

Desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio geométrico no 7.º ano: Resultados de uma experiência de ensino

Development of computational thinking and geometric reasoning in the 7th grade: Results from a teaching experiment

Cristina Ligeiro 

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa e Agrupamento de Escolas de Mualde
Portugal
cl4@edu.ulisboa.pt

Hélia Jacinto 

UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
Portugal
hjacinto@ie.ulisboa.pt

João Piedade 

UIDEF, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
Portugal
jmpiedade@ie.ulisboa.pt

Resumo. O Pensamento Computacional (PC) tem-se afirmado como uma competência essencial nos currículos escolares, em especial de Matemática. Contudo, existe ainda uma compreensão limitada sobre como pode ser desenvolvido de forma integrada com outros conhecimentos matemáticos essenciais. Este estudo investigou a possibilidade de integrar o desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio geométrico no âmbito do subtópico Operações com Figuras, no 7.º ano. Utilizou-se a metodologia de *Design Research*, numa abordagem de Experiência de Ensino guiada por uma conjectura e baseada em tarefas exploratórias para desenvolver o PC e o raciocínio geométrico simultaneamente. Os resultados revelaram que combinar intencionalmente o PC e Geometria permitiu desenvolver e mobilizar conhecimento em ambos os temas de forma integrada, cíclica e iterativa. Porém, os níveis de consecução variaram, observando-se desafios na conexão entre o PC e o raciocínio geométrico, influenciados pela complexidade dos conceitos, pelo nível de familiaridade com as plataformas de programação, e pelos processos de raciocínio geométrico. O estudo conclui que a integração é viável e vantajosa, mas requer abordagens adaptáveis que considerem o desenvolvimento cognitivo dos alunos e incluam uma abordagem exploratória. Recomenda-se o uso inicial de tarefas *unplugged* para facilitar a transição para as ferramentas digitais.

Palavras-chave: tarefas de integração; práticas de pensamento computacional; processos de raciocínio geométrico; trajetória hipotética de aprendizagem.

Abstract. Computational Thinking (CT) has been considered an essential skill in school curricula, especially in Mathematics. However, there is still a limited understanding of how it can be developed in an integrated way with other essential mathematical knowledge. This study investigated the possibility of integrating the development of computational thinking and geometric reasoning within the subtopic of Operations with Figures, in the 7th grade. The Design Research methodology was used, employing a Teaching Experiment approach guided by a conjecture and based on exploratory tasks to develop, simultaneously, CT and geometric reasoning. The results showed that intentionally combining CT and Geometry enables the development and mobilization of knowledge across both domains, in an integrated, cyclical, and iterative way. However, achievement levels varied, with challenges observed in connecting CT and geometric reasoning, influenced by the complexity of concepts, familiarity with programming platforms, and geometric reasoning processes. The study concludes that integration is feasible and beneficial but requires adaptable approaches that consider students' cognitive development and include an inquiry-based approach. It is recommended to initially use unplugged tasks to facilitate the transition to digital tools.

Keywords: integration tasks; computational thinking practices; geometric reasoning processes; hypothetical learning trajectory.

Introdução

Em Portugal, as novas Aprendizagens Essenciais em Matemática para o Ensino Básico (AEMEB), adotadas em 2022/2023, introduzem o pensamento computacional (PC) como uma capacidade matemática, não como uma extensão opcional ao currículo, mas como essencial para a aprendizagem da matemática (Canavarro et al., 2021). Esta exigência reflete uma tendência global da valorização do PC, como salientado no PISA Framework 2021 (Schleicher, 2018) e em documentos da União Europeia, colocando-o a par de competências essenciais como a leitura, a escrita e a aritmética (Wing, 2006).

A inclusão do PC nas AEMEB visa também o desenvolvimento da capacidade de argumentação sustentada em evidências e a utilização de dados reais para obtenção de modelos teóricos, melhorando a compreensão e conexão de conceitos abstratos (Wilkerson & Fenwick, 2017). Como tem ficado patente na literatura, a relação entre o PC e a aprendizagem da matemática é complexa, com conexões evidentes, por exemplo, ao nível da abstração e da resolução de problemas. Alguns investigadores, como Barr e Stephenson (2011), Wilkerson e Fenwick (2017), Benton et al. (2018), Oliva et al. (2024), têm evidenciado a relação estreita entre a capacidade de PC e o raciocínio matemático, sugerindo uma interligação que contribui para a aprendizagem da matemática pelos alunos. Contudo, a relação entre o raciocínio matemático e o PC, e o seu papel na formação que será necessária no futuro, ainda não é clara (Schleicher, 2018). Torna-se, portanto, necessário desenvolver investigação com base em experiências de ensino e aprendizagem que,

intencionalmente, integrem práticas de PC e processos de raciocínio matemático que permitam perceber essa interligação (Nordby et al., 2022; Rodríguez-Martínez et al., 2020).

No contexto Português, é particularmente evidente a falta de estudos sobre o desenvolvimento do PC e a aprendizagem da matemática, com o objetivo de entender a sua relação e influência mútua, particularmente em áreas complexas como no tema da Geometria. Os relatórios do IAVE – Instituto de Avaliação Educativa sobre os resultados das provas de avaliação externa indicam que, no 3.º ciclo do ensino básico, os alunos revelam muitas dificuldades na aprendizagem da geometria, fazendo-se notar sobretudo ao nível do tópico de Operações com Figuras/Semelhanças de Figuras (Instituto de Avaliação Educativa, 2018, 2021), sendo, portanto, fundamental explorarem-se novas metodologias que integrem o PC na aprendizagem deste tópico.

Considerando que a literatura tem mostrado que a interação entre o PC e o raciocínio geométrico pode ser promotora de aprendizagens mais eficazes (Schleicher, 2018; Weintrop et al., 2016), e que a tipologia de tarefas influencia o processo de aprendizagem dos alunos (Ponte, 2005), este estudo teve como finalidade desenvolver uma experiência de ensino baseada em tarefas de aprendizagem sobre o tópico Operações com Figuras do 7.º ano de escolaridade, que fomentassem simultaneamente o desenvolvimento de PC, e perceber como se articulam estas áreas matemáticas.

Definiram-se no quadro deste estudo as seguintes questões de investigação:

1. Como ocorre a integração do pensamento computacional e do raciocínio geométrico no contexto de uma experiência de ensino realizada no subtópico Operações com Figuras com alunos do 7.º ano?
2. Como são mobilizadas as capacidades de pensamento computacional e de raciocínio geométrico por alunos de 7.º ano, no contexto de uma experiência de ensino realizada no subtópico Operações com Figuras?

Assim, no enquadramento teórico que alicerça este estudo, discutimos conceitos fundamentais, nomeadamente, PC e raciocínio geométrico, práticas de PC e processos de raciocínio, tarefas de PC e tarefas matemáticas, e reunimos ainda informação sobre estratégias de ensino e formas de efetuar a integração almejada.

Enquadramento Teórico

Integração do pensamento computacional no ensino da matemática

O PC é uma competência essencial determinante na compreensão da sociedade atual, caracterizada pela abstração e conceptualização (Wing, 2006). À semelhança de outros países, os documentos curriculares portugueses passaram a integrar o pensamento computacional. As AEMEB (Canavarro et al., 2021) consideram o PC como uma capacidade matemática

associada com subtópicos de aprendizagem considerados fundamentais: a abstração, a algoritmia, o reconhecimento de padrões, a decomposição e a depuração. Neste artigo, entendemos que o pensamento computacional diz respeito aos processos de raciocínio usados para definir e estruturar problemas e desafios que envolvem matemática, de modo que as suas soluções possam ser descritas como algoritmos ou passos computáveis, i.e., de tal forma que um computador seja capaz de os executar (Espadeiro, 2022; Grover & Pea, 2013).

A integração do PC nos currículos escolares, em particular no de Matemática, tem sido um assunto de crescente interesse. Kiray (2012) identificou duas abordagens na integração do PC e Matemática: (i) a *Integração em conexão com a matemática e uso intensivo de PC*, se os produtos de PC são os dominantes, e (ii) a *Integração em conexão com o PC e uso intensivo de matemática*, se os conceitos matemáticos são dominantes, numa oscilação entre a total separação disciplinar até à transdisciplinaridade. Por seu lado, Israel e Lash (2019) identificaram três níveis associados à integração: (i) sem integração, (ii) integração parcial, e (iii) integração completa. Estes autores observaram que a integração total entre PC e Matemática é pouco comum e pode implicar o uso de conhecimentos matemáticos mais avançados, influenciando assim a sua aprendizagem. Num estudo realizado na Suécia, Stigberg e Stigberg (2020) verificaram que, apesar dos efeitos positivos evidenciados pela utilização de tarefas de PC e ferramentas computacionais, a integração planeada nem sempre foi concretizada. De um modo geral, vários são os estudos que recomendam que os planos de aula devem ser desenhados com a intencionalidade de desenvolver o PC e a aprendizagem da matemática (Rodríguez-Martínez et al., 2020). Também se sugere a realização de estudos focados nos processos matemáticos envolvidos nas tarefas de integração de PC e aprendizagem da matemática, de modo a entender melhor os seus efeitos (Nordby et al., 2022).

Neste estudo pretendemos explorar o desenvolvimento integrado do raciocínio geométrico e do PC de alunos a partir de uma experiência de ensino com foco no subtópico “Operações com figuras”. Ye et al. (2023) oferecem uma perspetiva sobre como ocorre a aprendizagem da matemática baseada em PC, tendo por base uma revisão sistemática da literatura. Reconhecendo que o raciocínio matemático não só facilita como também emerge do PC, os autores propõem que a integração ocorre numa relação mútua que se manifesta de uma forma cíclica e interativa sempre que os alunos: (i) utilizam a matemática para construir produtos de PC; (ii) utilizam a matemática para antecipar e interpretar os resultados de PC; e (iii) criam conhecimentos matemáticos em simultâneo com o desenvolvimento do PC. Assim, no contexto do nosso estudo, o primeiro pode ocorrer quando os alunos usam o seu conhecimento acerca das propriedades geométricas e do processo de construção das formas e aplicam-no escrevendo relações e estruturas na linguagem dos computadores. No segundo, os alunos atribuem sentido aos resultados através da interpretação dos resultados de PC com base no conhecimento matemático; antecipam os resultados quando usam a matemática para, por exemplo, prever e corrigir

resultados de um programa; usam raciocínio matemático para interpretar ou efetuar depurações através da identificação e correção de erros, e interpretam código (*code modeling* que, segundo Ye et al. (2023), diz respeito ao processo de utilização de conceitos matemáticos para entender código, prever o seu funcionamento, identificar erros e ajustá-lo). No terceiro, os alunos podem desenvolver ideias matemáticas novas ao refletir sobre os produtos de PC através da exploração de ferramentas computacionais para criar modelos, refletir sobre os resultados e fazer generalizações a partir dessas experiências; quando refletem sobre os próprios processos de programação; e através do uso de representações veiculadas pela linguagem inerente aos contextos de PC. Neste estudo, consideramos esta referência para a construção das tarefas e rubricas de análise dados.

Desenvolvimento do raciocínio geométrico

Por raciocínio geométrico é entendido o processo de pensar e raciocinar sobre formas, dimensões, posições e propriedades de figuras no plano e no espaço utilizando princípios da geometria. Esta capacidade envolve a visualização de configurações espaciais e a compreensão das relações entre diferentes elementos geométricos (Chen & Herbst, 2013).

O desenvolvimento do raciocínio geométrico foi explicado por Van Hiele através da progressão em cinco níveis distintos (visualização, análise e descrição, dedução informal, dedução formal e precisão), onde cada um caracteriza formas específicas de pensar e compreender os conceitos geométricos (Vojkuvkova, 2012). A investigação tem mostrado que a progressão entre níveis não ocorre numa sequência rígida como inicialmente proposto por Van Hiele, dependendo de alguns fatores como o tema em estudo ou o facto de os alunos se encontrarem em transição entre níveis (Gutiérrez et al., 1991; Pinto & Rodríguez, 2007). Aos níveis de raciocínio geométrico de Van Hiele, Gutiérrez e Jaime (1998) associaram os processos de raciocínio: *reconhecer figuras e propriedades, definir e usar conceitos, classificar figuras e conceitos e demonstrar e justificar propriedades*. Cada processo é composto por dois ou mais níveis de raciocínio, definidos pela forma como o aluno os utiliza. Os níveis de raciocínio resultam da combinação de processos simples com características comuns. Por exemplo, no nível da *definição*, os alunos reconhecem formas, utilizam e definem conceitos, classificam famílias e provam propriedades matemáticas. No entanto, apesar de basearem estas ações em propriedades matemáticas, os alunos não conseguem ainda estabelecer relações lógicas entre elas (Gutiérrez & Jaime, 1998, p. 45). Mais tarde, Pinto e Rodríguez (2007) e Gualdrón (2014) definiram descritores específicos para o desenvolvimento do raciocínio geométrico com foco na aprendizagem de Semelhança de Figuras. Assim, considerando ainda a existência de um nível de pré-visualização, estes autores definem os seguintes níveis de raciocínio geométrico e correspondentes descritores:

- *Visualização/Reconhecimento* - os alunos reconhecem figuras semelhantes pela aparência e utilizam expressões genéricas, como maior, menor ou ampliado. Começam a perceber características da semelhança, mas de forma isolada.
- *Análise* - os alunos focam-se em aspetos matemáticos específicos das figuras, como comprimentos de segmentos e medidas de ângulos, para deduzir as condições necessárias para a semelhança. Constroem figuras semelhantes baseadas em ângulos e relações entre comprimentos de lados. Conseguem prever se a figura resultante será uma ampliação ou redução da inicial.
- *Dedução informal* - os alunos são capazes de definir e classificar logicamente famílias de figuras, fornecendo argumentos dedutivos informais para as suas conjeturas. Podem determinar e justificar condições suficientes de semelhança de triângulos, distinguindo entre condições necessárias e suficientes.
- *Dedução formal* - os alunos compreendem o papel dos elementos num sistema axiomático e são capazes de realizar demonstrações formais.

Tarefas e estratégias de ensino para a integração do PC em matemática

A seleção e implementação de tarefas adequadas é determinante para uma exploração eficaz do currículo e para a aprendizagem dos alunos. Neste contexto, começámos por analisar a literatura no que concerne às tarefas e metodologias em matemática, seguidas de uma análise sobre as tarefas e metodologias no âmbito do desenvolvimento do PC.

As tarefas matemáticas devem ser desafiantes e estimulantes para motivar e envolver os alunos, e ricas e variadas para promover o pensamento crítico e a conexão entre os conceitos matemáticos (Ponte, 2005; Stein & Smith, 1998; Watson & Ohtani, 2015). Gusmão e Font (2021) apresentaram um método de classificação de tarefas matemáticas assente em três níveis cognitivos: reprodução, conexão e reflexão. As tarefas de reprodução apelam à memorização e aplicação de conceitos, regras e procedimentos. As de conexão promovem a relação entre conceitos em diferentes linguagens matemáticas, bem como o desenvolvimento das capacidades de decisão e argumentação. No nível de reflexão, as tarefas favorecem a compreensão profunda das ideias matemáticas, estimulam o raciocínio complexo e a criatividade, e levam os alunos a formular conjeturas, provas e generalizações. No que concerne à metodologia de ensino, em matemática utilizam-se estratégias diversificadas e complementares, e.g., ensino expositivo, ensino exploratório, ou aprendizagem baseada em projetos, entre outras. Contudo, o ensino exploratório tem sido amplamente recomendado sendo que uma aula que segue esta abordagem é frequentemente organizada em quatro fases: introdução da tarefa, desenvolvimento, discussão e sistematização (Oliveira et al., 2013; Ponte, 2005).

Relativamente a tarefas de PC, têm emergido duas tipologias base na literatura: *unplugged* – sem uso de tecnologia, e *plugged* – com tecnologia. Com base na plataforma de interface utilizada, Ye et al. (2013), dividem as ferramentas para as tarefas *plugged* em duas

tipologias: de programação baseada em ecrã e de programação tangível (*screen-based programming* e *tangible programming*, no original). Na programação baseada em ecrã consideram três subcategorias de linguagens de programação – programação baseada em texto, baseada em blocos, e programação geometrizada (*geometrized programming*, no original), o que corresponde, respetivamente, a linguagens de programação que requerem o uso frequente de um teclado, para adicionar texto de programação complexa com regras sintáticas rigorosas (e.g., Python), a ambientes de programação que usam linguagem simbólica ou por blocos (e.g., Scratch, Pictoblox) e a aplicações sobretudo relacionadas com o ensino de matemática baseado em PC, onde os elementos são objetos geométricos em vez de textos ou blocos (e.g., Geometer's Sketchpad, GeoGebra) (Sinclair & Patterson, 2018). A programação por blocos e a geometrizada são frequentemente utilizadas na faixa etária dos alunos deste estudo. Na programação tangível os alunos utilizam objetos de hardware com interfaces físicas para construir programas (e.g., KIBO Robot, Botley). Contudo, habitualmente considera-se, de modo mais lato, tratar-se da programação requerida para interagir com objetos físicos, como por exemplos robôs ou outros objetos programáveis.

Quanto às metodologias, a literatura aponta que a programação a pares (*pair programming*), em que um dos alunos trabalha no computador e outro revê o código e dá sugestões de melhoria e desenvolvimento, é muito utilizada porque é eficaz para o desenvolvimento do PC e da criatividade (Seo & Kim, 2016). A metodologia PRIMM - acrónimo para as cinco fases sequenciais designadas por *Predict, Run, Investigate, Modify* e *Make*, é uma abordagem estruturada para o ensino de programação, que visa apoiar os alunos no desenvolvimento de capacidades de codificação, compreensão e aplicação de conceitos de computação. Os alunos preveem o comportamento de um programa, executam-no para confirmarem as previsões, verificam o funcionamento, e modificam e criam programas (Sentance et al., 2019).

Relativamente ao tipo de tarefas, alguns autores sugerem que as *unplugged* devem preceder o uso de tarefas *plugged* na medida em que motivam os alunos e, quando comparadas com atividades exclusivamente *plugged*, desenvolvem mais rapidamente as capacidades de PC e tornam mais eficaz a aprendizagem de programação (Bouck & Yadav, 2020; Bell, 2021; del Olmo-Muñoz et al., 2020, e Sung et al., 2017, citados por Ye et al., 2023).

Assim, de um ponto de vista matemático, as tarefas devem ser baseadas em matemática sólida e significativa; apelar à inteligência dos alunos, ser poderosas e desafiantes; desenvolver a compreensão e as capacidades matemáticas dos alunos; estimulá-los a estabelecer conexões internas ou com foco noutras áreas do conhecimento ou na realidade, permitindo que reconheçam a importância da matemática; promover a comunicação matemática; ser de natureza diversa, selecionadas e adaptadas em acordo com os objetivos a atingir; promover o uso de matemática para compreender e modelar situações de diversos contextos e tomar decisões informadas e fundamentadas; podem ser de reprodução,

conexão ou reflexão, fechadas ou abertas; e serem usadas no âmbito de práticas de ensino exploratório (Gusmão & Font, 2021; Oliveira et al., 2013; Ponte, 2005; Stein & Smith, 1998).

Do ponto de vista do desenvolvimento do pensamento computacional, as tarefas *unplugged* são fáceis de usar e implementar ao nível dos materiais, têm explicações simples e desenvolvem-se em torno de um enredo *storytelling*; usam materiais manipuláveis; os alunos interagem e podem validar soluções por tentativa e erro; são partilháveis; têm uma solução bem definida; permitem desenvolver facilmente questões sobre os domínios pretendidos garantindo valor significativo; são exigentes para permitirem criar problemas pedagogicamente valiosos. Já as tarefas *plugged* podem envolver a programação a pares ou grupos (e.g., de quatro elementos); o uso de programação baseada em ecrã – textual, por blocos ou híbrida (blocos, texto e/ou geometrizada); o uso de programação tangível; o uso de folha de cálculo; ou o uso da metodologia PRIMM (Bell & Vahrenhold, 2018; Sentance et al., 2019; Ye et al., 2023).

A análise sumária das evidências provenientes dos vários estudos consultados, e aqui resumidos, permitiram-nos formular a conjectura que guiou a experiência de ensino:

O pensamento computacional e a aprendizagem do subtema Operações com Figuras, no 7.º ano de escolaridade, desenvolvem-se de forma integrada através de uma abordagem exploratória assente em tarefas desafiantes e baseadas em matemática sólida e significativa, que envolvem os alunos em ciclos alternados de PC e raciocínio geométrico, onde as tarefas *unplugged* precedem as *plugged*.

Metodologia

Neste estudo optámos pela abordagem de *Design Research*, adequada para integrar pesquisas teóricas e práticas educacionais (Baumgartner et al., 2003) operacionalizada na forma de Experiência de Ensino, baseada numa conjectura sobre a integração do PC e aprendizagem de Geometria. Um dos investigadores é parte integrante do sistema que ele próprio investiga, porque é simultaneamente o professor, garantindo assim autenticidade ao estudo e a preservação do ambiente natural de sala de aula. Com base num cenário conceptualmente aprofundado, desenhou-se uma trajetória hipotética de aprendizagem, com a intenção de criar oportunidades de integração dos subtópicos em estudo e observar os efeitos gerados (Kelly & Lesh, 2000).

O estudo decorreu numa escola de contexto socioeconómico médio-baixo do centro interior de Portugal, durante 22 aulas de 45 minutos destinadas ao desenvolvimento e aprendizagem do tema “Operações com Figuras”. Envolveu 47 alunos de duas turmas do 7.º ano, com média de idades de 12 anos, em que existiam dois alunos repetentes e quatro alunos com dificuldades acentuadas de aprendizagem. A opção por este grupo de alunos decorreu do facto de um dos investigadores ser simultaneamente professor destas turmas.

Experiência de ensino

Planificação e implementação da experiência de ensino

Foram consideradas, como referência, as tarefas do Banco de Recursos da DGE, da Coletânea de Tarefas do tema Geometria do 7.º ano (Santos et al., 2022), e do “*Classic CS Unplugged*” (CS Unplugged, 2021) disponíveis no portal *Computer Science Unplugged*.

Foram elaboradas nove tarefas, das quais apenas sete foram desenhadas como tarefas *unplugged* ou *plugged* (utilizando as ferramentas Scratch e GeoGebra), com a intencionalidade de integrar o PC e a aprendizagem de Geometria (tarefas 2, 3 e 5 a 9) de modo a abrangerem todas as práticas de PC e permitirem a aprendizagem dos conteúdos geométricos previstos. Foi efetuada a planificação pormenorizada de todas as 22 aulas previstas na calendarização aprovada na escola para o tópico, no ano letivo 2022/2023, e as resoluções das tarefas, a antecipação de dificuldades dos alunos e estratégias para as minimizar. A estruturação da experiência de ensino foi orientada por uma trajetória hipotética de aprendizagem que se encontra descrita no Anexo 1, apresentando-se na Tabela 1 apenas uma breve indicação dos subtópicos de Operações com Figuras, práticas de PC e a integração prevista para cada tarefa.

Tabela 1. Subtópicos de Pensamento Computacional e Operação com Figuras nas AEMEB para o 7.º ano, práticas e PC e integração prevista

Tarefa	Subtópicos - AEMEB	Integração prevista
Tarefa 2: Polígonos semelhantes. Vamos desenhar...	Polígonos semelhantes e razão de semelhança. Abstração; Reconhecimento de padrões; Depuração.	c)
Tarefa 3: Quadrículas de semelhanças e Pensamento Computacional.	Polígonos semelhantes e razão de semelhança; Construção de figuras semelhantes. Abstração; Reconhecimento de padrões; Algoritmia; Depuração.	b) c)
Tarefa 5: Semelhanças e PC com o Scratch.	Polígonos semelhantes e razão de semelhança. Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.	a) b)
Tarefa 6: Bandeira de Portugal e estudar relações entre razões de semelhança. Tutorial (GGB 3D)	Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes. Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.	c)
Tarefa 7: Vamos construir a nossa bandeira.	Polígonos semelhantes e razão de semelhança. Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.	a) b)
Tarefa 8: Critérios de semelhança de triângulos e Pensamento Computacional.	Critérios de semelhança de triângulos. Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.	a) b) c)
Tarefa 9: A semelhança de triângulos e o Scratch.	Critérios de semelhança de triângulos. Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.	a) b)

A integração do desenvolvimento de PC e aprendizagem de Geometria ocorre num processo iterativo e cíclico de PG e PC, sempre que se verificar a: a) utilização da Matemática para construir produtos de PC; b) utilização de conhecimento matemático para antecipar e interpretar resultados de PC; c) aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos em simultâneo com o desenvolvimento do PC.

A trajetória foi cumprida com pequenas adaptações decorrentes da necessidade de facultar mais tempo para a realização de algumas tarefas, devido a uma interrupção não prevista com atividades da escola e à interrupção letiva da Páscoa, o que levou à necessidade de mais quatro aulas. Após a intervenção, procedeu-se a ajustes nas tarefas, fundamentados nas observações diárias e na análise das produções dos alunos.

Classificação dos processos de raciocínio geométrico e práticas de PC

Partindo dos processos matemáticos associados aos níveis de raciocínio geométrico propostos por Gutiérrez e Jaime (1998), que incluem reconhecer figuras e propriedades, definir e usar conceitos, classificar figuras e conceitos e demonstrar e justificar propriedades, adaptámos descritores específicos para a Semelhança de Figuras com base nas propostas de Pinto e Rodríguez (2007), Gualdrón (2014) e Díaz et al. (2016). Esta adaptação é detalhada na Tabela 2, que apresenta a caracterização dos processos matemáticos associados aos níveis de raciocínio geométrico (0, 1 e 2). Esta caracterização foi utilizada para analisar o desenvolvimento do raciocínio geométrico durante a aprendizagem do tópico Operações com Figuras. Efetuámos uma análise detalhada dos processos utilizados pelos alunos nos níveis de raciocínio geométrico, atendendo à transição flexível dos alunos entre níveis, tal como assinalado por Gutiérrez et al. (1991), citados por Pinto e Rodríguez (2007). A descrição detalhada das atividades associadas é apresentada numa rúbrica, tal como consta no Anexo 2.

As práticas de PC consideradas na análise foram as cinco mais referenciadas na literatura (Bocconi et al., 2022; Machuqueiro & Piedade, 2023) e enumeradas nas AEMEB, nomeadamente, abstração, decomposição, algoritmia, reconhecimento de padrões e depuração e otimização (Canavarro et al., 2021).

Considerámos itens com foco em PC aqueles onde os alunos, predominantemente, construíssem e seguissem instruções detalhadas ou criassem ou interpretassem algoritmos para resolver partes específicas de um problema, envolvendo também a capacidade de decompor problemas, organizar o pensamento e a execução sequencial e lógica. O foco foi considerado em raciocínio geométrico, sempre que os itens levassem os alunos à aplicação de conceitos geométricos para resolver problemas específicos, como identificar e manipular formas, entender relações e aplicar definições ou propriedades geométricas.

Tabela 2. Características dos processos matemáticos associados a cada nível de raciocínio geométrico (adaptado de Gutierrez e Jaime (1998); Díaz et al. (2016); Rodríguez (2007) e Gualdrón (2014))

Processos	Visualização (N0)	Análise (N1)	Dedução informal (N2)
Reconhecimento e descrição	Atributos físicos, visualizados, sem informações relevantes, distingue figuras semelhantes de figuras não semelhantes por visualização	Propriedades matemáticas; identifica regularidades relevantes nas figuras semelhantes, mas não as identifica como condições necessárias para a semelhanças de figuras	(adquirido)
Uso de definições		Definições com estrutura simples; utiliza as propriedades e a definição de figuras e polígonos semelhantes, para a construção e análise de figuras e polígonos semelhantes, e relações entre os seus perímetros e áreas	Definições com qualquer estrutura; usa representações geométricas e algébricas para interpretar figuras semelhantes; explica as conjeturas sobre semelhanças, e relações entre razões de semelhanças, perímetros e áreas, usando argumentos abstratos
Formulação de definições	Enumeração de propriedades físicas, identifica que figuras semelhantes têm a mesma forma por observação ou sobreposição de figuras	Enumeração de propriedades matemáticas; estabelece conjeturas e efetua generalizações relativas a triângulos e outros polígonos semelhantes; relaciona relações de semelhança com escalas	Conjunto de propriedades necessárias e suficientes; estabelece conjeturas e efetua generalizações relativas aos critérios de semelhança de triângulos, por associação à semelhança de outros polígonos; estabelece relações entre as razões entre comprimentos e as razões de áreas de figuras semelhantes
Classificação	Exclusivamente baseada em atributos físicos; expressa características e regularidades visuais de figuras semelhantes e não semelhantes por visualização	Inclusiva, se a estrutura lógica é simples. Exclusiva, se a estrutura lógica é complexa; classifica e define e percebe as relações entre polígonos e triângulos semelhantes	Inclusiva e exclusiva de acordo com as definições usadas; resume as relações entre razões de semelhanças, e razões entre perímetro e áreas de polígonos semelhantes e resume os critérios de semelhança de triângulos
Demonstração		Empírica, verificação em exemplos; demonstra de forma empírica a semelhança de polígonos regulares ou não, e demonstra experimentalmente as suas conclusões e resultados	Dedutiva, abstrata informal; estabelecer conjeturas e demonstrar dedutiva e informalmente; estabelece conjeturas para as relações entre razões de semelhança de comprimento e de áreas de figuras semelhantes; e para as propriedades de polígonos semelhantes e os critérios de semelhança de triângulos

Procedimentos de recolha e análise de dados

Para este estudo foram recolhidos os registos de observação, os trabalhos dos alunos e as suas resoluções nos guiões. Foram ainda efetuadas gravações em vídeo e áudio de todas as aulas, que serviram de complemento à análise, esclarecendo situações específicas.

Seguindo uma abordagem qualitativa, efetuou-se a codificação das resoluções dos alunos com recurso a categorias de análise, mediante o seu registo em folhas de cálculo, considerando-se os descritores específicos de subdomínios de análise apresentados nas Tabelas 2 e 3 e os indicadores de análise tal como indicado da Tabela 4.

Tabela 3. Descritores de categorização das respostas dos alunos

Classificação	Descritor
Bom	O aluno compreende as orientações e o que é pedido no item e apresenta respostas/produzidos que refletem adequadamente o que é pedido
Satisfatório	O aluno compreende as orientações e o que é pedido no item e apresenta respostas e/ou produtos que refletem adequadamente sobre o que é pedido, mas com alguns erros
Não satisfatório	O aluno apresenta respostas incompletas/produzidos incompletos ou imperfeitos ou que não refletem adequadamente sobre o que é pedido ou não compreende as orientações sobre o que é pedido no item

Em cada tarefa, cada item foi classificado quanto ao foco principal, PC ou raciocínio geométrico, fazendo-se corresponder as respostas a uma das categorias de análise e comparou-se o efeito da tarefa com a intencionalidade prevista.

Tabela 4. Indicadores de análise

Indicadores	Designação/Descrição	Código
Práticas de PC (de AEMEB)	Abstração	A
	Análise e definição de algoritmos	AI
	Reconhecimento de Padrões	RP
	Decomposição	D
	Depuração e Otimização	DO
Processos de raciocínio geométrico (Gutiérrez et al.)	Reconhecimento e descrição	RD (N0, N1, N2)
	Uso de Definições	UD (N0, N1, N2)
	Formulação de Definições	FD (N0, N1, N2)
	Classificação	C (N0, N1, N2)
	Demonstração	Dem (N0, N1, N2)
Foco	Predomina o uso da lógica, da estruturação de passos para resolver problemas, e a organização, análise e utilização de dados para atingir um objetivo	PC
	Predomina a compreensão e o uso de definições, conceitos (medida, escala, proporção) e o estabelecer de relações, no plano ou no espaço, ou interpretar e representar objetos geométricos.	RG

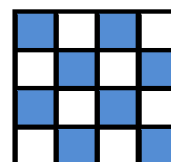
A planificação das aulas incluiu uma resposta esperada para todos os itens de cada tarefa, facilitando a associação de cada item ao seu foco, aos níveis e aos processos de raciocínio geométrico e práticas de PC, o que, em paralelo com a rúbrica (Anexo 2) também permitiu estabelecer o desempenho, em percentagem, em cada domínio e por tarefa.

Os intervalos de grau de aquisição dos níveis de raciocínio geométrico, propostos por Gutiérrez et al. (1991), foram adaptados para intervalos de referência. Foi considerada uma aquisição *nula* se os valores são inferiores a 15%, *baixa* para valores superiores ou iguais ao anterior e inferiores a 40%, aquisição *intermédia* para valores entre 40% e inferiores a 60%, aquisição *alta* para valores superiores ou iguais a 60% e inferiores a 85% e completa para valores iguais ou superiores a 85%.

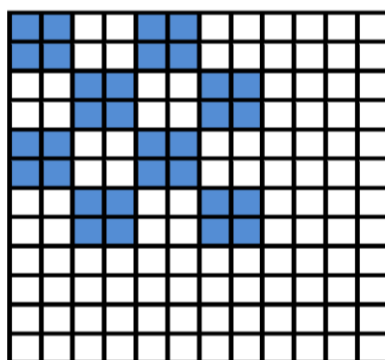
As Figuras 1A e 1B apresentam um excerto da Tarefa 3, para elucidar o procedimento de análise. No item 3.1. pedia-se para colorir uma quadrícula a gosto. Este item tem foco em raciocínio geométrico de nível N0, associado a processos de reconhecimento e descrição.

3. Chegámos à parte mais interessante.

3.1. Comecem por desenhar uma imagem vossa, colorindo a seguinte quadrícula.



3.2. Desenhem uma ampliação da figura anterior (a razão de semelhança deverá ser um número inteiro para simplificar o desenho)



3.3. Escrevam o programa que permite desenhar a imagem ampliada **na folha destacada, em anexo a este guião.**

3.4. Troquem os programas, escritos nas folhas destacadas, com outro grupo e efetuem aqui o desenho da figura (ampliada) dos vossos colegas. Sigam o programa.
Exemplo

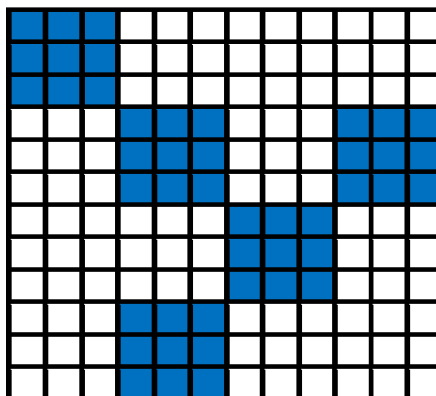
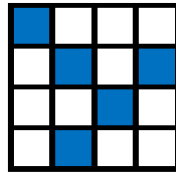


Figura 1A. Excerto da planificação referente à tarefa 3 (a azul apresenta-se a antecipação de respostas dos alunos)

3.5. Desenhem a figura original e identifiquem a razão de semelhança.

A razão de semelhança utilizada foi 3



3.6. Mostrem o desenho aos colegas e confirmem se esta é a figura original que eles desenharam. **Confirmem o valor da razão de semelhança.**

3.7. Se não conseguiram obter a imagem original analisem e discutam com os colegas os possíveis erros e corrijam o processo.

Figura 1B. Continuação do excerto da planificação referente à tarefa 3 (a azul apresenta-se a antecipação de respostas dos alunos)








Resultados

Nesta secção apresentamos inicialmente um resumo dos resultados obtidos em todas as tarefas, proporcionando uma visão geral e abrangente. Segue-se uma análise mais detalhada de itens de três tarefas ilustrativas de diferentes tipologias: uma tarefa *unplugged*, uma que utiliza o Scratch e a metodologia PRIMM, e outra com uso de GeoGebra. Estas análises detalhadas complementam a visão geral, contribuindo conjuntamente para a resposta às questões de investigação propostas neste estudo.


Resultados globais


A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos pelos alunos nas várias tarefas da experiência de ensino, tendo em conta o seu desempenho em termos de práticas de pensamento computacional (PC) e dos processos de raciocínio geométrico (RG) por nível de desenvolvimento, indicando também os resultados globais por nível de raciocínio e consoante o foco da tarefa. Estes resultados decorrem da análise dos guiões de resposta dos alunos e de produtos desenvolvidos em Scratch ou GeoGebra, verificando-se que a generalidade das práticas de pensamento computacional e dos processos de raciocínio geométrico não se desenvolveu de forma gradual ao longo da aplicação das tarefas da experiência de ensino. Contudo, os resultados globais na experiência de ensino são genericamente muito satisfatórios.


Tabela 5. Percentagem das respostas dos alunos que evidenciam as práticas de PC e os processos de raciocínio geométrico (RG), considerados em Bom ou Satisfatório, previstos por tarefa

Tarefas	Práticas de PC					Processos de raciocínio geométrico por Nível												Resultados por níveis RG Global			Resultados por Foco					
	A	AI	RP	D	DO	Reconhecimento e descrição			Uso de Definições			Formulação de Definições			Classificação			Demonstração			N0	N1	N2	RG	PC	
						N0	N1	N2	N0	N1	N2	N0	N1	N2	N0	N1	N2	N0	N1	N2						
2  c)	83%	64%	74%		76%	98%	93%		95%	63%		85%			100%	85%	63%		75%			100%	85%	52%	86%	67%
3  b) c)	75%	88%	88%		21%	100%		24%	83%	16%							24%					100%	83%	16%	43%	89%
5  a) b)	71%	71%	71%	18%	100%				86%	18%			65%		96%	65%						88%	26%	52%	89%	
6  c)	71%	15%	17%				99%		83%	2%			22%					41%				83%	18%	93%	38%	
7  3D a) b)	44%	44%	39%	62%	39%				62%	17%			17%									62%	17%	62%	32%	
8  a) b) c)	71%	71%			71%				72%	57%		72%	70%					72%	70%			72%	70%	70%	72%	
9  a) b)	51%	51%	51%	27%	41%				80%	27%												80%	27%		51%	

 Tarefa unplugged

 Tarefa realizada em Scratch

 Tarefa realizada no GeoGebra 2D

 Tarefa realizada no GeoGebra 3D

Grau de aquisição: **Nulo** | **Baixo** | **Médio** | **Alto** | **Completo**

A integração do desenvolvimento de PC e aprendizagem de Geometria ocorre num processo iterativo e cíclico de raciocínio geométrico e PC, sempre que se verificar a:

- utilização da Matemática para construir produtos de PC (o que se interpretou por produtos computáveis);
- utilização de conhecimento matemático para antecipar e interpretar resultados de PC;
- aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos em simultâneo com o desenvolvimento do PC.

Análise detalhada de uma seleção de tarefas

Para ilustrar a obtenção dos resultados para cada tarefa e item, e face à limitação de espaço, optámos por apresentar o registo associado a três tarefas específicas, embora os procedimentos de análise e registo tenham sido consistentes em todas as tarefas.

A Tarefa 3 (Anexo 3), *unplugged*, pretendia a exploração de polígonos semelhantes e razões de semelhança pelo método de quadrículas. Os alunos começaram por decifrar e executar instruções codificadas para desenhar figuras, desenvolvendo um programa pictórico que depois foi usado pelos colegas para reproduzir as figuras correspondentes. Realizaram também o desenho de uma figura, que ampliaram e traduziram por meio de programas pictóricos que permitiram que os colegas desenhassem as figuras correspondentes e obtivessem a figura original. A tarefa culminou com a confrontação entre as figuras iniciais e as obtidas pela interpretação do código e a análise crítica dessas figuras, para os alunos identificarem as razões de semelhança e corrigirem eventuais erros nas ampliações ou nos programas. A Tabela 6 apresenta a síntese dos resultados na Tarefa 3.

Tabela 6. Resultados da análise das resoluções dos alunos na Tarefa 3

Item:	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	Global Foco		Global Nível de RG		
Foco:	PC	PC	PC	PC	PC	RG	RG	PC	PC	RG	RG	RG	PC	RG	N0	N1	N2
	A	A	A	A	DO	RD	UD	A	A	RD	A	DO					
	AI	AI	AI	AI		N0	N1	AI	AI	UD	DO	UD					
	RP	RP	RP	RP				RP	RP	C	RD	C	PC	RG			
										N2	UD	N2					
										N2							
NS	3	4	2	8	0	0	8	2	8	24	0	0	27	32	0	8	24
S	10	2	7	1	4	0	8	25	13	16	0	0	62	24	0	8	16
B	33	40	37	37	25	47	31	20	23	7	0	0	215	85	47	31	7
NR	1	1	1	1	18	0	0	0	3	0	47	47	7	112	0	0	94
	Total respostas												304	141	47	47	47
	Total												311	253	47	47	141
	Percentagem (S+B)												89	43	100	83	16

Nota: A vermelho indicam-se os códigos dos indicadores relativos aos processos de raciocínio geométrico, a azul os níveis de raciocínio geométrico, e a verde as práticas de pensamento computacional (Tabela 4)

Apesar de um desempenho global positivo nas práticas de PC (89% de respostas satisfatórias ou boas), a atenção dos alunos à depuração e otimização mostrou-se limitada (itens 2.3, 3.6 e 3.7) sugerindo que os alunos compreenderam o código de forma prática, mas tiveram dificuldades na depuração e em processos de RG mais exigentes, onde apenas 16% alcançaram o nível mais elevado (N2). Os itens 3.6 e 3.7 não foram respondidos por falta de tempo. A tarefa promoveu o desenvolvimento do PC, com foco na abstração, algoritmia, reconhecimento de padrões e depuração, permitindo aos alunos antecipar e interpretar resultados enquanto adquiriram novos conhecimentos matemáticos.

Na Tarefa 5, com metodologia PRIMM, os alunos mobilizaram RG para adaptar programas desenvolvidos em Scratch, evidenciando-se também a interdependência entre os dois domínios, nomeadamente, entre a algoritmia e as definições geométricas. Esta tarefa teve como foco a exploração de polígonos semelhantes e razões de semelhança, integrando

o PC com a utilização de Scratch. Seguindo a metodologia PRIMM, os alunos analisaram o programa em Scratch, descreveram as partes do programa e anteciparam os resultados. Executaram o programa, para confirmar previsões, e interpretaram o código para justificar a semelhança dos polígonos desenhados. Em seguida alteraram o programa para desenhar triângulos equiláteros e pentágonos regulares e constataram que são sempre semelhantes. Por fim, criaram um programa para desenhar três polígonos regulares e outro para obter três polígonos não semelhantes, permitindo a escolha inicial do número de lados. A Tabela 7 apresenta uma síntese da análise das respostas dos alunos a esta tarefa.

Tabela 7. Análise das resoluções dos alunos na Tarefa 5

Item:	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3	4	5	6	7	Global Foco		Global Nível de RG		
Foco:	PC	PC	PC	PC	RG	PC	RG	RG	RG	PC	RG	RG	PC	RG	N1	N2	
	A	DO	A	A	A	A	A	FD	UD	A	A	A					
	AL		AI	AI	AI	AI	AI	C	N1	AI	AI	AI					
	RP		RP	RP	RP	RP	RP	N2		RP	RP	RP	PC	RG	N1	N2	
			UD	UD	UD	UD	UD			D	D	D					
			N1	C	N1	C	N1			UD	UD	UD					
				N1		N1				N2	N2	N2					
NS	0	0	0	0	0	0	0	9	0	2	0	0	2	9	0	9	
S	31	0	31	4	28	0	19	24	1	2	2	0	68	74	83	26	
B	15	46	15	40	15	44	25	6	20	17	4	0	177	70	159	10	
NR	0	0	0	2	3	2	2	7	25	25	40	46	29	123	34	93	
													Total respostas	247	153	242	45
													Total	276	276	276	138
													Percentagem (S+B)	88,8	52,2	87,7	26,1

Nota: A vermelho indicam-se os códigos dos indicadores relativos aos processos de raciocínio geométrico, a azul os níveis de raciocínio geométrico, e a verde as práticas de pensamento computacional (Tabela 4)

A tarefa favoreceu significativamente o desenvolvimento do PC (88,8% de respostas satisfatórias ou boas) e o RG ao nível da análise (N1, com 87,7%). As dificuldades no RG no nível de dedução informal (N2), coincidiram com desempenhos mais baixos no PC, particularmente onde apenas 26,1% das respostas foram consideradas corretas e associadas a itens onde o uso de definições geométricas mais complexa era exigido aos alunos. Os resultados mostram que os alunos, ao longo da atividade, utilizaram a matemática de forma cíclica e contínua tanto para construir produtos de PC como para antecipar e interpretar os seus resultados.

Na Tarefa 8, com recurso ao GeoGebra, os alunos exploraram os critérios de Semelhança de Triângulos e desenvolveram PC, com base numa proposta da Coletânea de Tarefas de Geometria das Aprendizagens Essenciais (Santos et al., 2022). Os alunos construíram pares de triângulos usando o GeoGebra, atendendo às condições facultadas e ao conhecimento prévio sobre semelhança de polígonos, para depois conjeturar sobre a existência de semelhança entre esses triângulos. Seguidamente realizaram outras construções para suportar conjeturas e definir os critérios de semelhança de triângulos: o critério ângulo-

ângulo (AA), o critério lado-ângulo-lado (LAL) e o critério lado-lado-lado (LLL). A análise das respostas dos alunos a esta tarefa é resumida na Tabela 8.

Tabela 8. Análise das resoluções dos alunos na Tarefa 8

Item:	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2	3.3	3.4	Global Foco		Global Nível de RG	
Foco:	PC	PC	RG	PC	PC	PC	RG	PC	PC	PC	RG	PC	RG	N1	N2
	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A				
	AI	AI	AI	AI	AI	AI	AI	AI	AI	AI	AL				
	DO	DO	DO	DO	DO	DO	DO	DO	DO	DO	DO				
	UD	UD	FD	UD	UD	UD	FD	UD	UD	UD	UD	PC	RG	N1	N2
	FD	FD	Dem	FD	FD	FD	Dem	FD	FD	FD	FD				
	Dem	Dem	N2	Dem	Dem	Dem	N2	Dem	Dem	Dem	Dem				
	N1	N1		N1	N1	N1		N1	N1	N1	N2				
NS	13	5	0	1	11	3	14	0	8	1	1	42	15	42	15
S	10	15	26	17	14	25	20	15	16	15	16	127	62	127	62
B	21	13	16	23	18	13	9	23	16	15	11	142	36	142	36
NR	3	14	5	6	4	6	4	9	7	16	19	65	28	65	28
												Total respostas		311	113
												Total		376	141
												Percentagem (S+B)		71,5	69,5
														71,5	69,5

Nota: A vermelho indicam-se os códigos dos indicadores relativos aos processos de raciocínio geométrico, a azul os níveis de raciocínio geométrico, e a verde as práticas de pensamento computacional (Tabela 4)

Os resultados mostram que os alunos atingiram os objetivos que se relacionam com a utilização da matemática para construir produtos de PC e para antecipar e interpretar resultados, utilizando práticas como abstração e depuração. No entanto, a aprendizagem de novos conhecimentos matemáticos durante o desenvolvimento do PC revelou-se mais desafiante para a maioria. A dificuldade na utilização do critério de semelhança ângulo-ângulo e de todas as potencialidades do GeoGebra limitou os resultados nos itens 2.4 e 3.4., associados à definição dos outros critérios de semelhança de triângulos.

Integração de pensamento computacional e raciocínio geométrico

A combinação das informações contidas nas tabelas de resultados de cada tarefa e as restantes fontes de dados, conjugadas com os resultados globais apresentados na Tabela 5, fundamenta a análise da integração de PC e RG. É possível observar que, nas Tarefas 6 e 7 os resultados com foco em PC foram baixos, enquanto as outras cinco apresentaram níveis de aquisição médio a completo. Existem apenas seis resultados com foco em RG, pois numa das tarefas todos os itens foram considerados com foco em PC. Destes seis, os alunos atingiram um nível de aquisição mediano em dois, noutros dois alcançaram o nível alto e em dois o nível completo. No conjunto das tarefas, dos 13 resultados por foco, somente dois foram baixos, nas Tarefas 6 e 7, e estavam associados ao PC.

Nas tarefas 2, 3, 6, 7 e 8 os processos de RG e as práticas de PC aparecem distribuídos de forma muito equilibrada entre os itens, enquanto o que sobressai na tarefa 9 são as práticas de PC. Contudo, as práticas de abstração e algoritmia emergiram em todas as tarefas, enquanto o reconhecimento de padrões e a depuração surgiram em seis tarefas, sendo que

a decomposição esteve presente na resolução de três tarefas. O mesmo ocorreu com todos os processos de RG ao longo das tarefas, apesar de a Tarefa 9 só requerer o uso de definições.

Os resultados por foco parecem estar relacionados com a presença de certas práticas de PC ou de determinados processos de RG nos itens, particularmente evidente nas tarefas 3, 6, 7 e 9. Por exemplo, a análise da Tarefa 3 (Tabela 6) permite constatar que o nível de RG de dedução informal se situa nos 16%, que o resultado por foco em RG é inferior ao do foco em PC, situando-se nos 43%. Como os resultados de N0 e N1 foram elevados, os resultados dos três itens classificados como N2 foram os que influenciaram o resultado mais baixo com foco em RG, não se repercutindo o foco em PC. A criação e análise de imagens em malhas quadriculadas e os códigos pictóricos envolveram as práticas de abstração e o reconhecimento de padrões em associação com o uso de definições geométricas e a classificação, em interdependência, como se pode observar nas Figuras 2 e 3.

A Figura 2 apresenta parte da resolução do aluno A da questão 3.1. na 2.ª parte da Tarefa 3, com uma figura inicial imaginada por ele e a sua ampliação (incorreta). No seguimento da tarefa, o aluno B identificou que o colega efetuou erradamente a ampliação, usando raciocínio geométrico e PC (Figura 3), porque para obter a figura ampliada (errada) do seu colega teve de interpretar o código que ele lhe facultou, numa folha destacada do guião, e pintar as quadrículas que deram origem à figura ampliada.

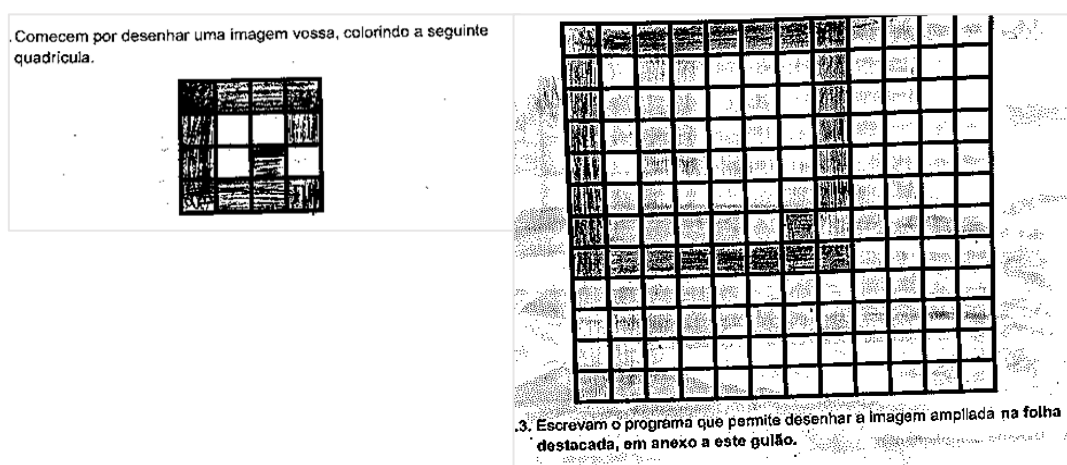


Figura 2. Excerto da resolução do aluno A da questão 3.1 na 2.ª parte da tarefa 3

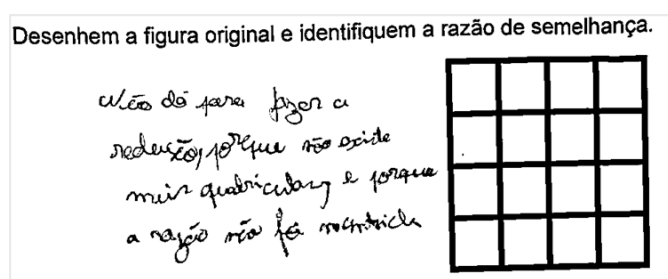


Figura 3. Excerto da resolução do aluno B, que analisa a produção do aluno A

1) Escrevam o programa:

Passo 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Figura 4. Programa que o aluno B interpretou

A resposta do aluno B permite perceber que conseguiu ler corretamente o programa (Figura 4), interpretou o algoritmo mobilizando abstração uma vez que interpretou que o código estaria em acordo com o que o seu colega pretendia, mas que não correspondia à correta ampliação da figura inicial. Reconheceu que a figura geométrica ampliada obtida não poderia estar correta, identificando que não tinha sido mantido o fator de ampliação, fazendo bom uso de definições. Neste exemplo, e em toda a tarefa, os alunos leram códigos novos e codificaram ou desenharam figuras utilizando e desenvolvendo as práticas de PC, antecipando os resultados das figuras finais e originais e, simultaneamente, mobilizaram RG para aprender a criar figuras semelhantes pelo método de quadrícula. Observou-se que os alunos exploraram a matemática para construir e compreender produtos computacionais, usaram o RG para antecipar e interpretar resultados e desenvolveram novos conhecimentos matemáticos em paralelo com o PC.

Também na maioria dos itens da Tarefa 5 estiveram presentes todas as práticas de PC e o uso de definições associadas ao RG (Tabela 7). Contudo, nos itens 2.3, 2.5, 3, 4, 6 e 7, o foco principal relacionou-se com conceitos geométricos, pois os alunos tiveram de adaptar um programa inicial usando as definições e propriedades associadas à construção de novos polígonos, semelhantes ou não. Os restantes itens foram enquadrados em PC. No item 1.1 os alunos tiveram de analisar o programa e identificar as diferentes partes, o que foi conseguido pela maioria, embora não tivessem sido cuidadosos na escrita. Quando os alunos copiaram e executaram o programa, não tiveram dificuldades na interpretação e depuração, verificando-se que existiu uma leitura clara do algoritmo, reconhecimento de padrões e, simultaneamente, uso de definições geométricas, revelando raciocínio geométrico. A Figura 5 ilustra a resolução do aluno Y no item 2., onde determinou as razões 0,7 e

0,5, que correspondem a relações entre figuras distintas, e apresentou justificações para as semelhanças dos triângulos.

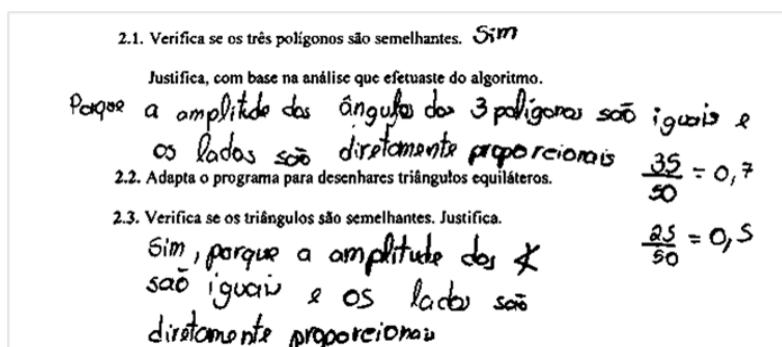


Figura 5. Excerto da resolução do aluno Y nos itens 2. da Tarefa 5

A tarefa permitiu que os alunos utilizassem matemática para construir produtos de PC, uma vez que para adaptarem o programa inicial tiveram de perceber as relações entre figuras semelhantes e usar as suas propriedades. Também usaram conhecimento matemático para antecipar e interpretar resultados de PC, uma vez que estas relações e propriedades foram conjugadas com as práticas de PC, nomeadamente na identificação de padrões e análise dos desenhos devolvidos pelos programas construídos. Isto ocorreu de forma cíclica e constante ao longo de toda a atividade.

A Tarefa 8 permitiu que os alunos utilizassem matemática para construir produtos de PC, pelo que a maioria efetuou corretamente todas as construções; utilizassem conhecimento matemático para antecipar e interpretar resultados de PC, pois a generalidade dos alunos utilizou a abstração e depuração nas construções geométricas, fazendo uso do RG; e aprendessem novos conhecimentos matemáticos em simultâneo com o desenvolvimento do PC, dado que através da análise das diversas construções geométricas no GeoGebra os alunos concluíram sobre os critérios de semelhança de triângulos. Os resultados globais apresentados na Tabela 5 confirmam isso mesmo pois, à exceção do nível 2 no uso de definições (com 57%), todos os outros evidenciaram um grau alto de aquisição.

Este padrão verificou-se em todas as tarefas, sugerindo que a integração de PC e RG ocorreu de forma eficaz em ciclos alternados, contribuindo para o seu desenvolvimento recorrente. Os resultados apresentados na Tabela 5, em conjunto com a análise das produções dos alunos nas várias tarefas, como exemplificado na secção anterior, confirmam que o RG e o PC ocorrem em ciclos alternados em cada tarefa à semelhança do proposto por Ye et al. (2023), mas também em cada item.

Mobilização das capacidades de pensamento computacional e raciocínio geométrico

Ainda a partir da Tabela 5 é possível constatar que, quanto ao RG, os alunos registaram resultados mais baixos ao nível de dedução informal (N2). Com efeito, apenas duas tarefas

revelarem que os alunos enfrentaram poucas dificuldades a este nível, nomeadamente a Tarefa 2, com 52% de sucesso, e a Tarefa 8, com 70%. No que diz respeito aos níveis de visualização e análise (N0 e N1), observa-se que os resultados globais demonstram graus de aquisição altos ou completos.

Os resultados também indicam que o desenvolvimento das práticas de PC varia conforme a natureza da tarefa. Por exemplo, a Tarefa 7, que é a única de natureza aberta, revela os resultados mais baixos nestas práticas. Por outro lado, os itens onde o RG é ancorado na visualização e na análise mostram-se muito eficazes, com resultados comparativamente positivos tanto em PC como em RG, refletindo o foco específico em cada item. Esta tendência é também observada nos itens com desempenho mais fraco ao nível da dedução informal, conforme ilustrado.

Na Tarefa 3 (Tabela 6) verifica-se que, nos processos de reconhecimento e descrição ao nível da visualização, os alunos alcançam 100%, enquanto no uso de definições ao nível de análise os resultados são de 83%. Contudo, o valor de apenas 16% foi observado no nível da dedução informal, não em itens focados em PC, mas sim nos itens centrados em RG (itens 3.5 a 3.7), onde os resultados foram baixos. Nestes itens, os alunos também apresentaram dificuldades na depuração o que influenciou esses resultados na tarefa, situados nos 21% (Tabela 5). A discrepância entre os valores de 83% em questões de RG ao nível da análise e apenas 16,3% ao nível da dedução informal sugere que os alunos estão numa fase de transição entre níveis de raciocínio. Isto resulta em desempenhos inferiores em itens que exigem raciocínio de nível 2, independentemente do foco específico de cada item.

Na Tarefa 5, em que os itens 3., 4. e 5. são interdependentes, os alunos reconheceram as características de polígonos regulares; recordaram que a amplitude de um ângulo externo num polígono regular de n lados é dado por $360/n$, e que esse ângulo é suplementar do ângulo interno; e adaptaram um programa para desenhar polígonos semelhantes, sendo o número de lados facultado pelo utilizador. O item 4, de raciocínio geométrico com uso de definições de nível 1, foi respondido por 21 alunos (Tabela 7) enquanto a adaptação do programa no item 5 – de maior abstração, foco em PC, e de nível 2 de RG – teve apenas 19 respostas corretas. Estes resultados sugerem, novamente, que os alunos estão em transição entre níveis apresentando desempenhos inferiores em questões de nível 2 tanto em itens com foco em PC como em RG. No geral, os resultados foram inferiores quando os alunos usaram definições ao nível da dedução informal e a decomposição, possivelmente influenciados pelo facto de muitos alunos não concluírem a tarefa por falta de tempo ou por não estarem familiarizados com a sintaxe programática, porque ainda só tinham trabalhado uma vez com o Scratch durante o ano.

Os resultados da Tarefa 7, de natureza aberta e com o uso do GeoGebra 3D, envolvendo a formulação e aplicação de definições ao nível de deduções informais, também revelam desempenhos baixos em PC e RG. Estes resultados são bastante inferiores nos itens com

foco em PC, simultaneamente associados ao nível de dedução informal no RG. Isto é observado na Tabela 5, onde os resultados globais indicam apenas 17% de sucesso em RG de dedução informal (N2) e 32% nos itens com foco em PC.

Na Tarefa 8 observam-se resultados elevados e bem equilibrados em todas as categorias, exceto no uso de definições ao nível da dedução informal onde se registou um grau de aquisição médio de 57% (Tabela 8). Estes resultados revelam que os alunos conseguiram executar com relativa facilidade os protocolos solicitados para a construção de triângulos, aplicando as definições de semelhança e das práticas de algoritmia e abstração, incluindo a depuração inerente às próprias construções geométricas. Porém, em alguns itens, os alunos foram pouco claros ao fundamentar as suas generalizações. Nota-se que itens com valores altos de RG correspondem também a itens com elevados resultados, tanto nos que têm foco em PC como em RG. Não obstante, nos últimos itens em que se exigia a generalização dos critérios de semelhança, particularmente nos itens 2.4 e 3.4 que dependiam do primeiro critério (AA) definido anteriormente (no item 1.3), os alunos apresentaram resultados ligeiramente inferiores com 18 e 20 respostas erradas ou não respondidas, respetivamente.

As dificuldades encontradas por alguns alunos nesta tarefa relacionaram-se sobretudo com a realização das construções e a apresentação das informações necessárias para fundamentar generalizações. Não interpretaram convenientemente esses dados, sobretudo pela dificuldade no uso de definições ao nível da dedução informal. Outros não utilizaram todas as potencialidades do GeoGebra, como exemplifica o excerto da Figura 6 onde se observa que os alunos tentaram usar as propriedades da semelhança para verificar se os triângulos eram semelhantes, mas não obtiveram todas as dimensões necessárias para verificar se as medidas dos lados correspondentes eram diretamente proporcionais.

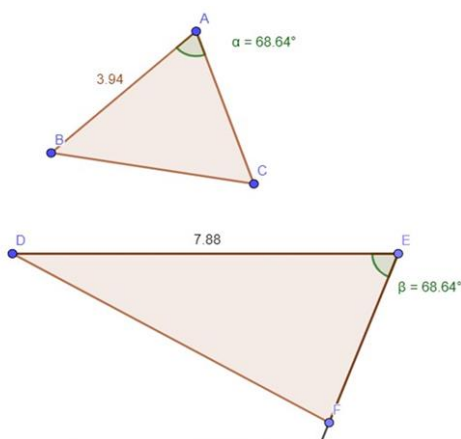


Figura 6. Excerto da resolução do aluno Z no item 2. da Tarefa 8

As dificuldades ao nível da depuração, da algoritmia e do reconhecimento de padrões mais complexos, verificadas ao longo das tarefas, ocorreram em simultâneo com as lacunas ao nível da dedução informal no raciocínio geométrico, pois alguns erros consistiram na

ampliação incorreta de figuras e na construção de algoritmos ineficientes, associados com a compreensão limitada das relações geométricas subjacentes.

Conclusão

Este estudo teve como propósito desenvolver uma experiência de ensino centrada em tarefas de aprendizagem sobre o tópico Operações com Figuras do 7.º ano de escolaridade, explorando como ocorre a integração e a mobilização do pensamento computacional e do raciocínio geométrico neste contexto. Os níveis de desempenho dos alunos nas tarefas revelaram uma grande diversidade na capacidade de integrar o pensamento computacional e o raciocínio geométrico, o que sugere que esta integração é complexa e influenciada por múltiplos fatores. Contudo, os resultados foram, de um modo geral, muito satisfatórios.

Relativamente à primeira questão de investigação, sobre como ocorre a integração do PC e do raciocínio geométrico, o estudo indica que a utilização de tarefas que envolvem os alunos em ciclos iterativos de pensamento computacional e raciocínio geométrico favorece essa integração. Durante o trabalho com as tarefas, o PC auxiliou na resolução de problemas geométricos, e os conceitos geométricos permitiram que os alunos antecipassem e melhorassem os produtos de PC, ou que ambos ocorressem em simultâneo. De facto, os alunos utilizaram conhecimentos geométricos para desenvolver produtos computáveis, traduzindo conceitos matemáticos para a linguagem de programação. Usaram também esse conhecimento geométrico para interpretar os resultados de programas; aplicaram raciocínio geométrico para antecipar os resultados dos produtos computáveis; e corrigiram e adaptaram programas assegurando a correção de um ponto de vista geométrico. Também criaram produtos computáveis, *unplugged* ou *plugged*, enquanto aprendiam geometria e refletiram sobre os produtos de PC e os padrões de programação para generalizar, conjecturar e efetuar demonstrações de conceitos geométricos, o que está em acordo com Rodriguez-Martínez et al. (2020) e Ye et al. (2023).

Quanto à segunda questão de investigação, acerca da mobilização das capacidades de pensamento computacional e de raciocínio geométrico por alunos de 7.º ano, observamos que os itens com resultados elevados coincidem com altos desempenhos em PC e RG. Itens que envolvem dedução informal geralmente apresentam resultados mais baixos, ocorrendo tanto em itens com foco em RG ou em PC. Isto sugere que uma conexão entre os processos de reconhecimento e descrição, uso de definições, formulação de definições e classificação, ao nível da visualização e análise, e as práticas de PC (e.g., abstração, reconhecimento de padrões e depuração) podem catalisar a compreensão geométrica inicial. Contudo, à medida que o nível de raciocínio evolui para a dedução informal, os desafios aumentam, destacando-se a importância de uma compreensão mais profunda dos conceitos geométricos para ser possível mobilizar eficazmente o pensamento computacional. Assim, o emprego consistente de definições ao nível da dedução informal parece ser determinante para a realização das

tarefas que visavam o desenvolvimento integrado do PC e a aprendizagem no tópico Operações com Figuras. É ainda relevante destacar que as dificuldades na resolução de tarefas *plugged*, que resultam sobretudo do desconhecimento das ferramentas de programação e das suas sintaxes específicas, podem afetar a aquisição de conhecimentos matemáticos enquanto se desenvolve o pensamento computacional.

A integração almejada mostra-se exequível e vantajosa ao longo do processo de aprendizagem, permitindo que o professor explore novas abordagens pedagógicas (Ng & Cui, 2021), como ilustra a experiência de ensino aqui reportada. Todavia, uma integração completa do pensamento computacional e raciocínio matemático pode requer muitas vezes níveis de raciocínio e conhecimentos mais avançados (Israel & Lash, 2019; Nordby et al., 2022; Ye et al., 2023). Os resultados deste estudo sugerem que, se os conceitos e as propriedades exigirem um nível de raciocínio geométrico superior, e o aluno ainda não tenha alcançado esse nível de desenvolvimento, a integração do pensamento computacional e do raciocínio geométrico pode ser dificultada, ou seja, o aluno pode ter dificuldades em aprender matemática e desenvolver o pensamento computacional em simultâneo. Assim, ao desenhar as tarefas, será importante ajustar a complexidade dos itens para que ofereçam um desafio matemático moderado (Carreira et al., 2016).

Com este estudo, observou-se que a implementação de tarefas que envolvem PC é compatível com o ensino exploratório em matemática, permitindo que os alunos superem desafios de PC e explorem ativamente conhecimentos matemáticos, em particular do subtema “Operações com figuras”. A decisão de iniciar a experiência de ensino com duas tarefas *unplugged*, prosseguindo posteriormente com tarefas *plugged*, revelou-se adequada tendo em conta que gerou resultados positivos, conforme sugerido nos estudos realizados por del Olmo-Muñoz et al. (2023), Bouck e Yadav (2020), e ainda nos de Bell (2021) e Sung et al. (2017), citados por Ye et al. (2023). Este trabalho também contribui para a discussão sobre como integrar o desenvolvimento do pensamento computacional num tema que segue uma abordagem em espiral, questão que tem sido considerada uma lacuna na literatura existente (Israel & Lash, 2019).

Estudos futuros poderiam focar-se no aprofundamento da compreensão da relação entre os níveis e processos de raciocínio geométrico e o desenvolvimento do pensamento computacional, noutros níveis de escolaridade; explorar a influência da fluência tecno-matemática (Jacinto, 2017) na resolução de tarefas que envolvem pensamento computacional e raciocínio geométrico; ou analisar a utilização de dois tipos de ferramentas de pensamento computacional num curto espaço de tempo: a programação por blocos, como o Scratch, e o uso de ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra.

Em síntese, este trabalho valida a conjectura inicial de que o pensamento computacional e a aprendizagem do subtema Operações com Figuras, do 7.º ano, podem ser desenvolvidos de forma integrada através de uma abordagem exploratória assente em tarefas desafiantes

que envolvem os alunos em ciclos alternados de pensamento computacional e raciocínio geométrico, são baseadas em matemática sólida e significativa, onde as tarefas *unplugged* precedem as *plugged*.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente apoiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através do Contrato-Programa de Estímulo ao Emprego Científico (<https://doi.org/10.54499/CEECIND/01584/2017/CP1469/CT0001>) e da UIDEF - Unidade de Investigação e Desenvolvimento em Educação e Formação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, UIDB/04107/2020 (<https://doi.org/10.54499/UIDB/04107/2020>).

Referências

- Barr, V., & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: What is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, 2(1), 48–54. <https://doi.org/10.1145/1929887.1929905>
- Baumgartner, E., Bell, P., Brophy, S., Hoadley, C., Hsi, S., Joseph, D., Orrill, C., Puntambekar, S., Sandoval, W., & Tabak, I. (2003). Design-Based Research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001005>
- Bell, T., & Vahrenhold, J. (2018). CS unplugged—How is it used, and does it work? *Lecture Notes in Computer Science*, 11011 LNCS, 497–521. https://doi.org/10.1007/978-3-319-98355-4_29
- Benton, L., Saunders, P., Kalas, I., Hoyle, C., & Noss, R. (2018). Designing for learning mathematics through programming: A case study of pupils engaging with place value. *International Journal of Child-Computer Interaction*, 16, 68–76. <https://doi.org/10.1016/J.IJCCI.2017.12.004>
- Bocconi, S., Chiocciariello, A., Kampylis, P., Dagienė, V., Wastiau, P., Engelhardt, K., Earp, J., Horvath, M.A., Jasutė, E., Malagoli, C., Masiulionytė-Dagienė, V., & Stupurienė, G. (2022). Reviewing computational thinking in compulsory education. State of play and practices from computing education. In A. Santos, R. Cachia, N. Giannoutsou, & Y. Punie (Eds.), *Publications Office of the European Union. Joint Research Centre*. <https://doi.org/10.2760/126955>
- Bouck, E. C., & Yadav, A. (2020). Providing access and opportunity for computational thinking and computer science to support mathematics for students with disabilities. *Journal of Special Education Technology*, 37(1), 151–160. [http://dx.doi.org/10.30191/ETS.202304_26\(2\).0010](http://dx.doi.org/10.30191/ETS.202304_26(2).0010)
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico*. ME-DGE.
- Carreira, S., Jones, K., Amado, N., Jacinto, H., & Nobre, S. (2016). *Youngsters solving mathematics problems with technology*. [Mathematics Education in the Digital Era]. Springer.
- Chen, C. L., & Herbst, P. (2013). The interplay among gestures, discourse, and diagrams in students' geometrical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 285–307.
- CS Unplugged (n.d.). *Classic Computer Science Unplugged*. Retrieved July 31, 2024, from <https://classic.csunplugged.org/>
- del Olmo-Muñoz, J., Cózar-Gutiérrez, R., & González-Calero, J. A. (2020). Computational thinking through unplugged activities in early years of Primary Education. *Computers & Education*, 150, 103832. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103832>
- Díaz, A., Gutiérrez, Á., & Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. *Enseñanza de Las Ciencias. Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 34(1), 107–128. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1664>
- Espadeiro, R. G. (2022). O Pensamento Computacional no currículo de Matemática. *Educação e Matemática*, 162, 5–10.

- Grover, S., & Pea, R. (2013). Computational thinking in K-12: a review of the state of the field. *Educational Researcher*, 42(1), 38–43. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463051>
- Gualdrón, É. (2014). Descriptores específicos de los niveles de Van Hiele en el aprendizaje de la semejanza de polígonos. *Revista Científica*, 3(20), 26. <https://doi.org/10.14483/23448350.7686>
- Gusmão, T. C. R. S., & Font, V. (2021). Ciclo de estudo e desenho de tarefas. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(3), 666–697. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697>
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the Assessment of the Van Hiele Levels of Reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(1&2), 27–46. Center for Teaching/Learning of Mathematics.
- Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. M. (1991). An Alternative Paradigm to Evaluate the Acquisition of the van Hiele Levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237–251. <https://doi.org/10.2307/749076>
- Instituto de Avaliação Educativa (2018). *Provas de Aferição do Ensino Básico. Relatório Nacional: 2016 e 2017*. IAVE. https://iave.pt/wp-content/uploads/2020/02/METOD_Relatorio_PA_2016-2017_form.pdf
- Instituto de Avaliação Educativa (2021). *Estudo de aferição amostral do Ensino Básico 2021: Volume II – Descrição qualitativa dos desempenhos*. IAVE. https://iave.pt/wp-content/uploads/2022/05/relatorio_estudo_amostral_EB_Vol-II_2021_27maio22.pdf
- Israel, M., & Lash, T. (2019). From classroom lessons to exploratory learning progressions: mathematics + computational thinking. *Interactive Learning Environments* 28(3), 362–382. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1674879>
- Jacinto, H. (2017). *A atividade de resolução de problemas de matemática com tecnologias e a fluência tecno-matemática de jovens do século XXI* [Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa]. Repositório da Universidade de Lisboa, Portugal. <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/29860>
- Kelly, A. E., & Lesh, R. A. (2000). Multitiered Teaching Experiments. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (Issue III, pp. 231–279). Lawrence Erlbaum Associates.
- Kiray, S. A. (2012). A new model for the integration of science and mathematics: The balance model. *Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies*, 4(3), 1181–1196. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED546468.pdf>
- Machucqueiro, F., & Piedade, J. (2023). Exploring the potential of modern board games to support computational thinking. *2023 International Symposium on Computers in Education (SIIE)* (pp. 1–8). <https://doi.org/10.1109/SIIE59826.2023.10423693>
- Ng, O. L., & Cui, Z. (2021). Examining primary students’ mathematical problem-solving in a programming context: Towards computationally enhanced mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 53, 847–860. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01200-7>
- Nordby, S., Bjerke, A., & Mifsud, L. (2022). Computational Thinking in the Primary Mathematics Classroom: A Systematic Review. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 8, 27–49. <https://doi.org/10.1007/s40751-022-00102-5>
- Oliva, T., Jacinto, H., & Oliveira, H. (2024, July 7-14). Developing computational and algebraic thinking in early grades: A systematic literature review. *The 15th International Congress on Mathematical Education* [Conference presentation]. Sydney, Australia.
- Oliveira, H., Menezes, L., & Canavaro, A. P. (2013). Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, 22(2), 29–54. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22895>
- Pinto, É. G., & Rodríguez, Á. G. (2007). Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de van hiele para la semejanza. *Investigación En Educación Matemática XI: Comunicaciones de los grupos de investigación del XI Simposio de la SEIEM*, (pp. 369–380). <https://www.uv.es/angel.gutierrez/textos.html>
- Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.
- Rodríguez-Martínez, J. A., González-Calero, J. A., & Sáez-López, J. M. (2020). Computational thinking and mathematics using Scratch: An experiment with sixth-grade students. *Interactive Learning Environments*, 28(3), 316–327. <https://doi.org/10.1080/10494820.2019.1612448>

- Santos, L., Raposo, S., Cardoso, A., Correia, P., & Espadeiro, R. G. (2022). *Coletânea de tarefas - Tema Geometria (7.º ano de escolaridade)*. DGE. <https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/geometria.pdf>
- Schleicher, A. (2018). *PISA 2021 Mathematics Framework (First Draft)*. OECD. <https://www.okykla2030.lt/wp-content/uploads/2018/12/GB-2018-4-PISA-2021-Mathematics-Framework-First-Draft.pdf>
- Sentance, S., Waite, J., & Kallia, M. (2019). Teaching computer programming with PRIMM: a sociocultural perspective. *Computer Science Education*, 29(3), 136–176. <https://doi.org/10.1080/08993408.2019.1608781>
- Seo, Y. H., & Kim, J. H. (2016). Analyzing the effects of coding education through pair programming for the computational thinking and creativity of elementary school students. *Indian Journal of Science and Technology*, 9(46), 1–5. <https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i46/107837>
- Sinclair, N., & Patterson, M. (2018). The dynamic geometrisation of computer programming. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(1), 54–74. <https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1403541>
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268–275.
- Stigberg, H., & Stigberg, S. (2020). Teaching programming and mathematics in practice: A case study from a Swedish primary school. *Policy Futures in Education*, 18(4), 483–496. <https://doi.org/10.1177/1478210319894785>
- Vojkuvkova, I. (2012). The Van Hiele model of geometric thinking. In J. Šafránková & J. Pavlů (Eds.), *WDS'12 Proceedings of Contributed Papers - Part I* (pp. 72–75). Matfyzpress.
- Watson, A., & Ohtani, M. (Eds.) (2015). *Task design in mathematics education: An ICMI study 22*. Springer.
- Weintrop, D., Beheshti, E., Horn, M., Orton, K., Kemi, J., Trouille, L., & Wilensky, U. (2016). Defining Computational Thinking for mathematics and science classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25, 127–147. <https://doi.org/10.1007/s10956-015-9581-5>
- Wilkerson, M. H. & Fenwick, M. (2017). The practice of using mathematics and computational thinking. In C. V. Schwarz, C. Passmore, & B. J. Reiser (Eds.), *Helping students make sense of the world using next generation science and engineering practices* (pp. 181–204). NSTA Press.
- Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118212>
- Ye, H., Liang, B., Ng, O. L., & Chai, C. S. (2023). Integration of computational thinking in K-12 mathematics education: a systematic review on CT-based mathematics instruction and student learning. *International Journal of STEM Education*, 10(3). <https://doi.org/10.1186/s40594-023-00396-w>

Anexo 1. Trajetória Hipotética de Aprendizagem

Tarefa/Plano de aula	Subtópicos – AEMEB e Descrição	Integração de matemática/PC
Tarefa 1: Recordando Proporcionalidade Direta. Figuras semelhantes. Plano 1	Proporcionalidade direta; Figuras semelhantes.	Integração não objetivada
Tarefa 2: Polígonos semelhantes. Vamos desenhar... Plano 2	Polígonos semelhantes e razão de semelhança; Abstração; Reconhecimento de padrões; Depuração. Os alunos exploraram figuras geométricas de cartolina para intuitivamente entender a proporcionalidade dos lados e igualdade dos ângulos em polígonos semelhantes. Depois, usaram o GeoGebra para aprofundar essa compreensão, observando as condições de semelhança e classificando transformações como ampliações, reduções ou isometrias. Finalmente, escreveram instruções para os colegas desenharem ampliações ou reduções de figuras.	c)
Tarefa 3: Quadrículas de semelhanças e Pensamento Computacional. Plano 3	Polígonos semelhantes e razão de semelhança; Construção de figuras semelhantes pelo método de quadrícula; Abstração; Reconhecimento de padrões; Algoritmia; Depuração. A tarefa envolve o desenho de uma figura a partir de instruções codificadas, a interpretação de um código para "construir um programa" e desenhar uma figura apresentada. Os alunos desenharam uma figura numa malha quadriculada, criaram um programa para desenhar uma figura semelhante à inicial, trocaram os seus programas com colegas e usaram-nos para representar uma figura ampliada, que reduziram posteriormente. Analisaram os resultados, indicaram a razão de semelhança, e discutiram as causas e correções para eventuais erros.	b) c)
Tarefa 4: "Vamos começar", da página 69 do manual do aluno, volume 2. Plano 4	Polígonos semelhantes e razão de semelhança.	Integração não objetivada
Tarefa 5: Semelhanças e Pensamento Computacional com o Scratch. Plano 5	Polígonos semelhantes e razão de semelhança; Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração. A tarefa envolve o uso de Scratch, com recurso à abordagem PRIMM para desenvolver conceitos de programação e geometria. Os alunos analisaram um programa que representa decágonos, prevendo o resultado antes de ser executado para depois confirmarem as previsões. Em seguida, modificaram o programa para gerar triângulos equiláteros e pentágonos regulares. Por fim, o desafio foi criar um programa capaz de desenhar qualquer polígono regular a partir de um número de lados especificado.	a) b)

<p>Tarefa 6: Bandeira de Portugal e estudar relações entre razões de semelhança.</p> <p>Plano 6 Tutorial - GeoGebra 3D</p>	<p>Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes; Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.</p> <p>Esta tarefa envolve o estudo da bandeira portuguesa para tornar a aprendizagem mais contextualizada. Os alunos exploraram as relações entre a razão dos perímetros e das áreas de polígonos semelhantes e a razão de semelhança. Desenharam a bandeira seguindo normas legais. Depois, no GeoGebra, efetuaram uma homotetia variável para calcular rapidamente os perímetros e áreas, comparando-os.</p>	c)
<p>Tarefa 7: Vamos construir a nossa bandeira.</p> <p>Plano 7</p>	<p>Polígonos semelhantes e razão de semelhança; Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.</p> <p>Esta tarefa decorre da anterior. O desafio foi os alunos usarem o GeoGebra 3D para modelar uma bandeira que seria transformada num porta-chaves, impresso em 3D. A tarefa é aberta e exigente, envolve resolver o problema de representar as três cores da bandeira usando uma impressora que imprime uma cor de cada vez e garantir a funcionalidade do porta-chaves. Para se prepararem, na aula anterior, os alunos receberam um tutorial sobre o GeoGebra 3D, que deveriam explorar em casa.</p>	a) b)
<p>Ficha formativa- Operações com figuras.</p> <p>Plano 8</p>	<p>Polígonos Semelhantes; Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes.</p>	b)
<p>Tarefa 8: Critérios de semelhança de triângulos e Pensamento Computacional.</p> <p>Plano 9</p>	<p>Critérios de semelhança de triângulos; Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.</p> <p>Inicialmente, através da tarefa orientada os alunos desenharam pares de triângulos no GeoGebra para descobrirem se eram semelhantes, identificando e justificando o critério ângulo-ângulo (AA) e, depois, partindo deste obtiveram os critérios lado, lado, lado (LLL) e o critério lado, ângulo, lado (LAL).</p>	a) b) c)
<p>Tarefa 9: A semelhança de triângulos e o Scratch.</p> <p>Plano 10</p>	<p>Critérios de semelhança de triângulos; Abstração; Algoritmia; Reconhecimento de padrões; Decomposição; Depuração.</p> <p>Os alunos usaram o seu conhecimento sobre semelhança de triângulos para analisar um programa em Scratch que verificava a semelhança pelo critério LAL. Depois de compreenderem o programa, copiaram-no para confirmar as previsões. Modificaram o programa original para identificar semelhanças usando os restantes critérios, LLL e AA, e criam programas para cada caso.</p>	a) b)
<p>Resolução de problemas com semelhanças e escalas e abordagem STEM.</p>	<p>Reconhecer a semelhança em mapas com diferentes escalas, estabelecendo conexões matemáticas com outras áreas do saber.</p>	Integração não objetivada

 Anexo 2. Rubrica de identificação das atividades associadas a práticas de PC e processos matemáticos do raciocínio geométrico

Abstração	<p>Analisa figuras desenhadas, em papel, no GeoGebra ou no Scratch, ou em materiais manipuláveis, e através da manipulação das mesmas consegue extrair a informação mais relevante sobre as formas (relações entre medidas correspondentes, amplitudes de ângulos) e conjectura e responde sobre a existência de semelhança.</p> <p>Analisa os aspetos a considerar para definir um algoritmo ou programa, para facultar instruções de desenho de figuras geométricas, nomeadamente triângulos, em papel, para a programação em Scratch ou programação geometrizada no GeoGebra.</p> <p>Interpreta os aspetos mais importantes de códigos ou programas (pictóricos, de blocos do Scratch ou geometrizados do GeoGebra) e a sua sequência programática, para identificar, desenhar ou interpretar figuras, triângulos ou outros polígonos, e as suas relações de semelhanças.</p> <p>Analisa os produtos e resultados obtidos para retirar informação essencial;</p> <p>Identifica que tem que desenhar e projetar o porta-chaves da bandeira nacional em 3 peças separadas e que tem que delinear uma forma de as juntar identificando o essencial para a resolução do problema.</p>
Decomposição	<p>Analisa e estrutura um programa reconhecendo que alguns blocos de programação podem ser analisados separadamente, como ocorre em ciclos programáticos de repetição, nomeadamente, no desenho de polígonos regulares; na análise separada de ângulos e medidas de lados correspondentes de polígonos (triângulos), para definir ou analisar semelhanças ou na execução das diferentes componentes e formas de união do porta-chaves com a bandeira nacional.</p>
Algoritmia	<p>Interpreta o significado de razão de semelhança, de razão de perímetros e razão entre áreas e as suas relações.</p> <p>Escreve ou interpreta instruções passo a passo para desenhar ou identificar figuras geométricas, nomeadamente triângulos, e as relações de semelhança ou não semelhança entre elas.</p> <p>Define uma estrutura organizada de pensamento que lhe permite executar a construção do porta-chaves.</p>
Reconhecimento de Padrões	<p>Analisa figuras, em papel, no GeoGebra ou no Scratch ou em materiais manipuláveis e observa regularidades e diferenças nos ângulos ou nas relações entre lados correspondentes.</p> <p>Analisa e interpreta resultados de produtos e tabelas para identificar os requisitos para duas figuras serem semelhantes ou relações entre as razões de semelhança e razões de perímetros ou razões entre áreas.</p> <p>Identifica ou cria uma sequência lógica de ações de código, de natureza diversificada, que lhe permite desenhar ou identificar figuras e as suas relações, transferindo estas regularidades para a resolução de problemas similares.</p> <p>Identifica regularidades para a construção das diferentes peças do porta-chaves, como sejam, colocar faces, aresta ou pontos “transparentes”, “extrair” um retângulo numa das faces do prisma ou outras situações identificadas.</p>
Depuração	<p>Analisa e confirma resultados e produtos ou deteta e corrige erros, relacionando-os com as relações entre figuras semelhantes e com as características de programação ou desenho utilizadas.</p>

	Efetua o reconhecimento básico de figuras geométricas semelhantes pelos atributos físicos, mas não identifica as suas propriedades Identifica e expressa características e regularidades visuais de figuras semelhantes e não semelhantes, mas ainda pode incluir informações irrelevantes.	N0
Reconhecimento e descrição	Identifica regularidades em figuras semelhantes e não semelhantes, mas não as identifica como condições necessárias para semelhança Tem a perceção mental, através de esboços, ou de diferentes programas de triângulos ou outros polígonos semelhantes em diferentes perspetivas, das propriedades das figuras geométricas Reconhece a diferença entre as propriedades de figuras geométricas desenhadas na folha 2D do GeoGebra e a sua transposição para a folha 3D e construção de sólidos geométricos associados	N1
Uso de Definições	Utiliza as propriedades das figuras geométricas semelhantes na construção e análise de triângulos e outros polígonos semelhantes ou não semelhantes; Utiliza as propriedades das figuras geométricas semelhantes para determinar medidas desconhecidas; Desenha ou descreve a construção de polígonos semelhantes, ou não semelhantes, no papel, com o Geogebra ou em Scratch, construídos por homotetia ou através de malha quadriculada; Interpreta a diferença entre as propriedades de figuras geométricas desenhadas na folha 2D do GeoGebra e a sua transposição para a folha 3D e construção de sólidos geométricos associados Analisa triângulos ou outros polígonos em diferentes perspetivas e percebe a relatividade das suas dimensões, relacionando-os com as propriedades de polígonos semelhantes ou com os critérios de semelhança de triângulos Analisa o efeito de transformações aplicadas nas figuras, nomeadamente, na transição entre a folha 2D e 3D do GeoGebra Desenha retângulos, o círculo e os prismas e cilindro a eles associados para a construção do porta-chaves, mas não atende à união das peças nem à forma de prender as chaves. Determina razões de semelhança, razões de áreas e razões de perímetros de polígonos semelhantes e usa ou determina escalas. Usa os critérios de semelhança de triângulos para efetuar programas em programas em Scratch e na resolução de problemas.	N1
	Projeta um porta-chaves, em três componentes, onde define um orifício para introdução de um fio ou argola para prender as chaves e estabelece uma forma de união das três peças. Constrói, identifica ou faz o programa de desenho de figuras semelhantes, ou não semelhantes, segundo critérios específicos. Determina razões de semelhança, calcula áreas e perímetros de polígonos e preenche tabelas relacionando representações geométricas com algébricas dos mesmos conceitos (onde se considera a utilização das folhas de geometria 2D, 3D em simultâneo com a folha de cálculo no GeoGebra, e o uso de Scratch) e efetua a síntese destas relações. Explica as suas conjecturas usando argumentos abstratos.	N2

Formulação de definições	Expressa as características dos polígonos semelhantes, argumentando de forma empírica conclusões. Analisa triângulos ou outros polígonos em diferentes perspectivas e percebe a relatividade das suas dimensões, relacionando-os com as propriedades de polígonos semelhantes ou com os critérios de semelhança de triângulos Estabelece conjecturas e efetua generalizações para as propriedades de figuras e polígonos semelhantes. Relaciona relações de semelhança com escalas e compreende que a escala é a razão de semelhança.	N1
	Estabelece conjecturas e efetua generalizações para as relações entre razões de semelhança de medidas lineares e as razões das áreas de polígonos semelhantes. Estabelece conjecturas e efetua generalizações para os critérios de semelhança de triângulos, associados com as propriedades de semelhança de polígonos	N2
Classificação	Classifica e define polígonos semelhantes Percebe a relação entre figuras, triângulos ou outros polígonos e, experimentalmente, cria interpretações com significado para as propriedades das figuras semelhantes e para os critérios de semelhança de triângulos;	N1
	Resume as relações entre razões de semelhança, razões de perímetro e razões de áreas de polígonos semelhantes. Resume os critérios de semelhança de triângulos em programas em Scratch.	N2
Demonstração	Demonstra de forma empírica a semelhança de polígonos. Demonstra de forma empírica a semelhança de polígonos regulares. Argumenta de maneira empírica e demonstra experimentalmente as suas conclusões e resultados, mencionando definições e propriedades dos polígonos semelhantes.	N1
	Estabelece conjecturas e demonstra dedutiva informal as relações entre razões de semelhança de medidas lineares e as razões das áreas de polígonos semelhantes; Estabelece conjecturas e demonstra de forma dedutiva informal as propriedades de figuras e polígonos semelhantes e para os critérios de semelhança de triângulos, associados com as propriedades de semelhança de polígonos.	N2

Anexo 3. Tarefa 3, 5 e 8 (com imagens reduzidas e sem espaços para resolução)

Tarefa 3 - QUADRÍCULAS DE SEMELHANÇAS E PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Breve descrição (5 min)

- Lê atentamente todo o guião e esclarece, em grupo, as dúvidas de interpretação antes de iniciares a resolução das tarefas.
- Este trabalho deve ser desenvolvido colaborativamente, a pares. Escuta com interpretação crítica e com respeito os teus colegas e argumenta, fundamentando as tuas opiniões.

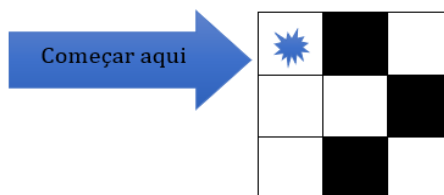
1.ª parte – Aprendendo com as quadrículas (15 min)

- 1- Nesta tarefa, pretende-se que orientem os vossos colegas para replicarem um desenho vosso, sem que eles vejam o desenho original.
- 2- Para isso vão utilizar papel quadriculado 3x3. Ao dar instruções aos colegas, devem começar pelo canto superior esquerdo.

Essas instruções incluem:

- Mover-se um quadrado para a direita
- Mover-se um quadrado para a esquerda
- Mover-se um quadrado para baixo
- Mover-se um quadrado para cima
- Pintar o quadrado

Por exemplo, analisa o seguinte desenho e a correspondente escrita de uma sequência de passos para instruir um colega a desenhar essa imagem:



- Mover-se um quadrado para a direita
- Pintar o quadrado
- Mover-se um quadrado para baixo
- Mover-se um quadrado para a direita
- Pintar o quadrado
- Mover-se um quadrado para baixo
- Mover-se um quadrado para a esquerda
- Pintar o quadrado

Como podes ver as instruções são simples, mas dá muito trabalho ter que escrever isto tudo. Isto pode ser simplificado se substituirmos uma frase inteira de cada instrução por setas.

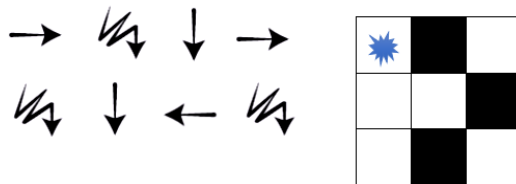
→	←	↓	↑	↘
Mover-se um quadrado para a direita	Mover-se um quadrado para a esquerda	Mover-se um quadrado para baixo	Mover-se um quadrado para cima	Pintar o quadrado

Neste caso as setas passarão a ser o **código** do e as palavras são as partes da **sequência de passos** do código.

Essa sequência de palavras/passos ficaria:

“Mover-se um quadrado para a direita; Pintar o quadrado; Mover-se um quadrado para baixo; Mover-se um quadrado para a direita; ...”

E isso corresponderia ao programa:

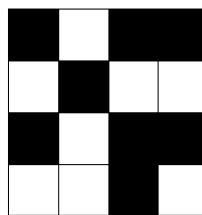


E o código para a imagem fica muito simples.

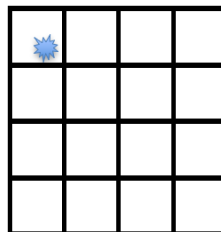
1. Experimentem agora com a seguinte imagem:

1.1. Escrevam o programa

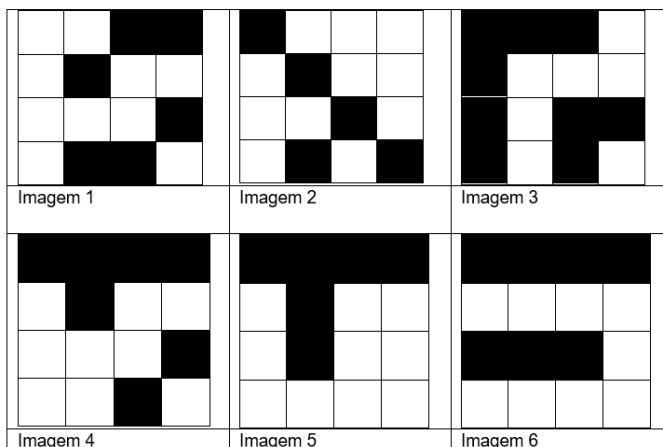
Passo	2	3	4	5	6
1					
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24



1.2. Testem o programa desenhando-o.



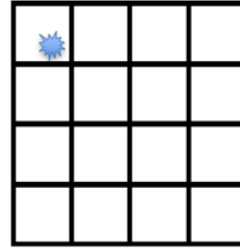
2. Escolham uma das imagens em baixo.



2.1. Escrevam o programa da imagem escolhida usando os símbolos.

2.2. Troquem esta folha com outro grupo e desenhem a lápis a imagem escolhida pelo outro grupo.
 Sigam o programa dos colegas.

Passo 1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24



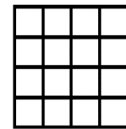
2.3. Voltem a trocar as folhas. Os desenhos correspondem às imagens que cada grupo escolheu?

- O código estava correto?
- Interpretaram bem o código?
- Se algo não ficou como esperado, analisem os erros cometidos e corrijam-nos.
- Haveria um programa mais simples, para o mesmo resultado?

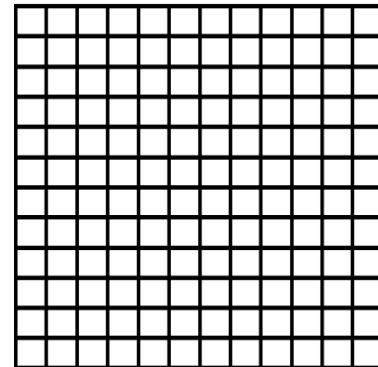
2.ª parte – Aprendendo com as quadrículas (30 min)

3. Chegámos à parte mais interessante.

3.1. Comecem por desenhar uma imagem vossa, colorindo a seguinte quadrícula.

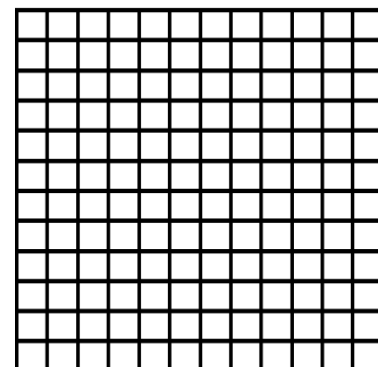


3.2. Desenhem uma ampliação da figura anterior (a razão de semelhança deverá ser um número inteiro para simplificar o desenho)

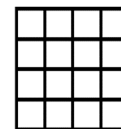


3.3. Escrevam o programa que permite desenhar a imagem ampliada **na folha destacada, em anexo a este guião.**

3.4. Troquem os programas, escritos nas folhas destacadas, com um colega e efetuem aqui o desenho da figura (ampliada) do vosso colega. Sigam o programa da figura (ampliada) dos vossos colegas.



3.5. Desenhem a figura original e identifiquem a razão de semelhança.



3.6. Mostrem o desenho aos colegas e confirmem se esta é a figura original que eles desenharam. Confirmem o valor da razão de semelhança.

3.7. Se não conseguiram obter a imagem original analisem e discutam com os colegas os possíveis erros e corrijam o processo.

Anexo (em folha destacada)

1) Escrevam o programa:

Passo 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	14	15	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

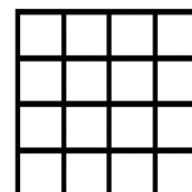
Passo 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	14	15	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80

Voltem a trocar as folhas e confirmem se os vossos desenhos são semelhantes aos polígonos originais. Justifiquem.

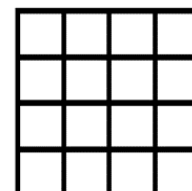
3.ª parte – Aprendendo com as quadrículas (20 min)

1. Desafio complementar (em folha destacada)

1.1. Inventar um código que te permita utilizar valores para a razão de semelhança que não sejam números inteiros. Apresenta um exemplo que ilustre a tua proposta.



1.2. Como poderiam alterar o código, de modo a obterem outro tipo de figuras?



✓ Efetuem o registo:

- do que aprenderam hoje;
- como poderiam alterar o código, de modo a obterem outro tipo de figuras;
- de como se chama este **código** quando trabalhamos em computação?

E a **sequência de palavras**?

✓ Apresentem as vossas análises à turma para discussão.

(Tarefa adaptada de [Unit | Code.org](https://unit.code.org/))

Tarefa 5 - SEMELHANÇAS E PENSAMENTO COMPUTACIONAL COM O SCRATCH

Breve descrição (5 min)

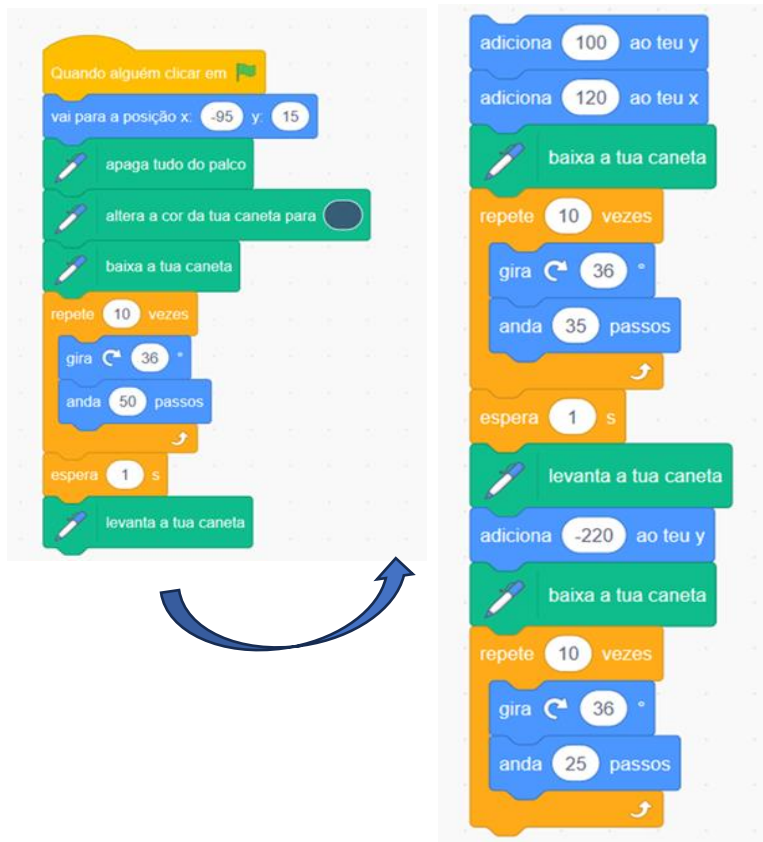
Lê atentamente todo o guião e esclarece as dúvidas antes de iniciares a resolução da tarefa.

- Este trabalho deve ser desenvolvido colaborativamente, a pares. Escuta com interpretação crítica e com respeito ao teu colega e argumenta, fundamentando as tuas opiniões.
- Vai gravando as diferentes versões do programa que fores construindo.

1.ª parte – Polígonos semelhantes com Scratch (60 min)

1. Nesta tarefa pretende-se que desenhem polígonos semelhantes e polígonos não semelhantes, no Scratch. Para tal deves começar por:

- 1.1. Analisar e descrever as diferentes etapas do projeto que se apresenta e indicar o resultado que apresenta depois de executado.



- 1.2. Copia o programa para o Scratch, executa-o e compara com o que escreveste em 1.1.
2. O programa apresentado permite desenhar três polígonos.
 - 2.1. Verifica se os três polígonos são semelhantes. Justifica, com base na análise que efetuaste do algoritmo.
 - 2.2. Adapta o programa para desenhares triângulos equiláteros.
 - 2.3. Verifica se os triângulos são semelhantes. Justifica.
 - 2.4. Adapta o teu programa para desenhares pentágonos regulares.
 - 2.5. Verifica se os pentágonos são semelhantes. Justifica.
3. Descobriste alguma regularidade nas alíneas anteriores? Como se pode justificar?
4. Qual a amplitude do ângulo de rotação, em cada vértice, para um polígono regular com n lados?

5. Adapta o teu programa para que possa ser desenhado um qualquer polígono regular a partir da indicação do seu número de lados (lados).
6. Adapta o teu programa para que os polígonos desenhados não sejam semelhantes.
7. Se tiveres tempo, ainda podes melhorar o programa. Coloca o programa de modo a aparecer uma mensagem no caso de o utilizador colocar um valor não válido para o número de lados do polígono...

2.ª parte – Uma rosácea com o Scratch - extensão

1. Com esta tarefa propomos-te que explores o programa que se encontra em Rosáceas e que desenes rosáceas diferentes.
2. Experimenta também alterar o programa para que a rosácea se construa a partir de um qualquer polígono, dada a indicação do número de lados.
3. Dá asas à imaginação...e cria uma obra de arte!!!

(Tarefa adaptada de adaptado de Tarefa 5 – Formação em AEMEB 3º ciclo)

Tarefa 8 - CRITÉRIOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULO E PENSAMENTO COMPUTACIONAL

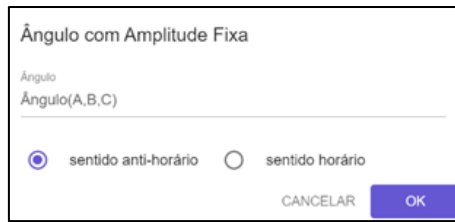
Breve descrição (5 min)

- Lê atentamente todo o guião e esclarece as dúvidas antes de iniciares a resolução da tarefa.
- Este trabalho deve ser desenvolvido colaborativamente, a pares. Escuta com interpretação crítica e com respeito o teu colega e argumenta, fundamentando as tuas opiniões.
- Vai fazendo “prints” das diferentes construções que fores fazendo.

Semelhança de triângulos (60 min)

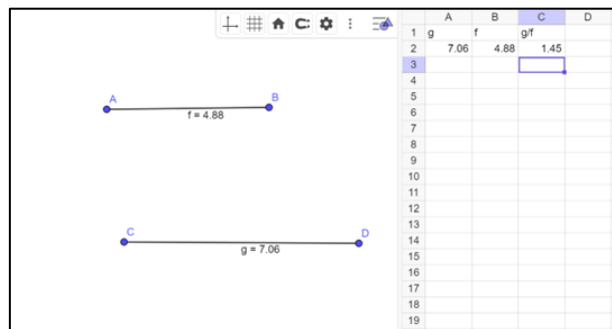
Serão os triângulos sempre semelhantes?

1. Abre o GeoGebra, efetua as construções pedidas e responde a cada uma das questões:
 - 1.1. Se dois triângulos têm, entre eles, um ângulo igual, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
 - Constrói um triângulo garantindo que um ângulo tem uma amplitude fixa.
 - Constrói outro triângulo em que um dos seus ângulos tem amplitude fixa, igual à que usaste no ponto anterior.
 - “Esconde” todos os objetos auxiliares para ficares com o desenho limpo.
 - Responde à questão colocada.
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.
 - 1.2. Se dois triângulos têm, entre eles, dois ângulos iguais, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
 - Constrói um triângulo [ABC] e marca a amplitude de dois dos seus ângulos.
 - Constrói outro triângulo [DEF] garantido que este triângulo tem dois ângulos com a mesma amplitude do anterior. Para tal deves:
 - Desenhar um dos seus lados – lado [ED];
 - Nos extremos deste segmento marca dois ângulos de amplitude fixa, associadas às amplitudes dos ângulos assinalados no primeiro triângulo – só tens que indicar o nome dos ângulos, como está na imagem:



- Constrói o triângulo [DEF].
- “Esconde os objetos auxiliares”.
- Verifica se o triângulo [DEF] é semelhante ao triângulo [ABC].

Nota: se necessitares efetuar cálculos com as medidas dos lados dos triângulos deves utilizar a janela de cálculo, como se mostra no exemplo.

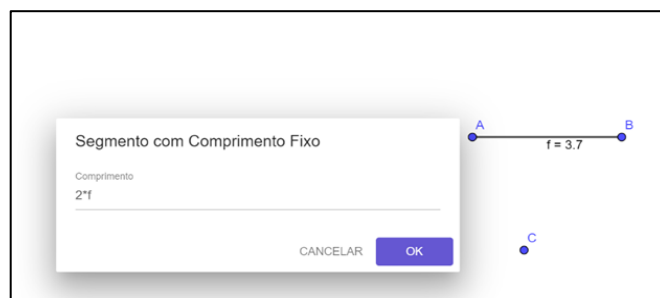


Para os comprimentos dos segmentos de reta [AB] e [CD] (f e g) apareçam na janela de cálculo basta escrever as letras correspondentes nas células, para escreveres texto tens que colocar aspas (“g”).

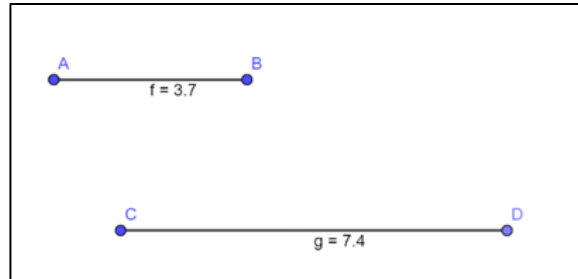
- Arrasta um dos vértices de um triângulo e verifica se a tua conjectura se mantém válida para os triângulos resultantes.
- 1.3. Que condição devem verificar os ângulos entre dois triângulos para garantir que os mesmos são semelhantes?
2. Efetua as construções pedidas e responde a cada uma das questões.
- 2.1. Se dois triângulos têm, entre eles, um lado diretamente proporcional, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?

- Constrói um triângulo e marca o comprimento de um dos seus lados.
- Constrói um segmento de reta que tenha o comprimento diretamente proporcional ao lado do triângulo anterior, para o qual indicaste o comprimento. Para tal deves:

- Seleccionar “segmento de comprimento fixo” e indicares que queres que este segmento tenha comprimento igual ao produto do assinalado no triângulo pela razão que tu indicares. Observa o exemplo:



- O segmento de reta [CD] ficará com o dobro do comprimento do segmento de reta [AB]



- Constrói um novo triângulo a partir do segmento de reta [DE].
 - “Esconde” todos os objetos auxiliares para ficares com o desenho limpo.
 - Responde à questão colocada.
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.
- 2.2.** Se dois triângulos têm, entre eles, dois lados proporcionais, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
- Constrói um triângulo [ABC] e marca o comprimento de dois dos seus lados.
 - Procedes de forma análoga à utilizada na alínea anterior e constrói dois segmentos de reta, com uma origem comum e cujos comprimentos sejam diretamente proporcionais aos comprimentos dos segmentos assinalados no triângulo anterior.
 - Desenha o triângulo [DEF] formado pelos três pontos resultantes da última construção.
 - Responde à questão colocada.
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.
- 2.3.** Se dois triângulos têm, entre eles, três lados diretamente proporcionais, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
- Acede a [Triângulos com 3 lados d.p.](#)
 - Constrói um novo triângulo a partir dos segmentos de reta [DE], [EF] e [DF], e verifica se é semelhante ao triângulo [ABC].
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.
- 2.4.** Que condição devem verificar os ângulos entre dois triângulos para garantir que os mesmos são semelhantes?
- 3.** Efetua as construções pedidas e responde a cada uma das questões.
- 3.1.** Se dois triângulos têm, entre eles, um lado proporcional e um ângulo igual, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
- Acede a [Triângulo- um lado d.p.; um ângulo igual](#)
 - Constrói um novo triângulo usando o segmento de reta [DE] e a semirreta de origem em E, garantido que entre ambos existem um ângulo igual e um lado proporcional, e verifica se é semelhante ao triângulo [ABC].
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.
- 3.2.** Se dois triângulos têm, entre eles, dois lados proporcionais e um ângulo igual, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?
- Acede a [Triângulo- 2 lados dp e 1 ângulo igual](#)
 - Constrói um novo triângulo usando os segmentos de reta [DE] e [EF], garantindo que entre ambos existem um ângulo igual e dois lados proporcionais, e verifica se é semelhante ao triângulo [ABC].
 - Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.

3.3. Se dois triângulos têm, entre eles, dois lados diretamente proporcionais e o ângulo por eles formado igual, é possível garantir que os mesmos são sempre semelhantes?

- Acede a [Triângulo 2 lados d p: ângulo entre eles igual](#)
- Constrói um novo triângulo usando os segmentos de reta [DE] e [EF], garantindo que entre ambos existem dois lados proporcionais e o ângulo entre eles igual, e verifica se é semelhante ao triângulo [ABC].
- Arrasta um dos vértices do triângulo e confirma a tua resposta para qualquer triângulo.

3.4. Que condições devem ser satisfeitas pelos lados e pelos ângulos formados por esses lados em dois triângulos para garantir a sua semelhança?

(Tarefa adaptada da Coletânea de Tarefas de Geometria, das Aprendizagens Essenciais 7.º ano – Operações com Figuras - [Tarefa 2](#))