O potencial da História da Matemática para o desenvolvimento do processo criativo

The potential of the History of Mathematics for the development of the creative process

Alexandra Sofia Rodrigues
Centro Interdisciplinar de Ciências Sociais (CICS.NOVA), Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade NOVA de Lisboa, UIED, Caparica
Portugal
alexsofiarod@gmail.com

Elmha Moura
Universidade Federal da Integração Latino-Americana (UNILA), Instituto Latino Americano de Ciências da Vida e da Natureza (ILACVN), Foz do Iguaçu
Brasil
elmhacoelho@gmail.com

Resumo. Este artigo constitui um ensaio teórico acerca do potencial de tarefas que envolvem a história da matemática para o desenvolvimento do processo criativo pelos alunos. Utilizando o modelo conceptual de Sawyer sobre o processo criativo, e o conceito da criatividade-P de Boden (2004) procurou-se analisar o potencial pedagógico de tarefas que integram a história da matemática para potenciar o processo criativo dos alunos. A história da matemática permite desenvolver uma dimensão cultural e social do conhecimento matemático, para que o aluno se aperceba das ideias subjacentes às teorias e conceitos estudados, potenciando o desenvolvimento da criatividade com tarefas que devem ser desafiantes, envolver matemática relevante, criar oportunidades para aplicar e ampliar conhecimentos, permitir a aplicação de diferentes estratégias, com amplas possibilidades de relações, ideias e resoluções.
Palavras-chave: educação matemática; processo criativo; história da matemática; tarefas.

Abstract. This article is a theoretical essay about the potential of tasks involving the history of mathematics for the development of the creative process by students. Using Sawyer's conceptual model on the creative process and Boden's (2004) P-creativity, we sought to analyze the pedagogical potential of tasks that integrate the history of mathematics to enhance the creative process of students. The history of mathematics allows the development of a cultural and social dimension of mathematical knowledge, so that the student becomes aware of the ideas underlying the theories and concepts studied, enhancing the development of creativity with tasks that must be challenging,

Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática 32(1) 99-119
https://doi.org/10.48489/quadrante.29968
Recebido: março 2023 / Aceite: junho 2023

involve relevant mathematics, create opportunities to apply and expand knowledge, allow the application of different strategies, with wide possibilities of relationships, ideas, and resolutions.
Keywords: mathematics education; creative process; history of mathematics; tasks.

Introdução

Um dos pressupostos do atual currículo escolar, em Portugal e no Brasil, é o desenvolvimento do pensamento crítico e da criatividade nos alunos. Tendo em conta o papel que a história da matemática poderá ter na promoção de competências transdisciplinares e na apreensão dos conteúdos disciplinares, neste artigo, procura-se refletir sobre as características das tarefas que envolvem história da matemática a ser aplicadas na aula de matemática para o desenvolvimento do processo criativo.

O estudo, de natureza teórica e indagatória, enquadra-se num paradigma de investigação qualitativa, de natureza interpretativa, recorrendo à análise documental de legislação, documentos curriculares e livros de texto. Sob o referencial de Fauvel e Maneen (2000), que consideram o potencial pedagógico da integração da história da matemática (HM) no ensino e aprendizagem, recorreu-se aos modelos conceptuais de Sawyer (2013) sobre o processo criativo dos alunos e ao conceito de criatividade-P de Boden (2004) para analisar o potencial pedagógico de tarefas que integram a história da matemática no desenvolvimento do processo criativo dos alunos.

O artigo encontra-se estruturado em três partes principais. Na primeira, são apresentados resultados sobre a importância de integrar a história da matemática em tarefas a aplicar em sala de aula. Numa segunda parte, define-se criatividade a partir do referencial de Boden (2004) e é apresentado o modelo teórico de Sawyer (2013) do processo criativo, que as autoras usaram para aferir o potencial criativo de tarefas. Finalmente, são analisadas duas tarefas que integram a história da matemática, uma centrada na aprendizagem dos números irracionais e outra centrada na combinatória, discutindo-se o potencial criativo das mesmas à luz do modelo de Sawyer (2013).

Este estudo suporta o argumento de que o ensino da história da matemática tem potencial para a construção e aplicação de tarefas exploratórias que contribuirão para desenvolver o processo criativo dos alunos. Tais tarefas devem instigar o interesse dos alunos, envolver matemática relevante que contribua para a construção do seu conhecimento, permitindo a aplicação de diferentes estratégias de resolução, com inúmeras possibilidades de relações, ideias e (re)soluções, integrando de forma concertada os aspetos histórico-sociais.

Ensino da história da matemática no currículo

A gestão curricular está relacionada com o modo como o professor interpreta e (re)constrói o currículo, tendo sempre presentes as características dos seus alunos e as suas condições de trabalho. O NCTM (2017) defende que um ensino eficaz da matemática é o que consegue promover o envolvimento dos alunos na resolução e discussão de tarefas que contribuem para o desenvolvimento do raciocínio matemático e a resolução de problemas.

De facto, nem todas as tarefas têm o mesmo potencial para promover a aprendizagem dos alunos. A investigação em educação matemática revelou que a aprendizagem é mais consistente em aulas nas quais as tarefas realizadas mobilizam o pensamento e o raciocínio de nível elevado, em comparação com a utilização de tarefas mais rotineiras (NCTM, 2017).

A construção de tarefas é uma das ações decisivas do professor para promover aprendizagens significativas e criar momentos que permitam implementar a interdisciplinaridade e a construção de conhecimento multidisciplinar. Em Portugal, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática A, para o Ensino Secundário, homologadas em janeiro de 2023, pode ler-se que uma tarefa promissora deve obedecer aos seguintes critérios:

> ser interessante e desafiante, envolver matemática relevante, criar oportunidades para aplicar e ampliar conhecimentos, permitir diferentes estratégias, tornar possível monitorizar a compreensão dos alunos e apoiar o seu progresso. (Silva et al., 2023, p. 6)

Nesta perspetiva, as tarefas são essenciais para a diferenciação pedagógica, que passa a ser entendida como um pressuposto estruturante da ação do professor, que na sua planificação tem presente as características dos seus alunos, aquando da seleção ou construção das tarefas de aprendizagem. Estas poderão ser diferentes quanto às suas finalidades, aos seus conteúdos, ao tempo e ao modo de as realizar, tendo sempre em consideração os recursos e as condições disponibilizadas (Pereira et al., 2018). É possível criar e/ou escolher tarefas interessantes, de caraterísticas bastante diversas: desde problemas estritamente matemáticos, a problemas de modelação, a questões exploratórias e investigativas, incluindo as oportunidades de trabalhar sobre episódios e legados históricos para lançar desafios matemáticos.

De acordo com Vale e Pimentel (2013), as tarefas que contribuem para desenvolver a criatividade nos alunos deverão ser de carácter exploratório, na forma de resolução ou formulação de problemas, com múltiplas resoluções possíveis. As autoras defendem que a multiplicidade de soluções desencadeia diversas ideias matemáticas, estimula a flexibilidade intelectual dos alunos e conduz a respostas originais (Vale & Pimentel, 2013).

Neste artigo, consideramos que as tarefas que potenciam o processo criativos dos alunos deverão ser abertas (explorações ou investigações), porque “ajudam os alunos a desenvolver a capacidade de lidar com situações complexas, interpretando-as matematicamente” (Ponte et al., 2015, p. 112). No processo de resolução, os alunos mobilizam conhecimentos construídos fora do contexto escolar, fornecendo oportunidades consistentes de aprendizagem (Ponte, 2005). Estas tarefas deverão permitir aos alunos a definição de estratégias, selecionando o caminho para a sua resolução e simultaneamente promover a comunicação matemática, com uma metodologia de ensino exploratória, na qual o professor facilita as condições para que os alunos construam o seu conhecimento (Vale & Pimentel, 2013).

Considerando a importância crucial das tarefas, emerge a questão do porquê de usar a história no ensino e aprendizagem da matemática. Desde sempre, a matemática foi estudada e aplicada em contextos de educação formal, segundo um currículo prescrito, e também apresentada e introduzida de forma mais lúdica e recreativa em contextos não escolares. Como se sabe, o currículo implementado é influenciado por variados fatores, desde a experiência profissional dos professores, às expetativas dos pais e empregadores e ao contexto político e social. Fauvel e Maneen (2000) referem que é consensual entre docentes de todo o mundo que integrar a história da matemática no currículo pode fazer a diferença enquanto recurso que beneficia o ensino e a aprendizagem. Os autores acrescentam que o uso da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática requer reflexão didática. Uma área importante a explorar e a analisar é, pois, a relação entre a forma como os alunos compreendem a matemática e a construção histórica do pensamento matemático (Fauvel & Maneen, 2000).

A história da matemática pode ter um papel importante na educação matemática, dando a conhecer um conjunto de detalhes históricos curiosos e ricos em conteúdo, que poderão despertar o interesse dos alunos para a matemática. Poderá ainda contribuir para a definição de um contexto de introdução de conceitos matemáticos, encorajando os alunos a pensar sobre eles. A análise de diferentes pontos de vista existentes em contextos históricos poderá ser utilizada para desenvolver o poder de argumentação dos estudantes e o seu espírito critico e criativo (Lakoma, 2000). Estrada (1993) reforça esta ideia, referindo que

> O papel da história da matemática é fundamental para estimular o espírito dos alunos, para o desenvolvimento do espírito crítico e ainda para que o aluno sinta e se aperceba das ideias subjacentes às teorias e aos teoremas já acabados que aprende. (Estrada, 1993, p. 17)

É indiscutível que a história traz uma dimensão cultural ao conhecimento e, de facto, Tzanakis e Arcavi (2000) identificam cinco grandes áreas do ensino da matemática que poderão ser suportadas, desenvolvidas e melhoradas através da integração da história no processo educativo: i) a aprendizagem da matemática; ii) o desenvolvimento da visão sobre a natureza e a atividade da matemática, iii) o conhecimento pedagógico do professor e o enriquecimento do seu reportório pedagógico; iv) uma predisposição afetiva para com a matemática e v) o reconhecimento da matemática como um empreendimento humano e cultural. Identificam-se, no entanto, alguns riscos de usar a história na educação matemática, sendo o mais importante o perigo da transposição direta do acontecimento histórico para o presente, sem uma transposição didática que permita enquadrar o problema nas diferentes épocas (Barbin et al., 2000).

Tal como Pinto e Costa (2020), não defendemos neste artigo a exclusividade da história da matemática como ferramenta de ensino da disciplina, mas antes como parte integrante de uma estratégia que permite humanizar a matemática e consciencializar os alunos para a importância da evolução do conhecimento. Deverão certamente ser usadas outras ferramentas, como o uso de tecnologias digitais ou da matemática recreativa no ensino e aprendizagem da matemática (Pinto & Costa, 2020). Consideramos que o uso da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática poderá ser um fator de inclusão de alunos de diferentes origens sociais ou com diferentes necessidades educativas, proporcionando um ambiente rico de aprendizagem em escolas com menos recursos ou localizadas em Territórios de Intervenção Prioritária (Fauvel & Maneen, 2000).

Nessa perspetiva, Moura e Brito (2019) analisam as contribuições da história da matemática na educação matemática para a formação inicial de professores. Elaboram tarefas, destinadas ao ensino secundário, que abordam temas referentes a logaritmos, história da geometria, sistemas de numeração, trigonometria e cónicas. Como parte da análise, usaram as categorias estabelecidas por Miguel (1997), mostrando como a história pode ser utilizada nas aulas de matemática, tais como: 1) fonte de métodos adequados ao ensino da matemática; 2) instrumento de consciencialização epistemológica; 3) instrumento unificador e ético-axiológico; 4) fonte de motivação; 5) guia para a discussão filosófica sobre o conhecimento matemático; 6) instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos de ensino; 7) instrumento de formalização de conceitos e 8) instrumento de recuperação cultural.

Também Santos (2022), ao escrever sobre uma abordagem histórico-pedagógica dos logaritmos com o uso de tarefas, realiza discussões que reforçam o potencial pedagógico da história da matemática. Da mesma forma, Neves (2007), com o intuito de contribuir para a utilização regular da história da matemática no ensino, criou e colocou em prática tarefas que permitem explorar conteúdos da disciplina de matemática recorrendo à história da matemática. Esta publicação incorpora sete episódios históricos: 1) o sistema de numeração; 2) instrumentos auxiliares de contagem; 3) a mística dos números; 4) os números racionais; 5) os incomensuráveis; 6) o contributo da álgebra para a evolução do conceito de número e 7) as origens e evolução da trigonometria. Com base nesses episódios foram elaborados textos e tarefas adaptadas do 3.º ao 12.º ano de escolaridade.

Nas últimas décadas, quer em Portugal, quer no Brasil, as propostas pedagógicas dos documentos curriculares de Matemática não contemplam diretamente a história da matemática. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 2018, na sua versão final (ME Brasil, 2018), refere que a matemática faz parte da história e da cultura brasileira, não havendo, contudo, nenhuma especificação acerca da pertinência da introdução da história da matemática no seu ensino. Da mesma forma, em Portugal, os novos programas de matemática do ensino básico (Canavarro et al., 2021) não fazem qualquer referência à importância de incorporar a história da matemática. No entanto, a história da matemática aparece, agora, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Secundário, em Portugal, como uma das ideias chave do currículo (Silva et al., 2023). Porém, todos esses documentos valorizam o desenvolvimento de capacidades e atitudes gerais transversais, entre as quais se destaca o pensamento crítico e criativo, que, no caso de Portugal, é uma das áreas de competência chave a desenvolver em toda a escolaridade obrigatória (Martins et al., 2017). No Brasil, na BNCC, a criatividade consta como uma das competências gerais da educação básica e está presente em vários trechos do documento (ME Brasil, 2018).

A criatividade, no século XXI, tem sido tema de interesse de diversos investigadores e de instituições da União Europeia. As últimas estabeleceram diretrizes e discussões de caráter mais amplo, a envolver todos os Estados-Membros, e os investigadores criaram novos modelos para a compreensão do modo pelo qual é mobilizado o processo criativo, assumindo que este processo não se dá apenas a nível educativo, mas que acontece em diversas áreas do sistema social e económico.

Criatividade e processo criativo

Em dezembro de 1952, a Universidade do Estado de Ohio convidou, para um colóquio sobre a criatividade, representantes das artes, literatura, filosofia, psicologia e educadores nesses diferentes campos (Rogers, 1971). Na sequência da organização do colóquio, Rogers (1971) redigiu notas, afirmando acreditar na necessidade social "desesperada" de promover o comportamento criativo em indivíduos criadores. Para Rogers (1971), esta necessidade justifica a tentativa de criação de uma teoria da criatividade, ou seja, de compreender a natureza, as condições da ocorrência e a forma construtiva do desenvolvimento do processo criativo.

A necessidade social da criatividade decorre da falta da sua presença no espaço cultural em que estamos integrados. Rogers (1971) descreve alguns aspetos dessa incipiência de forma muito breve, refletindo sobre vários setores da sociedade, nesse processo, entre os quais a educação:

- Em educação, tende-se para a formação de indivíduos conformistas, estereotipados, em vez de pensadores livres e criadores de originais.
- Nos tempos livres, as distrações passivas e organizadas coletivamente predominam sobre as tarefas que potenciam a criatividade.
- Nas ciências, há abundância de técnicos, mas é reduzido o número daqueles que podem formular hipóteses e teorias.

- Na indústria, a criação está reservada a uma minoria: o diretor, o responsável pelo design, o chefe do gabinete de investigação; porém, para a maior parte dos indivíduos, a vida fica desprovida de qualquer esforço de criar com originalidade.
- Na vida familiar e individual, na roupa que vestimos, na comida que comemos, nos livros que lemos e nas ideias que exprimimos, há uma forte tendência para o conformismo, para o estereotipado. Ser original, ser diferente, é considerado 'perigoso'.

Com base na reflexão acerca dos aspetos inibidores da criatividade e da necessidade social de desenvolver um comportamento criador, o autor desenvolve uma teoria da criatividade. Na opinião de Rogers (1971), a criatividade não está restrita a um setor determinado. O autor considera que não há uma diferença fundamental entre o processo criativo na ação de pintar um quadro, desenvolver novas teorias científicas ou novos instrumentos para matar. Ressalta que não se distingue entre 'boa' e 'má' criatividade: um homem pode descobrir um meio de aliviar a dor, enquanto outro inventa novas formas de torturar presos políticos. Ambas as ações parecem criadoras, embora o seu valor social seja muito diferente. Observe-se ainda que Galileu e Copérnico fizeram descobertas criadoras que, na sua época, foram consideradas blasfemas e imorais, mas atualmente são tidas como fundamentais e construtivas. Assim, não há um método eficaz para determinar onde se encontra a criatividade, mas torna-se necessário refletir a esse respeito.

O ano de 2009 foi o Ano Europeu da Criatividade e Inovação (AECI), em que a Decisão n.º 1350/2008 do Parlamento Europeu e Conselho da União Europeia tinha como objetivo:

> […] apoiar os esforços dos Estados-Membros na promoção da criatividade, através da aprendizagem ao longo da vida, enquanto motor de inovação e fator essencial do desenvolvimento das competências pessoais, profissionais, empresariais e sociais e do bem-estar de todos os indivíduos da sociedade. (União Europeia, 2008, art.2.º, item 1)

Nesse documento, a criatividade é considerada como um motor, uma máquina, um agente que espoleta a inovação e desenvolve competências que geram o bem-estar no individuo, e no seu coletivo, na sociedade. O ensino é um dos alicerces para a promoção dessa criatividade.

O conceito de criatividade do AECI, segundo Neves (2010), não é somente o das novas visões, novas ideias, novos produtos e o das características pessoais, a palavra deve ser entendida no seu sentido mais amplo, como parte da essência da atividade humana, de maneira a considerar a forma como todos atuamos. A criatividade e a inovação são concebidas como elementos de progresso e de realização pessoal e coletiva.

A criatividade é a competência de construir novas ideias ou artefactos, que são novos, surpreendentes e válidos em si mesmos (Boden, 2004). "As ideias incluem conceitos, poemas, composições musicais, teorias científicas, receitas de culinária, coreografias, piadas, e outros" (Boden, 2004, p. 1). Para a autora, os artefactos incluem obras de arte (pintura, escultura, cerâmica), máquinas (aspiradores, motores) e uma variedade de objetos diferenciados. Também Boden (2004) defende que a criatividade está presente em todos os aspetos da vida quotidiana. Esta não é uma característica especial de algumas pessoas ou de uma elite, mas sim, uma faceta da inteligência humana. Por outras palavras, a criatividade revela-se nas competências do dia-a-dia, tais como pensamento conceptual, perceção, memória, e espírito critico (Boden, 2004).

Neves (2010) elenca alguns fatores promotores da criatividade, tais como a abertura à diversidade cultural para promover a comunicação e aproximar as artes, escolas e universidades; a promoção da criatividade e da resolução de problemas enquanto competências que propiciam a inovação; o acesso a diferentes formas de expressão criativa quer ao longo do percurso escolar formal, quer através de atividades não formais e informais para a juventude. Nesse sentido, a educação e a aprendizagem, em geral, são fundamentais na criatividade e na inovação, uma vez que, para se ser criativo, também são importantes as competências técnicas e um ambiente social propício (Neves, 2010).

A criatividade entrou na agenda internacional e as Nações Unidas, sob a Resolução aprovada pela Assembleia Geral em 27 de abril de 2017, nomeiam o 21 de abril como Dia Mundial da Criatividade e Inovação, desafiando todos os estados membros, as organizações das Nações Unidas, outras organizações internacionais e regionais, bem como a sociedade civil a celebrarem este dia, contribuindo com soluções de problemas que potenciem o desenvolvimento económico, social e a sustentabilidade (União europeia, 2008). No site oficial das Nações Unidas pode ler-se que a palavra criatividade está aberta a uma ampla interpretação, mas não existem dúvidas da sua importância, razão pela qual o estabelecimento da data comemorativa tem a finalidade de aumentar a consciencialização sobre o papel da criatividade no desenvolvimento humano.

O ano de 2023 é considerado o Ano Europeu das Competências e a criatividade e a resolução de problemas são competências transversais a desenvolver numa perspetiva de aprendizagem ao longo da vida. Sistematizando, podemos perceber que a criatividade é tema de destaque no século XXI, como propulsora da inovação em soluções de problemas próprios deste século e no desenvolvimento humano, social e económico, para um mundo mais sustentável. Neste contexto, a educação escolar é fundamental para o desenvolvimento da criatividade, com os métodos de ensino adequados num ambiente de aprendizagem favorável.

Vários investigadores, no sentido de estudarem a criatividade, concluíram que esta ocorre em etapas e diversos modelos foram elaborados, nesse sentido. Entre estes, está o de Kindersley (1994), que estabelece princípios para o desenvolvimento da criatividade com o uso de jogos e desafios matemáticos, refletindo sobre os tipos de raciocínios e definindo o processo criativo em 3 etapas e a criatividade em grupo também em 3 etapas. Para a autora, a resolução de problemas é uma das mais úteis aplicações do raciocínio criativo, mas, para se chegar a uma resolução correta de um problema, o processo exige tempo e reflexão. Na resolução de problemas, a autora considera os tipos de criatividade definidos por Margaret Boden e sugere diversas atividades de promoção da criatividade, entre elas atividades de raciocínio lógico e matemática (Kindersley, 1994).

Boden (2004) apresenta duas perspetivas sobre a criatividade, considerando que ideias criativas são ideias novas. Nesse sentido, distingue a criatividade-P (Psicológica), na qual as ideias surgem da mente do indivíduo, assumindo-se como um processo criativo individual, mesmo que as ideias sejam novas apenas para o indivíduo que resolveu o problema naquele contexto. "As crianças podem ter novas ideias, que são novas para elas, mesmo que estas já existam nos manuais escolares desde há vários anos" (Boden, 2004, p. 2). Por outro lado, a criatividade-H (Histórica) é considerada quando as novas ideias surgem historicamente como um avanço em relação a toda a história da humanidade. Se uma nova ideia se integra na criatividade-H, isso significa que ninguém teve a ideia anteriormente, ou seja, que esta é historicamente original (Boden, 2004). Claramente, a criatividade-H é um caso particular da criatividade-P. Para historiadores e utilizadores de enciclopédias, a criatividade-H é a mais importante. Porém, no contexto de sala de aula, ou no nosso contexto diário, não é importante quem teve a ideia primeiro, mas sim o processo que levou à construção da ideia. Indiscutivelmente, a criatividade-P é a mais importante na aula de matemática e é nesse sentido que iremos adotar o referencial de Boden (2004) neste artigo.

É ainda possível distinguir entre outros tipos de criatividade, como no Modelo 4 Cs da Criatividade, de Kaufman e Beghetto (2009), em que esta é classificada em quatro níveis, do mais elementar ao das grandes criações, sendo eles: Mini-C, Little-C, Pro-C e Big-C. A dicotomia mais evidente é estabelecida entre a criatividade Little-C, comum em quase todas as pessoas, e a criatividade Big-C, presente em pessoas com grande projeção num campo do conhecimento, em função do impacto das suas obras na sociedade. Para estes autores, a criatividade Mini-C é inerente ao processo de aprendizagem e integra as interpretações iniciais e criativas de todos os criadores, nomeadamente no contexto escolar. Por seu lado, a criatividade Pro-C pode ser entendida como o desenvolvimento e reforço da criatividade Little-C, presente nos profissionais qualificados nos seus campos de conhecimento, sendo inerente à sua vocação ou profissão. Apesar da proximidade conceitual entre a criatividade-P e a Mini-C, estas têm características distintas. A criatividade Mini-C é parte de um conjunto que classifica as nuances dos tipos de criatividade apresentadas pelos indivíduos. Neste artigo, consideramos que é importante a criatividade do indivíduo como um todo, pelo que não aplicamos os níveis de categorização mais específicos de Kaufman e Beghetto (2009) e, de forma mais geral, iremos centrar a noção de criatividade no modelo de Boden (2004).

Analisámos, ainda, alguns modelos que procuram avaliar o processo criativo. Vale e Pimentel (2013) desenvolveram um estudo exploratório baseado numa experiência didática de resolução de tarefas desafiadoras que contribuíram para o desenvolvimento do pensamento criativo de futuros professores. Amaral e Carreira (2017) caraterizaram a criatividade matemática manifestada nas respostas produzidas por alunos do ensino básico num campeonato de resolução de problemas. Tal como Vale e Pimentel (2013), também Amaral e Carreira (2017) consideram que a criatividade envolve três dimensões: fluência, flexibilidade e originalidade, sendo estas que usam para avaliar o processo criativo dos alunos. Embora não tenha sido aplicado para avaliar tarefas da aula de Matemática, Sawyer (2013) desenvolveu um modelo de oito etapas flexíveis para o desenvolvimento da criatividade: recolher informações, aprender, perguntar, brincar, pensar, fundir, escolher e fazer. O modelo de Sawyer (2013) é utilizado por Mártires (2017) para analisar tarefas em sala de aula, de forma a auxiliar os alunos nos seus resultados criativos e os dados obtidos levaram à construção e validação de uma Escala de Avaliação do Processo Criativo.

O nosso propósito é contribuir para que os professores elaborem tarefas didáticas que fomentem a criatividade dos seus alunos. É sob esta perspetiva que iremos alicerçar a investigação, usando um modelo que permita averiguar se tarefas que integram a história da matemática têm potencial pedagógico para desenvolver a criatividade. Dos diversos modelos investigados, todos pareciam insuficientes para o nosso objetivo, por acreditarmos que, em educação, as etapas da criatividade devem ser flexíveis e a obtenção de uma ideia criativa deve ser inédita para quem a realizou, o aluno. Foi no trabalho de Mártires (2017), que encontrámos o processo que se aproxima do que consideramos adequado à perspetiva que partilhamos: o modelo de Sawyer (2013) sobre o processo criativo e a criatividade-P de Boden (2004).

O modelo de Sawyer (2013) do processo criativo é uma trajetória de oito etapas, flexíveis, não necessariamente sequenciais. O autor considera que é preciso percorrer as diferentes fases, de maneira não linear, para gerar soluções criativas. São elas:

PERGUNTAR: as perguntas certas levam a novas respostas. O ato de criar e fazer boas perguntas contribui para tentar definir o problema. Encontrar a pergunta, investigar o espaço e transformar o problema para chegar a uma solução criativa;

APRENDER: adquirir conhecimentos relevantes para o problema. Promover a aprendizagem constante e praticar deliberadamente, equilibrando a especialidade com a generalidade;

RECOLHER INFORMAÇÃO: estruturar a investigação, procurar o novo, o fora do comum e o inesperado. Recolher uma ampla gama de informações potencialmente relacionadas com o problema e ter espírito aberto para detetar oportunidades de vincular novas informações ao problema existente;

BRINCAR: libertar a mente para imaginar mundos possíveis. Desligar do projeto durante algum tempo, para permitir que a mente sintetize e tenha novas e melhores ideias. Este é um período de incubação das ideias;

PENSAR: gerar ideias. Pensar sempre em muitas ideias e possíveis soluções, pois algumas serão úteis. As ideias acontecem depois de algum tempo de reflexão, o que promove (re)soluções potenciais. Inventar, transformar;

FUNDIR: combinar as ideias de formas surpreendentes. Muitas ideias criativas resultam da combinação de ideias ou conceitos mentais já existentes;

ESCOLHER: selecionar as melhores ideias e trabalhar sobre elas para as aprimorar. Escolher uma e testá-la, tentando melhorá-la. A pessoa criativa deve saber selecionar, entre as muitas ideias obtidas, qual é a mais favorável para desenvolver. Editar, rever, melhorar;

FAZER: externalizar as ideias, tornando-as reais. Ver, construir, concretizar e refletir sobre isso.

Para Sawyer (2013), a criatividade envolve processos cognitivos diários e resulta de uma combinação de capacidades mentais básicas. Produtos criativos resultam de períodos longos de trabalho, associados a domínios específicos. É necessário interiorizar as linguagens, símbolos e convenções relativas a um determinado domínio de forma a poder ser criativo. A teoria do *Eureka!* sustenta que os grandes saltos criativos se obtêm num momento, sem preparação e sem esforço. Trata-se de um mito, de acordo com Kindersley (1994), pois as pessoas que, num súbito lampejo de discernimento, tiveram ideias brilhantes, dedicaram com frequência longos meses ou anos de reflexão que conduziram ao momento da descoberta.

Nesta investigação, o que nos interessa é a forma como surgem as ideias e não quem pensou nelas primeiro. A criatividade-P representa a criatividade inerente às novas ideias da pessoa, como indivíduo, e ao processo de construção das mesmas, mesmo que estas não sejam novas na história da humanidade. Na aula de matemática, trabalhar sobre tarefas exploratórias dá azo a momentos de pesquisa, reflexão e ação construtiva de conhecimento por parte dos alunos. Argumentamos ainda que tarefas exploratórias centradas na história da matemática, além de cumprirem estes propósitos, poderão potenciar o processo criativo dos alunos na aula de matemática.

Tarefas de história da matemática para o desenvolvimento do processo criativo

A dimensão histórica encoraja o pensar sobre a matemática de forma evolutiva e a reflexão do professor sobre a sua prática profissional, ao invés da aceitação da matemática como uma sucessão de verdades imutáveis (Barbin et al., 2000). A perspetiva de construir tarefas com a integração da história da matemática traz ao professor uma nova dimensão de conhecimento que poderá incorporar nas suas práticas.

Com uma preocupação essencialmente pedagógica, visando o desenvolvimento da criatividade, recorremos à história da matemática recriando tarefas didáticas que podem ser introduzidas em sala de aula. Os dois problemas que iremos propor não pretendem ser uma reprodução de problemas da história da matemática, mas recriações destes, pensadas com fins didáticos e pedagógicos.

A primeira proposta pretende contribuir para a compreensão dos números irracionais. De acordo com Jesus e Oliveira (2018), é necessário repensar o ensino dos números irracionais no ensino básico.

> No repensar esse ensino, percebemos o desenvolvimento das ideias de aproximação e de infinito como fundamentais para que o aluno compreenda os conceitos e as operações relacionados à irracionalidade. Essas ideias podem ser (re)tratadas e (re)discutidas antes mesmo da introdução formal do conteúdo números irracionais e, acreditamos, (re)tratadas e (re)discutidas em outros momentos e contextos posteriores à tal introdução. (Jesus & Oliveira, 2018, p. 339)

A segunda proposta tem como fim desenvolver o raciocínio combinatório e suas possíveis abordagens. Trata-se de um modo de pensar que consiste em analisar situações de agrupamentos possíveis, a partir de elementos dados e que satisfaçam determinadas condições (Borba et al., 2015). A tarefa proposta encoraja o raciocínio e viabiliza o acesso à matemática através de múltiplas abordagens e soluções, entre as quais o uso de diferentes representações e ferramentas (NCTM, 2017).

> O aluno deve ser sistematicamente incentivado a explorar situações problemáticas, a usar abordagens heurísticas, a formular e validar conjeturas, a justificar processos de resolução e a encadear raciocínios. (Silva et al., 2023, p. 5)

Tarefa 1: Hippasus e os irracionais

Esta proposta de tarefa exploratória, baseada na sugestão didática de Miguel (2005), é contextualizada na história de um assassinato.

No século V a.C., as lendas dizem que o filósofo Hippasus de Metapontum, membro da Escola Pitagórica, descobriu que alguns números não podiam ser expressos como uma razão entre dois números diferentes e, portanto, eram irracionais. Essa descoberta contradiz a ideia de que os números racionais poderiam expressar qualquer número no universo, conforme era defendido pela Escola Pitagórica e, como resultado, Hippasus foi morto pelos pitagóricos. Numa outra versão, ele perdeu-se e morreu no mar como punição dos deuses por ter divulgado a descoberta. O objetivo da tarefa é compreender melhor a história do aparecimento dos números irracionais. Sugere-se aos alunos que investiguem a história de Hippasus, da Escola Pitagórica e a solução para a seguinte situação problema: Dados dois quadrados quaisquer, será sempre possível construir um único quadrado cuja área seja igual à soma das áreas dos dois quadrados dados?

Com base nas investigações efetuadas, pretende-se que os alunos respondam às seguintes questões: Qual o significado da descoberta de Hippasus? E quais as suas implicações? Qual a relação entre os irracionais de Hippasus, a Escola Pitagórica e o problema das áreas dos quadrados?

Como pistas, o professor poderá sugerir as explorações seguintes: Para o par de quadrados seguintes, construa, à direita, um único quadrado cuja área seja igual à soma da área de dois quadrados dados (Figura 1).

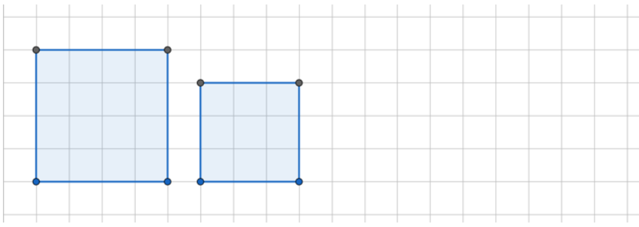

Figura 1. Par de quadrados

- Repita o procedimento para os quadrados com 12 e 5 unidades de comprimento do lado. E para os quadrados de 3 e 2 unidades de lado? E ainda para 4 e 2 unidades de lado?

- Acha que é possível construir sempre um único quadrado cuja área seja igual à soma das áreas de dois quadrados quaisquer?

Para cada um dos procedimentos anteriores é pedido ao aluno que justifique o raciocínio usado na resolução.

O carater exploratório da tarefa permite desenvolver as seguintes etapas do processo criativo:

RECOLHER INFORMAÇÃO: para responder às várias perguntas da tarefa, o aluno precisa, na sua investigação, de pesquisar diversas informações, tais como: o contexto dos números irracionais na escola pitagórica, os personagens envolvidos e a história dos números irracionais. A criatividade das soluções e respostas às perguntas podem surgir de informações do contexto passado/presente e/ou de outras aparentemente alheias à situação problema.

APRENDER: estando munido do conjunto de informações necessário, é importante adquirir conhecimento relativo ao problema: dominar o contexto histórico e os conteúdos matemáticos.

PERGUNTAR: de posse do conhecimento, instaura-se o processo de fazer perguntas para encontrar soluções. Essas perguntas podem ser de diferente natureza, tais como: posso usar tecnologia? Que tecnologia posso usar? O desenho geométrico, a geometria e/ou a álgebra podem auxiliar? Como?

BRINCAR: nesta etapa é de ressaltar a importância de libertar a imaginação, deixar fluir o pensamento, maturar as ideias.

PENSAR: ideias maturadas possibilitam pensar em várias outras ideias e possíveis soluções. No problema de Hipassus, mostramos a seguir pelo menos três possíveis formas de resolução.

FUNDIR: elaborar combinações de várias ideias de maneiras não previstas, como por exemplo, uso de software de geometria dinâmica e de técnicas de régua e compasso do desenho geométrico.

ESCOLHER: após refletir sobre várias ideias é preciso saber escolher qual se enquadra melhor na resolução do problema, de maneira a justificar as respostas.

FAZER: concretizar a escolha em linguagem matemática clara e precisa, no uso correto dos seus símbolos e representações, assim como na linguagem escrita.

Apresentamos aqui três maneiras de resolver o problema da área do quadrado:

1. Proposta de resolução exclusivamente algébrica:

Seja n a medida do lado do quadrado 1, então $A_{quadrado1} = n \times n = n^2$

Seja m a medida do lado do quadrado 2, então $A_{quadrado2} = m \times m = m^2$

Então, a soma das áreas é dada por $n^2 + m^2 = (\sqrt{n^2 + m^2})^2$. Logo, esta é a área de um quadrado de lado $\sqrt{n^2 + m^2}$.

2. Proposta de resolução geométrica (1):

i) Considerar os quadrados $[ABCD]$ e $[EFGH]$, em que AB possui medida n e o segmento EF tem medida m, sendo n maior que m; ii) Traçar duas retas r e s, perpendiculares entre si; iii) Marcar o ponto O, intersecção de r e s; iv) Traçar o segmento OA', de medida igual a n, sobre r; v) Traçar o segmento OG', de medida igual a m, sobre s; vi) Traçar o segmento $A'G'$, que é a medida do lado do quadrado pedido (aplicando o Teorema de Pitágoras).

A figura 2 ilustra a construção realizada.

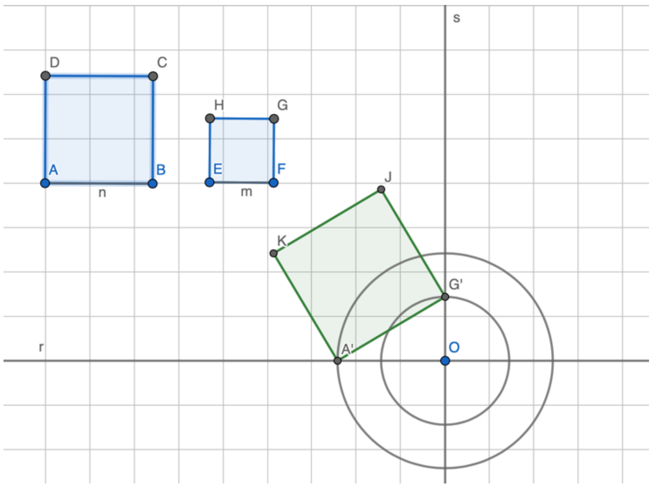

Figura 2. Resolução geométrica (proposta 1)

3. Proposta de resolução geométrica (2):

Esta resolução acontece por decomposição de figuras e translação das partes. Ilustra-se na figura 3.

i) Considerar os quadrados $[ABCD]$ e $[EFGH]$, em que AB possui medida n e o segmento EF tem medida m, sendo n maior que m; ii) Comece por representar os quadrados justapostos pelos lados BC e EH; iii) Trace a reta r que passa pelos pontos H e C; iv) Construa o retângulo $[DJGK]$, em que H pertence à reta r, e D e G são vértices dos quadrados anteriores.;

A figura seguinte ilustra a construção realizada, em que a área do quadrado $[DJKG]$, por aplicação do Teorema de Pitágoras, é igual à soma dos dois quadrados anteriores.

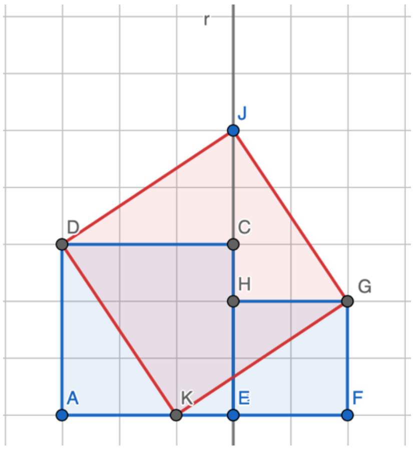

Figura 3. Resolução geométrica (proposta 2)

Tarefa 2: problema dos toneis

A tarefa seguinte, que propomos, baseia-se numa proposta didática de Almeida (2020) e é introduzida através de um episódio histórico mais recente. O periódico português Illustração Portuguesa foi publicado entre 1884 e 1889, e tinha uma secção destinada à matemática recreativa. Do conjunto de problemas publicados nesta revista, 108 foram propostos por Carlos Augusto Morais de Almeida (Almeida, 2020). De acordo com Almeida (2020), alguns dos problemas propõem aos alunos desafios diferentes dos habituais, sendo possível avançar para discussões mais alargadas e comparar estratégias de resolução.

Um exemplo é o problema dos toneis, cujas estratégias de resolução poderão ser diversificadas e é interessante analisar em grupo as diferentes soluções (uma vez que existe mais do que uma), apresentadas por Almeida (2020). Mantendo a linguagem da época da revista, o objetivo do problema é "dividir entre Fagundo, Procopio e Seraphim 24 toneis, estando 5 cheios de vinho, 8 vazios e 11 meio cheios, de maneira que cada uma d'aquellas pessoas fique com egual número de toneis e com a mesma quantidade de vinho".

Inicialmente o aluno poderá PERGUNTAR, formulando questões tais como: O que é matemática recreativa? O que é a Illustração Portuguesa? Quem era Carlos Augusto Moraes de

Almeida? Era matemático? Na época escrevia-se egual? Como posso proceder para dividir os toneis? Posso simular a situação? Quais os conteúdos matemáticos que posso usar?

Este passo conduz ao processo de RECOLHA DE INFORMAÇÃO compilando informação sobre o autor do problema, sobre a revista, sobre possíveis estratégias de resolução; pensar em sistemas de equações e sobre o possível uso da tecnologia.

Os próximos passos possíveis serão APRENDER, adquirindo conceitos relevantes para o problema e BRINCAR, libertando a mente para pensar em possíveis estratégias de resolução do problema.

Em paralelo aos processos anteriores o aluno está a PENSAR, integrando novamente o PERGUNTAR, gerando ideias possíveis para a resolução do problema. Posso fazer por tentativa e erro? E se usar o GeoGebra? Será que se eu equacionar o problema consigo resolvê-lo e gerar ideias? As ideias acontecem depois de algum tempo de reflexão.

Diferentes estratégias de resolução deverão conduzir o aluno às soluções indicadas na Tabela 1. Repare-se que para cada conjunto de soluções encontradas, há $3! = 6$ soluções diferentes, que decorrem da distribuição pelos três personagens.

O aluno ou grupo de alunos podem utilizar diferentes estratégias de resolução, mas aqui apresentamos uma dessas possíveis resoluções.

Tabela 1. Soluções do problema dos toneis

	Toneis cheios	**Toneis meio cheios**	**Toneis vazios**
Solução 1			
Fagundo	0	7	1
Procopio	2	3	3
Seraphim	3	1	4
Solução 2			
Fagundo	1	5	2
Procopio	3	1	4
Seraphim	1	5	2
Solução 3			
Fagundo	2	3	3
Procopio	2	3	3
Seraphim	1	5	2

1. Proposta de resolução por dedução

Começando a reflexão sobre o número de toneis com que cada um tem de ficar, faz-se a divisão dos 24 toneis por três. Sabemos então que cada personagem fica com 8 toneis.

Em relação à quantidade de vinho, temos 5 toneis cheios e 11 meio cheios, logo cada um fica com a quantidade de vinho respeitante a 3 toneis e meio.

Começamos por fazer um esquema pictográfico, com a representação dos toneis cheios e meio cheios distribuídos pelas três personagens (Figura 4).

Fagundo	Procopio	Seraphim
●	●	●
●	◉	◉
●	◉	◉
◉	◉	◉
	◉	◉
	◉	◉
● Cheio	◉ Meio cheio	○ Vazio

Figura 4. Distribuição pictórica dos toneis cheios e meio cheios

Resta acrescentar a distribuição dos toneis vazios até que cada personagem fique com 8 toneis, como podemos verificar na figura 5.

Fagundo	Procopio	Seraphim
●	●	●
●	◉	◉
●	◉	◉
◉	◉	◉
○	◉	◉
○	◉	◉
○	○	○
○	○	○
● Cheio	◉ Meio cheio	○ Vazio

Figura 5. Distribuição pictórica dos toneis

O potencial criativo desta tarefa está relacionado não só com as estratégias de resolução, mas principalmente com as diferentes soluções para o problema, representadas na Tabela 1. Após a resolução individual dos alunos ou grupos de alunos, quer as estratégias de resolução, quer as diferentes soluções deverão ser abordadas em discussão coletiva.

Nesta altura, em grupo, consolida-se o FUNDIR, que permite combinar as ideias de formas surpreendentes. Muitas ideias criativas resultam da combinação de ideias ou conceitos mentais já existentes. Este passo deverá permitir chegar a todas as soluções possíveis. Poderá inclusive pedir-se aos alunos um algoritmo para encontrar todas as soluções possíveis.

Assim, verifica-se o passo ESCOLHER, onde se identificam as melhores ideias, seleciona-se uma e testa-se a mesma no sentido de aprimorar a solução.

Por fim, consolida-se o FAZER, expondo as soluções, encontrando a melhor forma de as apresentar e tornando-as reais. Ver, construir, concretizar e refletir sobre isso.

Considerações finais

A finalidade das tarefas apresentadas é a de desenvolver a criatividade com o uso de problemas da história da matemática, tendo por base o modelo do processo criativo de Sawyer (2013). Com o foco na criatividade, o anacronismo nas possíveis soluções é irrelevante, como por exemplo, o da solução algébrica apresentada para a Tarefa 1. A álgebra (século IX) não coabitou com os números irracionais no tempo histórico de Hipassus (século V a.C.), ou seja, naquele período não se pensava numa solução desta natureza, mas a tarefa permite discutir sobre as "ferramentas" matemáticas de cada período.

A primeira tarefa possui potencial para serem usados diferentes processos de resolução. A segunda tarefa é rica no desenvolvimento do processo criativo pelas múltiplas soluções do problema. Para as perguntas de índole investigativa "Qual o significado da descoberta de Hippasus?", "O que é matemática recreativa?", estão subjacentes a experiência pessoal, escolar, social, em paralelo com o conhecimento de matemática do aluno, assim como o conhecimento sobre a história da matemática. A multiplicidade de respostas, na investigação, poderá conduzir a uma infinidade de abordagens. No caso da Tarefa 1, o aluno pode responder, refletindo sobre a importância dos números irracionais para a escola pitagórica e até à atualidade, tendo em consideração que o contexto da tarefa se refere a uma lenda, portanto a criação dos irracionais por Hippasus é questionável. O questionamento sobre a relação entre os irracionais de Hippasus, a Escola Pitagórica e o problema da área dos quadrados, permite ao aluno conectar os números irracionais com a história e os conteúdos matemáticos utlizados, como, por exemplo: diagonal e área de um quadrado, teorema de Pitágoras. Já na Tarefa 2, a pesquisa sobre a revista ou sobre o autor do problema poderá conduzir à descoberta do livro de Malba Tahan ou à visualização do filme "O homem que calculava", enquadrando outros personagens históricos na área da matemática recreativa.

As perguntas que surgem no contexto das tarefas são referentes ao lugar da discussão e formação de ideias: quer no problema da área dos quadrados, quer no problema da distribuição dos toneis. Em sala de aula, as múltiplas resoluções e respostas, algébricas e geométricas, seja por meio de tecnologias digitais ou manuais, se apresentadas aos demais alunos, permitem fomentar discussões que ampliam o horizonte sobre a matemática nos seus diversos aspetos: cultural, social e histórico.

Ressalvamos que, na sala de aula, nem todas as tarefas de história da matemática têm potencial para o desenvolvimento do processo criativo, como é o caso de problemas com soluções diretas, aplicação imediata de fórmulas e verificação de domínio de técnicas e conteúdos.

Consideramos as tarefas desenvolvidas em história da matemática de caráter exploratório e com amplas possibilidades de relações de ideias e soluções como sendo propulsoras do desenvolvimento do processo criativo dos alunos. Porém, a atividade por si só não acontece, é preciso que o professor construa uma estratégia didática e adote uma postura de mediador da atividade, respeitando as características de cada turma e os recursos disponíveis.

As genialidades da História surgiram após a dedicação de imensas horas de trabalho nas suas criações. Descobertas criativas são resultado de trabalho árduo e dedicação. Não se pretende que o aluno (re)descubra de forma autónoma um teorema, ou que sozinho chegue à sua demonstração. Porém, as tarefas que integram história da matemática, pela riqueza das mesmas, possuem potencial para o desenvolvimento do processo criativo, quer pelos possíveis caminhos para a sua resolução, quer pelas múltiplas resoluções disponíveis para o mesmo problema.

As descobertas rápidas e/ou repentinas são equívocos do mito de *Eureka!*, o de associar rapidez e criatividade. Assim, para que os alunos desenvolvam a criatividade é preciso construir tarefas que permitam a incorporação dos oito passos do processo criativo de Sawyer (2013), no processo de resolução, e planear o tempo necessário para que os alunos realizem a tarefa.

A tarefa sobre a criação dos números irracionais por Hippasus, ou a da divisão dos toneis, bem como outras tarefas que envolvem história da matemática, admitem abordagens diferentes por parte dos alunos, permitindo desenvolver o processo criativo, e, simultaneamente, contribuem para que os alunos compreendam a importância do papel construtivo da história para o indivíduo e para o coletivo social.

O que podemos dizer atualmente sobre o repto lançado por Rogers? Desde o evento sobre criatividade em 1953, até ao momento, muita coisa mudou. Atualmente, estamos no início de uma época pós pandemia e somos um planeta interconectado, pelas tecnologias de comunicação e pelos transportes. Mas os aspetos da escassez da criatividade na nossa cultura continuam a existir; por exemplo, hoje temos um telemóvel que é um facilitador de comunicações, operações e entretenimento, porém este contribui para aumentar as distrações passivas nos tempos livres e a rapidez com que o mundo acontece diminui o tempo de concentração dos nossos alunos numa sala de aula. Já existem diversas teorias da criatividade para compreender a sua natureza, as condições em que ocorre e a forma como se processa o seu desenvolvimento. Mas o conceito de criatividade continua amplo e muitos afirmam esta ser parte da essência da atividade humana, que precisa ser desenvolvida. Sobrevivemos ao mundo novo previsto em 1953, mas a necessidade social "desesperada" de um comportamento criador de indivíduos criativos ainda continua. Precisamos sobreviver ao mundo novo do século XXI, dos avanços tecnológicos das Inteligências Artificiais, do crescimento do processo de imigração, dos conflitos bélicos… da fome… da poluição… da escassez de água e recursos do planeta. Por isso, as autoridades competentes argumentam sobre a necessidade do desenvolvimento da criatividade e da inovação, de que os indivíduos encontrem soluções criativas e inovadoras para si próprios, para a sociedade e para um planeta mais sustentável.

Referências

Almeida, M. C. (2020, outubro, 31). *Problemas de Matemática em imprensa periódica portuguesa (1859 – 1936)*. [Comunicação oral]. 33.º Encontro do Seminário Nacional de História da Matemática, Leiria. https://sites.ipleiria.pt/snhm33/

Amaral, N., & Carreira, S. (2017). A criatividade matemática nas respostas de alunos participantes de uma competição de resolução de problemas. *Bolema - Boletim de Educação Matemática, 31*(59), 880–906. https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a02

Barbin, E., Bagni, G. T., Grugnetti, L., Kronfellner, M., Lakoma, E., & Menghini, M. (2002). Integrating history: Research perspectives. In J. Fauvel, & J. Van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education* (pp. 63–90). New ICMI Study Series, vol 6. Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1_3

Boden, M. A. (2004). *The creative mind. Myths and Mechanisms* (2nd ed). Routledge.

Borba, R. E. S. R., Rocha, C. A., & Azevedo, J. (2015). Estudos em raciocínio combinatório: Investigações e práticas de ensino na Educação Básica. *Bolema - Boletim de Educação Matemática, 29*(53), 1348–1368. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a27

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P. M. & Espadeiro, R. G. (2021). *Aprendizagens Essenciais. Articulação com o perfil do aluno. 7.º ano, 3.º Ciclo do Ensino Básico. Matemática.* Ministério da Educação - DGE. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/3_ciclo/ae_mat_7.o_ano.pdf

Estrada, M. F. (1993). A História da Matemática no ensino da Matemática. *Educação e Matemática, 27*, 17–20.

Fauvel, J., & Maanen, J. (2000). *History in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 6. Springer.

Jesus, B. C. D., & Oliveira V. C. A. (2018). Sobre números irracionais e possibilidades para o seu ensino. *Instrumento: Revista de Estudo e Pesquisa em Educação*, *2*, 331–342.

Kindersley, D. (1994). *Desenvolva a sua criatividade*. Verbo.

Lakoma, E. (2000). History of mathematics in curricula and schoolbooks: a case study of Poland. In J. Fauvel, & J. Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education.* (pp. 19–28). New ICMI Study Series, vol 6. Springer.

Martins, G. O., Gomes, C. A. S., Brocrado, J. M. L., Pedrosos, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M.C. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação - DGE. http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Mártires, M. I. C. C. (2017). *O processo criativo: construção e validação de uma Escala de Aferição do Processo Criativo*. [Tese de doutoramento, Universidade de Huelva]. Repositório Institucional da Universidade de Huelva. https://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/15222/O%20processo%20criativo.pdf?sequence=2

ME Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio*. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/

Miguel, A. (1997). As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: Argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké, 5*(8), 75–105. https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646

Miguel, A. (2005). Números irracionais: a constituição de um estudo histórico-pedagógico. In A. J. Brito, A. Miguel, D. L. Carvalho, & I. A. Mendes (Eds.), *História da Matemática em Atividades Didáticas* (pp. 89–156). EDUFRN.

Moura, E. C. M., & Brito, A. de J. (2019). History of mathematics in didactic sequences in teacher's initial formation. *Educação: teoria e prática. 29*(62), 609–625.

NCTM. (2017). *Princípios para a ação. Assegurar a todos o sucesso em matemática*. APM.

Neves, A. (2010). 2009: Ano europeu da criatividade e inovação um desafio ao futuro da Europa. *Cadernos Sociedade e Trabalho, 14*, 9–23. http://www.gep.mtsss.gov.pt/documents/10182/55251/cst14.pdf/d48ababb-cf6f-4ef9-896e-42a8a8d99f36

Neves, E. F. (2007). *Episódios da História da Matemática para o Ensino: Apresentações e actividades*. Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa.

Pereira, F. (Coord.), Crespo, A., Trindade, A. R., Cosme, A., Croca, F., Breia, G., Franco, G., Azevedo, H., Fonseca, H., Micaelo, M., Reis, M. J., Saragoça, M. J., Carvalho, M., & Fernandes, R. (2018). *Para uma educação inclusiva - Manual de apoio à prática.* Ministério da Educação - DGE. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/EEspecial/manual_de_apoio_a_pratica.pdf

Pinto, H., & Costa, C. (2020). La historia de las matemáticas em los cursos de educación básica en Portugal: Una reflexión para la formación del professorado. *Revista Paradigma, XLI*(1), 1–19. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p01-19.id830

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.

Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J., & Baptista, M. (2015). Exercícios, problemas e explorações: Perspetivas de professoras num estudo de aula. *Quadrante, XXIV*(2), 111–134. https://doi.org/10.48489/quadrante.22920

Rogers, C. R. (1971). *Para uma teoria da criatividade*. ITAU.

Santos, A. M. (2022). Logaritmos: uma abordagem histórico-pedagógica. In A. Dalcin, V. C. Cardoso, & Z. G. M. Rodrigues (Orgs.), *Anais do VII Encontro Nacional do Grupo de Pesquisa História, Filosofia e Educação Matemática* (pp 70–79). ENAPHEM. https://lume.ufrgs.br/handle/10183/254844

Silva, J. C., Rodrigues, A., Domingos, A., Albuquerque, C., Cruchinho, C., Martins, H., Almiro, J., Gabriel, L., Martins, M. E. G., Santos, M. T., Filipe, N., Correia, P., Espadeiro, R. G., & Carreira, S. (2023). *Aprendizagens Essenciais. Articulação com o perfil dos alunos. 10.º ano. Ensino Secundário. Matemática A*. Ministério da Educação - DGE https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/mat_a_10_-_vf.pdf

Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel, & J. Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education* (pp. 201–241). New ICMI Study Series, vol 6. Springer.

União Europeia (2008). Decisão n.º 1350/2008/CE do Parlamento Europeu e do Conselho de 16 de dezembro de 2008 relativa ao Ano Europeu da Criatividade e da Inovação (2009). https://eur-lex.europa.eu/legal-content/PT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32008D1350

Vale, I., & Pimentel, T. (2013). From problem solving to creativity in mathematics. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)*, *23*, 193–202.