

Diseño de una situación contextualizada para la introducción temprana del pensamiento funcional

Design of a contextualized situation for early introduction of functional thinking

Izchel G. González Galaviz

Universidad Juárez del Estado de Durango

México

izchel.gonzalez@ujed.mx

Cynthia Lima 

University of Texas at San Antonio

United States of America

cynthia.lima@utsa.edu

Angelina Alvarado Monroy¹ 

Universidad Juárez del Estado de Durango

México

aalvarado@ujed.mx

Resumen. En este artículo se documenta la evolución del proceso de diseño de una Actividad Generadora de Modelos (MEA, *Model Eliciting Activities*) que involucra a los estudiantes de primaria en la creación de códigos de seguridad para desarrollar la noción de función a partir de establecer la correspondencia entre dos conjuntos (números y alfabeto) de acuerdo a una regla que los participantes proponen. Para lograr la concepción y refinamiento de la MEA se tomaron como base los principios pedagógicos de la Perspectiva de Modelos y Modelización (PMM). Siguiendo la metodología de Investigación Basada en el Diseño se implementaron dos ciclos iterativos, el primero con 8 profesores y el segundo con 21 estudiantes de primaria (11 años de edad). El análisis sobre la evolución del proceso de diseño se basó en los principios pedagógicos de la PMM, los modelos emergentes de los participantes y la retroalimentación de los profesores. En particular, la retroalimentación de los profesores ayudó a anticipar lo que podría ocurrir con alumnos de primaria y los modelos construidos por los estudiantes reflejaron las posibilidades de utilizar la MEA para introducir de manera temprana la noción de función.

Palabras-clave: Actividad Generadora de Modelos; investigación basada en el diseño; pensamiento funcional; educación primaria.

Abstract. This article documents the design process of a Model Eliciting Activity (MEA), contextualized in a situation aimed to engage elementary students in the creation of security codes to develop the notion of function by establishing a correspondence rule between two sets (letters and numbers). The Models and Modeling Perspective (PMM) pedagogic approach guided the MEA design and refinement. Based on a design-based research methodology, two iterative cycles were conducted to design and refine the MEA. The first cycle was implemented with 8 teachers, and the second with 21 elementary students (11 years old). The analysis of the design process was based on the PMM pedagogical principles, the emergent participants' models and the teachers' feedback. The teachers' feedback helped to anticipate possible solutions that elementary students could develop, and the participants' models provided information about the affordances of the MEA to introduce the notion of function in early school grade levels.

Keywords: models and modeling; design-based research; functional thinking; elementary education.

Introducción

En las últimas dos décadas ha ganado relevancia la búsqueda de alternativas educativas que beneficien a los estudiantes de educación primaria. La preocupación principal es promover una mejor calidad de vida de los educandos y de la sociedad en su conjunto (English & Gainsburg, 2016). En este sentido, uno de los enfoques de la investigación educativa ha sido la búsqueda de situaciones inspiradas en contextos auténticos que permitan fortalecer el aprendizaje de las matemáticas (e.g. Hirsch & McDuffie, 2016; Lesh & Doerr, 2003; Revina & Leung, 2018; Stylianides & Stylianides, 2008), pues sin duda, favorece que los estudiantes aprendan de manera significativa al dar solución a situaciones que no únicamente se centren en matemáticas puras sino que también, se relacionen con problemas de acuerdo a su edad o al entorno en que se desenvuelven (e.g. Hirsch & McDuffie, 2016; Lesh & Doerr, 2003; Morales, Cañadas, Brizuela, & Gómez, 2018). Contextualizar las matemáticas requiere un enfoque en el diseño de los ambientes para que todos los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje dadas las condiciones del entorno educativo en el que se implementan (The Design-Based Research Collective [DBRC], 2003).

En educación primaria, el currículo mexicano plantea introducir la modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético y la exploración de propiedades que, posteriormente, en la educación secundaria podrán generalizarse con el álgebra. Particularmente, en los últimos grados de primaria un aprendizaje esperado es que los alumnos reconozcan reglas de correspondencia entre dos conjuntos o sucesiones dadas, e identifiquen los elementos faltantes o los siguientes (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2011). Sin embargo, para lograr este aprendizaje usualmente en los libros de texto se proponen

tareas numéricas que enfatizan la mecanización y memorización procedimental. Esto no permite desarrollar las bases para el estudio posterior del álgebra (Amerom, 2002; Butto & Rojano, 2004). Por ello, se reconoce la necesidad de proponer tareas que promuevan el aprendizaje profundo de los conceptos básicos para el estudio del álgebra y que estén contextualizadas en situaciones cercanas a la realidad de los estudiantes, de forma que ellos puedan interpretarlas, procesarlas y resolverlas, apoyados del lenguaje informal que surge y trae consigo significados que trascienden al lenguaje matemático formal.

Como respuesta a esta problemática, en este artículo se documenta la evolución del proceso de diseño de una MEA propuesta en una situación de criptografía en la que se generan códigos de seguridad mediante rotores inspirados en los cifrados clásicos de Julio César. El diseño de la tarea propuesta está basado en los principios de la Perspectiva de Modelos y Modelización (PMM) (Lesh & Doerr, 2003) y tiene como objetivo ayudar a desarrollar la noción de función como regla de correspondencia entre dos conjuntos.

En este sentido, las preguntas de investigación son: ¿Cómo evoluciona el proceso de diseño de una actividad basada en modelización y pensamiento funcional? ¿Cómo responde el diseño con los principios pedagógicos propuestos y qué oportunidades se observan para promover el pensamiento funcional?

Marco de referencia

Se hace una aproximación teórica en dos apartados. En el primero se define el pensamiento funcional y se discute la importancia de su desarrollo en los estudiantes. El segundo, trata con la PMM (Lesh & Doerr, 2003). En ambos apartados se hace referencia a cómo estos marcos teóricos informaron el diseño de la MEA.

Pensamiento funcional

El pensamiento funcional en edades tempranas supone que los estudiantes identifiquen patrones y logren la generalización a través de relaciones funcionales, lo que provoca que, el razonamiento inductivo se fomente y como consecuencia, brinde a éstos herramientas útiles y necesarias para adquirir conocimiento matemático (Cañadas & Molina, 2016).

Para Stephens et al. (2017) el pensamiento funcional es el proceso de construir, describir y razonar con y sobre funciones, que implica generalizar relaciones entre cantidades; representar esas relaciones o funciones de múltiples formas utilizando lenguaje natural, notación algebraica formal, tablas y gráficas; y razonar con fluidez para interpretar y predecir el comportamiento de éstas.

Por su parte, Confrey y Smith (1991) identifican tres modos de pensamiento funcional que pueden observarse cuando los educandos intentan generalizar relaciones: recurrencia, correspondencia y covariación. La recurrencia es la relación más elemental y describe una variación entre las cantidades de una secuencia de valores e implica obtener una cantidad

en una secuencia a partir del número o números anteriores. La correspondencia, que es el enfoque de este estudio, describe una correlación entre pares correspondientes de variables independientes y dependientes, típicamente expresadas como la regla de una función. La covariación, describe cómo dos cantidades varían entre sí (Morales et al., 2018) y es un enfoque para construir una regla de correspondencia. Los estudiantes que muestran un razonamiento variacional exitoso, son aquellos que logran la construcción de una relación funcional a través de una regla de correspondencia (Confrey & Smith, 1994).

Modelos y modelización

La modelización matemática es un vehículo para construir interpretaciones de situaciones del mundo real. Carlson, Wickstrom, Burroughs y Fulton (2016) la conciben como un proceso cíclico que comienza cuando los estudiantes traducen escenarios auténticos al mundo matemático desde el planteamiento de problemas matemáticos; seleccionan y usan las herramientas con los métodos adecuados para encontrar soluciones; las traducen al mundo real para validarlas; y, si es necesario, refinan los modelos para producir nuevas soluciones y, en consecuencia, mejores interpretaciones.

En la actualidad no hay una definición consensuada de modelización matemática en educación, ya que coexisten diversas aproximaciones teóricas con propuestas no siempre coincidentes (Abassian, Safi, Bush, & Bostic, 2020).

Una de las aproximaciones es la PMM, en la cual el enfoque es la construcción y desarrollo de un modelo conceptual, mientras que en otras perspectivas el interés es el producto o modelo final para responder a la situación de la vida real y/o el desarrollo de habilidades para la modelización. En este sentido, la PMM concibe a los modelos como:

...sistemas conceptuales (que consisten en elementos, relaciones, operaciones y reglas que gobiernan las interacciones) que se expresan usando sistemas de notación externa, y que se usan para construir, describir o explicar los comportamientos de otro(s) sistema(s), tal vez para que el otro sistema puede manipularse o predecirse inteligentemente. (Lesh & Doerr, 2003, p. 10)

En la PMM, la resolución de problemas permite que el desarrollo del pensamiento de los estudiantes sea más visible para el profesor que las tareas de resolución de problemas tradicionales (Doerr, 2016). El tipo de tareas propuestas en la PMM son conocidas como Actividades Generadoras de Modelos (*Model Eliciting Activities* – MEAs), en ellas se presenta una situación en la que un “cliente” demanda a los alumnos un “producto”, que es un modelo que debe ser generalizable y aplicable a otras situaciones similares (Lesh & Doerr, 2003). Para tomar una decisión razonada que dé respuesta a la demanda del cliente, los estudiantes se ven en la necesidad de cuantificar información presente en la situación. Doerr (2016) señala que en las MEAs los alumnos participan en la construcción de modelos y desarrollan, de manera simultánea, sus ideas matemáticas y su competencia como solucionadores de

problemas. Además, estas actividades brindan a los estudiantes la oportunidad de crear, adaptar y ampliar modelos científicos y matemáticos para interpretar, explicar y predecir su comportamiento (Brady, Eames, & Lesh, 2015).

Diseñar una MEA no es una empresa fácil, y para ello se utilizan seis principios para guiar el proceso (Lesh et al., 2000; Lesh et al., 2003): (1) el principio de realidad encaminado a asegurar que la situación propuesta motive a los estudiantes para entenderla y resolverla; (2) el principio de construcción del modelo que se enfoca en promover la construcción de una diversidad de modelos que resuelvan la tarea; (3) el principio de documentación del modelo centrado en solicitar de manera explícita a los estudiantes formas de registro que puedan dar cuenta de las ideas y pensamientos que surgieron para resolver la situación; (4) el principio de autoevaluación, el cual ofrece claridad en los criterios para evaluar la viabilidad de sus respuestas; (5) el principio de generalización del modelo, mismo que promueve que los modelos generados por los estudiantes puedan ser reutilizables, comparables y modificables para resolver otras situaciones; y, finalmente, (6) el principio del prototipo simple, que asegura la construcción de un modelo que sea útil para interpretar otras estructuras similares. Estos principios, como se expone en la siguiente sección, guiarán el diseño de la MEA propuesta.

Metodología

Este trabajo es de corte cualitativo y utiliza la Investigación Basada en el Diseño (IBD) como un enfoque formativo en el cual se planea, diseña, desarrolla y refina un producto o herramienta didáctica a través de ciclos de promulgación, observación, análisis y rediseño (Swan, 2014). En este estudio, se realizaron dos ciclos iterativos siguiendo las fases para diseñar la tarea de modelización (Cobb & Gravemeijer, 2008): (1) Preparación para el experimento y análisis prospectivo; (2) Experimentación; y, (3) Análisis retrospectivo. Durante el primer ciclo se preparó el diseño y el análisis prospectivo de la MEA (fase 1) para su implementación con docentes en servicio (fase 2) e informar la mejora del diseño utilizando las evidencias para el cumplimiento de los principios de diseño (fase 3). En el segundo ciclo se implementó el diseño refinado con estudiantes de educación primaria (fase 1). Los resultados de la implementación (fase 2) se utilizaron para conducir el análisis retrospectivo e identificar posibles cambios en la MEA con el fin de desarrollar el pensamiento funcional de los estudiantes (fase 3).

Los dos ciclos de IBD condujeron a la mejora progresiva al hacer, probar y refinar conjeturas sobre la trayectoria, basándose en las evidencias que se recopilaban conforme se desarrolló la investigación (DBRC, 2003).

En ambos ciclos, la fase de análisis retrospectivo incluyó análisis cualitativos que permitieron el refinamiento de la MEA en cada ciclo y la evaluación del diseño considerando su: fiabilidad, replicabilidad, capacidad de generalización y potencial utilidad; pues según

Cobb, Stephan, McClain y Gravemeijer (2001) tales condiciones y restricciones contribuyen a que el diseño mientras mejor refinado esté tiene mayores posibilidades de adopción y de sobrevivir a largo plazo.

Preparación para el experimento y análisis prospectivo

Se construyó la primera versión de la MEA donde la búsqueda de situaciones que permitieran trabajar la noción del concepto de función resultó pieza clave. En la tarea de modelización, los estudiantes de primaria enfrentan sus primeras experiencias en un contexto de criptografía para establecer una relación entre dos conjuntos (el alfabeto y los números del 1 al 26) con la intención de cifrar mensajes. Para ello, proponen una relación funcional que implica la construcción de la regla de correspondencia que obedece a un desplazamiento de una letra en n lugares.

El diseño de las MEAs considera como primer principio el uso de contextos reales (Lesh et al., 2000) para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase. Además, una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto apropiado para la edad y escolaridad del estudiante y que pueda hacer suyo. El contexto no debe necesariamente corresponder a la vida cotidiana de los estudiantes, pues pueden incluirse algunas situaciones relacionadas con la fantasía que puedan propiciar la construcción de estrategias y conocimientos matemáticos (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017). Por ello, se recurrió a la serie infantil “El Escuadrón de lo Increíble”, localizada en la plataforma de streaming Netflix, cuya finalidad es mostrar alguna idea matemática a través de situaciones reales y un tanto fantásticas en las que se encuentran involucrados los personajes, en particular “O contra el Ballcano” (Temporada 2, episodio 11) como Actividad de Calentamiento previa a la MEA propuesta. En dicho episodio, la sala de control del Escuadrón es sabotada por el malvado Raro Todd y está a punto de desaparecer a menos que el sistema de seguridad a través del cual se controla esta sala se arregle. Así pues, los agentes tienen una misión que resolver: fortalecer el sistema de seguridad para ingresar al cuartel.

En esta misma fase, se identificaron los conocimientos previos que se requerían para entender la situación, así como los conceptos matemáticos, procedimientos y formas de representación que fomentaran la generación de modelos, atendiendo al principio de construcción del modelo (Lesh et al., 2000). El diseño resultante de la primera versión de la actividad (Anexo1), plantea una situación de fantasía cuyo objetivo es provocar el surgimiento del concepto de función (visto como una regla de correspondencia entre dos conjuntos) vinculada “al procedimiento o código para cifrar información que sirva para proteger el acceso al Escuadrón” que se solicita a los modeladores, abonando al principio del prototipo simple (Lesh et al., 2000). Siguiendo los principios mencionados y que se hacen explícitos

en la Tabla 1 se logró el diseño de la MEA “El Escuadrón Matemático trabaja para la seguridad” (Anexo 1).

Tabla 1. Principios de diseño para la MEA

¿Cómo se concibe la MEA para responder con cada principio (Lesh et al., 2000; Lesh et al., 2003)?	
El principio de realidad	El contexto puede atraer a los estudiantes al estar basado en una serie infantil a través de la cual se conecta la situación-problema y se extrae información para su resolución.
Construcción del modelo	La actividad brinda a los estudiantes la oportunidad de generar una regla de correspondencia propia.
Documentación del modelo	Se solicita a los estudiantes que escriban una carta, de manera que en ella se puedan exhibir los diversos códigos con base, tanto en las ideas y procedimientos matemáticos, como en las diversas representaciones empleadas para su resolución.
Principio de autoevaluación	Se espera que los códigos que se buscan, cumplan con la condición de ser lo más seguros posible y entendibles para los usuarios, de manera que se garantice el acceso y a su vez la protección de la sala del cuartel. Con la claridad en lo solicitado, se espera que los estudiantes puedan reconocer las “buenas” respuestas.
Generalización del modelo	La MEA brinda oportunidades para impulsar el comienzo de representaciones intuitivas de los estudiantes que puedan empezar a adoptarse: la asociación realizada entre dos conjuntos (letras y números de dos rotores que se ensamblan), el lograr verbalizar la correspondencia y conectar cada elemento de ésta con la manera de obtener el código para proteger al escuadrón.
Prototipo simple	Con la MEA, resulta posible llevar a los estudiantes a expresiones simplificadas como lo es nuestro caso: <i>dígito del código</i> → <i>número asociado</i> ± <i>número especial único</i> , la cual permite (desde el contexto de la actividad) obtener cada uno de los dígitos que conformarán el código para garantizar el acceso a cualquier agente del cuartel manteniendo la seguridad. Se espera que este modelo pueda ser reutilizado para resolver e interpretar algunas otras situaciones en contextos completamente distintos.

Participantes y contexto

Primer ciclo

Se llevó a cabo con un grupo de ocho docentes en servicio de Educación Básica y Media Superior (que atienden estudiantes de entre 10-15 años) que en ese momento realizaban estudios de Maestría en Matemática Educativa con un enfoque en modelización. La mitad de ellos son profesores recién formados y con poca práctica docente, y el resto, con una trayectoria docente de tiempo considerable. Cada uno, desde su experiencia, sus conocimientos sobre la aproximación pedagógica de modelización y el contexto de práctica, aportó

para mejorar la MEA. La primera versión de la MEA (Anexo 1) se aplicó durante el módulo Pensamiento Variacional, en octubre de 2019 con una duración de 60 minutos. Los participantes trabajaron en equipos de dos y tres para resolver la MEA y compartir en plenaria los modelos generados.

Segundo ciclo

Un grupo de 21 estudiantes que cursaban estudios de educación primaria (11 años de edad) en una escuela pública ubicada en Durango (México) participaron en el segundo ciclo. La aplicación se llevó a cabo durante el primer trimestre del año escolar 2019-2020, con una duración de 100 minutos distribuidos en dos sesiones de 50 minutos cada una. Los participantes trabajaron la MEA en seis equipos y una vez resuelta, compartieron los resultados en una discusión grupal mediada por una de las investigadoras.

Recolección y análisis de datos

Las sesiones realizadas en ambos ciclos fueron videograbadas por un asistente con cámara fija, se tomaron fotografías de la pizarra y de los trabajos de los estudiantes (en formato de carta). Los investigadores realizaron observaciones y notas de campo durante cada implementación.

Para el análisis de los datos, los videos, fotos y trabajos de los estudiantes se codificaron de manera temática (Miles, Huberman, & Saldaña, 2014) tomando en cuenta su alineación con los seis principios de diseño de una MEA e identificando en ella, los momentos que sugerían un cambio. Los cambios necesarios para ajustar el diseño a los principios se basaron en el análisis de los modelos exhibidos por los estudiantes y las características de la MEA que permitieran promover el desarrollo del pensamiento funcional.

Resultados

En esta sección se describe el proceso de diseño e implementación de la situación de criptografía apoyada con rotores. Se presentan los modelos generados por los participantes en cada uno de los ciclos y el análisis realizado con la intención de mejorar la MEA para que sea posible desarrollar el pensamiento funcional de los estudiantes.

Experimentación

1er. Ciclo – experimentación con docentes

Durante esta etapa, los docentes resolvieron la MEA y desarrollaron tres modelos que se describen a continuación.

Modelo 1. El equipo identificó que uno de los rotores tiene las 26 letras del abecedario, mientras que el otro, los números del 1 al 26. Luego, asignó un número a cada letra del abecedario empezando por el número especial de la agente Annie, es decir, al número 5 le asignaron la letra A, y de ahí partió para identificar qué número le correspondía a cada una de las letras de la palabra IMAGINA, obteniendo el código de seguridad 13-17-5-11-13-18-5.

Modelos 2 y 3. Los equipos 2 y 3 coincidieron en el modelo desarrollado. Ambos equipos asignaron el número especial de la agente Annie a la letra inicial de la palabra IMAGINA para luego determinar el código con el número que le corresponde a cada una de las letras restantes que conforman la palabra, obteniendo 5-9-23-3-5-10-23.

Los modelos generados por los tres equipos muestran una regla de correspondencia biunívoca entre dos conjuntos: los números y el abecedario, es decir una y sólo una forma de asignar sólo un número a cada letra del abecedario para generar el código de seguridad. Ambos equipos proporcionaron de manera explícita la regla de correspondencia entre los conjuntos. En el caso del modelo 1, el equipo asignó el número 5 a la letra A, el número 6 a la letra B, y así sucesivamente; mientras que el equipo 2 asignó el número 5 a la letra I, el número 6 a la letra J, y así sucesivamente.

Es importante mencionar que sólo el equipo 1, logró llegar a la generalización, es decir, en sus modelos llegan a una expresión que puede sugerir la relación de correspondencia existente entre los conjuntos de letras y de números como se ilustra en la Figura 1.

$$\begin{array}{c} \text{dígito del código} \rightarrow \text{número asociado} \pm \text{número especial único} \\ \text{dígito del código} \rightarrow na \pm nu \end{array}$$

Figura 1. Relación de correspondencia sugerida en los modelos de los estudiantes

Posteriormente, se generó una discusión en la que los docentes analizaron la actividad y sugirieron algunos cambios que se registran en la Tabla 2.

2do ciclo – Experimentación en el aula

Los estudiantes generaron cuatro modelos diferentes que se describen a continuación.

Modelo 1. Desarrollado por todos los estudiantes consistió en la asignación del número 1 a la letra A, el número 2 a la letra B y así sucesivamente. Como resultado de esta asignación, el código resultante es 9-13-1-7-9-14-1 (Figura 2).

Modelo 2. Tres de los equipos invirtieron la palabra IMAGINA, resultando en ANIGAMI. Utilizando el mismo método de correspondencia que en el modelo 1 (A-1, B-2,...), el código resultante fue: 1-14-9-7-1-13-9 (Figura 2).

Modelo 3. Tres equipos asignaron el número único del agente, cinco en este caso, a la primera letra de la palabra propuesta, I, y una vez establecida esta relación, sólo bastó para ellos observar qué número se asociaba a cada una de las letras faltantes de la palabra (Figura 3).

I=9	A=1
M=13	N=14
A=1	I=9
G=7	G=7
I=9	A=1
N=14	M=13
A=1	I=9

Figura 2. Códigos obtenidos por un equipo de estudiantes al asignar cada una de las letras de la palabra según el orden alfabético y numérico (a la izquierda) y la palabra al revés (a la derecha)

Código y el tercero nos fijamos en la imagen y el número uno lo pusimos en la letra J y como nos otorgó el número 5 pensamos que tenía que haber en el código y el código es el tres y es 261182426518 para la señorita O

Figura 3. Código propuesto por otro equipo de estudiantes al asignar el número único (5) a la letra (I)

Modelo 4. Finalmente, para uno de los equipos fue relevante la manera en la que los rotores estaban acomodados en la imagen impresa en la hoja de trabajo (Anexo 1), pues a través de la relación entre números y letras que ahí se mostraba (la letra J alineada al número 1, la K al 2, etc.), propusieron su código (Figura 4), buscando la misma relación para cada una de las letras que conforman la palabra IMAGINA.

la pista del 5 en el I y así sacamos el siguiente código fue:
5-9-2-3-3-5-10-23
I M A G I N A y por último

Figura 4. Código al asignar las letras y números según el acomodo del rotor de otro de los equipos

Análisis retrospectivo

El análisis se enfocó en el trabajo de los participantes en ambos ciclos de implementación para mejorar el diseño de la MEA en cuanto a su capacidad de desarrollar el pensamiento funcional. Para conducir este análisis se consideraron las sugerencias propuestas por los maestros durante el primer ciclo; ellos aportaron elementos para la mejora de la MEA anticipando cómo los estudiantes de primaria podrían resolverla. En el segundo ciclo, las observaciones realizadas con los estudiantes informaron el refinamiento de la MEA desde los modelos generados y las interacciones en el aula.

Evolución del proceso de diseño

Atendiendo a la metodología del presente estudio, cuya característica principal es refinar la tarea diseñada de manera progresiva, basándose en todo momento en los resultados y/o evidencias recopiladas a lo largo de los ciclos que se propongan, en la Tabla 2 se muestra el análisis retrospectivo de la MEA, realizado con base en el análisis colectivo de los docentes y a través de la experimentación en el aula.

Tabla 2. Evolución del diseño de la MEA

MEA		El Escuadrón Matemático trabaja para la seguridad Versión 1 (Anexo 1)
Primer ciclo: experimentación con docentes	Cambios sugeridos	Proponer un número determinado de intentos que permitan el acceso al Escuadrón. Incrementar la dificultad de la tarea proporcionando una palabra codificada y desafiarlos para descifrarla. Daría más riqueza dirigir la carta a la Señorita O para que fuera ella quien revisará la efectividad de cada código. Enfatizar si el código buscado es alfanumérico, numérico o alfabético.
	Cambios Realizados	Se especificó que el código que se busca debe ser un código numérico. El número de intentos se limitó a tres. El destinatario se propone que sea la Señorita O. Versión 2 (Anexo 2)
Segundo ciclo: experimentación en el aula	Cambios realizados	Se resumió y mejoró la redacción del texto. El nombre de los personajes involucrados cambió. Por ejemplo, Señorita O por Ohm. Se agregó un logotipo para "El Escuadrón Matemático" con la intención de personalizar su participación y promover un sentido de pertenencia. En caso de no tener acceso al episodio de la serie se propone una representación teatral con lo escrito en la MEA para detonar la necesidad de proteger el cuartel, lograr incrementar la comprensión del desafío y el compromiso con la tarea.

Como producto final, se presenta un diseño viable cuyo objetivo es trabajar el concepto de función en primaria, logrando con ello promover el segundo modo de pensamiento funcional que Confrey y Smith (1991) refieren como correspondencia. Los siguientes párrafos resumen los aspectos principales de la evolución del proceso de diseño.

- (a) Aunque la lectura propuesta en la actividad contribuyó de manera significativa en la comprensión de la tarea por realizar, ésta resultó extensa para los estudiantes, por ello se optó por resumir y mejorar la redacción, además de cambiar los nombres de los personajes involucrados con la finalidad de respetar los derechos de autor de la serie.
- (b) Se agregó a la mejora del diseño un factor motivacional, con la intención de ayudar a responder el principio de realidad, en particular, la creación de un logotipo titulado “El Escuadrón Matemático” cuya imagen central es un puma que representa valores tales como la solidaridad, paciencia y la audacia, que son cualidades que se busca surjan en los estudiantes al resolver la tarea; es también una especie característica de la región que permite agregar un sentido cultural. Además, en el escudo se destaca un elemento representativo de la institución de la cual se desprende el trabajo. Con base en lo anterior, se busca que los estudiantes al enfrentarse con la situación, se sientan parte del Escuadrón Matemático y, desde este papel, ayuden a su resolución.
- (c) De igual forma, para la mejora del diseño, además se contó con la retroalimentación colectiva de un grupo de expertos durante la exposición de los resultados obtenidos en el experimento de diseño en los ciclos uno y dos antes informados. Dicha exposición se llevó a cabo en un taller dentro de un Laboratorio de Enseñanza de las Matemáticas (Centro de Investigación en Matemáticas [CIMAT], 2020). En dicho taller se realizó una representación teatral por parte de un equipo sobre lo leído en la situación presentada en la MEA. Esto permitió asegurar de inicio que se diera una mayor comprensión del desafío a enfrentar por el grupo, apoyando con ello el principio de diseño de la realidad. En este sentido, se puede proponer dentro del aula la participación de algunos estudiantes para actuar la situación, tomando el rol de cada uno de los personajes de la historia. Esto sin duda podría facilitar una mejora en la comprensión de la tarea. Con respecto a incorporar la representación teatral de la situación, Goldin-Meadow, Wagner-Cook y Mitchell (2009) mencionan que algo que puede facilitar el aprendizaje de los niños en la resolución de problemas, son los movimientos producidos por éstos en un contexto de aprendizaje favorable. Es decir, sugieren que los gestos y movimientos pueden facilitar el aprendizaje, ya que a través de éstos pueden extraer información para el procesamiento de ideas o para engancharse en el desafío dando sentido al entender la necesidad de aportar sus conocimientos para resolver la tarea.
- (d) Por otro lado, para favorecer el principio de la autoevaluación de los modelos se han establecido los criterios siguientes en la situación: el código debe ser seguro y entendido por los agentes. Con dichos criterios se espera que los estudiantes entre ellos puedan seleccionar el mejor código.

Respuesta de la MEA a los principios de diseño y al desarrollo del pensamiento funcional

Para la evaluación del diseño se han tenido que estudiar las condiciones y restricciones para que este pueda ser adoptado y sobreviva a largo plazo (Cobb et al., 2001). Por ello, fue necesario considerar la fiabilidad del diseño a través de vigilar el cumplimiento de los principios de diseño para las MEAs (Lesh & Doerr, 2003) y las posibilidades de la actividad para fomentar la correspondencia como forma del pensamiento funcional de Confrey y Smith (1991), además de examinar su capacidad de replicabilidad, la capacidad de generalización y su potencial utilidad como se posteriormente se incluyen en las conclusiones.

Fiabilidad del diseño. De acuerdo al grado en que las inferencias y afirmaciones que resultaron del análisis retrospectivo son razonables, justificables y se apegan a los principios de diseño de la PMM de Lesh y Doerr (2003), se puede establecer que la MEA (Anexo 2) ha pasado por dos ciclos de refinamiento con docentes y estudiantes del medio, hasta lograr que cumpliera tales principios. En la Tabla 3 se agrupan las conclusiones.

Tabla 3. Respuesta a los principios de diseño de la PMM con la MEA propuesta

Principio	¿Cómo responde la MEA propuesta?
El principio de realidad	El contexto empleado fue lo suficientemente atrayente para que los estudiantes tomaran un papel dentro de la situación problema. Para algunos, la serie seleccionada ya era conocida, lo que permitió una aceptación aún mayor de la MEA.
Construcción del modelo	Con base en los ciclos de refinamiento se pudieron identificar a través de la recolección y el informe de los datos, una diversidad de códigos que pueden ser utilizados para dar respuesta a la situación presentada (Resultados de la experimentación en el aula).
Documentación del modelo	Las producciones elaboradas y presentadas por los estudiantes a través de cartas (Figura 5), exhiben diversos códigos con base tanto en las ideas y procedimientos matemáticos como en las diversas representaciones empleadas. Además, se cree conveniente resaltar que para ellos, elaborar el escrito de la carta fue una tarea que encontraron bastante divertida y entretenida y en la cual, la imaginación y la creatividad jugaron un papel importante, pues la presentación y la forma en la que redactaron aportaron un toque especial para este principio.
Principio de autoevaluación	Los estudiantes tuvieron la oportunidad de buscar y proponer códigos que cumplieran con la condición de ser lo más seguro posible, de manera que, el acceso a la sala del cuartel pudiera estar controlado. Además, una vez socializados en el grupo, pudieron determinar de entre todos, cuál de ellos era el más conveniente y justificar el por qué. Por ejemplo, cuando los estudiantes deciden invertir la palabra del día con la consideración de que eso le agrega más seguridad (Resultados de la experimentación en el aula).

Generalización
del modelo

Durante el segundo ciclo se logró que los estudiantes establecieran una regla de correspondencia entre los números del 1 al 26 y el alfabeto, llegando a verbalizarla como en la Figura 1. Con esto se ubica a los estudiantes en una forma de pensamiento funcional que Confrey y Smith (1991) expresan como correspondencia. Además, algunos llegaron a expresar la asociación de las letras de la palabra "IMAGINA" "la M va con el 13 y su código es 18, entonces la N [que es uno más que M va con el 14 en el abecedario] y será 19 en el código [1 más que 18]", evidenciando una mayor comprensión de la coordinación entre los dos conjuntos preparando las bases para el razonamiento variacional (Confrey & Smith, 1991).

Prototipo simple

Para el cumplimiento de este principio resulta indispensable que el docente apoye a los estudiantes a simplificar la expresión verbalizada de manera que empiecen a utilizar ciertas literales o abreviaturas. Por ejemplo «Entra a los rotores una letra "I", se desplaza en un número secreto "n" y se disfraza como "C" un dígito del código», es decir, $C \rightarrow (\text{posición de } I \pm n)$.

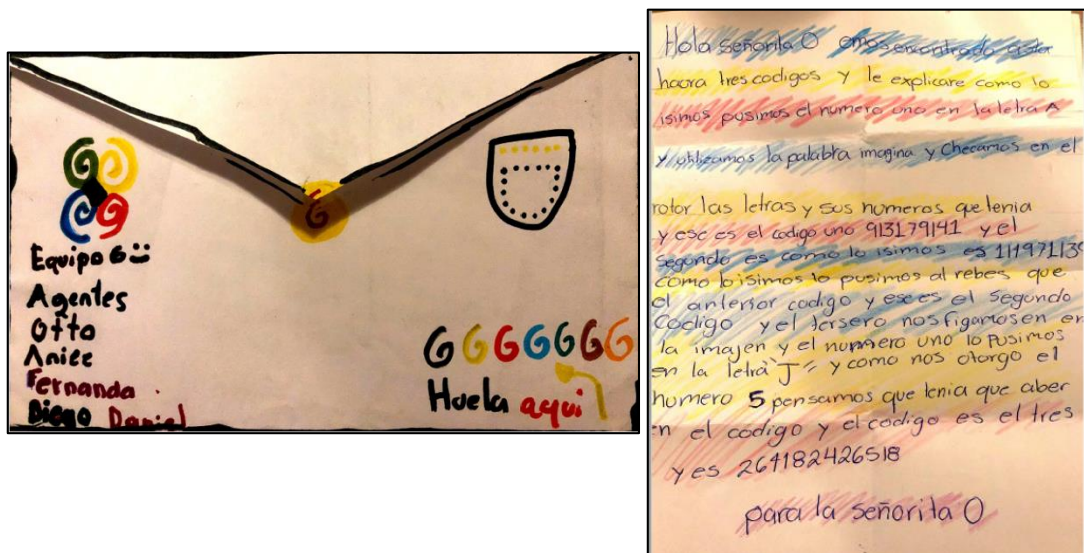


Figura 5. Algunas producciones escritas de los estudiantes

Además, se pudo observar que todos los equipos fueron capaces de crear su propio código y de acuerdo con el enfoque de Confrey y Smith (1991), los estudiantes se iniciaron en un pensamiento funcional al verbalizar y explicar la construcción de una relación funcional entre los números y el abecedario a través de una regla de correspondencia. Además, los equipos se mostraron seguros de que su modelo matemático de cifrado por desplazamiento (ya sea sumando o restando la clave del agente) era un código que permitía mantener la seguridad del cuartel. Un equipo incorporó un paso más al proceso de cifrado para volverlo "más seguro" invirtiendo el orden en las letras de la palabra IMAGINA (Figura 2), evidenciando en los dos equipos el cumplimiento del principio de autoevaluación al considerar el criterio de mayor seguridad (Lesh et al., 2000).

Conclusiones

Evolución del diseño

La Tabla 2 muestra que los cambios a la MEA sugeridos durante el primer ciclo de iteración se enfocaron en acotar el espacio de soluciones. Es decir, que los modelos emergentes mostraran de manera explícita relaciones de correspondencia entre los conjuntos. En contraste, los cambios realizados durante el segundo ciclo se centraron en fomentar la participación de los estudiantes tanto en la resolución de la tarea como en el contexto planteado, el desarrollo de identidad matemática, y pertenencia a la comunidad que se forma durante la resolución de la MEA.

Los cambios generados para acotar el espacio de soluciones de la MEA incluyeron limitar a tres el número de intentos para ingresar al cuartel, y el énfasis en la creación de un código numérico. Esto permitió que los estudiantes propusieran un mayor número de códigos utilizando como criterio de evaluación la seguridad asociada a la dificultad para adivinar el proceso de cifrado (*Principio de autoevaluación* de Lesh et al., 2000).

Otra manera de acotar el espacio de soluciones fue especificar que el código fuera numérico. Es importante notar que en la primera versión de la MEA, esto no se especificó. Como resultado, las representaciones de los modelos generados en el primer ciclo iterativo no muestran de manera explícita la relación de correspondencia entre ambos conjuntos. Esto dificulta evaluar la calidad de las respuestas y enfocar la discusión. Así, el cambio de solicitar un código numérico en la segunda versión de la MEA (Anexo 2), favoreció el desarrollo del pensamiento funcional ya que los estudiantes lograron hacer más explícita la regla de correspondencia entre los conjuntos al llegar a verbalizar la estructura: “Entra a los rotores una letra “I”, se desplaza [o gira el rotor] un número secreto “n” y se disfrazo como “C” un dígito del código”, esto se puede interpretar de alguna manera como la regla de correspondencia $C \rightarrow (\text{posición de } I \pm n)$ (*Principio del prototipo simple* de Lesh et al., 2000).

Los estudiantes explicaban que el signo en la regla de correspondencia dependía de la dirección en la que se girara el rotor, y que el desplazamiento, se asociaba con el “número único y especial”, percibiendo un reconocimiento de que éste podía variar al igual que la palabra “IMAGINA”. Esto revela que solicitar que el código fuera numérico ayudó a darle sentido a la correspondencia con un lenguaje algebraico temprano promoviendo el *Principio de generalización* (Lesh et al., 2000).

El cambio derivado del ciclo 1 relacionado con establecer como “cliente” a la señorita O, a quien se debe convencer de la seguridad del código a través de una carta, permitió que los estudiantes pusieran especial cuidado en comunicar sus códigos (*Principio de documentación del modelo* de Lesh et al., 2000), como puede verse en sus producciones (Figura 5).

Durante el segundo ciclo iterativo, las recomendaciones se enfocaron en aspectos de la MEA para incrementar la participación de los estudiantes y promover un sentido de pertenencia. La redacción del texto mejoró haciendo la lectura más accesible a todos los estudiantes. De esta manera, se incrementa la participación e integración de los estudiantes al contexto (*Principio de realidad* de Lesh et al., 2000).

El diseño de una MEA requiere de ajustes continuos llevados a cabo en un proceso iterativo para responder con los principios de diseño (Lesh et al., 2000), tal como se responde en la Tabla 3 y como se ha concluido previamente. Esto incrementa las posibilidades de que a partir de situaciones contextualizadas reales y cercanas a los estudiantes se logre promover el desarrollo conceptual (la noción de función como regla de correspondencia) a la par que se desarrolla su competencia para resolver problemas (Doerr, 2016; Lesh & Doerr, 2003). Los hallazgos en esta investigación permiten argumentar que el contexto de criptografía es apropiado para introducir a los estudiantes al razonamiento funcional de manera temprana, el cual es central en los años escolares subsecuentes. En este sentido, de acuerdo con Confrey y Smith (1994), los estudiantes que muestran un pensamiento funcional exitoso, son aquellos que lograron la construcción de una relación funcional a través de una regla de correspondencia.

En esta experiencia los estudiantes tuvieron oportunidades de construir reglas de correspondencia, describirlas en su lenguaje natural y razonar sobre ellas para tratar de generalizar relaciones; utilizaron diferentes formas de representar sus relaciones (tablas, descripciones verbales apoyados de la manipulación del rotor); y de razonar para interpretar y predecir su comportamiento. Los logros de los estudiantes que se observaron en esta experiencia indican que se aproximaron a lo que Stephens et al., (2017) conciben como pensamiento funcional.

Evaluación del diseño

Como criterios para la evaluación del diseño, de acuerdo con Cobb et al. (2001), además de la fiabilidad (Tabla 4), se han tomado los criterios de *la capacidad de replicabilidad, generalización y potencial utilidad del diseño*.

Respecto a *la capacidad de replicabilidad del diseño*, se han tomado los aspectos de la MEA que pueden repetirse potencialmente en otros contextos o situaciones, tales como la numeración de las habitaciones de los hoteles en la que el primer dígito corresponde al piso en el que se localizan y los siguientes dígitos al lugar de distribución en el mismo (e.g. 310 es la décima habitación ubicada en el tercer piso).

Por otro lado, la tarea que aquí se propone puede aplicarse en otros espacios, donde el uso de la tecnología no sea una limitante para la resolución de la MEA, refiriéndonos particularmente al acceso a la serie infantil “El Escuadrón de lo Increíble”, sino que por el contrario se busca que puedan adaptarse de acuerdo a las herramientas con las que cuente

el docente dentro del aula. Por ejemplo, pueden sustituirse por historietas elaboradas con la trama del episodio y/o recurrir a la actuación de las situaciones presentadas en la MEA para promover un mejor entendimiento (Goldin-Meadow et al., 2009).

Para elaborar conclusiones sobre *la capacidad de generalización del diseño propuesto*, se ha tomado como referencia cada uno de los resultados obtenidos durante el desarrollo de la MEA y éstos dan pauta para la realización de futuros trabajos de investigación, centrándose en otros aspectos que quizá pudieran impactar en el desarrollo de habilidades matemáticas diferentes a las estipuladas en este trabajo. En nuestro caso, y para el cumplimiento de los objetivos expuestos, la alternativa didáctica fue refinada a lo largo de dos ciclos iterativos, sin embargo, ésta puede seguir siendo refinada implementación tras implementación para la evaluación de su impacto en el cumplimiento de las metas y objetivos en el contexto educativo para el que se creó. Además, se ha demostrado que con esta actividad los estudiantes pueden aproximarse a la construcción y al desarrollo de la idea fundamental de función a partir de sus propios recursos cognitivos y experiencias del contexto.

Para evaluar la propuesta desde la dimensión de su *potencial utilidad*. Se han estudiado y analizado a detalle los resultados obtenidos y se han derivado mejoras que dejan claro los logros que se pueden alcanzar con los estudiantes y algunas recomendaciones que acompañan al docente en la implementación.

En particular, en la Tabla 2 se muestran los cambios realizados a la MEA durante el proceso de diseño, concibiendo a éste en todo momento, como algo dinámico con posibilidades altas de obtener diferentes y mejores resultados conforme se vaya trabajando en el refinamiento y en la adecuación de ésta de acuerdo a los objetivos que el docente persigue.

Además, la propuesta que aquí hacemos está guiada y apoyada por lo especificado dentro del plan de estudios de primaria (SEP, 2017) en cuanto al desarrollo de competencias y contenidos matemáticos y brinda un panorama general de aquellos implícitos dentro de la idea fundamental de función.

Los resultados sugieren que el diseño y el proceso de evolución de una MEA no puede ser ni permanecer constante, sino que más bien tiene que ser un proceso dinámico donde el docente, continuamente, busque las características esenciales y los contextos ideales que permitan que las actividades dentro del aula sean accesibles para que todos y cada uno de los estudiantes adquieran las herramientas conceptuales matemáticas deseadas.

Por lo tanto, para los docentes e investigadores interesados en llevar más allá los propósitos de esta investigación, ya sea de manera práctica o teórica, se recomienda tomar en cuenta el contexto de los estudiantes, y los principios de la PMM para lograr que el proceso de resolución de la MEA sea la principal fuente del aprendizaje y no el producto (Lesh & Doerr, 2003). Además, es necesario tomar en cuenta materiales y recursos que estén al alcance tanto del docente como de los estudiantes, de tal manera que las actividades

puedan adecuarse a la situación en la que éstos se desenvuelven sin necesidad de perder de vista el objetivo. Por otra parte, es importante procurar que los contenidos matemáticos que se trabajen en el aula sean accesibles para todos los alumnos, permitiendo así una adopción integral de los mismos que permita el desarrollo de habilidades, estrategias y pensamientos estructurados de carácter matemático.

Notas

¹ Autora por correspondencia.

Referencias

- Abassian, A., Safi, F., Bush, S., & Bostic, J. (2020). Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education, *Investigations in Mathematics Learning*, 12(1), 53-65. <https://doi.org/10.1080/19477503.2019.1595360>
- Amerom, B. A. (2002). *Reinvention of Early Algebra: Developmental research on the transition from Arithmetic to Algebra*. CD-[β] Press, Center for Science and Mathematics Education.
- Brady, C., Eames, C., & Lesh, D. (2015). Connecting real-world and in-school problem-solving experiences. *Quadrante*, 24 (2), 5-38. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22924>
- Butto, C., & Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: Abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, 16(1), 113-148.
- Carlson, M. A., Wickstrom, M. H., Burroughs, E. A., & Fulton, E. W. (2016). A case for mathematical modeling in the elementary school classroom. In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics education: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 121-130). Reston, VA: NCTM.
- Cañadas, M. C., & Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. In E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz, & M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Granada, España: Comares.
- Centro de Investigación en Matemáticas (2020). Laboratorio de Enseñanza de las Matemáticas. *Programa Nacional de Investigación e Incidencia en Enseñanza de las Matemáticas*. CIMAT, Guanajuato, México.
- Cobb, P., & Gravemeijer, K. (2008). Experimenting to support and understand learning processes. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of design research methods in education innovations in science, technology, engineering and mathematics learning and teaching* (pp. 68-95). Routledge, Taylor & Francis Group. <https://doi.org/10.4324/9781315759593>
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *The Journal of the Learning Sciences*, 10(1-2), 113-163. https://doi.org/10.1207/S15327809JLS10-1-2_6
- Confrey, J., & Smith, E. (1991). A framework for functions: Prototypes, multiple representations, and transformations. In R. G. Underhill (Ed.), *Proceedings of the 13th Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 57-63). Blacksburg, Virginia, VA: Conference Committee.
- Confrey, J., & Smith, E. (1994). Exponential functions, rates of change, and the multiplicative unit. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2), 135-164. <https://doi.org/10.1007/bf01273661>
- Doerr, H. (2016). Designing sequences of model development tasks. In C. Hirsch & A. Roth (Eds.), *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 197-206). Reston, VA: NCTM.
- English, L., & Gainsburg, J. (2016). Problem solving in a 21st-century mathematics curriculum. In L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 313-335). USA: Routledge. <https://doi-org.libweb.lib.utsa.edu/10.4324/9780203448946>

- Goldin-Meadow, S., Wagner-Cook, S., & Mitchell, Z. A. (2009). Gesturing gives children new ideas about math. *Psychological Science*, 20(3), 267-272. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2009.02297.x>
- Hirsch, C. R., & McDuffie, A. R. (2016). *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Lesh, R., Cramer, K., Doer, H., Post, T., & Zawojewsky, J. (2003). Model development sequences. In R. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 35-58). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. <https://doi-org.libweb.lib.utsa.edu/10.4324/9781410607713>
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving* (pp. 3-34). USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. <https://doi-org.libweb.lib.utsa.edu/10.4324/9781410607713>
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410602725>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). Thousand Oaks: SAGE.
- Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M., & Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59-78. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472>
- Revina, S., & Leung, F. K. S. (2018). Educational borrowing and mathematics curriculum: Realistic Mathematics Education in Dutch and Indonesian curriculum. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2(1), 1-16. <https://dx.doi.org/10.12928/ijeme.v2i1.8025>
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Educación Primaria. 6° Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. Ciudad de México: Secretaría de Educación Pública.
- Stephens, A. C., Fonger, N., Strachota, S., Isler, I., Blanton, M., Knuth, E., & Gardener, A. M. (2017). A learning progression for elementary students' functional thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 19(3), 143-166. <https://doi.org/10.1080/10986065.2017.1328636>
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2008). Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in 'real-life' contexts. *Teaching and Teacher Education*, 24(4), 859-875. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2007.11.015>
- Swan, M. (2014). Design research in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 148-152). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- The Design-Based Research Collective (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8. <https://doi.org/10.3102%2F0013189X032001005>

Anexo 1

Primera versión de la MEA

El Escuadrón matemático trabaja para la seguridad

Una vez descifrado el código de seguridad para acceder al control del cuartel, a la Señorita O se le ha ocurrido reforzar el sistema de seguridad y pensó en un desafío más para permitir el acceso a éste, pues quiere asegurarse que el malvado Raro Todd no pueda ingresar al cuartel....

Para esto ha decidido llamar (además de los agentes Olive y Otto) a tres agentes más, que ella considera, son de confianza.

-Queridos agentes, los he elegido a ustedes para encomendarles la gran responsabilidad de proteger a toda costa la sala de control del cuartel. Por esta razón, cada uno contará con un número de asignación único y especial, el cual no deberán compartir con nadie, puesto que cuando yo lo ordene y se requiera, solamente uno de ustedes podrá acceder a la sala de control con el número que les fue asignado. -Dijo la Señorita O-.

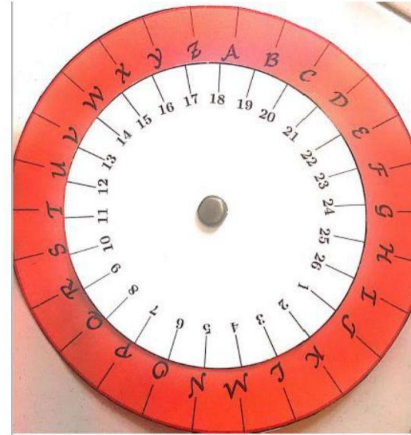
-Gracias por la confianza Señorita O. Tenga por seguro que no la defraudaremos, ni a usted ni al resto del cuartel. -Dijo la agente Ross-.

-La tarea aún no está terminada agente Ross. En la segunda puerta con acceso directo a la sala de control, encontraran una palabra que junto con su número les ayudará a descubrir un nuevo código que permitirá que la puerta se abra de inmediato. Y ahí lo tendrán: la sala de control del escuadrón de lo increíble. Para esta tarea podrán utilizar el siguiente instrumento. - Señaló la Señorita O-.

¿Una palabra? - Preguntó el agente Richard-.

-Todos los días habrá una palabra cifrada diferente, que junto con el número del usuario elegido para entrar y el instrumento que les di, abrirá la segunda puerta de la sala de control de este cuartel. -Terminó diciendo la Señorita O-

Cierto día la Señorita O pidió a la agente Annie que accediera a la sala de control del cuartel a verificar que todo marchase correctamente. Pero ¿qué crees? La agente Annie se encuentra en aprietos en la segunda puerta, pues no comprende cómo el número 17, que le fue asignado, la palabra que le aparece y el instrumento que la Señorita O le dio le permitirán descubrir un nuevo código y acceder a la sala de control.



¿Podrías ayudarle a la agente Annie a encontrar el código que permitirá abrir la segunda puerta y así, acceder a la sala de control del cuartel? Escribe una carta a Annie donde le expliques cómo encontraste el código y que además, sirva para que cualquiera de los cuatro agentes restantes pueda entender y utilizar el "método de ingreso" a la sala de control del cuartel.

Anexo 2

Segunda versión de la MEA

El Escuadrón Matemático trabaja para la seguridad



La Señorita Ohm quiere asegurarse que el malvado Raro Toby no vuelva a ingresar a la sala de

control del cuartel. Por ello, pretende reforzar el sistema de seguridad y permitir el acceso sólo a 5 agentes de su total confianza: Oliver, Othón, Ricardo, Rosy y Ani.

–Agentes, los he elegido para encomendarles la tarea de proteger a toda costa la sala de control del cuartel. Cada uno contará con un **número** único y especial, el cual no deberán compartir con nadie, puesto que, cuando se les indique, solamente uno de ustedes podrá acceder a la sala de control.–Dijo la Señorita Ohm–.

–Gracias por la confianza Señorita Ohm. Tenga por seguro que no defraudaremos al cuartel. –Dijo la agente Rosy–.

–La tarea aún no está terminada agente Rosy. En la puerta con acceso directo a la sala de control, encontrarán **una palabra**, que junto con **su número**, les ayudará con un **código numérico** que permitirá que la puerta se abra. Para esto, sólo podrán utilizar este instrumento. –La Señorita Ohm muestra un par de rotores giratorios y ensamblados–.

–¿Una palabra? – Preguntó el agente Ricardo–.

–Todos los días habrá una **palabra** diferente que, junto con **su número** asignado y el **instrumento** que les dí, permitirá que la puerta de la sala de control se abra–Dijo la Señorita Ohm–

La Señorita Ohm quiere poner a prueba a Ani. Para ello, le asignará **el número 5**, **la palabra** del día, y **el instrumento**. Además le piensa recordar que sólo tiene tres intentos para descubrir el código. La Srita. Ohm está muy interesada en conocer los métodos que usa Ani para sus intentos, así puede elegir el más seguro para establecerlo y que sea usado por todos los agentes.

Escribe una carta donde le expliques a la Srita. Ohm posibles formas de encontrar el código o “método de ingreso” que pudiera utilizar Ani.

