

Opening note

Nota de abertura

Hélia Oliveira 

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
Portugal
hmoliveira@ie.ulisboa.pt

Hélia Jacinto 

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
Portugal
hjacinto@ie.ulisboa.pt

Rosa Tomás Ferreira 

Faculdade de Ciências, Universidade do Porto e CMUP
Portugal
rferreir@fc.up.pt

The 2021 thematic issue

The issue that is now published is the second part of the thematic issue *Modelling in the teaching and learning of mathematics*, organized by Susana Carreira and Werner Blum, as guest editors. Altogether, there are 27 articles in both parts of the thematic issue, involving researchers from many countries, which brings evidence of the great dynamism of this area, within the scope of international research in mathematics education.

The guest editors present this second part of the thematic issue in their editorial, but it is worth emphasizing the very relevant set of articles, covering a wide range of mathematical topics and educational levels, as well as study focuses, theoretical perspectives, and methodological approaches. As the guest editors mention, this issue “brings a timely and refreshing thinking about the powerful role of mathematical models in society” (Carreira & Blum, 2021, p. 1), which greatly honours Quadrante.

Therefore, we would like to express our gratitude to Professors Susana Carreira and Werner Blum for their enormous commitment, dedication, and professionalism in carrying out this double thematic issue. We are sure that it was their great recognition and

affirmation as researchers in this field that brought credibility to this proposal and created the opportunity to have, as authors of the papers in this journal issue, researchers from different geographical origins and with such relevant work in this field of research in mathematics education.

Other articles

This issue of *Quadrante* also includes two articles from continuous-flow, in addition to the articles that make up the thematic issue. Those two articles originate in Brazil and focus on different themes.

The first of these two articles, by *Kamila Holzmann, Camila Noguez, Elielson Lima, and Beatriz Dorneles*, aims to verify the relationship between arithmetic performance and problem solving performance in elementary school students in Brazil. It is anchored in a cognitive perspective on learning and presents a discussion around procedural knowledge and conceptual knowledge in the field of arithmetic and problem solving. The study, of quantitative nature, was carried out in a transversal way. It involved a sample of 127 students from grades 3 and 4, to whom the test entitled “Subtest of Arithmetic of the School Performance Test” and a set of 10 problems were applied. Using the Pearson correlation test, the authors found a significant and moderate correlation between the two variables under study, leading to the suggestion that there are common skills to the two areas in comparison. The research has implications for the teaching of the two areas under study, which should be carried out in an articulated way, but has the limitation of the participating students having obtained a low average in the problem-solving task.

The second article, by *Marcelo Proença*, focuses on planning teaching proposals by future mathematics teachers, centred on the generalization of algebraic patterns, from the perspective of Teaching and Learning Mathematics via Problem Solving (EAMvRP). Based on the literature reviewed, the author argues for the possibility of supporting students in exploring algebraic patterns with a view to generalization through the EAMvRP pedagogical approach. This was explored in a 10-hour training for future teachers, engaged in a mathematics undergraduate degree, at a Brazilian university. Data analysis focused on the teaching situations (problems) that the trainees developed for a certain chosen content and the way they conceived five teaching actions, within the scope of the EAMvRP. It was found that future teachers took into account, in the proposed situations, the presentation of particular cases, obtaining a solution through the construction of mathematical expressions, and predicting strategies to search for algebraic patterns. However, the study also highlights a set of difficulties manifested by the participants, which deserve the attention of future research.

Celebrating: ICTMA Career Research Medal laureates

We celebrate the fact that three of the scholars participating in this double thematic issue on mathematical modelling have been recently awarded the *ICTMA Career Research Medal*, also known as *The Henry Pollak Award*. This award, under the auspices of ICTMA – The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (<https://www.ictma.net/>), was awarded for the first time in 2021.

The laureates are Prof. Werner Blum, from the University of Kassel, in Germany, Prof. Peter Galbraith, from the University of Queensland, in Australia, and Prof. Mogens Niss, from the Roskilde University, in Denmark.

About these prominent researchers we highlight one of their joint achievements. The three were jointly responsible for an outstanding study and publication – the 14th ICMI Study on mathematical modelling (Blum et al., 2007). Particularly, Professors Blum and Niss, have been working together for many years, including on the PISA theoretical framework and its emphasis on mathematical modelling.

Dating back to the 70s, one of the most significant contributions of Prof. Werner Blum was to put mathematical modelling and applications on the mathematics education agenda, particularly with his participation in ICME-3, in Karlsruhe. He has organised and contributed to many Topic Study Groups and Working Groups at ICME and was highly committed in establishing ICTMA as an affiliated study group of ICMI. He is also the responsible for developing the acronym ICTMA, by hosting the third conference of this kind (ICTMA-3) in Kassel, in 1987. Among other achievements, he has given crucial inputs, published in numerous journal articles and books, to the conceptual and theoretical frameworks currently used within the ICTMA community.

The work of Prof. Peter Galbraith is widely known and cited not only in Australia but in many other regions of the world. He has an extensive published work on mathematical modelling education, with significant contributions to the theoretical and empirical research on the teaching and learning of mathematical modelling, especially from a didactical perspective. He has been one of the very active and influential members of the ICTMA community, having organized ICTMA-8 in Brisbane, in 1997. He has also taken an active role in the production and dissemination of resources and materials designed to promote the integration of mathematical modelling tasks at different levels of education.

The international recognition of Prof. Mogens Niss in the field of mathematics education is unanimous, namely for his role as secretary-general of ICMI where he strongly promoted ICTMA as an affiliated study group. He has published high-standard research on mathematical modelling with influential theoretical and empirical contributions, including the conceptualization of mathematical modelling competency. He has produced surveys and state of the art papers setting landmarks for the development of the research field. He was organiser of ICTMA-4 in Roskilde, Denmark, in 1999. One of the well-known projects where

he had a prominent role is the KOM project related to the innovation of school mathematics in Denmark.

We congratulate the three laureates and thank them for having accepted to contribute to this thematic issue of *Quadrante*: Prof. Werner Blum, as guest editor, and Prof. Peter Galbraith and Prof. Mogens Niss as contributing authors (Blomhøj & Niss, 2021; Galbraith & Fisher, 2021).

Remembering

At the end of 2021, we cannot forget two dear colleagues who have recently left us and who have had a close relationship with *Quadrante* and the Mathematics Teachers Association (APM) for many years.

Thus, we remember Prof. Ubiratan D'Ambrosio, emeritus professor of Mathematics at the State University of Campinas (UNICAMP), Brazil, who was part of the *Quadrante* advisory board and collaborated at various times with APM. An unavoidable name in Brazilian mathematics education, particularly for his work in the field of Ethnomathematics, Prof. Ubiratan D'Ambrosio has also enjoyed enormous international recognition, as evidenced by the prize he was awarded by ICMI in 2005: *Felix Klein Medal* (<https://www.mathunion.org/icmi/awards/past-receipients/2005-felix-klein-award>). He participated in important international commissions and studies, and was president of the Inter-American Committee on Mathematics Education (CIAEM).

We also remember Prof. José Carrillo (Pepe), full professor at the University of Huelva, Spain, who collaborated closely with *Quadrante* in recent years, being part of its editorial board and co-editing, in 2019, the thematic issue on *Teaching and learning numbers and operations* (Brocardo & Carrillo, 2019). His work on the notion of specialized knowledge of mathematics teachers is particularly well known, as a result of which the Iberoamerican Network MTSK (Mathematical Teachers Specialized Knowledge) was created. He was president of the Spanish Society for Research in Mathematics Education (SEIEM), for some years.

We would like to acknowledge these two colleagues for their contribution to research in mathematics education, but also (and above all) for the ties and bridges they were able to establish between mathematics education communities from different latitudes.

Thirty years of *Quadrante*

The 30th volume that we have now closed continues *Quadrante*'s uninterrupted activity since 1992. Next year, *Quadrante* will thus complete 30 years of existence. It will certainly be an occasion to celebrate, in different ways, the APM research journal in mathematics education which, taking its first steps from local research, has been increasingly chosen by

international researchers to disseminate their work. We will take this opportunity to review the research published in the journal, launching, next year, a thematic issue commemorating these 30 years of *Quadrante* activity. Thus, a cycle ends, but one that seeks to stimulate new challenges and paths for the journal.

References

- Blomhøj, M., & Niss, M. (2021). Decoding, understanding, and evaluating extant mathematical models: what does that take? *Quadrante*, 30(2), 9-36. <https://doi.org/10.48489/quadrante.24129>
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Brocardo, J., & Carrillo, J. (2019). Ensino e aprendizagem dos números e das operações. *Quadrante*, 28(2), 1-5. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23028>
- Carreira, S. & Blum, W. (2021). Mathematical modelling in the teaching and learning of mathematics: Part 2. *Quadrante*, 30(2), 1-8. <https://doi.org/10.48489/quadrante.26132>
- Galbraith, P., & Fisher, D. (2021). Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. *Quadrante*, 30(1), 198-218. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23710>

O número temático de 2021

O número que agora publicamos integra a segunda parte do número temático *Modelação matemática no ensino e aprendizagem da matemática*, da responsabilidade de Susana Carreira e Werner Blum, como editores convidados. No conjunto das duas partes contabilizam-se 27 artigos, que envolveram investigadores, de muitos países, o que evidencia o grande dinamismo desta área, no âmbito da investigação internacional em educação matemática.

Os editores convidados fazem a apresentação desta segunda parte do número temático, no seu editorial, contudo, não é demais sublinhar o conjunto muito relevante de trabalhos, abrangendo uma grande diversidade de tópicos matemáticos e níveis de escolaridade, bem como de focos de estudo, perspectivas teóricas e abordagens metodológicas. Como referem os editores convidados, este número “brings a timely and refreshing thinking about the powerful role of mathematical models in society” (Carreira & Blum, 2021, p. 1), o que prestigia, em muito, a *Quadrante*.

Deixamos, pois, aqui o nosso sincero agradecimento aos Professores Susana Carreira e Werner Blum pelo seu enorme empenho, dedicação e profissionalismo na concretização

deste número temático duplo. Seguramente foi o seu grande reconhecimento e afirmação como investigadores, neste campo, que trouxe credibilidade a esta proposta e criou a oportunidade de vermos representados na revista investigadores de diferentes origens geográficas e com trabalho tão relevante neste campo da investigação em educação matemática.

Outros artigos

Este número da *Quadrante* inclui também dois artigos de fluxo contínuo, para além dos artigos que integram o número temático. Os dois artigos têm origem no Brasil e incidem sobre diferentes temáticas.

O primeiro destes, da autoria de *Kamila Holzmann, Camila Nogue, Elielson Lima e Beatriz Dorneles*, tem como objetivo verificar a relação entre desempenho aritmético e desempenho na resolução de problemas de alunos do ensino fundamental, no Brasil. Ancora-se numa perspetiva cognitiva sobre a aprendizagem e apresenta uma discussão em torno do conhecimento procedimental e do conhecimento concetual no campo da aritmética e da resolução de problemas. O estudo, de natureza quantitativa, e realizado de forma transversal, teve como amostra 127 alunos dos 3.º e 4.º anos, a quem foram aplicados o teste intitulado “Subteste de Aritmética do Teste de Desempenho Escolar” e uma tarefa de resolução de problemas que integrava 10 problemas. Através do teste de correlação de Pearson, as autoras encontraram uma correlação significativa e moderada entre as duas variáveis em estudo, conduzindo à sugestão de que existem habilidades comuns às duas áreas em confronto. A investigação apresenta implicações para o ensino das duas áreas em estudo, que se defende dever ser realizado em articulação, mas apresenta a limitação de os alunos participantes terem obtido uma média baixa na tarefa de resolução de problemas.

O segundo artigo, da autoria de *Marcelo Proença*, foca-se na planificação de propostas de ensino de futuros professores de matemática, centradas na generalização de padrões algébricos, na perspetiva do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Através da revisão de literatura, o autor argumenta a favor da possibilidade de apoiar os alunos na exploração de padrões algébricos com vista à generalização através da abordagem pedagógica EAMvRP. Esta foi explorada numa formação para futuros professores de uma licenciatura em matemática, de uma universidade brasileira, com a duração de 10 horas. A análise de dados incidiu sobre as situações de ensino (problemas) que os formandos desenvolveram para um determinado conteúdo escolhido e o modo como conceberam cinco ações de ensino, no âmbito do EAMvRP. Verificou-se que os futuros professores tiveram em conta, nas situações propostas, a apresentação de casos particulares, a obtenção de solução por meio da construção de expressões matemáticas e a previsão de estratégias de busca de padrões

algébricos. No entanto, o estudo evidencia também um conjunto de dificuldades que estes manifestaram e que merecem a atenção da investigação.

Celebrando: laureados com a *ICTMA Career Research Medal*

Celebramos o facto de três dos académicos que participam neste número temático duplo terem sido agraciados recentemente com o prémio *ICTMA Career Research Medal*, também conhecido como *The Henry Pollak Award*. Este prémio, sob os auspícios do *ICTMA – The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (<https://www.ictma.net/>), foi atribuído, pela primeira vez, em 2021.

Os laureados são o Prof. Werner Blum, da Universidade de Kassel, na Alemanha, o Prof. Peter Galbraith, da Universidade de Queensland, na Austrália, e o Prof. Mogens Niss, da Universidade de Roskilde, na Dinamarca.

A respeito destes prestigiados investigadores, destacamos um dos seus empreendimentos conjuntos. Foram os três responsáveis, em conjunto, por um estudo e uma publicação que ganharam grande notoriedade – o *14th ICMI Study* sobre modelação matemática (Blum et al., 2007). Em particular, os Professores Blum e Niss têm colaborado, ao longo de muitos anos, nomeadamente na elaboração do quadro de referência dos estudos PISA e na ênfase que aí tem sido dada à modelação matemática.

Desde os anos 70, uma das contribuições mais significativas do Prof. Werner Blum foi a de ter colocado a modelação matemática e as aplicações na agenda da educação matemática, especialmente com a sua participação no ICME-3, em Karlsruhe. Participou na organização e deu contribuições em muitos *Topic Study Groups* e *Working Groups* que tiveram lugar em ICMEs e empenhou-se fortemente em promover o ICTMA como um grupo afiliado do ICMI. Foi também responsável pela criação do acrónimo ICTMA, quando organizou a terceira conferência desta série (ICTMA-3), em Kassel, em 1987. Entre outras realizações, foi autor de ideias cruciais, publicadas em numerosos artigos científicos e livros, que integram quadros conceptuais e teóricos atualmente usados no seio da comunidade de investigação do ICTMA.

O trabalho do Prof. Peter Galbraith é amplamente conhecido e citado, não apenas na Austrália, mas em muitas outras regiões do mundo. Ele é autor de uma extensa obra sobre o ensino e aprendizagem da modelação matemática, com contribuições importantes para a investigação teórica e empírica nesta área, especialmente numa perspetiva didática. Tem sido um dos membros muito ativos e influentes da comunidade ICTMA, tendo organizado o ICTMA-8 em Brisbane, em 1997. Tem tido igualmente um papel enérgico na produção e disseminação de recursos e materiais para promover a integração de tarefas de modelação matemática nos vários graus de ensino.

O reconhecimento internacional do Prof. Mogens Niss no campo da educação matemática é unânime, desde logo pelo seu papel como secretário-geral do ICMI, onde foi grande

impulsionador do estatuto de grupo afiliado atribuído ao ICTMA. Publicou trabalho de investigação do mais alto nível sobre modelação matemática, onde se incluem contribuições teóricas e empíricas influentes tais como a conceptualização da competência de modelação matemática. Realizou vários trabalhos de prospeção da literatura e artigos sobre o estado da arte, estabelecendo objetivos e pontos de referência para o desenvolvimento do campo de investigação. Foi o organizador do ICTMA-4 em Roskilde, na Dinamarca, em 1999. Um dos projetos mais conhecidos em que teve um papel proeminente foi o projeto KOM, relacionado com a inovação da matemática escolar na Dinamarca.

As nossas felicitações aos três laureados e o agradecimento por terem respondido favoravelmente à participação neste número da *Quadrante*: ao Prof. Werner Blum, como editor convidado, e ao Prof. Peter Galbraith e ao Prof. Mogens Niss, como autores de artigos (Blomhøj & Niss, 2021; Galbraith & Fisher, 2021).

Recordando

A terminar o presente ano, não podemos também esquecer dois queridos colegas que nos deixaram recentemente e que tiveram uma relação estreita com a revista e a Associação de Professores de Matemática (APM), ao longo de muitos anos.

Recordamos, assim, o Prof. Ubiratan D'Ambrosio, professor emérito de Matemática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que integrava o conselho consultivo da *Quadrante* e colaborou em diversos momentos com a APM. Um nome incontornável da educação matemática do Brasil, particularmente, pelo seu trabalho no campo da Etnomatemática, o Prof. Ubiratan D'Ambrosio usufruiu também de um enorme reconhecimento internacional, como atesta o prémio que lhe foi atribuído pelo ICMI, em 2005: *Felix Klein Medal* (<https://www.mathunion.org/icmi/awards/past-receipients/2005-felix-klein-award>). Participou em importantes comissões e estudos internacionais e foi presidente do Comité Interamericano de Educação Matemática (CIAEM).

Recordamos, igualmente, o Prof. José Carrillo (Pepe), professor catedrático da Universidade de Huelva, Espanha, e que nos últimos anos colaborou estreitamente com a revista, fazendo parte do seu conselho editorial e coeditando, em 2019, o número temático *Ensino e aprendizagem dos números e das operações* (Brocardo & Carrillo, 2019). É particularmente conhecido o seu trabalho sobre o conhecimento especializado do professor de matemática, a partir do qual foi criada a Rede Iberoamericana MTSK (*Mathematical Teachers' Specialised Knowledge*). Foi presidente da Sociedade Espanhola de Investigação em Educação Matemática (SEIEM).

Fica o nosso reconhecimento a estes dois colegas pela sua contribuição para a investigação em educação matemática, mas também (e sobretudo) pelos laços e pontes que souberam estabelecer entre as comunidades de educação matemática, de diferentes latitudes.

Trinta anos da revista

O volume 30 que agora encerramos dá continuidade a uma atividade ininterrupta da revista, desde o ano de 1992. No próximo ano, a *Quadrante* completa, assim, 30 anos de existência. Seguramente, será uma ocasião para celebrarmos, de diferentes formas, a revista de investigação em educação matemática da APM que, dando os seus primeiros passos a partir da investigação local, tem vindo a ser escolhida, cada vez mais, por investigadores internacionais para a divulgação do seu trabalho. Aproveitaremos esta oportunidade para fazer um balanço da investigação publicada na revista, lançando, no próximo ano, um número temático comemorativo destes 30 anos de atividade da *Quadrante*. Encerra-se assim um ciclo, mas que se quer impulsionador de novos desafios e caminhos para a revista.

Referências

- Blomhøj, M., & Niss, M. (2021). Decoding, understanding, and evaluating extant mathematical models: what does that take? *Quadrante*, 30(2), 9-36. <https://doi.org/10.48489/quadrante.24129>
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Brocardo, J., & Carrillo, J. (2019). Ensino e aprendizagem dos números e das operações. *Quadrante*, 28(2), 1-5. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23028>
- Carreira, S. & Blum, W. (2021). Mathematical modelling in the teaching and learning of mathematics: Part 2. *Quadrante*, 30(2), 1-8. <https://doi.org/10.48489/quadrante.26132>
- Galbraith, P., & Fisher, D. (2021). Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. *Quadrante*, 30(1), 198-218. <https://doi.org/10.48489/quadrante.23710>