


A influência da Didática da Matemática em teses e dissertações brasileiras envolvendo os números fracionários (2010–2023)

The influence of the Didactics of Mathematics on Brazilian theses and dissertations involving fractional numbers (2010–2023)

Naum de Jesus Serra 

Universidade Federal do Pará
Brasil
nahumserra@gmail.com

Renan Marcelo da Costa Dias 

Universidade Federal do Pará
Brasil
renanmarcelo1998@gmail.com

Saddo Ag Almouloud 

Universidade Federal do Pará
Brasil
saddoag@gmail.com

José Messildo Viana Nunes 

Universidade Federal do Pará
Brasil
messildo@ufpa.br

Resumo. A presente pesquisa teve por objetivo compreender de que forma a didática da matemática tem fornecido subsídios teóricos/metodológicos às teses e dissertações brasileiras envolvendo os números fracionários, defendidas entre os anos de 2010 e 2023. Para isso, conduziu-se uma revisão sistemática de pesquisas cujo embasamento teórico se concentra nas dimensões histórica e epistemológica da didática da matemática, com foco nos processos de ensino e aprendizagem dos números fracionários. Assim, por intermédio do protocolo PRISMA, realizou-se um levantamento de teses e dissertações nos repositórios digitais da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) para a constituição de uma análise sistemática das pesquisas selecionadas. O levantamento permitiu selecionar um total de 32 produções, sendo 27 dissertações de mestrado e cinco teses de doutorado.

O quadro metodológico utilizado foi a análise documental de Bardin (2016) que possibilitou o desdobramento do trabalho em cinco categorias, sendo: Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas, Investigação de Saberes Discentes, Investigação de Saberes Docentes, Investigação de Práticas Docentes e Investigação em Livros Didáticos. Tais categorias nos permitiram perceber, por meio das análises, que em relação ao estudo de conceitos e de concepções de números fracionários, a didática da matemática tem fornecido subsídios teóricos e metodológicos às teses e dissertações brasileiras, possibilitando aos pesquisadores e pesquisadoras argumentar, planejar, elaborar, aplicar e avaliar sequências de atividades didáticas, revelando que o alcance dessa ciência trouxe vantagens e novas perspectivas investigativas, ajudando-os(as) a examinar e sugerir a (re)construção de praxeologias não só em contexto de ensino e de aprendizagem, mas também em formação de professores e em tarefas de livros didáticos.

Palavras-chave: educação matemática; didática francesa; números fracionários.

Abstract. The aim of this research was to understand how the didactics of mathematics have provided theoretical and methodological support for Brazilian theses and dissertations defended between 2010 and 2023 that involved fractional numbers. To this end, we conducted a systematic review of research with a theoretical framework focused on the historical and epistemological dimensions of the didactics of mathematics centered on the teaching and learning processes of fractional numbers. Using the PRISMA protocol, we conducted a survey of theses and dissertations in the digital repositories of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) and the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD) to accomplish a systematic analysis of the selected research. The survey enabled us to select a total of 32 works, 27 of which were master's theses and five were doctoral dissertations. The methodological framework used was Bardin's documentary analysis (2016), which made it possible to divide the work into five categories: Proposal or Application of Teaching Strategies, Investigation of Student Knowledge, Investigation of Teaching Knowledge, Investigation of Teaching Practices, and Investigation of Textbooks. These categories allowed us to see from the analysis that in relation to the study of concepts and conceptions of fractional numbers, the didactics of mathematics has provided theoretical and methodological support to Brazilian theses and dissertations, making it possible for researchers to argue, plan, develop, apply and evaluate sequences of didactic activities, revealing that the scope of this science has brought advantages and new perspectives in terms of investigations, helping them inspect and suggest the (re)construction of praxeologies not only in the context of teaching and learning, but also in teacher education and textbook tasks.

Keywords: mathematics education; French didactics; fractional numbers.

Introdução

Segundo Almouloud (2022) a necessidade de compreender os fenômenos de ensino e de aprendizagem da matemática impulsionou o desenvolvimento de modelos teóricos que pudessem caracterizar os conhecimentos e saberes e sua evolução tanto histórica, quanto referente à apropriação de conhecimento/saber do aluno. Nesta perspectiva, a didática da

matemática aparece como uma ciência que tem por objeto investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática, e o estudo de condições que favorecem que os alunos a apreendam.

Nesse sentido, a didática da matemática de tradição ou influência francesa (daqui em diante somente didática da matemática) tem se constituído como um frequente aporte teórico/metodológico que fundamenta pesquisas em educação matemática. Assim, a teoria dos campos conceituais (TCC), a teoria das situações didáticas (TSD), a teoria antropológica do didático (TAD), a teoria dos registros de representação semiótica (TRRS), a engenharia didática, dentre outras, fundamentam números expressivos de estudos, e possibilitam a visualização de aspectos singulares que vão desde especificidades do aprender até os aspectos formativos do ensinar.

Nessa perspectiva, refletimos sobre o tema: os números fracionários, com base em problemáticas que vislumbramos nos estudos de Silva (2005, 2017), Santana (2018), Barros (2018), Silva (2019), Jucá (2019), Santos e Fonseca (2019), Fischer (2020) e Lopes (2020), que identificam variadas problemáticas sobre o ensino e aprendizagem dos números fracionários e, de um modo geral, explicitam as complexidades presentes em tais processos.

Assim, nesta pesquisa visamos investigar a influência da didática da matemática em trabalhos difundidos no Brasil, com fins de revelar de que forma tal influência tem fornecido subsídios teóricos/metodológicos às teses e dissertações brasileiras que envolvem os números fracionários, defendidas entre os anos de 2010 e 2023.

Com o propósito de atender a esse objetivo, realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo revisão sistemática. As buscas e escolhas das pesquisas para essa revisão sistemática foram realizadas de acordo o *Preferred Reporting Items*, com utilização do protocolo PRISMA (Page et al., 2021). Para organização e posterior análise dos dados apoiamos-nos em Bardin (2016). A busca se concentrou em bancos digitais brasileiros de teses e dissertações que trataram sobre o tema números fracionários, com uso do quadro teórico da didática da matemática.

Sobre a didática da matemática

Para Sriraman e English (2010), o termo *Didactique des Mathématiques* representa o estudo do processo de disseminação do conhecimento matemático, com mais ênfase no estudo do ensino e nas transformações produzidas no conhecimento matemático em instituições de aprendizagem. Os autores também descrevem que a didática da matemática como campo científico encontra-se na interseção da matemática, epistemologia, história da matemática, psicologia linguística e filosofia. Para eles, “o paradigma de pesquisa francês é surpreendentemente homogêneo, com um corpo de teorias para avançar seus programas de pesquisa e notável por sua consistência em teoria, metodologia e terminologia” (Sriraman & English, 2010 p. 18).

Assim, a didática da matemática possibilita a compreensão das diferentes formas e práticas de interação entre professores e alunos no contexto das circunstâncias de ensino e aprendizagem da matemática, viabilizando a organização do seu ensino. Segundo Sriraman e English (2010), a produção e disseminação de vários manuais, artigos de periódicos e outras publicações são evidência do crescente reconhecimento desse campo de estudo.

Esta tradição surgiu na França, em 1973, em uma comunidade de pesquisadores, tendo Guy Brousseau e Gérard Vergnaud como principais difusores (Sriraman & English, 2010). Dentre vários fatos relevantes dessa comunidade, ressaltam-se as iniciativas de pesquisas sistêmicas realizadas pelo grupo na criação e adaptação da gramática específica da teoria das situações didáticas (TSD) de Brousseau, que veio posteriormente influenciar também no nascimento da teoria antropológica do didático (TAD) de Yves Chevallard.

Dito isso, nota-se a importante contribuição da didática da matemática para o desenvolvimento da área da educação matemática tanto no que se refere ao ensino e aprendizagem da matemática em sala de aula, quanto para formação de professores. Tal contribuição fica também evidente em Kilpatrick (1996) que retrata esse contexto histórico, dando ênfase à influência que a didática da matemática teve inicialmente em vários países da Europa, como Alemanha, Itália, e Espanha, dentre outros. Esses autores destacam que a didática tem um caráter mais técnico e menos generalista que a pedagogia, com ênfase na dimensão epistemológica e nos estudos relacionados ao ensino e aprendizagem de um determinado objeto matemático.

Artigue et al. (2019) evidenciam que o papel de grandes matemáticos foi relevante e decisivo em momentos importantes para o desenvolvimento da didática da matemática, quando por exemplo, envolveram-se diretamente na reforma do início do século XX, constituindo uma comissão para a revisão do currículo e apoiando o movimento de reforma, produzindo livros e dando palestras, como as famosas palestras de Borel e Poincaré. Até hoje, matemáticos continuam engajados, contribuindo em questões educacionais, ajudando a popularizar a matemática no desenvolvimento de sites como: Animath¹, Mathématiques², também, por meio de sociedades acadêmicas, como a CFEM³.

O fortalecimento da didática da matemática também se deu pela criação dos Institutos de Pesquisas em Ensino de Matemática (IREM) em algumas universidades francesas - estruturas independentes e próximas aos departamentos de matemática que reuniam matemáticos universitários, formadores de professores de matemática, didáticos, historiadores matemáticos e professores da educação básica, que trabalhavam em colaboração na elaboração de materiais, palestras, grupos temáticos, formação de professores e pesquisa-ação.

Vale ressaltar que ao longo das últimas décadas, a didática da matemática consolidou-se pela produção de trabalhos doutorais e, principalmente, pelo surgimento das três grandes teorias consideradas como seus pilares: A teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau, a teoria antropológica do didático (TAD) de Yves Chevallard, e a teoria dos

campos conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud. Além disso, vale evidenciar que estas foram importantes por servir de bases referenciais para o surgimento de outras que nasceram e desenvolveram-se a partir delas (Blum et al., 2019). Outras teorias no cenário francês que têm sido largamente utilizadas em contextos de ensino e aprendizagem, como a teoria dos registros de representação semiótica (TRRS) de Raymond Duval e da gênese instrumental de Pierre Rabardel.

Artigue et al. (2019) também afirmam que a didática da matemática objetivava construir um campo científico ancorado na pesquisa empírica e constructos teóricos em que fosse priorizada a compreensão de complexas interações entre o ensino e a aprendizagem da matemática em sistemas didáticos. Para Blum et al. (2019), as teorias da didática da matemática foram concebidas como ferramentas para a compreensão das práticas e processos de ensino e de aprendizagem da matemática, bem como, para a identificação de fenômenos didáticos.

Em contrapartida, estudos também apontam que a didática da matemática surgiu inicialmente voltada ao estudo e à compreensão dos objetos matemáticos, no entanto, os seus domínios ultrapassaram essa fronteira e na atualidade é comumente aplicada à física, química e outras áreas do conhecimento. Desse modo, há um crescente número de trabalhos em educação que se beneficia dessa ciência, sendo um dos motivos a sua potencialidade em conduzir pesquisas empíricas, principalmente de natureza qualitativa.

Para Artigue et al. (2019), a epistemologia experimental sempre desempenhou um papel importante nessa ciência. Alinhado a esse pensamento, Duval (2012) destaca que o caráter empírico da didática da matemática torna-se também relevante à formação de professores, pois as metodologias disponíveis nesta ciência permitem aos pesquisadores observarem e coletarem dados relevantes, extraindo as variáveis necessárias à compreensão da prática docente. Nesse âmbito, seus domínios vão além dos subsídios fornecidos à aprendizagem do aluno, ampliando-se para a formação docente.

As abordagens metodológicas das teorias em didáticas permitiram a introdução da pesquisa empírica no ensino e na aprendizagem, sendo hoje bastante aceitas e difundidas por pesquisadores da educação matemática em várias partes do mundo. Vale lembrar que em termos metodológicos, criou-se o conceito de design ao desenvolver-se a “Engenharia Didática”, que teve sua gênese na teoria das situações didáticas (TSD). Revelou-se também inovadora, ao conceber-se posteriormente a metodologia do PEP (percurso de estudo e pesquisa, em português), desenvolvida como quadro teórico-metodológico da teoria antropológica do didático (TAD).

Cabe destacar também que a pesquisa empírica foi fortemente influenciada pela evolução tecnológica, com o uso crescente de vídeos e mídias digitais em estudos de práticas de professores (Artigue et al., 2010). Por este ângulo, ao analisarmos o percurso de mais de um século de tradição conferido à didática da matemática, é razoável confirmar sua

expansão progressiva, pois ao ser constituída e instituída como ciência, tornou-se de grande relevância para o campo da educação matemática.

Dito isso, a pesquisa aqui desenvolvida explicita a pertinência em investigar de que forma a didática da matemática tem fornecido subsídios teórico-metodológicos a teses e dissertações brasileiras que envolvem os números fracionários, defendidas entre os anos de 2010 e 2023. Nossa opção por esse objeto se justifica por o assumirmos como uma problemática que se impõe para o ensino e aprendizagem da matemática desde os anos iniciais. A complexidade na abordagem desse objeto se acentua na transição dos anos iniciais (6 a 10 anos) para os anos finais (11 a 14 anos) do ensino fundamental no Brasil (Miranda, 2016). Ressaltamos que entendemos por número fracionário o número racional representado por uma fração em uma dada situação problemática (Duval, 1995).

Na próxima seção, discutimos sobre concepções de números racionais, possibilitando compreendermos melhor os debates no entorno das teses e dissertações selecionadas.

Concepções sobre Números Racionais

Kieren (1976), Nunes e Bryan (1997) e Almouloud e Silva (2021) nos advertem para a complexidade do ensino e da aprendizagem no entorno das frações, uma vez que existe uma diversidade de conceitos que envolvem frações e os números racionais. Segundo eles, é provável que as dificuldades da aprendizagem desta noção estejam relacionadas ao fato de os professores abordarem geralmente, o estudo de números fracionários apenas sob a perspectiva “parte-todo”, deixando de lado outras concepções que potencializam o aprofundamento no estudo e favorecem a compreensão dos alunos.

Nos estudos de Kieren (1976), os números racionais aparecem no viés de várias concepções, a saber: *Concepção parte-todo*, *Concepção de quociente*, *Concepção de medida* e a *Concepção de operador*, que são subconstructos teóricos que potencializam diversas análises sobre números fracionários e seus diferentes aspectos, pois levam a construção de conceitos sobre as situações em que se pretendem dar significados à fração e suas possíveis representações.

Nessa perspectiva, Silva (2005) discorre sobre as várias concepções. A *concepção parte-todo* consiste em dividir uma grandeza contínua (comprimento área, volume etc.) em partes congruentes ou uma grandeza discreta em partes iguais em números de objetos iguais. A autora destaca que esse tipo de concepção é mobilizado por atividades que demandam a identificação de parte de um inteiro, podendo ser representadas por tarefas que envolvem grandezas contínuas ou discretas com contagens duplas das partes. No entanto, em determinadas circunstâncias a concepção parte-todo apresenta limitações, como por exemplo, em frações maiores que 1.

Na *concepção de quociente*, geralmente, a fração tem relação com o esquema de distribuição de grandeza, pois a simbologia a/b indica que “a” foi dividido ou distribuído

em “b” partes iguais, destacando que nas atividades que envolvem essa concepção, o “a” pode ser igual, maior, ou menor que “b”. Essa concepção, é capaz de representar objetos diferentes (como “crianças” e “chocolate”). Para as grandezas discretas, vale a divisão de naturais associada à ideia de operadores; por outro lado, não cabe a representação de fração na resposta. Nessa concepção, para as grandezas contínuas, a divisão pode representar muita complexidade, a depender da distribuição solicitada.

Quanto à *concepção de medida*, Silva (2005) destaca que a medição estará relacionada diretamente à grandeza em jogo. Supondo que as tarefas estejam associadas à concepção de medida de comprimento, podem requerer a representação de uma reta numérica ou algum esquema de medida, além do número fracionário $1/b$ que representará a unidade padrão escolhida, ou seja, a que foi dividida em “b” partes iguais para permitir a medição e o número fracionário a/b que representará o resultado da medição realizada.

Em relação à *concepção de operador*, a autora mostra que a representação da fração a/b é um elemento que age sobre uma quantidade e a modifica, produzindo uma nova quantidade, mediante a operação de multiplicação entre os operadores fracionários. A porcentagem de fracionários pode ser operada como razões, bem como operadores, pois agem sobre um estado inicial, transformando-o em um estado final. Por exemplo, o termo 20%, isoladamente, significa tomar 20 de um conjunto de 100. No entanto, 20% de 50 corresponde a: $20/100 \times 50 = 10$, ou seja, o operador $20/100$ age sobre 50, modificando-o e produzindo o 10.

Já na *concepção de razão*, entra em jogo a ideia de comparação entre grandezas. Nesse sentido, a/b (ou $a:b$) geralmente não permite associação à divisão, mas sim a comparação entre as medidas de grandezas. O entendimento de que “a” está para “b” leva naturalmente à equivalência de razão e a representação de proporção $a/b = c/d$. Nessa concepção, as tarefas podem apresentar elementos de mesma natureza ou de naturezas diferentes no entorno de grandezas contínuas ou discretas, podendo, por exemplo, ser do tipo parte-todo quando compara as quantidades de dois inteiros; parte-parte, quando compara as quantidades de duas partes de um número inteiro ou partes de dois inteiros, ou ainda parte-todo (Silva, 2005).

Ao longo da última década, diversos autores investigaram os números fracionários no intuito de analisar as ações dos alunos em atividade que problematizavam os aspectos discreto ou contínuo ou das grandezas. Geralmente, as pesquisas sobre os números racionais têm a perspectiva de identificar as concepções que os discentes utilizam nas resoluções de problemas e se estes as utilizam de maneira correta. Na mesma direção, inquéritos sobre a abordagem de números racionais em livros didáticos buscam observar as estratégias e concepções utilizadas a fim de apontar, de forma crítica, as possíveis vantagens ou falhas no entorno das atividades trazidas por estes.

Na próxima seção, abordaremos os aspectos metodológicos que possibilitaram a constituição de nossa revisão sistemática da literatura.

Aspectos Metodológicos da Pesquisa

Pesquisa e processo de seleção documental

Neste trabalho, apresentamos uma revisão sistemática que realizámos nas principais bases de dados que reúnem as teses e dissertações brasileiras: repositórios digitais da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal e Nível Superior (CAPES) e da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). A escolha se deu em decorrência de compreendermos que as teses e dissertações são indicativos pertinente do quanto a didática da matemática tem influenciado nas pesquisas no Brasil. Segundo o *Manual Cochrane para Revisões Sistemáticas de Intervenções*⁴, a revisão é um resumo sistemático dos resultados de estudos para uma pergunta de pesquisa específica, que utiliza métodos sistemáticos e explícitos para indicar, selecionar e sobretudo avaliar a pesquisa de forma crítica e, posteriormente, coletar e analisar os estudos que foram incluídos na revisão. Nesse contexto, por se tratar de uma revisão sistemática, nosso artigo ancorou-se no protocolo Prisma, que permite uma busca mais eficiente e segura, dando mais robustez a nossa pesquisa.

Neste caso, utilizamos a forma adaptada do modelo PRISMA 2009, evidenciando nosso processo de busca e seleção das teses e dissertações nas bases de dados da Capes e da BDTD, delimitando a quantidade de trabalhos de nossa amostra, destacando, por intermédio dessa metodologia o número de trabalhos: encontrados; excluídos antes do rastreamento (por ser duplicado ou removido com aplicação dos filtros); rastreados (leitura do título ou título e resumo); excluídos no rastreamento; para leitura do texto completo; excluídos na leitura do texto completo e, finalmente, o número de trabalhos incluídos na amostra.

As chaves de busca utilizadas nas referidas bases de dados foram “fração” e “números fracionários” AND “didática da matemática” Nessa busca, obtivemos 24 trabalhos, sendo nove resultados na Capes e 15 na BDTD, defendidos entre 2020 a 2023.

Nossa estratégia de busca em ambos os casos se limitou aos trabalhos desenvolvidos no âmbito dos programas de pós-graduação em educação, educação matemática, educação em ciências e matemáticas, ensino de ciências e matemáticas e afins. A partir de então, fizemos a leitura dos títulos e resumos, a fim de selecionar aqueles que tivessem realmente investigado os números fracionários subsidiados por teorias da didática da matemática. Os trabalhos que apresentaram tal aspecto explicitamente, a partir dos títulos e resumos, foram lidos integralmente. Desse modo, encontramos um total de 163 resultados entre teses e dissertações, sendo, entretanto, selecionado um total de 32 pesquisas (Figura 1).

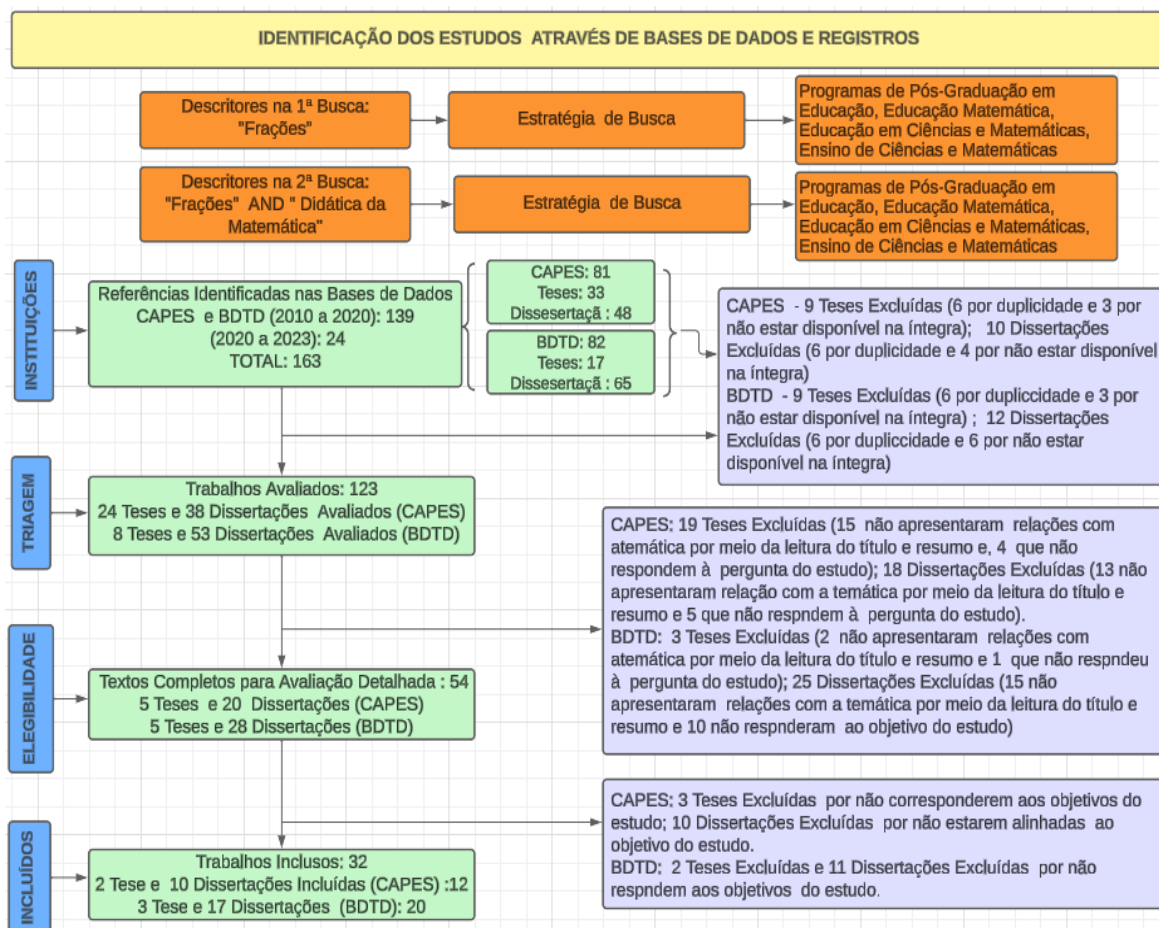


Figura 1. Fluxograma Prisma – Revisão sistemática

A seguir, a Tabela 1 apresenta a lista de teses e dissertações selecionadas para inclusão nesta revisão sistemática.

Tabela 1. Teses e Dissertações (2010 – 2023)

| Ano | Natureza | Autor | Título | IES |
|------|-------------|---|---|---|
| 2010 | Dissertação | Elinaldo Coutinho Morais | Ensinar-aprender frações em um curso de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental: conhecimentos e dificuldades evidenciadas | Universidade Federal do Pará (UFPA) |
| 2011 | Dissertação | Rosivaldo Severino dos Santos | Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal de Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais | Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) |
| 2012 | Dissertação | Fernanda Medeiros Alves Besouchet Martins | O número como signo: relatos de uma experiência de ensino de frações a partir das teorias sócio-interacionista e dos registros de representações semióticas | Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL) |
| 2013 | Dissertação | Clésia Maria dos Santos Lapa | O ensino de fração e seus diferentes significados: Um estudo a partir do livro didático A conquista da Matemática e dos registros dos cadernos dos alunos do 7º ano da rede municipal de Aracaju/SE | Universidade Federal de Sergipe (UFS) |
| 2013 | Tese | Raquel Factori Canova | Um estudo das situações Parte-Todo e Quociente no Ensino e Aprendizagem do conceito de Fração | Universidade Bandeirante de Anhanguera (UNIBAN) |

| | | | | |
|------|-------------|--------------------------------------|--|--|
| 2014 | Dissertação | Edinalva da Silva Ferreira | Ensino de Frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos | Pontifícia Universidade Católica (PUC – SP) |
| 2014 | Dissertação | Flávia Caraiba de Castro | Quantidades intensivas: análise de uma intervenção com alunos do 5º ano do ensino fundamental | Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) |
| 2014 | Dissertação | Raquel Soares do Rêgo Ferreira | Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino as frações | Universidade Federal do Pará (UFPA) |
| 2014 | Dissertação | Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro | Formação de professores dos anos iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração | Universidade de Anhanguera (UNIAN – SP) |
| 2015 | Dissertação | Wallan David da Silva | Atividades lúdicas no ambiente escolar: um estudo sobre a utilização de um baralho de frações no processo de refinamento da noção de número racional | Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) |
| 2015 | Dissertação | Ultamar Miranda da Silva | As frações e os jogos matemáticos: uma relação de interação em turmas do 6º ano do ensino fundamental | Universidade Federal de Alagoas (UFAL) |
| 2015 | Dissertação | Francisco José da Silva Júnior | Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores | Universidade Anhanguera (UNIAN – SP) |
| 2015 | Dissertação | Joelma Cruz de Oliveira Freire | Os significados das Frações presentes em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental | Universidade Anhanguera (UNIAN – SP) |
| 2015 | Dissertação | Danilo Pedro Langoni | A formação continuada e o uso das frações voltadas para a construção do conhecimento | Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) |
| 2015 | Dissertação | Ana Carla de Almeida Bolognani | Ensino e Aprendizagem de Frações mediados pela tecnologia: uma análise à luz da teoria dos campos conceituais de Vergnaud | Universidade Federal de Itajubá (UNIFEL) |
| 2016 | Dissertação | Jonas José Chequetto | Uma experiência didática para a aprendizagem de frações: Matemática para residentes de uma casa de passagem | Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) |
| 2016 | Dissertação | Denise Regina Rodrigues da Silva | Prática didática dos professores que ensinam matemática: estudo de frações na perspectiva dos modelos docentes de Gascón | Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) |
| 2016 | Tese | Rosivaldo Severino dos Santos | Rendimento e estratégias de estudantes concluintes do ensino fundamental na resolução de itens de avaliações externas | Universidade Anhanguera (UNIAN – SP) |
| 2016 | Tese | Werventon dos Santos Miranda | Estudando o obstáculo didático sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático | Universidade Federal do Pará (UFPA) |
| 2017 | Dissertação | Onésimo Rodrigues Pereira | Uma sequência didática para o ensino de adição de frações | Universidade Federal do Tocantins (UFT) |
| 2018 | Dissertação | Marcos José Pereira Barros | A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais | Universidade Federal do Tocantins (UFT) |
| 2018 | Dissertação | Roney Lima do Nascimento | Aplicação e análise de uma sequência didática sobre frações no ensino fundamental II | Universidade de São Paulo (USP) |
| 2018 | Dissertação | Edvaldo Lopes de Nascimento | O uso de tecnologias móveis no ensino de frações para alunos do ensino fundamental nos anos finais | Universidade Cruzeiro do Sul |
| 2018 | Tese | Larissa Elfisia de Lima Santana | A conversão entre representações semióticas: uma análise no domínio das frações à luz de Duval e Vergnaud | Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) |

| | | | | |
|------|-------------|------------------------------------|---|--|
| 2019 | Dissertação | Adalberto Tomaz de Azevedo | Conexão entre matemática e música: um percurso para o estudo dos números racionais | Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) |
| 2019 | Dissertação | Izabela Cesario Correa Ananias | Transformando frações em números: uma experiência no ensino fundamental | Universidade de São Paulo (USP) |
| 2019 | Dissertação | Mayara Poyer da Silva | Resolução de problemas de fração de crianças do 3º ano do ensino fundamental | Universidade Federal do Paraná (UFPR) |
| 2020 | Dissertação | Daiana dos Santos Oliveira Fischer | Investigando o ensino e a aprendizagem de multiplicação de frações: um estudo com alunos do 6º ano | Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) |
| 2020 | Dissertação | Roberto Nogueira de Sousa Lopes | Praxeologia do professor: uma investigação do conceito de fração sob a ótica da teoria antropológica do didático | Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) |
| 2020 | Dissertação | Luiz Gustavo de Lima Júnior | Mapeamento de recursos destinados ao acompanhamento individualizado em sala de aula invertida: Design de um dispositivo modelado para o conteúdo de frações | Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) |
| 2021 | Tese | Maria das Dores de Moraes | ABORDAGEM SOBRE FRAÇÕES: Uma análise do Contrato Didático e das Concepções de Ensino da Matemática como fatores de influência na aprendizagem de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental | Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) |
| 2022 | Dissertação | Edna Marcia Okuma Correia | Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental: Um estudo praxeológico | Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP |

Na Tabela 1 constatamos que o número de dissertações (27) que investigaram o ensino e a aprendizagem dos números fracionários, à luz de subsídios teórico-metodológicos da didática da matemática entre os anos de 2010 e 2023, foi superior ao de teses (5). Além disso, foi possível visualizar que, a contar do ano de 2014, o número de trabalhos dessa natureza defendidos no Brasil apresentou uma oscilação de crescimento e decréscimo em trabalhos produzidos a cada ano. Mediante tal fato, é razoável afirmar que a didática da matemática vem, de modo geral, se mantendo como um aporte teórico-metodológico em produções brasileiras.

Por outro lado, podemos observar na Figura 2 que a região sudeste é a que mais produziu trabalhos dessa natureza (13), com destaque para São Paulo com dez produções, seguida da região nordeste (7), com destaque para o estado de Pernambuco, com cinco produções. Depois a região norte (5), com destaque para o Pará, com três produções, seguido da região sul (4), e centro-oeste (3).



Figura 2. Mapa de distribuição por região

Mediante o exposto, é possível perceber que as pesquisas que investigam os números fracionários subsidiadas pela didática da matemática têm sido desenvolvidas em todas as regiões do Brasil. Embora em quantidades diferentes por região, esses trabalhos refletem a significância desta ciência, e justifica o desenvolvimento de nosso estudo.

Processo de análise dos documentos

A teoria da análise do conteúdo de Bardin (2016) fornece métodos e técnicas para uma análise sistemática e objetiva sobre o conteúdo presente em um texto. Para essa autora, a análise do conteúdo é “Um conjunto de técnicas de análises das comunicações que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens” (p. 44). Esse aporte metodológico possibilita inferir informações ocultas no texto, seja ele oral, em sinais, através de imagens ou sons, a partir de objetivos anteriormente definidos, e mediante a decodificação da mensagem.

Vale afirmar que a análise do conteúdo é norteadora por dois grandes objetivos, a superação de incertezas e o enriquecimento da leitura, pois visa não apenas analisar os documentos, como também manipular as mensagens embutidas neles, intencionando trazer à luz indicadores importantes que potencializem a realização de inferências sobre outra realidade que não a da mensagem. Deste modo, Bardin (2016) afirma que tais inferências são alcançadas a partir de um roteiro pré-estabelecido em torno de três polos cronológicos: *Pré-análise*, *Análise* ou *Exploração do Material* e *Tratamento dos resultados obtidos na*

interpretação. No entanto, para as suas execuções, o autor deve realizar uma leitura flutuante, que consiste no primeiro contato do pesquisador com os documentos a serem analisados, na qual ele deixa-se invadir por impressões e orientações que posteriormente se tornarão mais precisas.

Desse modo, com o intuito de realizar a análise dos trabalhos rumo ao objetivo proposto na pesquisa, fizemos as leituras sistemáticas, levando em conta: (I) Objetivo do trabalho; (II) Aporte teórico adotado; (III) Metodologia da pesquisa e (IV) Conclusões do autor. Deste modo, a partir de tais leituras, emergiram as cinco categorias de análise que nos possibilitaram organizar e analisar os dados constituídos. As categorias elencadas foram agrupadas da seguinte forma: (I) Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas, (II) Investigação de Saberes Discentes, (III) Investigação de Saberes Docentes, (IV) Investigação das Práticas Docentes e (V) Investigação em Livros Didáticos. Na próxima seção, trataremos as análises das teses e dissertações.

Análise das teses e dissertações

A fim de proporcionar uma melhor organização da análise das teses e dissertações em foco e assim alcançar o objetivo desta pesquisa, os 32 trabalhos obtidos no levantamento foram agrupados nas cinco categorias de pesquisa, os quais podem ser observadas na Tabela 2.

Tabela 2. Categorias de pesquisa (CP)

| Categorias (CAT) | Título | N.º de trabalhos |
|-------------------------|--|-------------------------|
| CAT 01 | Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas | 14 |
| CAT 02 | Investigação de Saberes Discentes | 5 |
| CAT 03 | Investigação de Saberes Docentes | 5 |
| CAT 04 | Investigação de Práticas Docentes | 3 |
| CAT 05 | Investigação em Livros Didáticos | 5 |

A CAT 01 consiste em trabalhos que propuseram ou aplicaram uma estratégia didática em sala de aula, tais como sequências didáticas ou metodologias de ensino, ou ainda que fazem uso de jogos, recursos tecnológicos ou outros materiais auxiliares nos processos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários.

A CAT 02 configura-se em trabalhos que investigaram concepções, estratégias, erros, conhecimentos e atitudes que alunos apresentam frente aos desafios em resolver atividades matemáticas no que se refere ao estudo dos números fracionários.

A CAT 03 trata de trabalhos que pesquisaram concepções, estratégias, erros, conhecimentos e atitudes que professores apresentam frente aos desafios em resolver atividades matemáticas envolvendo o estudo dos números fracionários.

A CAT 04 se constitui por trabalhos que estudaram o fazer docente de professores em sala de aula no que diz respeito aos processos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários.

A CAT 05 refere-se aos trabalhos que investigaram as especificidades dos processos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários sob a óptica dos livros didáticos adotados pelo sistema de ensino na qual esses processos acontecem.

Adiante, apresentamos os resultados da análise das teses e dissertações que investigaram os processos de ensino e de aprendizagem acerca dos números fracionários por categorias de pesquisa.

Em relação à categoria *Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas*, 14 trabalhos foram agrupados, sendo 13 dissertações e uma tese, a saber: Ananias (2019); Azevedo (2019); Bolognani (2015); Canova (2013); Castro (2014); Chechetto (2016); Fischer (2020); Lima Júnior (2020); Martins (2012); Nascimento, E. L. (2018); Nascimento, R. L. (2018); Pereira (2017); Silva, U. M. (2015) e Silva, W. D. (2015).

Martins (2012) apoiou-se na teoria sociointeracionista de Vygotsky e na teoria das representações semióticas (TRRS) de Raymond Duval (1995, 2003). Canova (2013) fundamentou-se na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990) e em Nunes et al. (2004). A dissertação de Castro (2014) trouxe a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1988; 2001) e as ideias teóricas de Nunes et al. (2003) com relação aos diferentes significados de números fracionários.

Diante da análise das teses e dissertações classificadas nesta categoria, foi possível observar uma diversidade de subterfúgios didáticos e uma multiplicidade de materiais utilizados visando dar significado aos processos de ensino e de aprendizagem em matemática. As sequências de atividades aplicadas juntos aos alunos nesses trabalhos focalizaram, em termos gerais, a aprendizagem do conceito de número fracionário em seus diferentes significados, a saber: Parte-todo, Número, Medida, Operador Multiplicativo e Quociente, o que justifica o fato da maior parte desses trabalhos estarem alicerçados nos estudos de Nunes et al. (2003; 2004).

No que se refere ao aporte teórico que subsidiou as teses e dissertações em foco, constata-se que a teoria das situações didáticas (TSD) se fez presente na maior parte desses trabalhos, bem como, a metodologia da engenharia didática que emerge da TSD. Além disso, os estudos frequentemente revelaram a relação complementar entre a teoria dos registros de representação semiótica (TRRS) e a teoria dos campos conceituais (TCC), especialmente o que tange às diversas representações dos números fracionários, seus diferentes significados e ainda, a natureza das quantidades.

Em termos gerais, podemos afirmar que as teorias pertencentes à da didática da matemática se constituíram, para os autores das teses e dissertações analisadas, subsídios analíticos e argumentativos, isto é, para planejar, elaborar, aplicar e avaliar sequências de atividades didáticas, visando processos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários com mais significado, usando ferramentas auxiliares como jogos didáticos, materiais concretos, recursos tecnológicos, música e outros instrumentos.

No que se refere à *Investigação de Saberes Discentes*, cinco trabalhos foram reunidos nesse eixo, sendo três dissertações e duas teses, de autoria de Ferreira (2014), Santana (2018), Santos (2016), Santos (2011), e Silva (2019).

Sobre os resultados da análise das teses e dissertações classificadas nesta categoria, observamos que elas se concentraram em dois aspectos: (a) compreensão das/dos concepções/conhecimentos que os alunos possuem acerca dos números fracionários e (b) estudo das estratégias que esses alunos desenvolveram na resolução de problemas que envolvem os números fracionários. Em relação ao primeiro aspecto, observou-se uma predileção pela teoria das situações didáticas e pela teoria dos campos conceituais, esta última escolhida por possibilitar uma análise mais aprofundada dos esquemas e invariantes operatórios no processo de aprendizagem.

No que se refere aos estudos que focaram nas estratégias desenvolvidas pelos alunos, percebemos igualmente o destaque dado à teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990), fato que nos leva a inferir que esse aporte teórico tem se constituído uma forte ferramenta para a análise das estratégias e conhecimentos dos alunos no estudo de números fracionários. Para além disso, também observamos nesses trabalhos a relação dessa teoria com a importância do estudo de número fracionário em seus diferentes significados, uma vez que Vergnaud (1990) defende que a efetivação da aprendizagem se dá por meio da compreensão de uma rede de conceitos matemáticos.

Sobre a *Investigação de Saberes Docentes*, cinco dissertações de mestrado foram agrupadas nesse eixo, a saber: Moraes (2010), Pinheiro (2014), Silva Júnior (2015), Langoni (2015) e Barros (2018).

Com relação à análise das dissertações reunidas na categoria acima, vê-se que, em termos gerais, não se limitaram a investigar os conhecimentos docentes acerca dos números fracionários, mas também se preocuparam em elaborar e executar formações para o aprimoramento da prática dos docentes participantes dessas pesquisas, sendo essas formações avaliadas por meio do retorno desses professores à sala de aula para ministrar o conteúdo número fracionário. A análise dos resultados dessas pesquisas evidencia que, em todos os estudos analisados, teria havido um amadurecimento e melhoramento dos conhecimentos que os docentes participantes dessas pesquisas possuíam sobre os números fracionários, os quais teriam incidido diretamente na qualificação de suas práticas em sala de aula.

Sobre os aportes teóricos que subsidiaram esses estudos percebemos que, na maioria dos trabalhos analisados, a teoria dos campos conceituais alicerçou tanto as investigações acerca dos conhecimentos evidenciados pelos professores, como também embasou a elaboração, execução e avaliação das ações formativas desenvolvidas junto aos docentes. Somente uma dissertação adotou a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1995), pois seu propósito era conhecer como os professores manipulavam tais representações semióticas. Observou-se também a preocupação em trabalhar com os diferentes significados dos números fracionários a partir de Nunes et al. (2003).

A respeito da *Investigação de Práticas Docentes*, duas dissertações de mestrado e uma tese de doutorado, respectivamente, foram reunidas nesse eixo, sendo elas: Silva (2016), Lopes (2020) e Morais (2021). Em relação a essa categoria, de modo geral, os estudos focalizaram na compreensão das praxeologias dos professores quanto aos processos de ensino e de aprendizagem dos números fracionários. A teoria antropológica do didático (TAD) de Chevallard (1999) e os modelos docentes de Gascón (2001, 2003) (o clássico, o empirista e o construtivista, oriundos da integração funcional de dois blocos ou momentos de estudo: exploratório x tecnológico-teórico), além da teoria das situações didáticas (TSD) e as ideias de contrato didático de Brousseau (1996) foram os aportes teóricos adotados, tendo em vista os objetivos das investigações.

Os dois primeiros autores, ao utilizarem essas fundamentações teóricas, concluíram que as ações didáticas dos professores, em geral, estavam assentes em um ensino tradicionalista, e focavam em procedimentos em detrimento de conceitualizações. Silva (2016), por exemplo, buscou classificar as práticas didáticas conforme os modelos docentes descritos em Gascón (2001, 2003), evidenciando que a prática na instituição escolar para o ensino de números fracionários possui características dos modelos clássico e empírico e, de forma simplista, os momentos ou dimensões de estudo: o primeiro encontro com a obra matemática, o tecnológico-teórico, o do trabalho da técnica e, timidamente, o momento exploratório.

Da mesma forma, Morais (2021), subsidiada pela TSD, evidenciou que na prática, as professoras envolvidas na pesquisa utilizaram as concepções baldisa e escadinha⁵. Suas análises revelaram que as professoras que participavam como objeto da pesquisa, embora apresentassem traços de concepção socioconstrutivista, tinham, predominantemente, as concepções escadinha e baldistas na relação à prática de ensino. Ao caracterizar o contrato didático em função das relações estabelecidas entre professor, aluno e o saber escolar sobre frações, a autora destacou que as docentes demonstraram certa fragilidade conceitual e domínio do conteúdo. As fases das situações didáticas, intrinsecamente relacionadas com a interação ou a seleção de atividades, não foram evidenciadas. Em diversos momentos, o que mais se trabalhava era a institucionalização, causando interrupções do significado do objeto em jogo, não oportunizando uma aprendizagem adequada.

No que se refere ao eixo *Investigação em Livros Didáticos*, foram caracterizadas quatro dissertações, de Lapa (2013), Freire (2015), Ferreira (2014) e Miranda (2016), e uma tese, de Correia (2022). Acerca da análise das pesquisas pertencentes a esta categoria, foi possível perceber que, de maneira geral, o objetivo norteador foi investigar de que forma os diferentes significados dos números fracionários são abordados nos livros didáticos, a saber: parte-todo, número, medida, operador multiplicativo e quociente. Algumas pesquisas apoiaram-se na TCC, como Lapa (2013) e Freire (2015). Já Ferreira (2014), Miranda (2016) e Correia (2022) lançaram mão da TAD.

Nessa direção, Ferreira (2014) realizou um estudo epistemológico que a permitiu verificar lacunas em livros didáticos (de 4.º, 5.º e 6.º anos do ensino fundamental) relativas ao ensino de números fracionários. Isso a levou a construir um modelo epistemológico de referência (MER) para analisar e reconstruir praxeologias sobre as noções e operações de adição e subtração de números fracionários. Este dispositivo possibilitou a utilização de tarefas e técnicas mediante praxeologias intermediárias capazes de integrar as praxeologias entre si, com o intuito de suprir lacunas provocadas pela descontinuidade no ensino de números fracionário no 5.º ano (quando o modelo epistemológico inicial representacional lúdico é modificado para o aritmético). Seu estudo não apenas revelou a necessidade de organizações praxeológicas intermediárias, mas também permitiu, por meio do MER, a estrutura necessária que possibilita eliminar as possíveis falhas de sentido nas operações com frações produzidas por essa descontinuidade no ensino de números fracionário entre 4.º e 6.º anos do ensino fundamental.

Miranda (2016), apoiado na TAD, também constatou obstáculos institucionais na passagem dos alunos do último ano dos anos iniciais (5.º ano) e o primeiro do ensino fundamental maior (6.º ano) em relação aos números fracionários. Para ele, a existência da diferença na abordagem de ensino de números fracionários entre os dois níveis de escolaridade, evidenciada em livros didáticos, causa um obstáculo didático no aprendizado de números fracionários entre os alunos que iniciam o ensino fundamental maior.

Seguindo essa linha de pensamento, Correia (2022) apoiou-se nas concepções de números fracionários propostos por Kieren (1976), com enfoque na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para analisar as praxeologias das atividades sobre números fracionários propostas em dois livros didáticos de matemática do 5.º ano do ensino fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático PNLD-2019, concluindo que estes têm potencial para conduzir os alunos à compreensão do conceito de números fracionários e preparação para a compreensão das concepções desses números, em razão das praxeologias matemáticas presentes nestes livros. A autora explica que foram identificadas possibilidades de utilização de uma ou mais técnicas para a resolução das tarefas solicitadas nas obras analisadas, apontando que as praxeologias adotadas pelos autores desses livros didáticos, mesmo com ressalvas, são eficientes para o ensino dos números fracionários.

A concepção parte-todo foi a predominante nas obras analisadas, seguida das concepções de operador, quociente e razão; no entanto, não foi identificada a concepção medida. Para Correia (2022), apesar dessas obras não abolirem os exercícios mecânicos completamente (pois dão ênfase nas repetições de procedimentos para tentar alcançar a aprendizagem dos alunos), primam por outras formas de ensinar matemática, constatando que a maioria das atividades propostas oportunizam experiências de investigação.

Mediante o exposto, podemos observar a contribuição das teorias da didática da matemática nas pesquisas brasileiras analisadas, ressaltando a predileção de alguns autores pela combinação de duas teorias em suas pesquisas, com destaque para Lopes (2020) que lançou mão da TRRS e da TAD. Já Martins (2012), mesmo não associando duas teorias da didática da matemática, utilizou também dois aportes teóricos em seu trabalho: a TRRS e a teoria sociointeracionista de Vygotsky. Da mesma forma, Canova (2013) e Castro (2014) utilizaram a TCC e as ideias teóricas sobre os números fracionários de Nunes et al. (2003). Com exceção desses autores, os demais apresentados neste trabalho fundamentaram suas pesquisas utilizando uma única teoria.

A seguir, mediante as evidências apresentadas na Figura 3, discutiremos o quantitativo das cinco teorias francesas distribuídas nas categorias analisadas, mostrando que, nessa distribuição, os constructos teóricos aparecem 34 vezes, divididos nos 32 trabalhos.

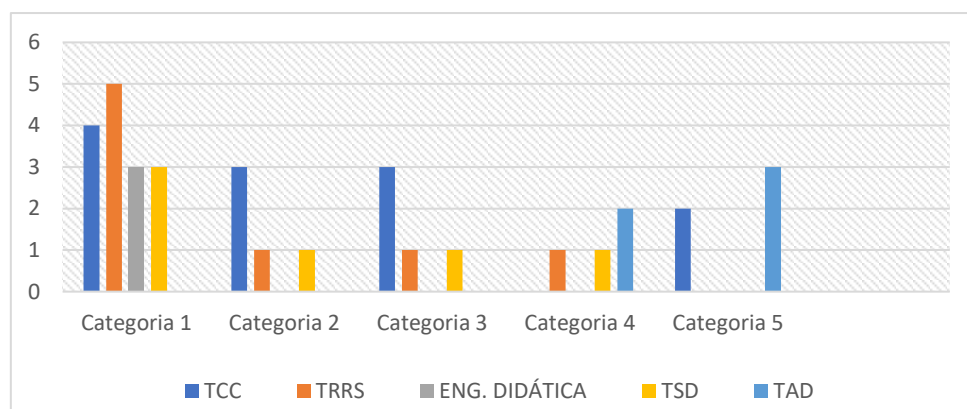


Figura 3. Relação Quantitativa das Categorias e das Teorias Pesquisadas

Deste modo, podemos inferir que na categoria 01, “Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas”, houve 15 participações das teorias da didática da matemática em 14 pesquisas, representando um total aproximado de 44,11%, com destaque para a teoria dos registros de representação semiótica, que subsidiou cinco trabalhos (14,71%), seguido pela teoria dos campos conceituais, com quatro trabalhos (11,76%), a engenharia didática com três (8,82%), e a teoria das situações didáticas, também com três (8,82%). Já na categoria 02, “Investigação de Saberes Discentes”, houve cinco participações em cinco publicações, equivalendo aproximadamente a 14,71% do total, sendo três (8,83%) correspondentes à teoria dos campos conceituais, uma (2,94%) à teoria dos registros de representação

semiótica e um (2,94%), correspondente à teoria das situações didáticas. Do mesmo modo, a categoria 03, *“Investigação de Saberes Docentes”*, trouxe cinco participações distribuídas em cinco pesquisas, equivalentes a 14,71% do total, sendo três (8,83%) apoiadas na teoria dos campos conceituais, uma (2,94%) na teoria dos registros de representação semiótica e uma (2,94%) referente à teoria das situações didáticas.

A categoria 04, *“Investigação de Práticas Docentes”*, apresentou quatro participações das teorias da didática da matemática em três trabalhos, equivalendo a aproximadamente 11,76% do total, sendo dois (5,88%) representando a teoria antropológica do didático, um (2,94%) representando a teoria dos registros de representação semiótica e um (2,94%), a teoria das situações didáticas. Finalmente, a categoria 05, *“Investigação em Livros Didáticos”*, trouxe cinco participações em cinco trabalhos, correspondendo a 14,71%, sendo evidenciadas três (8,83%) pela teoria antropológica do didático e dois (5,88%) pela teoria dos campos conceituais.

De modo geral, o gráfico mostrou que em termos de pressupostos teórico-metodológicos da didática da matemática, os autores mostraram preferência pela teoria dos campos conceituais, tendo esta aparecido 12 vezes nos trabalhos acadêmicos, representando aproximadamente 35,30% do total, distribuída nas categorias 01, 02, 03 e 05. Na sequência, a teoria dos registros de representação semiótica aparece em segundo lugar, com um total de oito vezes, correspondendo a 23,53%. Já a teoria menos abordada foi a engenharia didática descrita na categoria 01, com uma participação apenas, representando 2,94% aproximadamente.

Os dados extraídos do gráfico confirmam o propósito desta seção, apresentando a análise das teses e dissertações que investigaram os processos de ensino e de aprendizagem das frações à luz das teorias da didática da matemática, bem como as análises de livros didáticos. A organização e a distribuição das categorias permitiram reforçar os aspectos da investigação discutidas em seções anteriores, nos levando a reforçar a pertinência dessa ciência em trabalhos brasileiros.

Considerações finais

Nossa pesquisa buscou entender *“De que forma a didática da matemática tem fornecido subsídios teóricos/metodológicos às teses e dissertações brasileiras envolvendo os números fracionários, defendidas entre os anos de 2010 e 2023”*. Para tanto, buscamos revelar se as teorias utilizadas nas pesquisas foram profícuas, enfatizando os pontos positivos e fragilidades no ensino e na aprendizagem de números fracionários, bem como nos livros didáticos, e se tais aportes teóricos favoreceram ações capazes de promover melhoramento do equipamento praxeológico de professores (Chevallard, 1999), além de ajudar os alunos em estratégias na resolução de problemas envolvendo números fracionários.

Nesse contexto, a busca por tais comprovações revelou que quanto à categoria *Proposição ou Aplicação de Estratégias Didáticas*, as múltiplas estratégias e os diferentes materiais utilizados visando ressignificar o ensino e a aprendizagem de números fracionários foram orientados de forma satisfatória pelos aportes teóricos da didática da matemática, sobretudo a teoria das situações didáticas, a teoria dos registros de representação semiótica e a teoria dos campos conceituais que foram utilizadas como modelo na construção de atividades em sala de aula visando a aprendizagem do conceito de números fracionários baseados, em sua maioria, em seus diferentes significados, como: Parte-todo, Número, Medida, Operador Multiplicativo e Quociente.

Em relação à categoria *Investigação de Saberes Discentes*, observamos que tanto a TSD como a TCC tiveram papéis relevantes na compreensão de conhecimentos, assim como nas estratégias para a resolução de problemas relativos a números fracionários, com maior destaque para a teoria dos campos conceituais, por enfatizar o estudo do conceito de número fracionário mediante a compreensão de uma rede de conceitos matemáticos.

Já em relação à categoria *Investigação de Saberes Docentes*, a TCC foi a mais utilizada, possibilitando não apenas a investigação sobre os conhecimentos docentes, mas também, estratégias, elaboração, execução de ações pedagógicas desenvolvidas para o ensino e a aprendizagem de números fracionários. Nesse eixo, a TRRS corroborou também para a aquisição de conhecimentos acerca de números fracionários e para formação profissional dos participantes à medida que foram mostrados os diferentes significados dos números fracionários a partir de Nunes et al. (2003). As pesquisas mostraram ainda que o aprimoramento das práticas docentes foi destacado durante o retorno dos professores participantes à sala de aula, quando estes ministraram o conteúdo referente a números fracionários.

Na categoria *Investigação de Práticas Docentes* evidenciamos que as praxeologias dos professores se pautam em modelos tradicionais que dificultam, na maioria das vezes, a compreensão dos objetos matemáticos, em especial o estudo de números fracionários. A teoria antropológica do didático, além da TSD e a ideia de contrato didático, foram os aportes teóricos adotados no intuito de evidenciar os obstáculos epistemológicos no que se refere ao estudo de números fracionários. Além disso, mostrou que essas teorias deram uma valiosa contribuição à compreensão de fenômenos didáticos, possibilitando a identificação de variáveis que foram relevantes para análise de características tanto do ensino quanto da aprendizagem de conceitos matemáticos.

Em relação à análise dos trabalhos referentes à *Investigação em Livros Didáticos*, a TAD seguida da TCC, emergiram como aportes teóricos que nortearam as pesquisas, investigando como os números fracionários são abordados nos livros didáticos, tendo como referência também os estudos de Nunes et al. (2003; 2004). A TAD possibilitou que os autores analisassem os tipos de praxeologias contidas nessas obras sobre números fracionários do 5º e 6º anos do ensino fundamental, ajudando-os na observação de possíveis

potencialidades para conduzir os alunos à compreensão das diferentes concepções de números fracionários.

Nesse âmbito, o nosso estudo demonstra que as teorias da didática da matemática tiveram um papel importante nos trabalhos analisados, trazendo discussões relevantes e contribuições para o pensar e o agir pedagógico dos professores. Foi evidente que a maioria dos trabalhos analisados lançou mão da TCC, com 35,30% de atuação, seguida pela TRRS, com 23,53%, sobretudo ao se tratar de estratégias didáticas em sala de aula. Entretanto, independentemente do aporte teórico escolhido, é razoável dizer que esta ciência tem alcance e possibilidades de investigações, sobretudo para pesquisadores que tenham interesse em realizar inquéritos no campo da educação matemática, pois, mediante o que foi tratado aqui, ela é capaz de propiciar novas perspectivas em termos de investigações, fornecendo subsídios teóricos/metodológicos, possibilitando a pesquisadores e pesquisadoras analisar, sugerir e (re)construir praxeologias, tanto em contexto de ensino e de aprendizagem quanto em tarefas em livros didáticos no que diz respeito ao estudo de conceitos e de concepções de números fracionários.

Notas

¹ <http://www.animath.fr>

² <http://images.math.cnrs.fr>

³ CFEM (Commission française pour l'enseignement des mathématiques) <http://www.cfem.asso.fr>

⁴ <https://training.cochrane.org/handbook#how-to-access>

⁵ Segundo Moraes (2021), são concepções de ensino trazidas por Câmara dos Santos (2005).

Referências

- Almouloud, S. A. (2022). *Fundamentos da didática da Matemática* (2.^a Ed). Editora da UFPR.
- Almouloud, S. A.; Silva, M. J. F. (2021). Estudo das três dimensões do problema didático de números racionais na forma fracionária. *Educação Matemática sem Fronteiras: Pesquisa em Educação Matemática*. 114-151. <https://doi.org/10.36661/2596-318X.2021v3n2.12660>
- Ananias, H. C. C. (2019). *Transformação de frações em números: uma experiência no Ensino Fundamental* (Dissertação de Mestrado). Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (USP), São Paulo. <http://doi:10.11606/D.45.2019.tde-17062019-145223>
- Artigue, M., Bosch, M., Chaachoua, H., Chellougui, F., Chesnais, A., Durand-Guerrier, V., Knipping, C., Maschietto, M., Romo-Vázquez, A., & Trouche, L. (2019). The French Didactic tradition in Mathematics. In W. Blum, M. Artigue, M. A. M., R. Sträßer, & M. V. Heuvel-Panhuizen (Eds.), *European Traditions in Didactics of Mathematics*, (pp. 11-56). Springer.
- Azevedo, A. T. (2019). *Conexão entre matemática e música: Um percurso para o estudo dos números racionais*. (Dissertação de Mestrado). Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Sorocaba. <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/11197>.
- Bardin, L. (2016). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Barros, M. J. P. (2018). *A solução de situações que envolvem o conceito de fração por professores que ensinam matemática nos anos iniciais*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pósgraduação em Educação da Universidade Federal do Tocantins (UFT), Palmas. <https://repositorio.uft.edu.br/handle/11612/1788>
- Blum, W., Artigue, M., Mariotti, M. A., Sträßer, R., & Heuvel-Panhuizen, M. V. (2019). European Didactic Traditions in Mathematics: Introduction and Overview. In W. Blum, M. Artigue, M. Sträßer, & M. V. Heuvel-Panhuizen (Eds.), *European Traditions in Didactics of Mathematics*, (pp. 1-10). Springer.

- Bolognani, A. C. A. (2015). *Ensino e aprendizagem de frações mediados pela tecnologia: Uma análise à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências da Universidade Federal de Itajubá. Itajubá. <https://repositorio.unifei.edu.br/jspui/handle/123456789/112>
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 4(2), 164-198.
- Canova, R. F. (2013). *Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração*. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo. <https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/32051>
- Castro, F. C. (2014). *Quantidades Intensivas: Análise de uma intervenção com alunos do 5.º ano do ensino fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/128597>
- Chequetto, J. J. (2016). *Uma experiência didática para a aprendizagem de frações: Matemática para residentes de uma casa de passagem*. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ensino na Educação Básica da Universidade Federal do Espírito Santo. São Mateus. <http://repositorio.ufes.br/handle/10/5317>
- Chevallard, Y. (1999). *La TAD face au professeur de mathématiques*. UMR ADEF. <http://books.google.com.br/>
- Correia, E. M. O. (2022) *Números fracionários no livro didático do 5º ano do Ensino Fundamental: Um estudo praxeológico*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/30902>
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Duval, R. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. (Trad. Méricles Thadeu Moretti). *REVEMAT*, 7(2), 266-297.
- Ferreira, E. S. (2014). *Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: Obstáculos didáticos e epistemológicos*. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11016>.
- Ferreira, R. S. R. (2014). *Tarefas intermediárias: Um modelo epistemológico de referência para o ensino das frações*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará. Belém. <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/8572>
- Fischer, D. S. O. (2020). *Investigando o ensino e a aprendizagem de Multiplicação de frações: Um estudo com alunos do 6º ano*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <http://hdl.handle.net/10183/220068>
- Freire, J. C. O. (2015). *Os significados das frações presentes em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. <https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/31995>
- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 129-159.
- Gascón, J. (2003). La necesidad de utilizar modelos en didáctica de las Matemáticas. *Educación Matemática e Pesquisa*, 5(2), 11-37.
- Jucá, R. S. (2019). Os saberes e as práticas dos professores dos anos iniciais relacionadas ao ensino de frações. *Cocar*, 13(26), 299-319.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC. <https://eric.ed.gov/?id=ED120027>
- Kilpatrick, J. (1996). Fincando estacas: Uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. *Zetetike*, 4(5), 99-119.
- Langoni, D. P. (2015). *A formação continuada e o uso das frações voltadas para a construção do conhecimento*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-graduação Matemática em rede nacional -Mestrado profissional da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
- Lapa, C. M. S. (2013). *O ensino de fração e seus diferentes significados: Um estudo a partir do livro didático A Conquista da Matemática e dos Registros dos Cadernos de Alunos do 7º ano da Rede*

- Municipal de Aracaju/SE*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal de Sergipe. https://www.sigaa.ufs.br/sigaa/public/programa/defesas.jsf?lc=pt_br&id=224
- Lima Júnior, L. G. (2020). *Mapeamento de recursos destinados ao acompanhamento individualizado em sala de aula invertida: Design de um dispositivo modelado para o conteúdo de frações*. (Dissertação de Mestrado). Programam de Pós- Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40613>
- Lopes, R. N. S. L. (2020). *Praxeologia do professor: uma investigação do conceito de fração sob a ótica da teoria antropológica do didático*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/38894>
- Martins, F. M. A. B. (2012). *O Número como Signo: Relatos de uma Experiência de Ensino de Frações a partir das Teorias Sociointeracionista e dos Registros de Representações Semióticas*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina. <https://repositorio.animaeducacao.com.br/handle/ANIMA/3227>
- Miranda, W. S. (2016). *Estudando o obstáculo didático sob a ótica da teoria antropológica do didático*. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará. Belém. https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/32099/1/Tese_Sueli_versa%CC%83o%20final.pdf
- Morais, E. C. (2010). *Ensinar-Aprender Frações em um Curso de Formação Continuada para Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: Conhecimentos e Dificuldades Evidenciadas*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará. <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2676>
- Morais, M. D. D. (2021). *Abordagem sobre frações: Uma análise do Contrato Didático e das Concepções de Ensino da Matemática como fatores de influência na aprendizagem de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental*. (Tese Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/42165>
- Nascimento, E. L. (2018) *Uso de tecnologias móveis no ensino de frações para alunos do ensino fundamental nos anos finais*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. <https://repositorio.cruzeirosul.edu.br/handle/123456789/278>
- Nascimento, R. L. N. (2018). *Aplicação e análise de uma sequência didática sobre frações no ensino fundamental II*. (Dissertação de Mestrado). Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade de São Paulo. <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-24042018-124328/pt-br.php>
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Artes Médicas.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., & Hurry, J. (2003, junho). *The effect of situations on children's understanding of fractions* [Apresentação em conferência]. British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido.
- Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade, J. & Bell, D. (2004, janeiro). *Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching* [Apresentação em conferência]. Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences, Paris, França.
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J., Hróbjartsson, A., Lalu, Li, T., Loder, E., Mayo-Wilson, E., ... & Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372(71). <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Pereira, O. R. (2017). *Uma sequência didática para o ensino de adição de frações*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Mestrado Profissional da Universidade Federal do Tocantins. <http://hdl.handle.net/11612/888>
- Pinheiro, M. G. C. (2014). *Formação de professores dos anos iniciais: Conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera. <https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/3607>
- Santana, L. E. L. S. (2018). *A conversão entre representações semióticas: uma análise no domínio das frações à luz de Duval e Vergnaud*. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em

- Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/33920>
- Santos, R., & Fonseca, S. S. (2019). Dificuldades dos alunos do 7º ano do ensino fundamental em aprender fração. *Revista Insignare Scientia*, 2(1), 50–66. <https://doi.org/10.36661/2595-4520.2019v2i1.10724>
- Santos, R. S. (2011). *Analizando as Estratégias Utilizadas pelos Alunos da rede Municipal do Recife na Resolução de Questões do SAEPE sobre Números Racionais*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3742>
- Santos, R. S. (2016). *Rendimento e estratégias de estudantes concluintes do Ensino Fundamental na resolução de itens de avaliações externas*. (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera, São Paulo. <https://repositorio.pgskroton.com/handle/123456789/31914>
- Silva, D. R. R. (2016). *Prática didática dos professores que ensinam matemática: Estudo de frações na perspectiva dos Modelos Docentes de Gascón*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul. http://www.uems.br/pos_graduacao/detalhes/educacao-campo-grande-mestrado-profissional/teses_dissertacoes
- Silva, M. J. F. (2005). *Investigando Saberes de Professores do Ensino Fundamental Com Enfoque em Números Fracionários Para a Quinta Série* (Tese de Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo. <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/10923>
- Silva, M. P. (2019). *Resolução de problemas de fração de crianças do 3º ano do ensino fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Paraná (UFPR). Curitiba. <https://hdl.handle.net/1884/67526>
- Silva, P. H. F. (2017). *Ensino-Aprendizagem de Frações: Um olhar para as pesquisas e para a sala de aula*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2917>
- Silva, U. M. (2015). *As frações e os Jogos Matemáticos: Uma relação de Interação em Turmas do 6º ano do Ensino Fundamental*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. <https://www.pematematica.com.br/?p=979>
- Silva, W. D. (2015). *Atividades Lúdicas no Ambiente Escolar: Um Estudo Sobre a Utilização de um Baralho de Frações no Processo de Refinamento da Noção de Número Racional*. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. <https://pemat.im.ufrj.br/index.php/es/producao-cientifica/dissertacoes/2015>
- Silva-Júnior, F. J. (2015). *Intervenções didáticas no ensino de frações e a formação de professores*. (Dissertação de Mestrado). Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo. <https://repositorio.pgskroton.com/handle/123456789/31992>
- Sriraman, B. & English, L. (2010). Surveying theories and philosophies of mathematics education. In B. Sriraman, & L. English (Eds.), *Theories of mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 7-32). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-00742-2>
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.