblo de 4.300 habitantes se va de excursión a una montaña a 120 km de distancia. El cofre de la clase tiene 500\$. El coste total de la excursión ascendió a 360\$. Esta cantidad incluyó el pago del autobús, 110\$, y el coste de la cuerda para cada uno de los 25 alumnos.

- a) ¿Cuánto costó la cuerda para cada alumno?
- b) ¿Qué datos eran innecesarios para contestar la cuestión a?

Reescribe el texto usando variables en lugar de números específicos (a,b,c,...) y da una fórmula general para la referida cuota.

## 2.2

Un empleado va al trabajo en bicicleta. Usualmente recorre los 3 km de distancia a una velocidad media de 15 km/h, pero en esta ocasión tuvo la mala fortuna de que, tras haber recorrido 1 km, se pinchara una rueda, por lo que tardó 20 minutos más, ya que tuvo que empujar la bici desde ese punto. Afortunadamente, pudo reparar la avería en el trabajo y volver a casa en bici, como de costumbre.

- a) ¿Cuántos km hizo en bici más que andando?
- b) ¿Qué datos son irrelevantes para contestar la cuestión a?
- c) ¿Qué cuestiones adicionales pueden formularse y contestarse?  
o bien  
c') ¿Es posible responder las siguientes cuestiones con los datos dados?  
(i) ¿Cuánto tiempo suele tardar en bici?  
(ii) ¿Cuánto tiempo tuvo que estar empujando la bici?  
(iii) ¿Cuál fue la velocidad media andando?  
(iv) ¿Cuánto tardó en arreglar la bici?

Ambos enunciados están clasificados en el libro como correspondientes a problemas aritméticos en los que es preciso organizar los datos. Para el 2.2 se añade la técnica de la representación visual como útil. Propuse estos problemas de forma progresiva: además de presentar el segundo una vez que hubimos acabado el primero, en cada uno de ellos fui formulando cada apartado tras finalizar el anterior.

Aunque obviamente es útil organizar los datos, el énfasis se puso en la aparición de datos irrelevantes. Cuando formulé la pregunta *¿Por qué os he propuesto este problema?*, los alumnos respondieron mayoritariamente en ese sentido. Formulé esta pregunta tras la resolución del apartado a) de 2.1. Es importante que los estudiantes caigan en la cuenta de que la realización de una actividad ha de poseer un objetivo, no es puro entretenimiento. Evidentemente, 2.1 no fue un problema para ellos, por lo que los objetivos debían ubicarse fuera de su preparación como resolutores. De esta forma, la aparición de datos irrelevantes, o mejor, la importancia de detectar datos irrelevantes se vio como algo deseable en las actividades de primaria, pues se vieron como más realistas: los problemas reales no suelen tener todos sus datos ajustados al enfoque matemático, sino que en la mayoría de los casos

faltan y/o sobran datos; por lo que nos situamos dentro de su formación como futuros maestros.

Asimismo, indagar en la estructura matemática del problema, como se solicita en el apartado final de 2.1, es un requisito necesario para que el maestro organice y secuencie las actividades. En este punto, se criticó el uso habitual de los libros de texto; el maestro descarga su responsabilidad organizadora en los autores de estos libros, proponiendo actividades sin más criterio que el orden de aparición en éstos. Por encima, pues, de otras conclusiones, se insistió en la necesidad de que el maestro construya y posea criterios para organizar las actividades. Esto lo capacitará además para abordar los contenidos desde amplias perspectivas, ensanchando el campo de ejemplos a trabajar en el aula, lo que minimiza el riesgo de la reducción del campo de significados de conceptos y procedimientos a través de los ejemplos en que se estudian.

Respecto al 2.2, la posible aparición de un esquema mostrando las distancias andando y en bici, junto a la solicitud de formular cuestiones, son los dos aspectos que más lo diferencian del 2.1. En efecto, me decanté por c), aunque, después de que los estudiantes formularan sus cuestiones, les enuncié c') y comentamos posibles soluciones. Pero vayamos por orden. En la cuestión a) pocos estudiantes emplearon el esquema gráfico, aunque los que lo hicieron comentaron cómo les había ayudado, pues se habían figurado mejor la situación. Tal comentario, propio de su progresiva formación como resolutores (formación heurística), se trasladó a un plano de reflexión diferente cuando un estudiante preguntó en qué curso de primaria se podría plantear este problema (con el apartado a) exclusivamente). Mientras que algunos de sus compañeros lo situaban en el primer curso, otros lo hacían en cursos posteriores. Finalmente, concluimos que el nivel de un problema no depende sólo del enunciado, con la solución y la estructura matemática asociadas, sino de las habilidades en resolución de problemas desarrolladas por los niños. En este aspecto, es preciso aludir a los "convenios" establecidos en la clase; de hecho, existen maestros que penalizan el uso de diagramas en problemas en los que *no son imprescindibles*. Por el contrario, niños acostumbrados a resolver problemas, empleando representaciones gráficas (por ejemplo), pueden abordar algunos problemas que presentarían serias dificultades para otros desacostumbrados.

Respecto al apartado c), surgieron 10 preguntas diferentes, que incluyeron las propuestas en c'), salvo la última (que no puede responderse). Además de comentar que este apartado da variabilidad a la asignación del problema a niveles educativos o de dificultad, constatamos cómo el trabajo en grupo de maestros (en formación) da sus frutos: en pocos minutos salieron más cuestiones de las que proponían



---

Humenberger y Reichel (1996). Por otra parte, vieron la importancia de plantear cuestiones como c), pues promueven la problematización de situaciones, relevante para la fase de identificación en resolución de problemas y para favorecer una actitud activa y crítica en la vida.

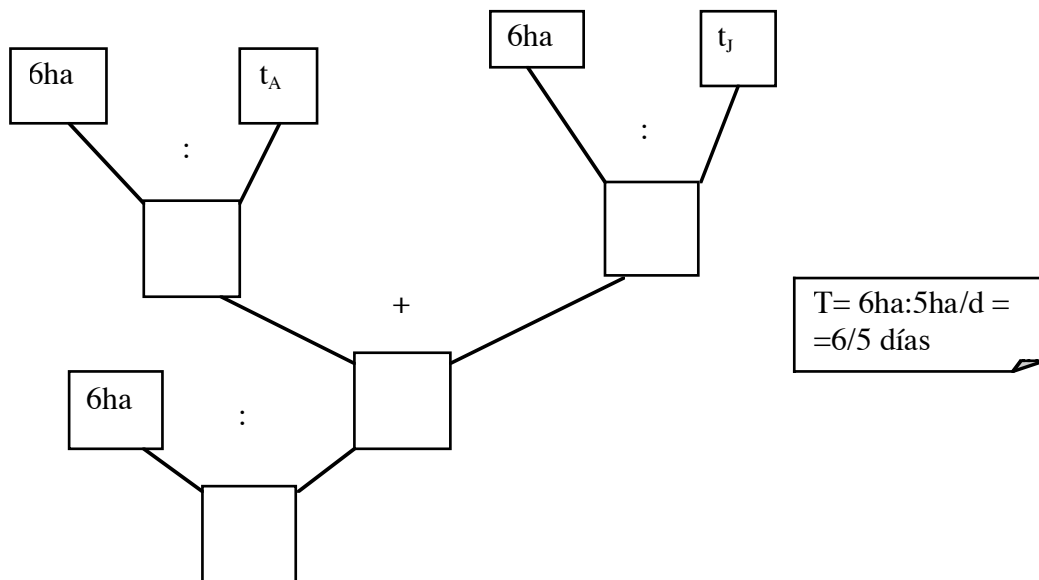
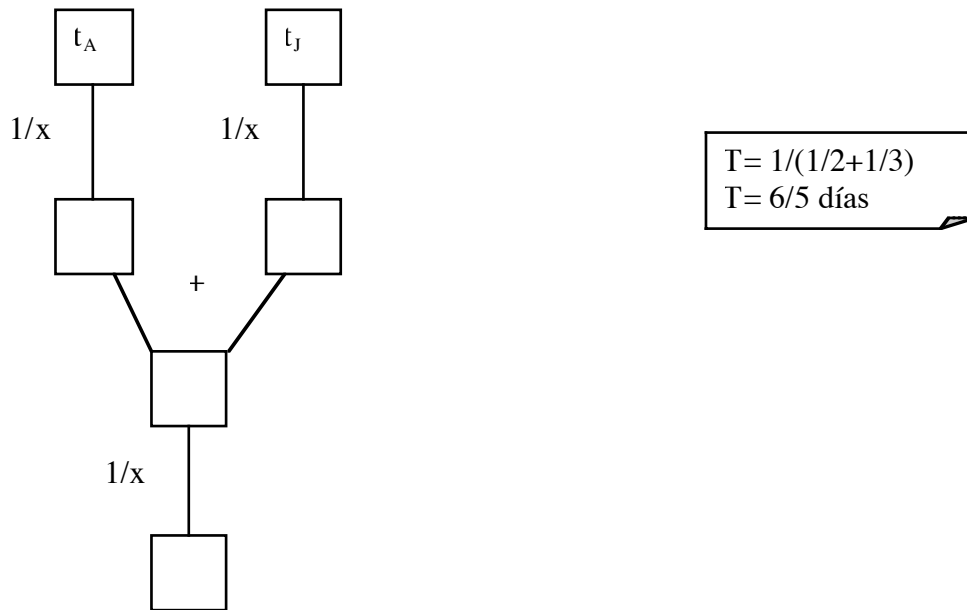
En sesión posterior a ésta les proporcioné un listado de problemas de libros de texto de educación primaria. La tarea era clasificarlos previa explicitación de criterios. Los futuros maestros elaboraron y aplicaron diferentes criterios: en función del número de operaciones, en función de su conexión con la realidad o el entorno del niño de primaria, en función de su carácter problemático y en función de si eran de completar o se enunciaba alguna pregunta. Ahora bien, más allá de los criterios concretos, el objetivo fue poner de relieve la importancia de elaborar y poseer criterios en la vida (no sólo en el terreno profesional), lo que conecta con los comentarios anteriores. Esta reflexión me llevó a proponerles el ejemplo de la clasificación de polígonos con niños de 6-7 años. Una estudiante planteó qué hacer si un niño clasifica en función de un criterio distinto al del maestro, lo que motivó, a su vez, que les preguntara qué pretendemos con esa actividad. Salieron los siguientes objetivos: 1) criterios de clasificación de polígonos; 2) criterios de clasificación de cualquier cosa; 3) trabajar en grupo; 4) promover una actitud abierta, reflexiva y crítica; 5) fomentar una actitud vital de protagonismo; 6) ver la utilidad y aplicabilidad de los criterios; 7) poner de manifiesto la importancia de la comunicación en la construcción de conocimientos. Como puede observarse, las componentes disciplinar, humana, curricular y actitudinal confluyen en la construcción de conocimiento profesional.

**Segmento 4.** En esta ocasión, el principal propósito era poner de relieve las ventajas de proponer actividades para que den lugar a planteamientos diversos, promoviendo una *actitud abierta y flexible*.

Inmersos en el estudio y análisis de tipos de datos en un problema, les propuse el siguiente, extraído de Puig y Cerdán (1988, p. 196):

La superficie de un campo es 6 ha. Antonio puede cavarlo en dos días y Juan en tres días.  
¿Cuánto tiempo tardan en cavarlo los dos juntos?

El análisis puso de relieve que el dato de la superficie del campo (6 ha), aunque es pertinente, no es necesario. En efecto, el problema puede resolverse con y sin este dato, obteniéndose dos diagramas diferentes de la estructura de la solución:



Además de las soluciones “esperadas”, tres estudiantes resolvieron el problema suponiendo que cavar juntos significa repartirse por igual el trabajo:

Antonio tarda un día en cavar medio campo. Juan tarda un día y medio en cavar medio campo. Por tanto, el tiempo invertido en cavar el campo entero es 1.5 días.

---

Este planteamiento sorprendió al grupo de estudiantes y puso de relieve las ventajas de dar cabida a estos planteamientos, debiendo poseer el maestro, y promover en sus alumnos, una actitud abierta y flexible. Esta actitud no sólo se manifiesta en las diferentes interpretaciones del enunciado, sino en las diferentes maneras de abordar la resolución.

De esta forma, la resolución de problemas ofrece una oportunidad para trasladar a hechos lo que en forma de discurso no acostumbra a surtir el mismo efecto. En otras palabras, la aportación de la enseñanza de las matemáticas a la formación de individuos con una mentalidad abierta y flexible no puede consistir exclusivamente en un pronunciamiento del maestro y unas buenas palabras de vez en cuando para tratar de convencer a los alumnos. El abordaje del problemas como acabo de comentar es una verdadera contribución desde las matemáticas.

**Segmento 5.** Una de las sesiones del curso consistió en la presentación de experiencias e ideas, en general así como respecto al tratamiento de la iniciación de los niños en problemas multiplicativos, por parte de una maestra. Uno de los objetivos era hacer patente *la necesidad de poseer interrogantes y una postura crítica ante la información.*

Es bastante común que este tipo de sesiones despierte gran expectativa entre los futuros maestros, pues, aparte de ver reflejado su futuro en los maestros en activo, les conceden más fiabilidad que a nuestros usuales planteamientos teóricos, descontextualizados de la labor educativa en la escuela primaria: es la victoria de lo particular y concreto sobre lo general y abstracto. Sin embargo, o quizás precisamente por lo anterior, tales sesiones deben ser preparadas cuidadosamente para que no sean idealizadas y, al mismo tiempo, sirvan de ayuda en la construcción crítica de elementos del conocimiento profesional.

En este sentido, solicité previamente, como tarea externa, la formulación de preguntas a plantear a la maestra. Las preguntas fueron discutidas y consensuadas por el grupo de estudiantes, y se las hice llegar a la maestra para que tratara de considerarlas en su exposición. Por supuesto, hubo también cuestiones espontáneas en el debate posterior a la presentación de la maestra. Las preguntas elaboradas con antelación fueron:

- a) A través de la enseñanza de la actividad matemática, ¿qué podemos conseguir en los niños?, es decir, ¿qué capacidades podemos desarrollar?
- b) Cuando enseñamos resolución de problemas matemáticos, en el proceso de aprendizaje ¿qué debemos tener en cuenta? (respecto a orientaciones metodológicas)
- c) Cuando proponemos un problema a los alumnos, ¿qué tenemos que tener en cuenta para que sea motivador y, por tanto, incite al niño a querer resolverlo?

d) ¿Qué actitudes en el niño favorecen el aprendizaje de resolución de problemas matemáticos?

A través de estas preguntas se observan sus principales preocupaciones: desarrollo aptitudinal y actitudinal de sus futuros alumnos, y cómo poner en práctica este tipo de enseñanza (que les agrada teóricamente) en cuanto al diseño de actividades, gestión del aula, evaluación y papel de los alumnos. Esta tarea de formular preguntas los sitúa en el aula de primaria, propician la relación entre la teoría impartida y la práctica experimentada o imaginada; en cualquier caso, supone la construcción de nexos entre teoría y práctica, y provoca la consideración de ésta en las reflexiones teóricas.

Vi conveniente que se esforzaran en dar su propia respuesta a sus preguntas, para situarlos en una postura crítica ante las posibles respuestas que aparecieran en la intervención de la maestra. Éstas fueron sus respuestas:

a) Desarrollo lógico-matemático, abstracción, autonomía, cálculo mental (y rapidez), situación espacio-tiempo, crítico, razonamiento (extrapolar), reflexión, relación conocimiento poseído con nuevo, aplicabilidad a la vida real, ensayo-error.

b) Edad, conocimientos previos, evitar recetas, vocabulario, relación de contenidos, dificultad adecuada a la edad, diagrama de estructura, trabajo en grupo, representar en clase situaciones, extensiones de los problemas, partir del nivel psicopedagógico, intereses y necesidades de cada alumno (significatividad lógica y psicológica), vincular el aprendizaje al contexto, organización del aula (diversidad), situaciones de la vida real (significatividad).

c) Problemas útiles en la vida real, enunciados cercanos del entorno, enunciados cortos, juegos, materiales y recursos novedosos, retos con un nivel de dificultad semejante a sus capacidades, partir de sus intereses, modelos (humanos y materiales) atractivos, que el niño reciba apoyo moral y metodológico ante cualquier bloqueo.

d) Interés, atención, crítico, reflexivo, afán de superación, curiosidad, abierto, desenvuelto, imaginativo, creativo, iniciativa, participativa, involucrarse (identificarse con la situación), respeto, compañerismo, comunicativa, investigadora.

Sus preocupaciones y sus respuestas ponen de relieve las 4 componentes del conocimiento profesional antes mencionadas: disciplinar, humana, curricular y actitudinal. El planteamiento de sus propias preguntas y la posterior reflexión sobre ellas permitió que las experiencias e ideas relatadas por la maestra encontraran un espacio de contraste en cada uno de los futuros maestros. Contrastaron estas nuevas

ideas con las hasta ese momento movilizadas en clase, efectuando un juicio (evaluación) crítico de lo aprendido (construido) anteriormente.

**Segmento 6.** *La conveniencia de situarse en el punto de vista del alumno es ahora el principal objetivo. Se dará cabida también a hacer patente la vinculación de las diferentes componentes del conocimiento profesional.*

En esta ocasión presenté a los estudiantes el siguiente problema:

Voy a comprar 4 kg de naranjas. Cada kg cuesta 197 pts.

- a) ¿Cuánto gastaré?
- b) ¿Cuánto me quedará si entrego 1000 pts?
- c) ¿Cuántas naranjas entran en los 4 kg si cada kg tiene 4 naranjas?
- d) Si uso 2 naranjas para hacer un vaso de zumo, ¿cuántos vasos de zumo haré con 8 naranjas?

La idea no era que lo resolvieran, sino mostrarles cómo se había desarrollado el abordaje de este problema en una clase de 8 años. De hecho, les fui formulando las cuestiones una a una, informándoles de alguna resolución errónea y pidiéndoles posibles explicaciones de esos errores. En concreto, les dije que bastantes niños habían dado como solución a la primera pregunta la resta  $197-4$ . Ninguno de ellos había podido imaginar que los niños cometieran este error y difícilmente encontraron argumentos en los que pudiera apoyarse. Muchos lo calificaron como confusión entre magnitudes (peso y dinero no se pueden restar), pero realmente esto no explica el error. Sin embargo, uno de ellos dijo que podía deberse a la concurrencia de la palabra “gastaré”. En efecto, ésa fue la explicación de los niños de primaria que lo habían resuelto así:

Como dice gastaré, tendré que restar.

Tenemos ante nosotros un error basado en la abusiva asociación de palabras a operaciones. Este hecho sirvió de base a una reflexión crítica sobre el empleo de palabras clave en los enunciados de los problemas. Pero, quizás aún más importante, los futuros maestros cayeron en la cuenta, como reflejan en sus informes, de lo importante que es situarse en el punto de vista de los niños. En otras palabras: es más constructivo indagar en las razones que llevan a un niño a efectuar una operación en un problema, que decir simplemente que la operación no es correcta. A esta conclusión llegaron los estudiantes no sólo a partir del primer apartado, sino de los siguientes. Por ejemplo, algunos alumnos de primaria dijeron que no podían

responder al segundo apartado porque sólo disponían de un dato (1000 pts). En resumen, volviendo al primer apartado, saber que los alumnos han asociado “gastaré” a la resta es entender por qué los alumnos han resuelto el problema restando, mientras que interpretar el resultado como una confusión de magnitudes no es más que una consecuencia de lo anterior. Ponerse en el punto de vista del alumno es entender por qué hace algo de una determinada manera.

Si queremos infundir en los futuros maestros la inclinación de ponerse en el lugar de sus alumnos, no podemos pretender que esa actitud sea el fruto de discursos bien elaborados; también ellos deben sentir que nosotros, sus formadores, nos ponemos en su lugar. Por ello, otro día les planteé el problema de encontrar todos los números enteros que se pueden expresar como suma de números consecutivos. Una estudiante salió a la pizarra y, para “demostrar” que todos los números impares son solución al problema, escribió lo siguiente:

$$0+1 \rightarrow 1$$

$$1+2 \rightarrow 3$$

$$2+3 \rightarrow 5$$

$$3+4 \rightarrow 7$$

$$4+5 \rightarrow 9$$

.

.

.

Dijo que ya estaba hecha la generalización para los impares. Efectivamente, estaba, no en la pizarra, sino en su cabeza. No se trataba de una generalización indebida, sino de la captación de la estructura general sin la expresión formal. No pensaba que unos cuantos casos bastaran para argumentar el caso general, sino que se había dado cuenta de cómo funcionaba.

No se trata de que no procuremos mejorar sus métodos y su concepción de lo que es una prueba, sino de que partamos de sus concepciones y su conocimiento; además de ser un buen punto de partida sobre el que construir conocimiento, las implicaciones actitudinales hacen que el esfuerzo valga la pena.

### **Comentarios finales**

La evolución de las concepciones de los estudiantes debe ser un objetivo prioritario de su formación. Ya he comentado esto en relación con esta asignatura. Me gustaría añadir, no obstante, un extracto de los comentarios de un grupo de alumnos (al finalizar el curso), referentes a lo que supuso para ellos la primera sesión

del curso, consistente en discutir diferentes definiciones y visiones de la resolución de problemas:

Tras esta primera sesión llegué a la conclusión de que resolver problemas es un proceso natural que incluso los bebés realizaban con éxito; a medida que vamos creciendo los problemas de nuestra vida se van haciendo más complejos, pero, gracias a nuestra experiencia y a nuestra capacidad de razonar, también los resolvemos con éxito. Sin embargo, cuando el niño entra en la escuela este proceso natural parece como si se viera truncado, sometiéndose a la resolución de problemas que no son útiles para él y que en numerosas ocasiones no se tratan de problemas, sino de ejercicios que requieren de una mayor abstracción y que se reducen a un mero mecanismo de resolución. Estas primeras reflexiones supusieron para mí un gran cambio de actitud con respecto a la resolución de problemas matemáticos; a partir de ahora resolver un problema supondría un proceso de construcción personal que permitiría el desarrollo de numerosas capacidades como:

- reconocer la existencia de un problema,
- analizar los datos que nos proporciona y su relación con otros datos que ya nosotros poseemos,
- la indagación y la utilización de ejemplos para su resolución,
- la estimación mental, el tanteo, la descomposición de datos, etc.

Todas estas capacidades son útiles para desenvolvemos personalmente en la vida diaria y resolver los diversos problemas que se nos plantean, pero además son capacidades que ayudan al alumno a enfrentarse a las diversas situaciones de aprendizaje que se dan en el aula, tanto de matemáticas como de otras áreas...

...Parecía que lo que habíamos trabajado incansablemente una y otra vez en matemáticas no hubiese resultado significativo para nosotros y en numerosas ocasiones nos vimos incapaces de abordar los problemas que se planteaban en la clase. Era como si no estuviésemos acostumbrados a pensar o a buscar soluciones ante los problemas que se nos plantean. Sin embargo, esto no es así, pues la mayoría de nosotros procedíamos del Bachillerato y habíamos alcanzado con éxito una etapa importante dentro del Sistema Educativo. ¿Qué ocurría entonces?, ¿cómo habían sido los problemas que habíamos resuelto hasta el momento?, ¿habían sido significativos?, ¿habíamos desarrollado algunas capacidades en su resolución?... Me gustaría pensar que sí, pero, ¿qué ocurre al enfrentarme a los problemas que me plantea el profesor?, ¿por qué tengo dificultades para resolverlo?, llegué a la conclusión de que tenía que aprender mucho más en matemáticas, pero de otra manera.

Aunque la evolución de las concepciones no ha sido objeto de análisis en este artículo, a través de los segmentos, estimo que su inclusión en las conclusiones adquiere perfecto sentido en tanto en cuanto es una muestra de las consecuencias positivas de abordar la resolución de problemas como se ha esbozado.

El reconocimiento de capacidades deseables en un maestro y en los niños de primaria, el cambio de actitud hacia las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje, y, sobre todo, el concluir la necesidad de aprender más matemáticas, aunque *de otra*

*manera*, y el deseo de adquirir un conocimiento y una perspectiva funcionales como maestros, son pilares sólidos para construir conocimiento profesional.

A lo largo de este artículo he puesto de manifiesto cómo aparecen rasgos deseables de ese conocimiento profesional en el desarrollo de una asignatura en la formación inicial de maestros. El primero de ellos, la importancia de ser conscientes de las metas educativas, llevó a los estudiantes a ver la relevancia de plantearse continuamente qué se pretende con cada una de las tareas que se proponen a los alumnos. Aunque no es difícil observar que esta característica es punto de confluencia de las cuatro componentes de Carrillo, Coriat y Oliveira (1999), no es menos cierto que las que se manifiestan en primer plano son las componentes matemática y curricular.

El conocimiento profesional también debe incluir la posesión de elementos de reflexión sobre las implicaciones de la adopción de una teoría constructivista del aprendizaje, una concepción dinámica de lo que es resolver problemas, la consciencia de la necesidad de analizar con detalle las exigencias de las tareas y la conveniencia de promover determinadas actitudes en los alumnos, entre otros. Cuando esa reflexión se hace de forma integrada en torno a una o varias situaciones, como se ha ejemplificado en el segmento 2, la vinculación de las componentes disciplinar, humana, curricular y actitudinal se hace patente. La derivación de la clase a una simulación de una situación paralela en primaria y el alejamiento de soluciones independientes de los alumnos, unidos a la recomendación de que el maestro sea facilitador, pero no expositor de soluciones, suponen un avance cualitativo hacia una razonable aplicación de las componentes mencionadas, las cuales, como he mencionado, se presentan fundamentalmente en nuestros esfuerzos analíticos, pero se dan al unísono en la práctica, aunque con peso diferente de cada una de ellas según el maestro.

La componente curricular es la principal protagonista del segmento 3, que gira en torno a la necesidad de poseer criterios para organizar las actividades de aula y a la relatividad de los niveles de las actividades. Las alusiones a la experiencia vivida conectan la componente curricular con la ética profesional: con la responsabilidad del maestro de organizar las actividades, sin relegarla al libro de texto. El maestro también debe ser consciente de que las estrategias empleadas en su clase van a condicionar la dificultad o nivel de las actividades. Aparece también la componente actitudinal, respecto a la flexibilidad que deben mostrar los maestros a la hora de aplicar estrategias: prohibir el uso de algunas de ellas elevará de forma innecesaria el nivel de complicación de las actividades. La actitud abierta y flexible es el rasgo deseable del conocimiento profesional que se trabaja también en el segmento 4,



---

ocupando ahora el protagonismo la componente actitudinal. La constatación del potencial de las matemáticas como materia que posibilita el desarrollo de objetivos generales y actitudes es un propósito que subyace en este segmento.

En el segmento 5 se pone de relieve cómo poseer interrogantes propios nos sitúa en una posición reflexiva, crítica y predispuesta al conocimiento. Las cuatro componentes aparecen en los interrogantes de los alumnos, así como en el segmento 6, sobre la conveniencia de situarse en el punto de vista del alumno. Para tomar el error como fuente de aprendizaje (principio constructivista) es preciso que indagemos en las causas de ese error, no que exclusivamente lo etiquetemos como tal y mostremos lo correcto.

Es obvio que rasgos y componentes del conocimiento profesional aparecen y se abordan en cualquier materia de la formación inicial, pero hemos de conceder importancia a la reflexión sobre ellos. La discusión en clase facilita la toma de conciencia crítica por parte de los estudiantes de los rasgos deseables del conocimiento profesional. Los ejemplos presentados fundamentan una propuesta de incluir en la formación inicial espacios de discusión e institucionalización de los aprendizajes en torno a las mencionadas características deseables.

Existen investigaciones sobre las concepciones y el conocimiento profesional de los maestros en activo, así como algunas con maestros en formación, pero es extraño encontrarse con investigaciones sobre cómo aparece el conocimiento profesional en la formación inicial (características) y cómo se puede favorecer su construcción. La formación inicial es fundamental en el éxito del sistema educativo, por lo que sería conveniente prodigarse en investigaciones en esta línea, que aportaran más elementos para configurar procesos de formación de maestros. Analizar el papel del grupo en el desarrollo cognitivo individual en este contexto e incrementar el número de situaciones de enseñanza analizadas, sería un primer paso que permitiría elaborar propuestas fundamentadas de tratamiento de materias centradas en la adquisición de conocimiento profesional, lo que entronca con el carácter profesional de la formación de maestros.

## Notas

<sup>1</sup> Me refiero ahora tan sólo a la formación inicial, como antes anuncié.

<sup>2</sup> En contraposición con la aplicación automática del conocimiento *instrumental* (Skemp, 1978), típica de muchas tareas de enseñanza.

<sup>3</sup> Habilidades conscientes de los propios procesos de razonamiento y de los requerimientos de las tareas, y estrategias de control y autorregulación.

<sup>4</sup> Puede consultarse un análisis estadístico efectuado en Carrillo (1998).

<sup>5</sup> Sirva como ejemplo la memorización mecánica de la regla para comprobar si una división es correcta: algunos alumnos llegan a decir que la regla es  $D = d+c+r$ . Una posible explicación para ello es haber memorizado la regla sin intención de comprenderla, pues a poco que se hubieran esforzado por comprenderla, habrían llegado a la conclusión de que  $d$  y  $c$  han de multiplicarse, ya que la multiplicación es la operación inversa de la división.

<sup>6</sup> Algunas de estas características se harán patentes en el siguiente apartado.

<sup>7</sup> En el contexto de los problemas aritméticos de más de una etapa (Puig y Cerdán, 1988).

## Referencias

- Anthony, G. (1996). Active learning in a constructivist framework. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 349-369.
- Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las ciencias*, 6(1), 19-29.
- Carl, I. M. (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Mathematics Teacher*, 82(6), 470-474.
- Carrillo, J. (1997). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., Coriat, M. y Oliveira, H. (1999). Teacher education and investigations into teacher's knowledge. En K. Krainer y F. Goffree (Eds.), *From a study of teaching practices to issues in teacher education*. Osnabrück: University of Osnabrück.
- Cobb, P. (1989). Experiential, cognitive, and anthropological perspectives in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 9, 32-42.
- Davis, E. J. y McKillip, W. D. (1980). Improving story-problem solving in elementary school mathematics. En S. Krulik y R. E. Reys (1980), *Problem solving in school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Hatfield, L. L. (1978). Heuristical Emphases in the Instruction of Mathematical Problem Solving: Rationales and Research. En L. L. Hatfield y D. A. Bradfard (Eds.), *Mathematical Problem Solving: Papers from a research workshop* (p. 21-42). Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.
- Humenberger, H. y Reichel, H.-C. (1996). Problem solving as a continuous principle for teaching. En A. S. Posamentier (Ed.), *The art of problem solving. A resource for the mathematics teacher*. Thousand Oaks, CA: Corvin Press Inc.
- Lave, J. y Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.
- Martín, R. y Porlán, R. (1999). Tendencias en la formación inicial del profesorado sobre los contenidos escolares. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 35, Agosto, 115-128.

- 
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Porlán, R., Rivero, A. y Martín, R. (1997). Conocimiento profesional y epistemológico de los profesores I: teoría, método e instrumentos. *Enseñanza de las ciencias*, 15(2), 155-171.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Savater, F. (1997). *El valor de educar*. Barcelona: Ariel.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Shulman, L. S. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: The impact of subject-specific conceptions of teaching. En L. Montero y J. M. Vez (Eds.), *Las didácticas específicas en la formación del profesorado (I)*. Santiago de Compostela: Tórculo ediciones.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic teacher*, 26(3), 9-15.
- Voigt, J. (1989). Social functions of routines and consequences for subject matter learning. *International Journal of Educational Research*, 6, 647-655.
- Voigt, J. (1994). Negotiation of Mathematical Meaning and Learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 275-298.
- Von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. En C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Hillsdale: Erlbaum.
- Vygotski, L. S. (1991). Prólogo al libro de Thorndike «Principios de enseñanza basados en la psicología» (1926). *Obras escogidas, I*. Madrid: Visor-MEC.
- Wilson, S., Shulman, L. y Richter, A. (1987). «150 different ways» of knowing: representations of knowledge in teaching. En J. Calderhead (Ed.), *Exploring teachers' thinking*. London: Cassel Education.

---

José Carrillo, *Didáctica de la Matemática, Universidad de Huelva (España)*

*RESUMEN.* Este artículo muestra una visión compleja e integradora del conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Concibe la resolución de problemas como tarea que promueve la construcción de aprendizaje significativo y considera que debe ser tratada como objeto de conocimiento, como conocimiento a alcanzar, y como facilitadora del desarrollo profesional. En el contexto de la formación inicial de maestros, presenta extractos de un estudio etnográfico, cualitativo y descriptivo, desarrollado con alumnos de una asignatura. Se exponen seis situaciones en las que se ejemplifican características deseables del conocimiento profesional, promovidas a partir de la resolución en clase de determinados problemas. Las características abordadas son: 1) la importancia de ser consciente de las metas educativas; 2) la posesión de elementos de reflexión sobre las implicaciones de la adopción de diversas teorías y concepciones; 3) la necesidad de poseer criterios para organizar las actividades de aula; 4) la posesión de una actitud abierta y flexible; 5) la necesidad de poseer interrogantes y una postura crítica ante la información; y 6) la conveniencia de situarse en el punto de vista del alumno.

Palabras clave: *Conocimiento profesional, resolución de problemas, formación inicial.*

*ABSTRACT. This paper shows a complex, integrating perspective of mathematics teacher's professional knowledge. It conceives problem solving as a task which promotes to build meaningful knowledge. It proposes that problem solving be considered as an object of knowledge, as knowledge to reach, and a task that makes professional development easier. In the context of primary teacher's initial training, it presents some examples from an ethnographic, qualitative, descriptive study which has been carried out with students of a subject. Six examples are explained, in which some desirable characteristics of professional knowledge are dealt with and promoted starting from the approach of some problems. These characteristics are: 1) the importance of being aware of educational goals; 2) the possession of elements to reflect on the implications of adopting some theories and conceptions; 3) the necessity of having some criteria to organise classroom activities; 4) the possession of an open, flexible attitude; 5) the necessity of having questions and a critical attitude before information; and 6) the convenience of placing him/herself in the pupil's point of view.*