

O conhecimento intuitivo de crianças sobre o conceito de medida

Children's intuitive knowledge about the concept of measurement

Jane Correa 

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Brasil

jncrrea@gmail.com

Maria Soraia Silva Cruz 

Instituto Federal de Pernambuco

Brasil

msoraiaacruz@hotmail.com

Alina Galvão Spinillo 

Universidade Federal de Pernambuco

Brasil

alinaspinillo@hotmail.com

Resumo. O presente estudo tem por objetivo examinar como crianças com diferentes perfis quanto ao conhecimento intuitivo que possuem sobre medidas lidam com dois dos princípios invariantes constitutivos dessa noção em relação a diferentes grandezas (capacidade, massa, distância e comprimento). Cinquenta crianças do 1.º e do 2.º ano do Ensino Fundamental realizaram duas tarefas. Uma tarefa examinava a capacidade de reconhecer a unidade apropriada para medir uma dada grandeza, e a outra, a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessárias para medir uma dada grandeza. O perfil dos participantes foi definido por meio do emprego da Análise de Agrupamentos, obtendo-se dois grupos: um formado por aqueles com um bom domínio sobre medidas e outro por aqueles com um domínio mais limitado. O reconhecimento da unidade apropriada para medir uma dada grandeza é a habilidade que se desenvolve primeiro, ainda que de maneira elementar, e que varia entre as diferentes grandezas. A compreensão da relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessárias para medir uma dada grandeza independe da grandeza a ser medida e da unidade a ela associada. Os resultados relativos às dificuldades e possibilidades das crianças são discutidos a partir da associação entre a noção de medida e os invariantes lógicos que a constituem.

Palavras-chave: anos iniciais; conhecimento intuitivo sobre medidas; unidades de medida; invariantes lógicos.

Abstract. This study examines how children with different profiles in terms of the intuitive knowledge they have about measurement deal with two of the invariant principles that constitute this notion in relation to different magnitudes (capacity, mass, distance, and length). Fifty children attending the 1st and 2nd grades of elementary school completed two tasks. One task examined the ability to recognize the appropriate unit to measure a given magnitude. The other examined the ability to recognize the inverse relation between the size of the unit used to measure a given magnitude and the number of units needed to measure it. Cluster Analysis was used to define children's profile. Two groups were then formed: one with children with a good domain of this notion, and the other with children with a more limited domain. The ability to recognise the appropriate unit to measure a given magnitude develops first, albeit in an elementary way, and that this varies according to the magnitude being considered. The understanding of the inverse relationship between the size of the unit and the number of units needed to measure something is independent of the magnitude being considered and of the unit of measurement that is associated to it. The results about children's difficulties and possibilities are discussed based on the relations between the notion of measurement and the logical invariants that constitute this notion.

Keywords: elementary school grades; intuitive knowledge about measurement; units of measurement; logical invariants.

Introdução

Medir é quantificar grandezas que são dimensões ou atributos relativos a um fenômeno, corpo ou substância do mundo físico (Brasil, 2018). As grandezas podem ser de dois tipos: *fundamentais*, que se definem por si mesmas, como comprimento, distância, massa, volume, tempo etc.; e as *derivadas* que se definem a partir de relações entre grandezas fundamentais, como a velocidade que envolve tempo e distância (Silva & Lousada, 2001).

A relevância do conhecimento sobre medidas é, há muito, reconhecida, seja por estar relacionado com a noção mais genérica de quantificação (Piaget & Inhelder, 1983; Piaget et al., 1960); seja por ser considerado uma ferramenta para o pensamento (Miller, 1989) ou por se tratar de um processo de natureza social (Nunes et al., 1993). Assim, medir é uma invenção cultural essencial na vida em sociedade (Nunes & Bryant, 2007) e uma atividade de natureza cognitiva associada ao desenvolvimento de outros conhecimentos matemáticos complexos, como proporção, função e escala (Guimarães et al., 2015).

Medir uma dada grandeza envolve diversas atividades, como: comparar, estabelecer padrões, usar unidades estáveis e apropriadas de medida (convencionais ou não-convencionais). Neste sentido, a noção de unidade como algo estável que serve como padrão de comparação e de iteração das partes que formam um todo é fundamental na precisão métrica (McDonough & Cheeseman, 2014), assumindo papel de destaque no domínio do conhecimento sobre medida de modo geral.

As unidades de medida são construtos culturalmente estabelecidos que permitem o uso de um modelo de referência estável compartilhado pelos indivíduos de uma dada cultura. A noção de unidade permeia e é constitutiva do conceito de medida pois, assim como outros conceitos matemáticos, medir envolve um conjunto de invariantes que, de acordo com Vergnaud (1997; 2003), são propriedades que definem um conceito enquanto tal.

Curry et al. (2006) discutem acerca dos princípios constitutivos da noção de medida: (i) a relação entre unidade de medida e a grandeza do objeto a ser medida; (ii) o uso de uma mesma unidade ao comparar grandeza de mesma natureza em objetos distintos; (iii) a iteração da unidade; (iv) o uso de uma unidade apropriada para medir uma dada grandeza; e (v) a relação inversa entre o número de unidades e o tamanho da unidade de medida adotada. De acordo com a nossa análise, esses princípios são os invariantes lógicos do conceito de medida que estão em jogo na ação de medir qualquer grandeza.

Van de Valle (2009) também menciona aspectos importantes para o desenvolvimento do conceito de medida que se assemelham ao que foi apontado por Curry et al. (2006): (i) consciência de que a unidade de medida adotada deve ser adequada à grandeza que está sendo medida; (ii) clareza e compreensão da grandeza que está sendo medida; (iii) entendimento de que o valor da medida é resultante da contagem da quantidade de unidades idênticas necessárias para encher, cobrir ou emparelhar a grandeza sem lacunas ou sobreposição (iteração); e (iv) compreensão da relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de vezes que esta unidade é usada para medir um atributo do objeto.

Dominar esses invariantes lógicos amplia o repertório de possibilidades de medição, permitindo o entendimento da relação entre unidades de medida e grandeza, como por exemplo, compreender que metro e centímetro são unidades apropriadas para medir comprimento; litro e mililitro para medir capacidade, e quilo e grama para medir massa. Quanto maior o domínio deste conhecimento, mais chances tem o indivíduo de usar as unidades de medida de modo adequado (Bellemain et al., 2018; MacDonald, 2010; MacDonald & Lowrie, 2011).

A partir de tais considerações, Spinillo e Martins (2015) investigaram se o conhecimento de crianças de 6 a 8 anos sobre medidas se manifestaria igualmente em relação a diferentes grandezas e se um invariante constitutivo do conceito de medida seria mais difícil de ser compreendido do que outro. Os resultados mostraram que, sobretudo para crianças de 6 anos, foi mais fácil reconhecer a adequação das unidades de medida relacionadas a comprimento e a massa do que quando relacionadas à distância. Embora noções intuitivas sobre medir distâncias possam já ser observadas em crianças na faixa etária de 5 a 6 anos (Moura & Lorenzato, 2001), isso não parece ser o suficiente para que reconheçam as unidades de medida apropriadas para medir essa grandeza.

Os dados obtidos por Spinillo e Martins (2015) revelaram, também, que as crianças demonstravam compreender as relações inversas entre o tamanho da unidade e o número

de unidades. Sabe-se que crianças são capazes de compreender conceitos matemáticos quando lhes é dada a oportunidade de pensar sobre eles por meio de termos relativos como: mais que/menos que, maior que/menor que. Por volta dos 6 anos, por exemplo, as crianças ainda não conseguem calcular o quanto uma unidade de medida é maior que outra numericamente, ou seja, pensar em termos absolutos (Nunes & Bryant, 2007); no entanto, conseguem reconhecer a existência da relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades necessárias para medir algo, se lhes for facultado o emprego de termos relativos para realizarem tal julgamento (Carpenter & Lewis, 1976). Dos 6 aos 8 anos não foram observadas diferenças significativas no desempenho quanto à compreensão da relação inversa entre o tamanho da unidade e o número de unidades necessário para medir uma dada grandeza de um objeto.

Como mencionado, esta relação inversa é um dos invariantes necessários à compreensão do conceito de medida. Esse invariante refere-se ao entendimento de que quanto maior o tamanho da unidade, menos unidades serão necessárias para medir uma dada dimensão de um objeto; de igual modo, quanto menor o tamanho da unidade, mais unidades serão necessárias para medir esta mesma dimensão deste mesmo objeto. Esta noção é crucial para realizar comparações, estabelecer equivalências e compreender escalas.

De maneira geral, a relevância da noção de unidade é enfatizada por diversos pesquisadores (e.g., Battista, 2006; Bragg & Outhred, 2004; Kamii, 2006; Mulligan et al., 2005). Pressupõe-se que desenvolver a compreensão conceitual da unidade seria uma forma produtiva de desenvolver uma compreensão mais ampla sobre medidas.

Tomados de forma conjunta, verifica-se que os estudos sobre o conhecimento de crianças sobre a medida de diferentes grandezas agrupam os participantes em função da idade e do ano escolar. Sem dúvida, um agrupamento deste tipo revela aspectos importantes acerca do desenvolvimento desse conhecimento. Contudo, apesar de relevante, somente o agrupamento dos participantes por idade ou ano escolar, como usualmente feito, não permite examinar as diferenças individuais quanto à apropriação de determinado conceito. Por exemplo, algumas crianças de 6 anos podem ser tão ou mais habilidosas do que outras de 7 anos, embora a comparação estatística entre essas duas faixas etárias revele um maior domínio por parte das crianças de 7 anos. Deste modo, é interessante examinar a formação do conceito de medida tendo como ponto de base agrupar os participantes em função do domínio que apresentam acerca dos invariantes relativos a este conceito, para em seguida, traçar o perfil de idade e escolaridade em cada grupo de habilidade. Uma análise desta natureza, como conduzida nesta pesquisa, pode oferecer uma perspectiva que permita identificar as dificuldades específicas que as crianças experimentam com esta noção.

A partir dessas considerações, a presente investigação tem por objetivo examinar como crianças, com diferentes perfis quanto ao conhecimento intuitivo que possuem sobre medidas, lidam com dois dos princípios invariantes constitutivos dessa noção em relação a

grandezas distintas. O estudo poderá contribuir para identificar os limites e as possibilidades de cada perfil de conhecimento em lidar com as relações entre unidades de medida e grandeza a ser medida, examinando, por exemplo, se um princípio seria mais difícil de ser compreendido que o outro e se essa dificuldade se manifestaria em relação a todas as grandezas investigadas ou não.

É importante destacar que esta pesquisa apresenta determinadas características que a diferencia da maioria dos estudos nesta área, a saber:

- (i) examina diversas grandezas em uma mesma população, no caso, capacidade, massa, distância e comprimento, focalizando as unidades de medida relativas a cada uma dessas grandezas. Investigar diferentes grandezas em uma mesma população torna possível estabelecer comparações entre elas, mantendo-se constante muitas das características dos indivíduos investigados;
- (ii) explora dois dos cinco princípios ou invariantes lógicos que são constitutivos do conceito de medida, no caso, a relação entre unidade de medida e a grandeza do objeto a ser medida, e a relação inversa entre o número de unidades e o tamanho da unidade de medida. Ao considerar os invariantes lógicos, o estudo traz para o campo das medidas pressupostos da teoria de Vergnaud (1997; 2003) que podem contribuir para a compreensão do raciocínio de crianças nesta área do conhecimento matemático;
- (iii) adota um recurso analítico-metodológico em que os participantes são solicitados a emitir julgamentos acerca de uma dada situação que lhe é apresentada ao invés de requerer que realizem uma atividade de medição. Embora a ação de medir seja fundamental para examinar a forma de raciocinar das crianças neste campo do conhecimento matemático, a noção de medida não se limita à ação de medir, pois inclui conhecimentos intuitivos que emergem em situações de julgamento. Neste sentido, o estudo amplia a concepção acerca da noção de medida. Este tipo de recurso metodológico é empregado em pesquisas que investigam o conhecimento intuitivo que as crianças apresentam frente a um dado conceito matemático (Spinillo, 2006; 2018);
- (iv) examina o conhecimento intuitivo sobre medidas, o que permite explorar noções iniciais das crianças. O conhecimento intuitivo no campo das medidas tem despertado o interesse de pesquisadores acerca de noções sobre área (Sharif-Rasslan & Tabajah-Awawdy, 2022) e comprimento (Pytlak & Maj-Tatsis, 2021). Contudo, além de raros, esses estudos versam sobre grandezas específicas, e não investigam princípios do conceito de medidas, ou seja, os invariantes que o constituem; e
- (v) agrupa os participantes em função do conhecimento que apresentam sobre medidas e não em função da idade ou escolaridade. Isso permite investigar as possibilidades e as dificuldades relacionadas ao domínio desse conceito. Agrupar os participantes em função do nível de habilidade que apresentam tem sido recurso utilizado em pesquisas sobre outras noções matemáticas (e.g., Torbeyns et al., 2018).

Espera-se que o estudo, considerando os seus objetivos e características, possa contribuir para examinar as noções intuitivas de crianças acerca das relações entre diferentes grandezas e as unidades de medida relativas a cada uma delas.

Método

Participantes

Participaram da investigação 50 crianças de escolas públicas municipais da Região Metropolitana do Recife, Brasil, sendo 25 alunas do 1.º ano do Ensino Fundamental, com idades entre 6 anos e 1 mês e 7 anos e 3 meses ($M= 80$ meses; $DP= 4$ meses) e 25 do 2.º ano, com idades entre 7 anos e 9 meses e 8 anos e 1 mês ($M= 90$ meses; $DP = 4$ meses). As crianças não tinham histórico de reprovação escolar, limitações sensoriais, ou qualquer tipo de transtorno do neurodesenvolvimento. A participação das crianças foi voluntária, tendo seus responsáveis assinado o TCLE (Termo de Consentimento Livre e Esclarecido). Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Pernambuco sob o nº 526.504. No contexto escolar, as crianças do 1.º ano haviam sido instruídas acerca de noções iniciais sobre massa (leve e pesado), comprimento e distância por meio de unidades de medidas não convencionais (palmos, passos). No 2.º ano unidades de medidas convencionais eram introduzidas em relação à noção sobre massa, comprimento e distância.

Instrumento de avaliação e procedimento

O instrumento, adaptado de Spinillo e Martins (2015), foi composto por duas tarefas de múltipla escolha que examinavam formas intuitivas de raciocinar sobre situações que envolviam unidades de medida e grandezas (capacidade, massa, distância e comprimento). A resolução dos itens em ambas as tarefas não requeria a realização de medições ou cálculos numéricos precisos, requerendo apenas que a criança emitisse julgamentos acerca de situações que lhes eram apresentadas, escolhendo uma dentre duas alternativas indicadas, conforme exemplificado nas tarefas descritas adiante.

Cada participante foi entrevistado, individualmente, em uma única sessão com duração de, aproximadamente, 20 minutos. Primeiramente foi aplicada a Tarefa A relativa ao princípio que versa sobre a relação entre unidade de medida e a grandeza do objeto a ser medida e, em seguida, a Tarefa B relativa ao princípio que versa sobre a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e quantidade de unidades necessárias para medir uma dada grandeza. Ambas as tarefas se basearam nas perspectivas de Curry et al. (2006) e de Van de Valle (2009), anteriormente apresentadas. Optou-se por esta ordem de aplicação porque a Tarefa A era considerada mais genérica do que a Tarefa B, servindo como uma introdução às situações subsequentes. A ordem de apresentação dos itens em cada

tarefa foi definida por sorteio para cada criança, respeitando a condição de que nunca dois itens de uma mesma grandeza fossem apresentados sucessivamente.

Tarefa A: Relação entre unidade de medida e grandeza a ser medida

O objetivo desta tarefa era avaliar a capacidade de reconhecer a unidade de medida apropriada para medir uma dada grandeza. A tarefa era composta por 12 itens igualmente distribuídos entre quatro unidades de medida: quilômetro, metro, quilograma e litros. Era informado à criança que se tratava de um jogo de adivinhação em que ela deveria descobrir o que dois personagens, João ou Ana, estavam medindo. Era mostrada uma gravura com as imagens de uma menina e de um menino. Exemplos de itens nesta tarefa são apresentados a seguir:

João mediu uma coisa e disse que essa coisa tinha alguns metros. O que você acha que foi essa coisa que ele mediu: (a) a quantidade de suco em uma jarra ou (b) a altura de um prédio? (unidade de medida: metro, grandeza: altura)

Ana mediu uma coisa, e disse que essa coisa tinha alguns quilos. O que você acha que foi essa coisa que ela mediu: (a) o peso de uma pessoa ou (b) a distância que ela andou da casa dela até a escola? (unidade de medida: quilo, grandeza: massa)

Em seis itens, a resposta correta correspondia à primeira alternativa e em seis itens à segunda alternativa. Em três itens a resposta correta envolvia comprimento, em três itens a resposta correta envolvia distância, em três itens envolvia massa e em três itens envolvia capacidade.

Tarefa B: Relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e quantidade de unidades necessárias para medir uma dada grandeza

O objetivo desta tarefa era avaliar a compreensão acerca da relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessária para medir uma dada grandeza. À criança era dito que os mesmos dois personagens da tarefa anterior (João e Ana) gostavam de medir coisas, e que, às vezes, faziam isso usando objetos de tamanhos diferentes, como por exemplo, um copo grande e um copo pequeno ou um palito de picolé e um palito de fósforo. Cada item era acompanhado de uma gravura com as imagens de uma menina e de um menino e dos objetos usados como unidades de medida (copos grandes e pequenos, palito de picolé e de fósforo). As unidades de medida eram não convencionais. Exemplos de itens nesta tarefa são apresentados a seguir:

Ana mediu a quantidade de suco de laranja em uma jarra com copos grandes. João mediu esta mesma quantidade de suco nesta jarra com copos pequenos. Quem vai precisar de mais copos: João ou Ana?

João mediu o comprimento de uma mesa com palitos de fósforos. Ana mediu esta mesma mesa com palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento da mesa: Ana ou João?

A tarefa era composta por 12 itens, sendo seis deles com enunciado que iniciava com 'João' e os outros seis com 'Ana'. Em metade dos itens a resposta correta era 'João' e na outra metade era 'Ana'.

Análise dos dados

O perfil de habilidade dos participantes quanto ao conceito de medida foi estabelecido por meio do emprego da Análise de Agrupamentos, obtendo-se dois grupos de participantes, como descrito adiante. A comparação entre os dois grupos quanto a cada um dos invariantes do conceito de medida investigados foi realizada pela prova de Mann-Whitney U. Para identificar a dificuldade relativa dos itens da tarefa que mensura a relação entre unidade de medida e grandeza (Tarefa A) foi realizada a Análise Hierárquica de Agrupamentos (HCA). Para examinar a associação entre domínio do conceito de medida, idade das crianças e escolaridade foi empregado o Teste Qui Quadrado.

Resultados

O delineamento do perfil de habilidade das crianças foi realizado por meio do emprego da Análise de Agrupamentos a partir dos escores obtidos nas duas tarefas. Como resultado dessa análise foram formados dois grupos: Grupo 1 com 58% dos participantes, formado por aqueles com maior domínio sobre medidas; e Grupo 2 com 42%, formado por aqueles com menor domínio do conceito, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1. Perfis das crianças quanto ao domínio do conceito de medida

Perfis	Tarefa A				Tarefa B			
	Relação Unidade de Medida/Grandeza				Relação Inversa Tamanho da Unidade/Quantidade			
	M	DP	Md	IIQ	M	DP	Md	IIQ
Grupo 1 (n=29)	0,67	0,14	0,66	0,17	0,95	0,85	0,10	0,08
Grupo 2 (n=21)	0,54	0,12	0,50	0,17	0,31	0,23	0,33	0,38

Grupo 1: Maior Domínio; Grupo 2: Menor Domínio; M: Média; DP: Desvio Padrão; Md: Mediana; IIQ: Intervalo Interquartil

Observa-se que há diferença significativa entre os grupos tanto para a relação entre unidade de medida e uma dada grandeza (Mann-Whitney U = 140,000, $p < ,01$), como para a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades (Mann-Whitney U = 3,000, $p < ,01$), correspondentes às tarefas A e B, respectivamente.

A comparação entre os dois perfis revelou que a dificuldade identificada na resolução das tarefas variava em função do grupo ao qual as crianças pertenciam. Para o Grupo 1 (maior domínio), o reconhecimento da relação inversa entre tamanho da unidade de

medida e quantidade de unidades foi mais fácil do que o estabelecimento da relação entre unidade de medida e uma dada grandeza ($z = -4,496$, $p < ,01$). No Grupo 2 (menor domínio) ocorreu o inverso, pois as crianças tiveram mais facilidade em estabelecer relações entre unidade de medida e uma dada grandeza do que reconhecer a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessárias para medir uma dada grandeza ($z = -2,753$, $p < ,01$).

Para avaliar o nível de dificuldade de cada tarefa, examinou-se o percentual de acertos de seus respectivos itens. A Tabela 2 apresenta o intervalo entre o item de menor e o de maior percentual de acerto para cada tarefa.

Tabela 2. Intervalo entre os itens de menor e maior percentual de acertos para cada tarefa segundo o perfil dos participantes

Perfis	Tarefa A Relação Unidade de Medida/Grandeza	Tarefa B Relação Inversa Tamanho da Unidade/Quantidade
Grupo 1 (n=29)	28% - 93%	86% - 100%
Grupo 2 (n=21)	19% - 91%	24% - 38%

Grupo 1: Maior Domínio; Grupo 2: Menor Domínio.

O exame deste intervalo mostra que houve expressiva variação no percentual de acertos entre os itens da Tarefa A (relação unidade de medida/grandeza). Independentemente do nível de domínio do conceito de medidas das crianças, há itens que vão desde muito fáceis até outros muito difíceis. Por sua vez, a Tarefa B (relação inversa tamanho da unidade/quantidade) apresenta um intervalo pequeno no percentual de acertos entre os itens, indicando não haver discrepância no grau de dificuldade dos itens. Desta maneira, os itens se mostram difíceis para o grupo com menor domínio do conceito de medidas, e fáceis para o grupo com maior domínio.

Dada a grande discrepância no percentual de acertos dos itens da Tarefa A, fez-se necessária uma análise específica acerca da dificuldade relativa entre estes itens. Para tal, foi realizada uma Análise Hierárquica de Agrupamentos (HCA). Foi empregado o Between Groups Linkage como método e o Squared Euclidian Distance como medida, tendo como objetos os 12 itens que compõem a referida tarefa.

A análise do Dendrograma (Figura 1) mostra que os itens da Tarefa A podem ser reunidos em dois grupos, segundo o grau relativo de dificuldade que apresentam. O primeiro reúne sete itens, considerados relativamente mais fáceis. Tais itens tiveram como unidades de medida o litro e o metro. Em apenas um dos itens a unidade empregada foi o quilômetro, referindo-se à distância entre duas cidades familiares para os participantes do presente estudo. O segundo grupo é composto por cinco itens, considerados os mais difíceis. Tais itens tiveram como unidades de medida o quilo e o quilômetro.

A Tabela 3 apresenta a proporção média de acertos, segundo o perfil de habilidade das crianças e o nível de dificuldade da Tarefa A.

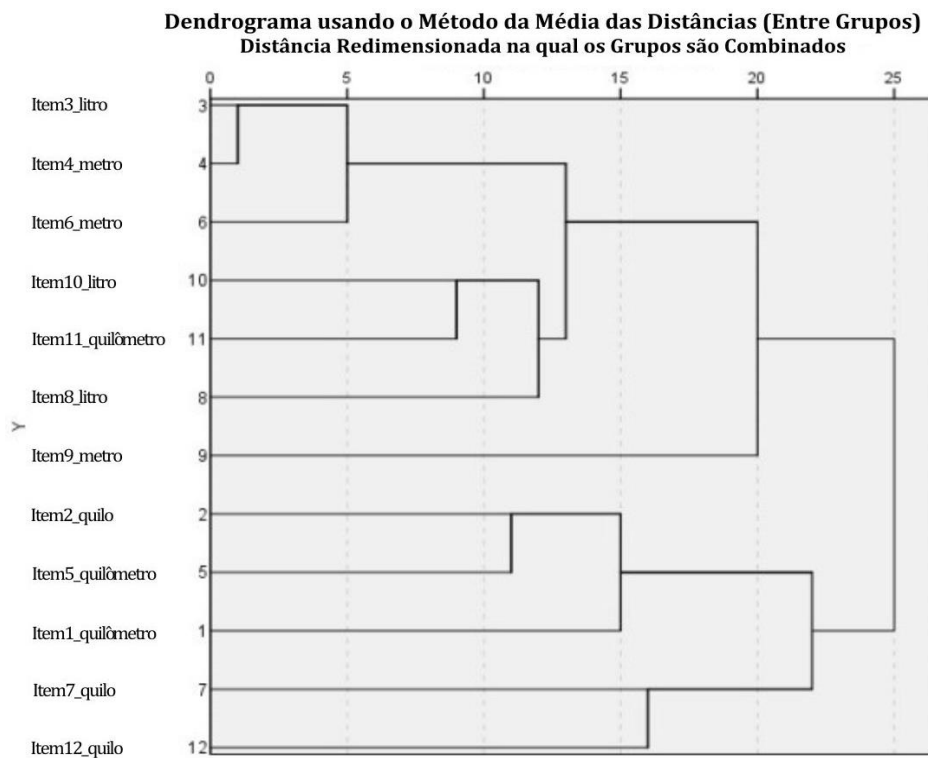


Figura 1. Dificuldade relativa dos itens da Tarefa A (relação unidade de medida/grandeza)

Os itens da Tarefa A possuem o mesmo grau de dificuldade relativa para ambos os grupos, apesar do Grupo 1 (maior domínio) ter desempenho significativamente melhor que o Grupo 2 (menor domínio), quer nos itens considerados mais fáceis (Mann-Whitney U = 185,000, $p = ,015$), quer nos itens mais difíceis (Mann-Whitney U = 208,000, $p = ,045$). Em outras palavras, independentemente do perfil de habilidade das crianças quanto ao domínio do conceito de medida, o reconhecimento das unidades de medida apropriadas para distância e para massa se caracteriza como uma dificuldade na formação de noções intuitivas sobre medida.

Tabela 3. Desempenho das crianças segundo seu perfil de habilidade e o nível de dificuldade da Tarefa A

Dificuldade dos Itens		Tarefa A			
		M	DP	Md	IIQ
Itens Fáceis	Grupo 1 (n=29)	0,82	0,14	0,85	0,29
	Grupo 2 (n=21)	0,70	0,17	0,57	0,29
Itens Difíceis	Grupo 1 (n=29)	0,45	0,27	0,40	0,40
	Grupo 2 (n=21)	0,31	0,22	0,20	0,20

Grupo 1: Maior Domínio; Grupo 2: Menor Domínio.

Em seguida, foram examinadas diferenças entre os grupos quanto à idade e escolaridade (Tabela 4). Houve associação significativa entre o domínio do conceito de medida e a idade dos participantes ($X^2 = 5,632$, $gl=1$, $p=,018$). No Grupo 1 (maior domínio) havia um número significativamente maior de crianças de 7 anos do que de 6 anos. Por outro lado, no Grupo 2 (menor domínio) observou-se um maior número de crianças de 6 anos do que de 7 anos.

Tabela 4. Domínio do conceito de medida quanto à idade e ao ano escolar

	Grupo 1 (n=29)	Grupo 2 (n=21)
Idade		
6 anos (n=19)	7 (24,10%)	12 (57,10%)
7 anos (n=31)	22 (75,90%)	9 (42,90%)
Escolaridade		
1º ano (n=25)	11 (37,90%)	14 (66,70%)
2º ano (n=25)	18 (62,10%)	7 (33,30%)

Grupo 1: Maior Domínio; Grupo 2: Menor Domínio; M: Média; DP: Desvio Padrão; Md: Mediana; IIQ: Intervalo Interquartil.

Houve também associação significativa entre escolaridade e perfil de habilidade ($X^2 = 4,023$, $gl=1$, $p=,045$). Foi observado um número significativamente maior de crianças no Grupo 2 (menor domínio) que cursavam o 1.º ano, como também uma frequência maior no Grupo 1 (maior domínio) de crianças que estavam no 2.º ano.

Conclusões e Discussão

Neste estudo foram descritos os perfis de crianças com idades compreendidas entre 6 e 7 anos, considerando as suas habilidades quanto ao conhecimento intuitivo do conceito de medida. Para a distinção dos diferentes perfis de habilidade foram analisados dois invariantes lógicos constitutivos desse conceito: a relação entre unidade de medida e a grandeza a ser medida, e a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida usada e a quantidade de unidades necessária para medir uma dada grandeza.

As crianças foram reunidas em dois grupos em função do domínio que apresentavam acerca dos dois invariantes acima mencionados: Grupo 1 (maior domínio) e Grupo 2 (menor domínio). Assim, o Grupo 1 foi relativamente mais habilidoso do que o Grupo 2, tanto em reconhecer a unidade de medida apropriada para medir uma dada grandeza, quanto em compreender a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessária para medir algo. Examinando-se os perfis dos grupos em relação à idade e à escolaridade, observou-se que o Grupo 1 (maior domínio) foi constituído predominantemente por crianças de 7 anos, tendo a maioria delas escolaridade correspondente ao 2.º ano do Ensino Fundamental. Por sua vez, no Grupo 2 (menor domínio), não houve diferença expressiva entre as crianças em termos de idade, mas sim de escolaridade, uma vez que a maioria delas cursava o 1.º ano do Ensino Fundamental.

Ao verificar, no interior de cada grupo, diferenças quanto ao domínio dos dois invariantes do conceito de medida, observou-se que as crianças mais habilidosas compreendiam mais facilmente a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades. Ambos os grupos exibiram facilidade no reconhecimento da unidade de medida apropriada à grandeza a ser mensurada. Ainda que deva ser interpretado com cautela devido ao número limitado de participantes investigados nesta pesquisa, este resultado permite apontar quatro contribuições:

1. Parece haver diferenças quanto ao momento do desenvolvimento do domínio dos dois invariantes do conceito de medidas, sendo o reconhecimento da unidade apropriada para medir uma dada grandeza, a habilidade que primeiro se desenvolve;
2. A habilidade para relacionar uma unidade de medida à grandeza parece que se desenvolve de modo gradual, ocorrendo seu pleno domínio em idade ulterior àquelas aqui investigadas; ainda que na faixa etária investigada neste estudo seja possível observar indicadores da emergência desta habilidade;
3. O reconhecimento da relação unidade de medida-grandeza possivelmente não ocorre de maneira similar para as diferentes grandezas, de modo que esta relação parece ser inicialmente compreendida no que tange à associação metro-distância ou à associação litro-capacidade; e
4. O entendimento da relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e a quantidade de unidades necessárias para medir algo parece ser uma forma de raciocinar complexa que não depende da grandeza e da unidade de medida a ela associada.

Uma explicação possível para a habilidade de relacionar uma unidade de medida com a grandeza apropriada se desenvolver antes da habilidade de compreender a relação inversa aqui investigada é que, como mencionado, esta última, é uma forma de raciocinar complexa que parece estar associada a experiências formais mais sistemáticas, como as escolares. Por outro lado, experiências informais propiciadas no contexto familiar, por exemplo, podem contribuir para o desenvolvimento da habilidade de relacionar unidades de medidas com a grandeza a ser mensurada. Na realidade, medir é uma atividade que faz parte do cotidiano das crianças desde muito cedo, uma vez que elas se inserem em situações diversas que requerem medições em casa e em situações lúdicas (Lee, 2012; Spinillo, 2018; Spinillo & Batista, 2009).

Com relação às possibilidades e dificuldades específicas na Tarefa A (relação unidade de medida/grandeza), vê-se que os itens mais fáceis se referem a medidas de comprimento e de capacidade, enquanto os mais difíceis estão relacionados a medidas de massa e de distância, indicando que esse conhecimento é construído de modo diferente em relação a cada grandeza. Os resultados encontrados se assemelham parcialmente aos de Spinillo e

Martins (2015) que também identificaram maior facilidade das crianças com as medidas de comprimento e maior dificuldade com as medidas de distância.

A dificuldade com a medida de distância pode decorrer tanto das experiências sociais como da complexidade desta noção. Em termos de experiências do cotidiano, a atividade de medir a distância entre objetos é menos frequente do que medir o comprimento de um dado objeto. Em termos conceituais, o comprimento se refere à dimensão do objeto, enquanto a distância à separação entre objetos. Desta maneira, o ato de medição, no caso do comprimento, é realizado sobre os objetos, o que é mais fácil do que proceder à medição de uma grandeza relativa à localização dos objetos no espaço, como documentado por Piaget e Inhelder (1983) e por Szilágyi et al. (2013).

Vale salientar que o comprimento é uma grandeza mais facilmente compreendida, porque: a) envolve uma única dimensão que pode ser diretamente inspecionada através da percepção visual (diferentemente da área, massa e capacidade); e b) está presente em contextos sociais do cotidiano das crianças desde cedo (medir e comparar sua própria altura com a de outra criança, medir o tamanho de um lápis ou de uma barra de chocolate, etc.) (Lefevre et al., 2009; Thompsom, 2008)

Outra dificuldade identificada foi quanto ao reconhecimento das unidades de medida de massa. Todavia, não foi possível determinar se a dificuldade estaria relacionada à falta de conhecimento acerca das unidades de medida convencionais (quilo, grama) ou à falta de consciência sobre a grandeza massa que é menos evidente do que outras grandezas como o comprimento, por exemplo. Além disso, para dominar essa noção, as crianças precisam superar a hipótese inicial de que tudo que é grande é pesado e tudo que é pequeno é leve, formada por meio de pistas perceptuais (Cheeseman et al., 2011; Mcdonough et al., 2013).

A análise realizada elucidou, ainda, outro ponto importante acerca do conceito de medida: o período aproximado em que determinadas habilidades emergem. Em consonância com outras pesquisas, nota-se que as habilidades investigadas já estão presentes por volta dos 6 anos de idade (Moura & Lorenzato, 2001; Spinillo & Martins, 2015). No entanto, é em torno dos 7 anos que se observa um avanço cognitivo importante no entendimento da relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e quantidade de unidades necessárias para medir algo.

Quanto à relação inversa, os resultados mostraram que o domínio do invariante não se alterou em função da grandeza ou da unidade de medida em foco. Isto é, independentemente da natureza da grandeza ou da unidade de medida, é a lógica da comparação compensatória entre os tamanhos das unidades que irá garantir o êxito na tarefa. Essa lógica é uma aquisição que está envolvida na compreensão de diversos outros conceitos matemáticos além da noção de medida, como, por exemplo, as relações inversas entre adição e subtração (Piaget & Moreau, 2001).

O presente estudo trouxe contribuições inovadoras sobre o conceito de medida ao associar a formação deste conceito à noção de invariantes, associação essa ainda pouco explorada nas pesquisas na área, tanto do ponto de vista teórico como metodológico. Ao trazer pressupostos da teoria de Vergnaud (1997; 2003) para interpretar os princípios que regem a noção de medida, a pesquisa chama a atenção para aspectos gerais da capacidade de medir, e não apenas para a trajetória de desenvolvimento das crianças em relação a uma dada grandeza especificamente. Apesar destas contribuições, ainda há muito a ser explorado sobre medidas a partir desta associação, sendo importante que pesquisas futuras examinem outros invariantes além dos dois considerados nesta investigação.

Considera-se também inovadora a possibilidade de examinar o conhecimento intuitivo das crianças no campo das medidas por meio de tarefas de julgamento e não apenas por meio da atividade de medir. Como mencionado, essa possibilidade amplia o conceito de medida por ir além da ação, assim como pode gerar implicações metodológicas para a pesquisa na área.

Em vista disso, um outro aspecto que também merece ser examinado são as relações entre a capacidade de emitir julgamentos apropriados e a capacidade de realizar medições apropriadas, tal pesquisa poderia esclarecer se as dificuldades identificadas nas situações de julgamento apresentadas na presente investigação se refletiriam nas situações em que as crianças teriam que efetivamente medir algo. Um estudo com este objetivo poderia aprofundar e ampliar os resultados obtidos por Pytlak e Maj-Tatsis (2021) numa pesquisa em que a intuição e a medição foram conjuntamente investigadas em relação às grandezas comprimento e distância. Apesar de relevante, os autores não realizaram uma comparação entre esses dois aspectos, ficando em aberto a questão acerca das relações entre julgar e realizar medições.

Reitera-se que o conceito de medida se forma a partir da inter-relação entre os conhecimentos culturalmente adquiridos e os processos lógicos do pensamento, sendo as experiências informais fundamentais para o desenvolvimento inicial desse conceito (Nunes et al., 1995). É possível que muitas das dificuldades com a matemática no contexto escolar sejam consequência do fato de a escola não integrar de maneira sistemática e apropriada o conhecimento intuitivo da criança em situações de instrução e nem tampouco contribuir para que ela perceba que o conhecimento matemático escolar pode ser aplicado a situações cotidianas extraescolares. Neste sentido, o professor necessita conhecer as noções intuitivas de seus alunos sobre medidas e, assim, propor atividades didáticas que considerem e potencializem o repertório de conhecimentos neste campo da matemática. Como afirmam Serrazina e Rodrigues (2018), aprender a estabelecer esta relação entre o pensamento do estudante e as situações de ensino é um desafio que precisa estar presente nos programas de formação de professores.

Referências

- Battista, M. T. (2006). Understanding the development of students' thinking about length. *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 140–146. <https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0140>
- Bellemain, P. M. B., Bibiano, M. F. de A., & Souza, C. F. de. (2018). Estudar grandezas e medidas na educação básica. *Em Teia. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 9(1), 1–16. <https://doi.org/10.36397/emteia.v9i1.234920>
- Brasil (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília.
- Bragg, P., & Outhred, L. (2004). A measure of rulers: The importance of units in a measure. *Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 159–165). IGMPE.
- Carpenter, T. P., & Lewis, R. (1976). The development of the concept of a standard unit of measure in young children. *Journal for research in Mathematics Education*, 7(1), 53–58. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.7.1.0053>
- Cheeseman, J., McDonough, A., & Clarke, D. (2011). Investigating children's understanding of the measurement of mass. In J. Clark, B. Kissane, J. Mousley, T. Spencer, & S. Thornton (Eds.), *Mathematics: Traditions and [New] Practices* (Vol. 1, pp. 174–182). Australian Association of Mathematics Teachers and the Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Curry, M., Mitchelmore, M., & Outhred, L. (2006). Development of children's understanding of length, area, and volume measurement principles. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 377–384). IGPME
- Guimarães, G., Cavalcanti, M., & Evangelista, B. (2015). Compreensão de Escala nos Anos Iniciais. In R. Borba & G. Guimarães (Eds.). *Pesquisa e atividades para o aprendizado matemático na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental* (pp. 47–49). SBEM. <http://www.sbemrasil.org.br/ebook/ebook.pdf>
- Kamii, C. (2006). Measurement of length: How can we teach it better? *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 154–158. <https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0154>
- Lee, S. (2012). Toddlers as mathematicians? *Australasian Journal of Early Childhood*, 37(1), 30–37.
- Lefevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., & Smith-Chant, B. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science*, 41(2), 55–66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
- MacDonald, A. (2010). Heavy thinking: Young children's theorizing about mass. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 15(4), 4–8.
- MacDonald, A., & Lowrie, T. (2011). Developing measurement concepts within context: Children's representations of length. *Mathematics Education Research Journal*, 23(1), 27–42. <https://doi.org/10.1007/s13394-011-0002-7>
- McDonough, A., & Cheeseman, J. (2014). Young learners' understandings about mass measurement: Insights from an open-ended task. *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 193–200). IGPME
- McDonough, A., Cheeseman, J., & Ferguson, S. (2013). Young children's emerging understandings of the measurement of mass. *Australasian Journal of Early Childhood*, 38(4), 13–20. <https://doi.org/10.1177/1836939113038004>
- Miller, K. F. (1989). Measurement as a tool for thought: The role of measuring procedures in children's understanding of quantitative invariance. *Developmental Psychology*, 25, 589–600. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.25.4.589>
- Moura, A. L., & Lorenzato, S. (2001). O medir de crianças pré-escolares. *Zetetiké*, 9, 7–42. <https://doi.org/10.20396/zet.v9i15-16.8646932>
- Mulligan, J., Mitchelmore, M., & Prescott, A. (2005). Case studies of children's development of structure in early mathematics: A two-year longitudinal study. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 1–8). IGPME.
- Nunes, T., & Bryant, P. (2007). *Crianças fazendo matemática*. Artes Médicas.

- Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1993). Tools for thought: The measurement of length and area. *Learning and Instruction*, 3, 39–54. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(09\)80004-2](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(09)80004-2)
- Nunes, T., Light, P., & Mason, J. (1995). Measurement as a social process. *Cognition and Instruction*, 13(4), 585–587. https://doi.org/10.1207/s1532690xci1304_9
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1983). *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança*. Zahar.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. Routledge.
- Piaget, J., & Moreau, A. (2001). The inversion of arithmetic operations. (R. L. Campbell, Trans.). In J. Piaget (Ed.), *Studies in Reflecting Abstraction* (pp. 69–86). Psychology Press.
- Pytlak, M., & Maj-Tatsis, B. (2021). Young children's intuitive understanding of measure sense and measurement. In J. Novotá, & H. Moraová (Eds.), *Proceedings of the International Symposium Elementary Mathematics Teaching*, (pp. 338–347). SEMT.
- Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2018). Formação de professores e desenvolvimento do sentido de número. In R. F. Carneiro, A. C. de Souza, & L. de F. Bertini (Eds.), *A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Práticas de sala de aula e de formação de professores* (pp. 137–161). SBEM. http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_matematica_iniciais.pdf.
- Sharif-Rasslan, A., & Tabajah-Awawdy, J. (2022). Strategies used by kindergarten children to cover “maximal area” inside a rectangle. *Journal of Cognitive Education & Psychology*, 21(2). <https://doi.org/10.1891/JCEP-2021-0005>
- Silva, C. X., & Lousada, F. M. (2001). *Medir é comparar*. Ática.
- Spinillo, A. G. (2006). O sentido de número e sua importância na educação matemática. In M. R. F. Brito, (Ed.), *Solução de problemas e a matemática escolar* (pp. 83–111). Alínea.
- Spinillo, A. G. (2018). Number sense in elementary school children: the uses and meanings given to numbers in different investigative situations (pp. 639–650). In K. Gabriele, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*, (pp. 639–650). Springer.
- Spinillo, A. G. & Batista, R. F. (2009). A sense of measurement: what do children know about the invariant principles of different types of measurement? *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 161–168). IGPM
- Spinillo, A. G. & Martins, R. M. F. B. (2015). Os princípios invariantes da noção de medida investigados a partir da perspectiva de sentido numérico. *Temas em Psicologia*, 23(1), 97–109. <https://doi.org/10.9788/TP2015.1-07>
- Szilágyi, J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2013). Young children's understandings of length measurement: Evaluating a learning trajectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581–620. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.3.0581>
- Thompson, I. (2008). *Teaching and learning early number*. McGraw-Hill.
- Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by addition strategy use in children of varying mathematical achievement level: A choice/no-choice study. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 215–234. <https://doi.org/10.5964/jnc.v4i1.77>
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula*. Artmed.
- Vergnaud, G. (1997). The nature of mathematical concepts. In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective*, (pp. 5–28). Psychology Press.
- Vergnaud, G. (2003). A gênese dos campos conceituais. In E. P. Grossi (Ed.), *Por que ainda há quem não aprende? A teoria*, (pp. 21–64). Vozes.