

Raciocínio matemático: Leonor Santos e o projeto Reason

Mathematical reasoning: Leonor Santos and the Reason Project

Lurdes Serrazina 

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa
Portugal

lurdess@eselx.ipl.pt

Resumo. Este artigo procura ilustrar o envolvimento de Leonor Santos no projeto *Reason* – Raciocínio Matemático e Formação de Professores tendo em conta a sua participação na equipa do projeto e publicações de que é co-autora relativas às experiências de formação com professores do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário desenvolvidas no âmbito do projeto. O artigo começa por sintetizar contributos teóricos sobre raciocínio matemático e processos de raciocínio matemático que estiveram presentes no projeto *Reason*, revisita as oficinas de formação realizadas no âmbito do projeto para professores do 3.º ciclo e ensino secundário, focando-se depois nos principais resultados da investigação publicada, que conclui que os professores envolvidos desenvolveram o seu conhecimento sobre os processos de generalizar e de justificar. O artigo termina realçando o envolvimento de Leonor Santos e o seu contributo no desenvolvimento do projeto.

Palavras-chave: raciocínio matemático; processos de raciocínio matemático; formação de professores.

Abstract. This article seeks to illustrate Leonor Santos' involvement in the Reason project – Mathematical Reasoning and Teacher Training, considering her participation in the project's team and publications she co-authored relating to training experiences with teachers from the 3rd cycle of elementary school and high school. The article begins by synthesizing theoretical contributions on mathematical reasoning and mathematical reasoning processes that were present in the Reason project, analyzes the training workshops carried out within the scope of the project for 3rd cycle and high school teachers, and then focuses on the main results of the published research, which concludes that the teachers involved developed their knowledge about the processes of generalizing and justifying. The article ends by highlighting Leonor Santos' involvement and her contribution to the development of the project.

Key-words: mathematical reasoning, mathematical reasoning processes; teacher education.



Introdução

Desenvolver o raciocínio matemático dos alunos tem estado presente nos currículos de matemática dos ensinos básico e secundário em Portugal desde os anos 90 do século passado. O mesmo acontece em diferentes países. Mais recentemente a OECD (2018) reforçou a sua importância juntando, no modelo de literacia matemática para o PISA 2021, o raciocínio matemático à resolução de problemas. Mas, o facto de estar no currículo não é suficiente, é importante compreender como está presente na sala de aula de matemática, sabendo que a prática de ensino dos professores é crucial para que os alunos desenvolvam o seu raciocínio matemático. Pois, se os professores não tiverem uma compreensão profunda dos diferentes aspetos subjacentes ao raciocínio matemático dificilmente conseguem proporcionar aos seus alunos as oportunidades adequadas ao seu desenvolvimento.

Entre os muitos projetos de investigação em que Leonor Santos esteve envolvida está o Projeto *Reason* – Raciocínio matemático e formação de professores (2019-2022), coordenado pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa e envolvendo as Escolas Superiores de Educação de Lisboa e de Setúbal. Este projeto teve como objetivos compreender o conhecimento matemático e didático de professores para conduzir uma prática promotora do raciocínio matemático dos alunos e identificar formas de apoiar o seu desenvolvimento em professores e futuros professores dos ensinos básico e secundário.

Em termos metodológicos, o design do projeto foi uma investigação baseada em design (IBD) (Cobb et al., 2016; Ponte et al., 2016) considerando dois ciclos de design, tendo cada um deles por base uma oficina de formação. Assim, foram realizadas diversas oficinas de formação destinadas quer a professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico quer a professores do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário. O projeto tinha várias linhas de pesquisa: formação inicial de professores para o 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, formação inicial de professores do 3.º ciclo e ensino secundário, formação contínua de professores dos 1.º e 2.º ciclos, formação contínua de professores do 3.º ciclo e secundário e desenvolvimento de recursos educativos. A coordenação da linha de pesquisa com foco nos professores do 3.º ciclo e do ensino secundário foi atribuída a Leonor Santos e, nesse âmbito, publicou com os seus colegas de equipa vários artigos, entre os quais, *Teachers' Understanding of Generalizing and Justifying in a Professional Development Course* (Santos, Mata-Pereira, et al., 2022).

Procuro neste artigo fazer uma leitura do envolvimento de Leonor Santos no projeto *Reason*, a partir da minha experiência de trabalho em colaboração, na equipa coordenadora, em especial de publicações que se centram no trabalho desenvolvido com professores do 3.º ciclo e ensino secundário e das quais Leonor Santos é co-autora (Santos, Mata-Pereira, et al., 2022; Santos, Ponte, et al., 2022).

Raciocínio matemático

Existe uma ideia feita de que o estudo da matemática promove o raciocínio, mas muitas vezes subjacente a ela está uma visão estreita do que se entende por raciocínio. Também na literatura o termo raciocínio matemático não é consensual, sendo por vezes considerado como sinónimo de pensamento matemático.

O NCTM (2009) refere que o raciocínio matemático “deve ocorrer em toda aula de matemática todos os dias, num ambiente onde professores e alunos formulam e respondem a questões como ‘O que está a acontecer aqui?’ e ‘Por que pensa isso?’. Abordar o raciocínio [...] não precisa ser um fardo extra para os professores que já fazem um grande esforço para que os alunos com dificuldades aprendam os procedimentos” (NCTM, 2009, p. 5). O mesmo documento afirma que muitos alunos encontram dificuldades na aprendizagem da matemática porque a consideram sem significado (NCTM, 2009). Nesse sentido, sugere que o raciocínio matemático proporcione um apoio relevante para o entendimento e a aprendizagem contínua. Assim, os professores podem trabalhar para “levar os alunos a experimentar o raciocínio por si mesmos, em vez de simplesmente observá-lo” (NCTM, 2009, p. 5).

No projeto Reason adotámos a perspetiva menos abrangente de raciocínio matemático sistematizada por Ponte et al. (2020) para quem “raciocinar é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado” (p. 7).

Jeannotte e Kieran (2017) consideram o raciocínio matemático como compreendendo dois aspetos importantes: o estrutural e o de processo. Relativamente ao aspeto estrutural, este apresenta uma natureza estática e compreende os diferentes tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo e abduutivo. O aspeto de processo apresenta natureza dinâmica e temporal e compreende vários tipos de processos. Os processos associados ao raciocínio matemático identificados na literatura compreendem: “(i) buscar por semelhanças ou diferenças, que inclui generalização, conjetura, identificação de padrões, comparação e classificação; (ii) validação, ou seja, processos de justificação e prova; e (iii) exemplificação, que apoia os dois anteriores” (Araman et al., 2019, p. 468).

De entre os diferentes processos de raciocínio, o processo de generalizar é fundamental em matemática quando se pretendem fazer afirmações gerais sobre procedimentos, propriedades ou conceitos e o de justificar é central para validar matematicamente aquelas afirmações (Mata-Pereira & Ponte, 2018). Estes dois processos interagem entre si. Em muitas situações a linguagem usada na justificação tem de ser geral de modo que a sua aplicabilidade a todo o domínio seja clara. Vários autores defendem que o processo de generalizar deve ser desenvolvido desde o início da escolaridade (Cusi & Malara, 2007; Kaput, 2000).

O *processo de generalizar* ocorre quando um indivíduo identifica aspetos comuns em casos diferentes ou quando estende o raciocínio além do conjunto em que originalmente

identificou os elementos comuns (Lannin et al., 2011). Para Jeannotte e Kieran (2017), *generalizar* consiste em inferir afirmações sobre um conjunto de objetos, ou uma relação sobre esses objetos, a partir da análise de um seu subconjunto. Lannin et al., (2011) consideram que os alunos generalizam quando se focam numa ideia ou num aspeto particular de um problema, pensam nele de uma forma mais abrangente e consideram duas etapas importantes: identificar os elementos comuns e alargar o domínio do qual se partiu.

Já o processo de *justificar*, considerado “um processo social pode assumir dois formatos: (i) justificar a conjectura que surgiu no processo e (2) relatar a validade que altera o valor epistémico” (Jeannotte & Kieran, 2017, p. 12). Neste processo, o aluno tem não apenas de mostrar que uma afirmação é verdadeira, mas fornecer razões pelas quais ela é verdadeira ou válida em todos os casos possíveis. Assim, o processo de justificar possibilita que os alunos “não apenas desenvolvam suas capacidades de raciocínio, mas também seu entendimento concetual” (Morais et al., 2018, p. 556).

Para que os professores possam trabalhar com os seus alunos de modo a desenvolverem os diferentes processos de raciocínio, não basta saberem identificá-los, é essencial que tenham uma compreensão profunda do significado de cada um, de modo a conseguir estabelecer relações entre eles, alcançando deste modo um nível elevado de conhecimentos (Rodrigues et al., 2021).

O projeto *Reason* surge na continuidade do estudo dos professores e da sua prática letiva que têm sido objeto de estudo em Portugal desde o final do século passado, procurando conhecer o “seu conhecimento profissional, os elementos da prática (p. ex., estrutura da aula, tarefas, recursos, avaliação), os processos de tomada de decisão e as ações do professor na sua prática letiva, bem como a natureza, estrutura e conteúdos do seu conhecimento profissional” (Santos, Serrazina, et al., 2022, p. 95-96).

As oficinas de formação

Dados os objetivos do projeto *Reason*, a equipa do projeto concebeu e organizou oficinas de formação. Considerando que as tarefas são determinantes para essa prática, foram amplamente discutidos princípios para a elaboração das tarefas (Equipa de Coordenação do Projeto *Reason*, 2022) que serviram de base à construção e/ou adaptação das mesmas. O esquema das oficinas de formação bem como as suas diferentes componentes foram objeto de discussão na equipa do projeto, sendo depois concretizadas pelas respetivas subequipas (com professores do 1.º e 2.º ciclos por um lado e com professores do 3.º ciclo e ensino secundário por outro).

Santos, Ponte, et al. (2022) afirmam que tendo em conta as opções desenvolvidas pela equipa do projeto, as oficinas com professores do 3.º ciclo e ensino secundário foram organizadas de forma que no seu final os professores tivessem:

(i) aprofundado o conhecimento matemático e didático relativo ao raciocínio matemático; (ii) desenvolvido a capacidade de selecionar, adaptar e conceber tarefas matemáticas promotoras do desenvolvimento do raciocínio e de planificar a sua realização e discussão em aula; e (iii) desenvolvido a capacidade de explorar em aula tarefas matemáticas promotoras do desenvolvimento do raciocínio em Álgebra e Geometria e de refletir sobre o trabalho realizado (Santos, Ponte, et al., 2022, p. 33).

Para isso foram incluídos na formação os seguintes conteúdos:

Raciocínio matemático e processos de raciocínio; design de tarefas matemáticas promotoras do raciocínio; estratégias e dificuldades dos alunos na resolução de tarefas envolvendo o raciocínio matemático; o ensino exploratório de Matemática como abordagem promotora do raciocínio matemático; e ações do professor potenciadoras do desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos” (Santos, Ponte, et al., 2022, p. 33).

As tarefas de formação, resolvidas pelos professores nas sessões de formação, organizadas em pequenos grupos, foram posteriormente discutidas em grande grupo. Incluíam tarefas promotoras do raciocínio matemático dos alunos, já propostas ou a propor a alunos do 3.º ciclo e ensino secundário, e questões sobre a prática de ensino a partir de episódios de sala de aula ou de produções de alunos.

No sentido de estabelecer uma ligação à prática letiva dos professores, as oficinas de formação previam duas sessões designadas por *Levar à prática I* e *Levar à prática II*. Estas sessões compreendiam a planificação em pequenos grupos por ano de escolaridade, planificação que era iniciada na sessão de formação e prosseguia em trabalho autónomo do grupo. Cada professor individualmente fazia uma intervenção letiva numa das suas turmas e a partir daí organizava uma apresentação a fazer numa sessão de formação ao grande grupo, tendo por base um guião orientador fornecido pelos formadores. A apresentação devia descrever e refletir sobre a experiência letiva realizada.

Santos e Oliveira (2021) referem o destaque dado por alguns professores participantes ao trabalho colaborativo desenvolvido aquando da planificação e reflexão dos momentos de *Levar à prática*, referindo em especial a elaboração de tarefas durante a planificação e a análise das resoluções de alunos após a sua concretização nas aulas.

Os professores e os processos de generalizar e de justificar

Santos, Mata-Pereira, et al. (2022) desenvolveram um estudo a partir de dados recolhidos durante o 1.º ciclo de design da IBD, isto é, tendo por base a primeira oficina de formação para professores do 3.º ciclo do ensino básico e ensino secundário. Este procurou estudar o desenvolvimento da compreensão dos professores dos processos de generalizar e de justificar. Para isso formularam as seguintes questões de investigação: “(i) Como os professores ao longo do curso compreenderam o processo de generalizar, nas suas formas e complexidade? (ii) Como os professores ao longo do curso compreenderam o processo de justificar, nas suas formas e complexidade?” (p. 2).

Da análise realizada pelos autores das diferentes produções dos formandos ao longo da oficina de formação, quer na resolução das tarefas propostas pelos formadores quer na forma como conduziram o *Levar à prática*, realçam que os professores “associaram generalização com a identificação de um padrão ou regularidade” (Santos, Mata-Pereira, et al., 2022, p. 12), afirmando que este resultado está em conformidade com o referido por Stylianides (2008).

Generalização foi também associada pelos professores à propriedade comum a vários objetos. Os autores afirmam ainda que no início da oficina os professores associavam o processo de generalizar à generalização algébrica, mas ao longo do tempo passaram a associá-lo a outras representações. Concluem que os professores parece terem avançado de um uso restrito do generalizar associado à linguagem algébrica para uma ideia mais geral considerando que a generalização pode ser expressa numa variedade de representações.

A partir da análise realizada pelos professores das justificações feitas pelos seus alunos aquando do *Levar à prática*, os investigadores concluem que os professores referiram “diversas formas de justificação como o uso do exemplo genérico, as propriedades dos objetos matemáticos e coerência lógica, incluindo prova por contradição” (p. 12). Afirmam ainda que os professores mais do que dando uma importância particular às representações simbólicas, realçaram a capacidade dos alunos para justificar usando várias representações.

Os autores realçam que os professores distinguiram claramente justificação de generalização, concordando que não é aceitável em matemática justificar através de casos específicos e que esta situação pode ser usada para fazer generalizações.

Também no que se refere a aspetos formais, os autores concluem pela abertura dos professores ao uso da linguagem natural pelos seus alunos, de modo a não perderem o significado da situação, concluindo os professores que a não exigência de uma linguagem formal aos alunos contribuiu para a sua compreensão matemática.

Os autores referem ainda que a forma como no final da oficina os professores falam e reconhecem os processos de generalizar e de justificar parece estar fortemente relacionada com a forma como a oficina foi organizada. O facto de esta ter facultado aos participantes oportunidades para refletirem sobre episódios de sala de aula, analisando-os com o apoio de textos teóricos que foram lidos por eles e discutidos nas sessões, pode ter permitido aos professores atribuir um novo significado e uma atenção mais focada aos processos de raciocínio. Também o facto de terem podido analisar um grande conjunto de produções dos alunos, pode ter contribuído para encontrarem uma maior diversidade de formas e níveis de complexidade dos processos de raciocínio.

Assim, a ligação entre a teoria e a prática em conjugação com o trabalho colaborativo entre professores e formadores, ampla e convictamente defendido por Leonor Santos nas suas publicações e na sua atividade profissional, parece ter sido também aqui uma mais-

valia para a evolução do conhecimento dos professores participantes sobre dois processos de raciocínio fundamentais em matemática: o generalizar e o justificar.

A concluir

A terminar afirmo que a referência aqui feita ao envolvimento de Leonor Santos no projeto *Reason* é necessariamente limitada, uma visão pessoal pautada pelos artigos referidos.

Ao longo do projeto existiram muitos outros campos onde o papel da Leonor foi relevante e que não referi antes. Por exemplo, o seu contributo para a construção do referencial teórico do projeto ou o relativo às tarefas criadas para a formação, desde a definição dos princípios para a sua elaboração até à sua concretização, em especial no que se refere às destinadas ao 3.º ciclo do ensino básico e ao ensino secundário (ver brochuras publicadas pelo projeto em <http://reason.ie.ulisboa.pt/produtos/>). Por último, quero ainda realçar a sua permanente disponibilidade para participar ativamente nas múltiplas “frentes” para que o projeto avançasse e cumprisse os seus objetivos.

Referências

- Araman, E., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2019). Eu perguntei se o cinco não tem metade: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), 466–490. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p466-490>
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Shauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9–13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Cusi, A., & Malara, N. A. (2007). Approaching early algebra: Teachers' educational processes and classroom experiences. *Quadrante*, 16(1), 57–80. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22812>.
- Equipa de Coordenação do Projeto Reason (2022). Princípios para a elaboração de tarefas para promover o raciocínio matemático nos alunos. In J. P. Ponte. (Org.). *Raciocínio matemático e formação de professores* (pp. 99–107) (Ebook). Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Kaput, J. (2000). *Teaching and learning a new Algebra with understanding*. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Lannin, J. K., Elliott, R., & Ellis, A. B. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. NCTM.
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169–186. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, 32(62), 781–801. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a02>
- Morais, C., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2018). Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. *Acta Scientiae*, 20(4), 552–570. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v20iss4id3892>
- NCTM (2009). *Focus in high school mathematics: reasoning and sense making*. NCTM.
- OECD (2018). *PISA 2021 Mathematics Framework (Draft)*. <https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%2021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>

- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2016). Investigação baseada em *design* para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77–98. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22934>
- Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?. *Educação e Matemática*, 156, 7–11.
- Rodrigues, M., Brunheira, L., & Serrazina, L. (2021). A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes. *International Journal of Educational Research*, 107, article 101750. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0883035521000203>
- Santos, L., Mata-Pereira, J., Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2022). Teachers' understanding of generalizing and justifying in a professional development course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(1), em2067. <https://doi.org/10.29333/ejmste/11488>
- Santos, L., & Oliveira, H. (2021). Perceções de professores sobre uma formação visando o raciocínio matemático. In N. Branco, S. Colaço, L. Serrazina, R. Tomás Ferreira, R. Santos, & A. P. Canavarró (Eds.), *Atas do EIEM 2021 Capacidades transversais* (pp. 220–234). SPIEM.
- Santos, L., Ponte, J. P., & Mata-Pereira, J. (2022). Entendimentos de professores do 3.º ciclo e do ensino secundário sobre processos de raciocínio matemático. In J. P. Ponte (Org.), *Raciocínio matemático e formação de professores. Projeto Reason* (pp. 31–50). Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Santos, L., Serrazina, L., & Martinho, M. H. (2022). Estudos sobre o professor que ensina Matemática ao longo de 30 anos na revista *Quadrante*. *Quadrante*, 31(2), 94–121. <https://doi.org/10.48489/quadrante.27813>
- Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16.