

Vitral STEAM: Integrando artes, matemática e tecnologia numa experiência *maker*

STEAM stained-glass window: Integrating the arts, mathematics and technology into a *maker* experience

Diego Lieban 

IFRS - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
Brasil
diego.lieban@bento.ifrs.edu.br

Rúbia Barcelos Amaral 

UNESP - Universidade Estadual Paulista
Brasil
rubia.amaral@unesp.br

Zaira Ortiz-Laso 

Universidad de Cantabria
Espanha
zaira.ortiz@unican.es

Zsolt Lavicza 

Johannes Kepler Universität
Austria
zsolt.lavicza@jku.at

Morgana Carniel 

IFRS - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
Brasil
morganacarniel20@gmail.com

Giovana Salvati Deconti 

IFRS - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul
Brasil
giovanadeconti@gmail.com

Resumo. Este artigo baseia-se numa experiência realizada no contexto da Educação STEAM e da Cultura *Maker*, a partir da criação de um vitral artístico com base num ladrilhamento aperiódico recém descoberto, utilizando uma única peça irregular de 13 lados. Combinando recursos digitais (GeoGebra) e físicos (peças em acrílico, cortadas a laser), duas estudantes de Licenciatura em Matemática enfrentaram desafios de construção geométrica e exploraram simetrias, padrões e propriedades visuais à luz dos princípios da Gestalt – unificação, segregação, simetria e simplificação. Nesse cenário, a pergunta que guiou a pesquisa, de caráter qualitativo e exploratório, foi como o processo de construção geométrica de uma figura irregular, motivado por um problema contextualizado, pode evoluir com o auxílio da tecnologia e sob a perspectiva da percepção da forma (Teoria da Gestalt)? A tarefa foi concebida como uma atividade aberta, valorizando a autonomia, a criatividade e a interdisciplinaridade entre Matemática, Artes e Tecnologia. Ao longo de quatro ciclos de construção, observou-se uma evolução do raciocínio geométrico, do domínio tecnológico no uso das ferramentas e da percepção visual das participantes. O resultado final não apenas solucionou um problema prático, mas consolidou-se como produto artístico e pedagógico, reforçando o potencial transformador de práticas STEAM no ensino da Matemática.

Palavras-chave: GeoGebra; polígono irregular; vitral; ladrilho aperiódico; Educação STEAM; formação de professores.

Abstract. This article is based on an experiment conducted within the context of STEAM Education and Maker Culture, starting with the creation of an artistic stained glass window based on a newly discovered aperiodic tiling pattern, using a single irregular 13-sided piece. Combining digital (GeoGebra) and physical resources (laser-cut acrylic pieces), two undergraduate mathematics students faced geometric construction challenges and explored symmetries, patterns, and visual properties in light of Gestalt principles – unification, segregation, symmetry, and simplification. In this scenario, the guiding question of this qualitative and exploratory research was: how can the geometric construction process of an irregular figure, motivated by a contextualized problem, evolve with the aid of technology and from the perspective of form perception (Gestalt Theory)? The task was conceived as an open-ended activity, valuing autonomy, creativity, and interdisciplinarity between Mathematics, Arts, and Technology. Throughout four construction cycles, an evolution was observed in the participants' geometric reasoning, technological proficiency in using the tools, and visual perception. The final result not only solved a practical problem but also solidified as an artistic and pedagogical product, reinforcing the transformative potential of STEAM practices in mathematics education.

Keywords: GeoGebra; irregular polygon; stained-glass window; aperiodic tiling; STEAM education; teacher education.

Introdução

Descobertas recentes de soluções geométricas para a cobertura tridimensional de epitélios (Gómez-Gálvez et al., 2018) reacendem iniciativas de explorar e analisar tais estruturas que formam um “mosaico” no espaço tridimensional e, também, bidimensional. Além disso,

investigar padrões de regularidades e aplicações da matemática, particularmente da geometria, em diferentes campos é uma tarefa que muitas vezes acaba sendo preterida nas escolas em prol do cumprimento de currículos extensos e que são, muitas vezes, distantes da realidade dos estudantes (Berry & Larson, 2019). A exploração de mosaicos na Educação Básica poderia naturalmente desencadear abordagens integradas através de propostas STEAM nas escolas, mas é, ainda mais, uma oportunidade para promover tarefas abertas nas salas de aula e, assim, incentivar a criatividade em ambientes escolares.

O presente artigo faz parte de pesquisas que investigam a Cultura *Maker* e a Educação STEAM, combinando tecnologias correntes, como GeoGebra e máquinas de corte a laser, para criação de materiais que possam ser utilizados sob uma perspectiva pedagógica, especialmente para o ensino e aprendizagem de matemática, de artes ou para o entretenimento (jogos ou desafios lógicos). Neste texto, focamos a discussão numa experiência com uma tarefa aberta em que a matemática foi utilizada para criar construções artísticas com auxílio de recursos digitais e não digitais, tendo como objetivo final desenvolver um “vitrail” para cobrir uma janela com base num padrão descoberto em março de 2023 (Smith et al., 2024). Esse padrão cobre o plano infinitamente com a mesma peça irregular e de forma aperiódica, ou seja, sem exibir alguma disposição que se repita continuamente².

Para esta tarefa, foi proposto a duas estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática que explorassem o padrão citado a fim de construírem um mosaico para cobrir uma janela da instituição onde estudam. Além de resolver um problema real (a janela não tinha cortina e, ao mesmo tempo, não dependia de passagem de luz), a proposta tinha por objetivo fomentar a integração (**Artes e Matemática**, amparadas pela **Tecnologia**) como estratégia metodológica para explorar diferentes conceitos, tanto geométricos como tecnológicos (com GeoGebra e cortadora a laser), no desenvolvimento de um produto artístico. Nesse contexto, a pesquisa norteou-se pela seguinte pergunta: como o processo de construção geométrica de uma figura irregular, motivado por um problema contextualizado, pode evoluir com o auxílio da tecnologia e sob a perspectiva da percepção da forma (Teoria da Gestalt)?

Educação STEAM e a Cultura *Maker*

A abordagem através da Cultura *Maker* no ambiente escolar pode ser apresentada de distintas maneiras, mas envolve, principalmente, estudantes projetando, desenvolvendo, modificando e compartilhando produtos para resolver problemas (Chen & Lin, 2019; Doorman et al., 2019; Paganelli et al., 2016). Produtos referem-se a artefatos digitais e não digitais elaborados no ambiente *maker*, ou seja, *makerspace* (Yin et al., 2020).

Ancoradas em atividades práticas, tais abordagens enfatizam o *design* e são normalmente implementadas através da Educação STEAM. Entre essas abordagens,

salientam-se a promoção da curiosidade, o estímulo ao prazer em aprender e a valorização de soluções singulares (Kurti et al., 2014). Quando tais atividades abordam múltiplas disciplinas, mas concentram-se em uma, por exemplo, Matemática, são por vezes rotuladas como atividades integradas steaM³ (Ortiz-Laso, 2023; Namukasa et al., 2023; Stohlmann, 2018). As atividades práticas promovem o envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem, ao invés de os estudantes assumirem apenas papéis passivos como ouvintes (Chen & Lin, 2019). Geralmente, tais atividades são vistas como uma forma de contextualizar conteúdos relacionados com STEAM através de problemas do mundo real, permitindo múltiplas abordagens e soluções (Diego-Mantecón et al., 2022; Hsu et al., 2019). Em particular, English (2020) destaca a sua função em ajudar os alunos não só a desenvolver novos conhecimentos e competências disciplinares, mas também a compreender as ligações entre as disciplinas.

As atividades práticas no âmbito da Educação STEAM têm recebido predominantemente atenção nos estudos de educação em Engenharia, com menos exploração do seu impacto no ensino e na aprendizagem da matemática (Diego-Mantecón et al., 2022; English, 2020). Conforme observado por English (2020), esta abordagem é geralmente definida em referência à resolução de problemas em Engenharia e Tecnologia utilizando o processo de projeto de Engenharia. Ao adotar a abordagem de aprendizagem da Matemática, a ênfase também é colocada na resolução de problemas, pois oferece aos estudantes a oportunidade de se envolverem com conceitos matemáticos, empregarem diversas representações e participarem em reflexões críticas (Doorman et al., 2019).

Para isso, Ortiz-Laso et al. (2023) adaptaram uma das categorias de Diego-Mantecón et al. (2019) e Blanco et al. (2021), 'criando arte com matemática', e propuseram a sua aplicação por meio de atividades práticas. Em particular, Ortiz-Laso e colaboradores realizaram atividades refinadas ao longo de três anos para promover o uso de conteúdos geométricos para construir obras de arte, num ambiente de criação tecnológica (Ortiz-Laso et al., 2023). Neste sentido, Doorman et al. (2019) e Harron et al. (2022) ainda observam que é um desafio para os professores conceberem e implementarem atividades práticas que se ajustem às práticas institucionais e aos objetivos de aprendizagem.

No contexto do presente estudo, a integração entre práticas STEAM e a Cultura *Maker* articula-se com o conceito de tarefa aberta (Sullivan, 2018). Isso ocorre porque ambas se fundamentam na valorização de processos criativos, na resolução de problemas reais e na exploração de soluções (ou resoluções) múltiplas e não prescritas.

Assim, a proposta de construção do vitral, como tarefa aberta, favorece o desenvolvimento da prática sTeAM⁴, de modo a promover uma vivência em que matemática, artes e tecnologia se entrelaçam para dar sentido ao produto final. Além disso, permite ao estudante assumir o papel de criador e não apenas de reproduzidor, dialogando com os princípios maker no ambiente escolar.

Ladrilhamento, percepção visual e tecnologia na criação geométrica e artística

A Teoria da Gestalt ganhou força no início do século XX, através de Max Wertheimer, Wolfgang Köhler e Kurt Koffka (Gomes Filho, 2009; Lefrançois, 2008) e oferece importantes contribuições para a compreensão de como os indivíduos percebem e organizam informações visuais. No contexto do ensino da matemática (mais precisamente, da Geometria), essa abordagem ganha particular relevância, pois a maneira como os conteúdos são apresentados pode influenciar significativamente a forma como os estudantes compreendem os objetos de estudo, em particular, da geometria.

Ainda na perspectiva da Gestalt, as artes fundamentam-se no princípio da pregnância (simplificação). Ou seja, na formação de imagens, os fatores de equilíbrio, clareza e harmonia visual constituem para o ser humano uma necessidade e, por isso, são considerados indispensáveis – seja numa obra de arte, numa peça gráfica ou em qualquer outro tipo de manifestação visual (Gomes Filho, 2009). Segundo a Gestalt, os processos de percepção e imaginação não obedecem a regras lógicas ou racionais, mas são valorizados por padrões prototípicos (figuras familiares tendem a ser mais facilmente identificadas) e, ao mesmo tempo, pode introduzir uma certa ambiguidade (Kus & Newcombe, 2025).

Segundo Lefrançois (2008), o conceito central da Gestalt é o *insight*, entendido como a percepção súbita das relações entre os elementos de uma situação-problema. Trata-se de um pensamento relacional, no qual o sujeito reorganiza mentalmente os componentes de um problema até encontrar uma estrutura coerente e significativa. Assim, aprender não trata da memorização de dados isolados, mas de perceber a estrutura e as relações internas dos conceitos, o que fortalece a conexão da Gestalt com abordagens construtivistas (particularmente, no âmbito deste trabalho, aquelas favorecidas pela combinação de Geometria e Artes), que privilegiam uma aprendizagem ativa e menos centrada na memorização.

Assim, a Gestalt não prioriza o que os alunos devem aprender, mas como devem aprender. O foco não está nas respostas, mas nos processos que levam a elas; a mesma resposta pode resultar de processos diferentes de compreensão que envolvem percepção e organização da estrutura em questão (Kus & Newcombe, 2025).

Mais especificamente, no contexto do ensino de Geometria, os princípios da Gestalt que podem ser explorados ou desenvolvidos são os de *unificação*, *segregação*, *simetria* e *simplificação*, uma vez que orientam o modo como os estímulos visuais podem ser organizados para favorecer a compreensão de estruturas (ou formas). Estes princípios são brevemente descritos a seguir:

Unificação: refere-se à tendência da mente humana em agrupar elementos visuais que parecem pertencer ao mesmo conjunto ou contexto. A unificação visual favorece a construção de uma compreensão global do conteúdo, em vez da memorização

fragmentada de regras isoladas. Por exemplo, identificar a congruência dos lados e dos ângulos num determinado polígono é uma etapa necessária para reconhecê-lo como um polígono regular.

Segregação: diz respeito à capacidade perceptiva de separar, identificar, evidenciar ou destacar unidades formais num todo compositivo ou em partes deste todo. O uso de cores, linhas ou pontos auxiliares, sombras, texturas, entre outros, podem auxiliar na melhor percepção sobre quais informações pertencem a um mesmo grupo e quais devem ser analisadas em separado. Em situações de resolução de problemas, por exemplo, a clareza visual ajuda a identificar dados relevantes de informações secundárias. Abaixo segue um exemplo que ilustra como a representação pictórica permite o uso de diferentes estratégias para calcular a área de um polígono irregular, dependendo de como a figura é interpretada (Arnal-Palacián, 2021). Uma das estratégias consiste em decompor esse polígono em figuras geométricas mais simples, como um retângulo e quatro triângulos retângulos, como ilustra a Figura 1 (a). Outra estratégia baseia-se em “cercar” o polígono por um retângulo (Figura 1 (b)) e calcular a sua área a partir da diferença entre a área do retângulo e a soma das áreas dos triângulos retângulos complementares que o delimitam.

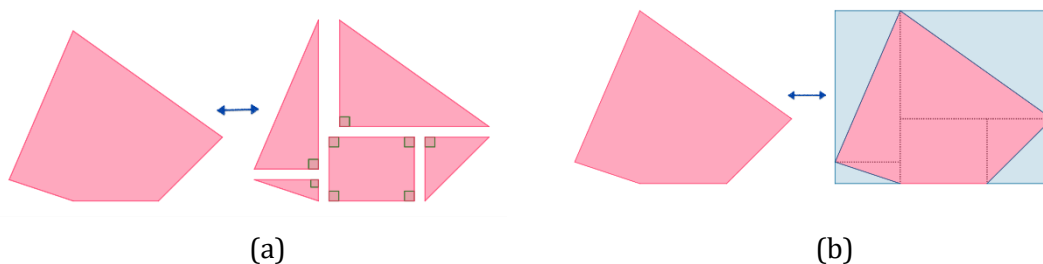


Figura 1. Representações para favorecer a compreensão da área de um polígono irregular

Simetria: está relacionado com a busca da mente por equilíbrio e estabilidade nas formas percebidas. Ao apresentar conteúdos matemáticos — especialmente em tópicos como geometria, álgebra⁵ e funções — o uso de simetrias pode facilitar a identificação de padrões e propriedades. O reconhecimento de simetria em gráficos, expressões ou figuras, além de apoiar o desenvolvimento do raciocínio lógico, pode contribuir para uma experiência que favorece a intuição. Crianças, em idades mais tenras, já têm despertado sentidos de simetria ao brincarem com jogos de blocos de encaixe ou legos, por exemplo.

Simplificação (Prägnanz): considera que o sistema perceptivo tende a organizar os estímulos da forma mais simples e coerente possível. Em geometria (matemática, em geral), esse princípio encoraja a apresentação dos conteúdos de maneira clara, com redução de ruídos visuais e foco no essencial. Materiais bem organizados e visualmente “limpos” reduzem a sobrecarga cognitiva, facilitando o foco dos alunos no raciocínio matemático propriamente dito.

Esses princípios não apenas organizam a percepção visual, mas também promovem a compreensão conceitual ao enfatizar relações internas entre os elementos matemáticos. Como apontam Batista et al. (2017), ao adotar práticas pedagógicas fundamentadas na Gestalt, o professor de matemática instiga o aluno a “ver além do exposto”, incentivando a investigação, o questionamento e a construção ativa do conhecimento.

A aplicação da Gestalt ao ensino da matemática implica um reposicionamento do papel do professor: de transmissor de conteúdos para organizador de experiências de aprendizagem. Como afirmam Burow e Scherpp (1985), o educador deve organizar os estímulos do ambiente de forma a favorecer o processo perceptivo do aluno. Essa organização não se limita ao aspecto visual, mas estende-se à estruturação das tarefas, à linguagem utilizada e à forma como os conceitos são conectados.

Com base na Gestalt, o ensino da matemática deve favorecer a descoberta, a percepção de relações e a construção de significados. Ao invés de centrar-se apenas em regras e procedimentos, o foco passa a ser o reconhecimento de estruturas e a reorganização mental de situações-problema, em consonância com os fundamentos do pensamento por *insight* descritos por Köhler (1925, 1929, citado por Lefrançois, 2008). Essa dimensão perceptiva e construtiva prepara o terreno para o trabalho com padrões geométricos complexos, como os ladrilhamentos, nos quais a relação entre forma, simetria e estrutura se torna ainda mais evidente.

No contexto dos ladrilhamentos (ou pavimentações), a relação entre Geometria e Artes materializa-se em construções visuais que preenchem o plano de forma ordenada ou não trivial. Os ladrilhamentos estão presentes no cotidiano — pisos, paredes e obras de arte — e consistem no preenchimento completo de uma superfície bidimensional sem sobreposição de polígonos ou espaços vazios. Podem ser classificados como periódicos ou aperiódicos (Barros, 2016; Neto et al., 2023).

As pavimentações *periódicas* são aquelas que, ao passar por uma translação, deslocam-se sobre si mesmas, mantendo os ladrilhos alinhados e justapostos, enquanto as *aperiódicas* são pavimentações onde não há repetição de um padrão apenas por translações, embora seja possível compor a cobertura total do plano, sem espaços intermediários, nem sobreposições (Amaral et al., 2014). Elas podem, ainda, ser classificadas como regulares, semirregulares, demirregulares ou irregulares.

As pavimentações *regulares* são criadas através da repetição de um mesmo polígono regular, em três possíveis tipos: com triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos (regulares). Esse fenômeno decorre do facto de que os ângulos internos do polígono utilizado precisam de ser divisores de 360° para que possam cobrir completamente o plano, sem lacunas ou sobreposições. Já as *semirregulares*, ou arquimedianas, são aquelas que possuem dois ou mais tipos de polígonos regulares, tendo todos os vértices as mesmas configurações. As *demirregulares* são aquelas em que o ladrilhamento é composto por dois

ou mais polígonos regulares distintos, mas os vértices não têm todos a mesma configuração (Barros, 2016). Por fim, as *irregulares* são aquelas que não são regulares, nem semirregulares, nem demirregulares (em outras palavras, que não são constituídas de polígonos regulares em sua totalidade).

O padrão explorado neste trabalho é um caso particular de ladrilhamento aperiódico irregular, a partir de um polígono base identificado como “*Einstein*”⁶ ou “*Hat*”⁷. Santos Neto et al. (2023, p.1) apresentam “duas formas de construção para este polígono (peça base do vitral), a primeira delas é fundamentada na justaposição de cópias de um papagaio em particular e a segunda consiste em construir, com régua e compasso, a linha poligonal formada pelos lados do polígono base. A exploração foi feita com uso do GeoGebra. Ainda abordando estudos sobre este polígono irregular, que tem 13 lados, Carniel et al. (2023, p.1) desenvolveram uma experiência que visava “evidenciar como as Artes e a Matemática podem ser integradas em propostas pedagógicas que fomentem o desenvolvimento criativo dos estudantes”.

Nesse contexto, a ideia da construção do vitral foi estender o olhar sobre a abordagem de Carniel et al. (2023), em contraponto com Santos Neto et al. (2023), no sentido de identificar como o reconhecimento dos padrões geométricos envolvidos impactaram no processo de construção do polígono base para o ladrilhamento em questão, explorando uma pavimentação com polígono irregular, visando formar um vitral com um polígono de 13 lados em que foi possível realizar o encaixe de peças idênticas, de forma não trivial, o que implicou na procura por uma solução em materiais que tratam do tema. Tal análise levou em consideração também as circunstâncias do uso combinado de recursos físicos e digitais como constructos para a formação tanto matemática, quanto tecnológica e artística (especialmente em relação ao uso de recursos como GeoGebra e cortadora a laser).

No projeto do vitral, o uso de tecnologias tornou-se o elo entre o raciocínio geométrico-visual, fundamentado na Gestalt, e a materialização da obra artística, permitindo a construção de padrões elaborados e a exploração criativa do espaço. Esse cenário é preconizado pela literatura na medida em que as tecnologias não apenas ampliam as capacidades humanas, mas transformam profundamente os modos de pensar, de produzir conhecimento e de nos relacionarmos com o mundo.

Pierre Lévy (1997), ao discutir as tecnologias da inteligência, mostra como a oralidade, a escrita e a informática constituem formas distintas de organização do pensamento e da memória coletiva. Segundo ele, não há separação entre os sujeitos e os objetos técnicos — somos moldados pelas ferramentas que produzimos e, ao mesmo tempo, moldamos o mundo por meio delas. A informática, nesse contexto, não substitui a oralidade nem a escrita, mas transforma-as, dando origem a novas formas de expressão, como a escrita digital, o hipertexto e a comunicação em rede.

Mais recentemente, autores como Borba e Villarreal (2005) propõem que a escrita e a oralidade passem a assumir novas configurações no ambiente digital: fala-se em oralidade terciária e escrita secundária, apontando para um novo estatuto da linguagem e da cognição. Essas transformações não são neutras, pois implicam mudanças nos modos de ensinar e aprender — sobretudo quando pensamos na matemática.

A produção matemática, historicamente marcada por lápis, papel e quadro negro, passa a ser influenciada por ambientes digitais dinâmicos, nos quais o pensamento se apoia em simulações, animações, interações e visualizações que não eram possíveis anteriormente. Segundo Healy e Sinclair (2007), as tecnologias digitais desafiam concepções tradicionais da Matemática como linguagem puramente simbólica e abstrata, pois introduzem modos de exploração mais visuais, interativos e manipuláveis.

Um exemplo disso é o uso do GeoGebra. Com ele, o raciocínio matemático torna-se menos linear, permitindo a experimentação de conjecturas, a visualização de propriedades e a manipulação direta de objetos matemáticos (Zulatto, 2002). O modo como se aprende e se faz matemática transforma-se: há uma transição do "pensar com lápis e papel" para o "pensar com objetos digitais", o que implica também em transformações epistêmicas.

Como destacam Borba et al. (2020), ao operar em ambientes digitais, o estudante passa a construir significados matemáticos em articulação com as ações realizadas sobre e com as tecnologias. Trata-se de uma cognição distribuída (Noss e Hoyles, 1996), na qual sujeito, tecnologia e conhecimento formam um sistema integrado. Nesse sentido, pensar matematicamente com GeoGebra não é o mesmo que pensar matematicamente sem ele: a própria natureza da atividade matemática modifica-se. Assim, a tecnologia não é apenas uma ferramenta auxiliar, mas um agente ativo na constituição do pensamento e do fazer matemático.

Metodologia

Este estudo foi conduzido no âmbito do Programa de Educação Tutorial (PET) do curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição pública federal de ensino, cujo objetivo é promover ações de ensino, pesquisa e extensão integradas à formação docente. A experiência investigada foi desenvolvida ao longo de encontros periódicos com estudantes vinculadas ao Programa, em que se articulavam orientações para a tarefa a ser executada, discussões conceituais, experimentações com ferramentas digitais e processos de construção prática.

Do ponto de vista metodológico, a pesquisa caracteriza-se como qualitativa de cunho exploratório (Bogdan & Biklen, 1994), alinhada com a perspectiva da Educação STEAM e da Cultura *Maker*, ao investigar como tecnologias digitais (GeoGebra e recursos para o corte a laser) podem ser integrados na formação de professores por meio de atividades interdisciplinares. A escolha por uma abordagem qualitativa justifica-se pelo interesse em

interpretar os significados atribuídos pelas estudantes ao longo do desenvolvimento do projeto, bem como compreender os desafios, avanços e aprendizagens no contexto da Cultura *Maker*.

Inicialmente, os encontros (entre professor-pesquisador e alunas) foram destinados à exploração do problema matemático em questão, centrado na pavimentação aperiódica descoberta por Smith et al. (2024), envolvendo a construção de ladrilhos compostos por um único polígono irregular de 13 lados. Após uma primeira identificação da peça, com reconhecimento dos seus elementos básicos (lados e ângulos), as participantes passaram a investigar possibilidades de construção da figura no software GeoGebra, enfrentando desafios relativos à rigidez das formas, simetria e replicabilidade. Esse processo envolveu diferentes tentativas de prototipagem digital, até que se chegasse a uma versão viável que permitisse a criação de ferramentas dentro do software, otimizando a reprodução das peças a partir de dois pontos de entrada.

Concluída a construção digital da peça unitária (e com recurso para replicá-la), as peças foram organizadas de forma que estivessem justapostas, a fim de simular a montagem necessária para a cobertura da janela, respeitando os encaixes exigidos pela pavimentação e utilizando malhas triangulares como suporte para o alinhamento. O arquivo da peça unitária, por sua vez, foi convertido para o formato DXF (Drawing Exchange Format), compatível com cortadoras a laser. Com o uso dos recursos para o corte, as peças foram produzidas em acrílico colorido, possibilitando a montagem de um vitral instalado numa das janelas da instituição. A escolha do material e do espaço visava não apenas atender a uma exigência prática (controle da luz e privacidade), mas também transformar a janela num objeto esteticamente atrativo e com potencial pedagógico para divulgação matemática.

Os dados analisados foram registados por meio de diários de bordo das participantes, anotações do professor-pesquisador⁸, capturas de tela, arquivos do GeoGebra salvos *online* e registos fotográficos. A análise envolveu o exame dos processos de construção, das estratégias adotadas nas diferentes fases do projeto e das aprendizagens identificadas. Seguindo os princípios da pesquisa qualitativa (André, 2005; Stake, 2010), procurou-se interpretar os dados à luz da literatura, procurando compreender as decisões tomadas durante as diferentes fases da construção, os obstáculos enfrentados e as aprendizagens envolvidas, tanto no âmbito matemático quanto tecnológico e pedagógico.

A nossa experiência: o vitral

A motivação para a realização do vitral surgiu da necessidade de cobrir uma janela (para a qual não havia cortina suficiente), de modo, que tivesse um caráter artístico, já que a janela é voltada para um corredor com fluxo constante de estudantes e docentes. Assim, a ideia era valorizar um espaço comum para despertar a atenção de quem por ali passasse e converter

uma peça artística num instrumento de divulgação matemática, uma vez que há a intenção de colocar informações sobre o mosaico junto ao próprio vitral.

Combinada com a recente descoberta já mencionada (Smith et al., 2024) e ao interesse de apresentar uma proposta sTeAM para discentes do curso de Licenciatura em Matemática – que já estavam habituadas ao espaço maker da instituição –, foi proposto que as peças fossem modeladas no GeoGebra e cortadas em acrílico para a composição do vitral. Um exemplo de composição com a peça pode ser visto na Figura 2, abaixo.

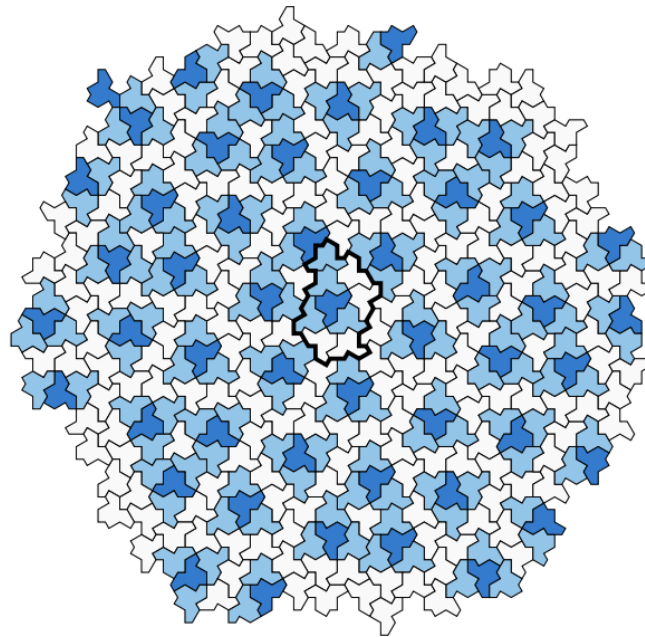


Figura 2. Ladrilhamento com a peça Einstein (Smith et al., 2024)

Houve alguns desafios para a construção: inicialmente foi preciso construir a peça *Einstein*, e as estudantes não sabiam de que maneira poderiam criá-las no GeoGebra, visto que não utilizaram qualquer referência com o passo a passo da construção. Para isso, foi essencial a exploração das peças físicas⁹. Foi necessário realizar pesquisas e tentativas para entender ‘o que estava por trás da construção da peça’ e, só então, iniciar o processo da sua construção. Nessa caminhada, foram feitos quatro ensaios de protótipos até que se conseguisse o modelo da peça e, posteriormente, fosse criada uma ferramenta para construir o mosaico digitalmente, no GeoGebra, sem que fosse necessário recriar sempre o passo a passo da peça. Ao longo das tentativas, as estudantes foram aprendendo a manusear ferramentas do software para a criação do protótipo e associando elementos da matemática ao processo. Uma breve discussão dos quatro ciclos de construção das estudantes é apresentada na secção a seguir.

Discussão dos dados: construindo o vitral como prática geométrica, artística e tecnológica

O processo de construção do vitral, desenvolvido pelas estudantes, evidencia um percurso de aprendizagem profundamente alinhado com o referencial da Educação STEAM, a Cultura *Maker* e os princípios da percepção visual. A partir de um diário de bordo das estudantes, foi possível identificar que as construções foram evoluindo à medida em que eram testadas e identificadas eventuais inconsistências ou mesmo possibilidades de simplificação das etapas de construção.

Essa identificação possibilitou observar não apenas o domínio gradual das ferramentas tecnológicas, mas também um avanço na compreensão das propriedades geométricas da peça e na capacidade de organizar visualmente o padrão de ladrilhamento. O avanço dessa capacidade dialoga com o princípio da pregnância da Gestalt, ao evidenciar como a percepção procura formas estruturadas e familiares, elemento essencial para a leitura e construção do ladrilhamento explorado na proposta. Logo, esse início já indicava como o projeto integrava, de modo articulado, matemática, artes e tecnologia, reafirmando o objetivo da proposta e estabelecendo o cenário para a análise dos ciclos seguintes, além de sinalizar o caráter de tarefa aberta que permitiria às estudantes múltiplas explorações no ambiente *maker*.

Para este processo inicial de exploração cabe pontuar sobre a natureza da proposta como uma tarefa aberta (Sullivan, 2018), na medida em que o caminho de resolução não era previamente definido e as estudantes tiveram a oportunidade de explorar diferentes estratégias, mobilizar múltiplos saberes e tomar decisões criativas ao longo dos ciclos de construção. Esse caráter aberto reforça a integração entre as práticas STEAM e o ambiente *maker* como espaços que valorizam a autoria e a resolução de problemas reais.

Assim, no *primeiro ciclo*, o foco predominante foi o domínio das funcionalidades do GeoGebra, com ênfase na operacionalidade do software (como utilizar a ferramenta para construir o polígono a partir de dois pontos iniciais dados) e na tentativa de criar um modelo replicável, de modo que poderiam reproduzir as peças em larga escala sem ter que repetir a construção para cada novo ladrilho. Por estarem preocupadas com questões mais operacionais da ferramenta, as estudantes não se detiveram tanto com o rigor da construção, no sentido de que ao terminar a construção, perceberam que a peça formada não preservava qualquer rigidez quando os pontos iniciais eram arrastados. O caráter *maker* dessa etapa está evidente na postura investigativa e no uso autônomo das ferramentas, ainda que os produtos iniciais não tenham passado no “teste do arrastar” (Zulatto, 2002).

A perda das propriedades invariantes da figura, longe de ser uma limitação, refletiu um processo típico de *design* iterativo no contexto STEAM, no qual as ideias são prototipadas,

testadas e aprimoradas em ciclos sucessivos, com espaço para o erro como parte constitutiva da aprendizagem (Doorman et al., 2019). Além disso, esse ciclo inicial estabeleceu as bases para a construção de um pensamento mais estruturado nos ciclos posteriores, mostrando como a tecnologia se tornou ferramenta de mediação entre a ideia e sua materialização.

No *segundo ciclo*, a incorporação de elementos geométricos, como paralelas e bissetrizes, já indicava um avanço na percepção das regularidades da peça e na busca por rigidez na construção digital. A identificação das deformações ao mover pontos livres despertou um olhar mais atento para os critérios necessários para manter as propriedades da figura mesmo após o processo de arrastar esses pontos. Aqui, a prática das estudantes dialoga diretamente com os princípios da organização visual ao tentar estruturar um padrão coerente e estável, em consonância com os fundamentos perceptivos do *design* geométrico. Registos fornecidos pelas estudantes após o segundo ciclo de construção podem ser vistos na Figura 3, inclusive com destaque para as deformações das peças, à direita, quando os pontos livres (objetos iniciais), em azul, eram movidos.

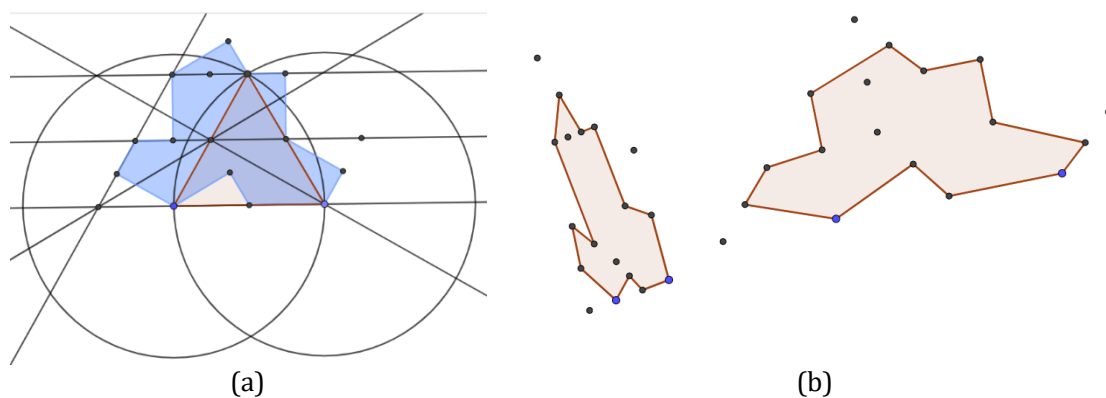


Figura 3. Representações obtidas pelas estudantes no segundo ciclo de construção

Para esse momento do processo de construção o uso das paralelas e bissetrizes não apenas auxiliou na busca pela rigidez geométrica da peça, mas também dialogou com os princípios perceptivos da unificação e da simetria, ao favorecer uma organização visual que tornasse a peça parte de um todo coerente no padrão de ladrilhamento. Essa percepção reforça a relação entre raciocínio geométrico e *design* visual no projeto, o que demarca a transição do foco técnico para uma abordagem mais integrada entre matemática e artes, preparando o terreno para a complexidade crescente dos ciclos seguintes. Ademais, esse momento também permitiu que as estudantes mobilizassem, ainda que de forma intuitiva, o princípio gestaltista da boa forma, na medida em que buscaram padrões que favorecessem clareza e estabilidade visual, fundamentais para a pavimentação proposta.

Durante o *terceiro ciclo*, ainda de forma autónoma, mas buscando outras referências na internet, as estudantes valeram-se da malha triangular como recurso de apoio para melhor

identificar algumas simetrias e partições convenientes. Assim, o uso da malha triangular e o apoio em simetrias refletidas marcam um ponto de viragem no processo: a percepção das regularidades e das relações entre os componentes da peça foi potencializada, demonstrando o papel das representações gráficas e do raciocínio visual na construção do conhecimento matemático.

Para o processo de construção, elas utilizaram mais uma vez um triângulo equilátero de referência para, a partir deste, refleti-lo sobre os seus lados e, ainda, fazer mais uma reflexão de um desses triângulos obtidos pelas reflexões anteriores. Feitas as reflexões, elas demarcaram duas bissetrizes de cada um desses quatro ‘novos triângulos’ para delimitar o contorno restante da peça, como ilustrado na Figura 4. A manipulação e exploração das peças físicas nesta etapa da construção (por vezes até riscando sobre as peças) foi essencial para que percebessem os ângulos e comprimentos do contorno da peça, assim como as simetrias existentes.

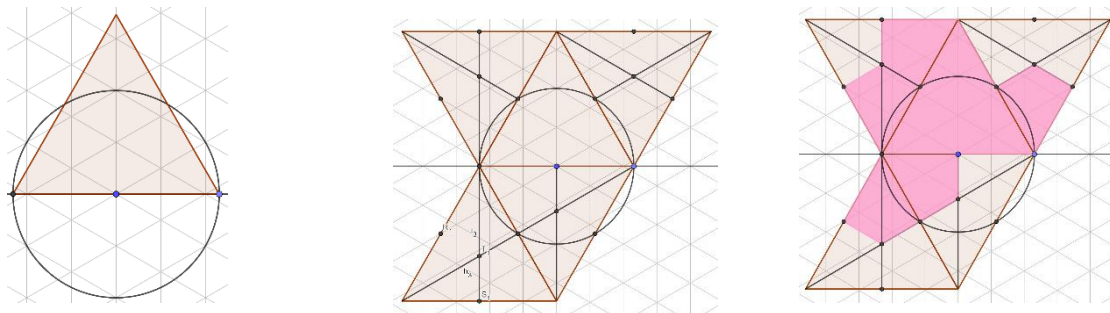


Figura 4. Representações obtidas pelas estudantes no terceiro ciclo de construção

O processo de construção¹⁰ iniciou-se a partir de um triângulo equilátero justaposto aos quadriláteros definidos pelo centro, pontos médios de dois lados do triângulo e pelo vértice de interseção destes dois lados. Estes quadriláteros definem as terças partes do triângulo original e foram fundamentais para o quarto e último ciclo de construção. Além disso, essa construção evidenciou um facto importante que foi reconhecer que o perímetro da peça contava com apenas três medidas de lados diferentes, sendo elas a metade do lado do triângulo original (6 aparições, em vermelho na figura abaixo), o apótema do triângulo original (6 aparições, em azul na figura abaixo) ou o dobro do apótema (esta última medida aparecendo em apenas um dos 13 lados da peça, em roxo na Figura 5 abaixo).

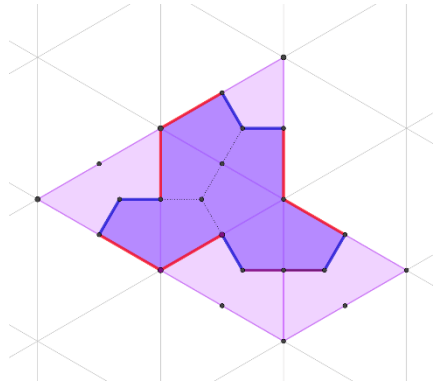


Figura 5. Representação da peça construída com destaque para os diferentes lados

O processo desenvolvido neste ciclo evidencia como o uso combinado de recursos físicos e digitais favorece a construção de significados, como aponta o referencial da cognição distribuída (Noss & Hoyles, 1996), além de reforçar a prática STEAM. A construção a partir do triângulo e das suas reflexões contribuiu para a percepção de padrões espaciais e de simetrias no plano, ao mesmo tempo que mobilizou competências de modelagem geométrica e resolução de problemas, alinhadas com os objetivos formativos das práticas STEAM (Ortiz-Laso et al., 2023). Esse ciclo marca uma etapa de maior integração das dimensões matemática, artística e tecnológica, consolidando a prática sTeAM e evidenciando como o uso das representações gráficas e das simetrias fortaleceu o papel da percepção visual como mediadora no aprendizado geométrico.

O *quarto ciclo* consolidou-se após uma discussão com o professor orientador sobre a construção anterior, a qual possibilitou uma nova construção considerando também um triângulo equilátero inicial e a simetria dos seus terços (gerados pelos segmentos que unem o centro ao ponto médio de cada lado). Esse momento representou a síntese do processo: o trabalho das estudantes evoluiu para uma construção ajustada e mais “econômica”, em que as reflexões foram aplicadas diretamente aos terços do triângulo, eliminando etapas desnecessárias e organizando o padrão com clareza, isto é, as reflexões feitas não foram mais do triângulo original para depois definir o contorno, mas sim, diretamente das terças partes (quadriláteros definidos pelo centro, pontos médios de dois lados do triângulo e pelo vértice de intersecção destes dois lados), diminuindo consideravelmente as etapas de construção.

É importante observar que este ciclo de construção foi uma evolução natural do ciclo anterior, na medida em que ficou evidenciada que as ‘saliências’ além do triângulo original eram fruto de simetrias das terças partes do triângulo. Além disso, esse avanço mostra como o ambiente *maker* associado ao uso de tecnologias cria condições para a aprendizagem, permitindo a materialização de padrões complexos em uma prática artística e matemática.

Esse avanço não apenas reduziu a complexidade operacional da construção, mas também ilustrou o desenvolvimento da percepção e organização do pensamento das estudantes, ao reorganizar etapas, reconhecer padrões e otimizar processos — elementos centrais das práticas STEAM (Doorman et al., 2019). Esse ciclo final reforçou a articulação plena entre as dimensões geométrica, tecnológica e artística demonstrando como o ambiente *maker* pode mediar o desenvolvimento de competências complexas, incluindo os processos de pensamento matemático e de *design*.

A partir dos diferentes ciclos de construção desenvolvidos, observou-se que o processo de construção geométrica está intimamente ligado à identificação da peça em relação a seus padrões de simetria (translação, rotação e reflexão) e composição da peça. Estes contrastes são destacados nas representações da Figura 6.

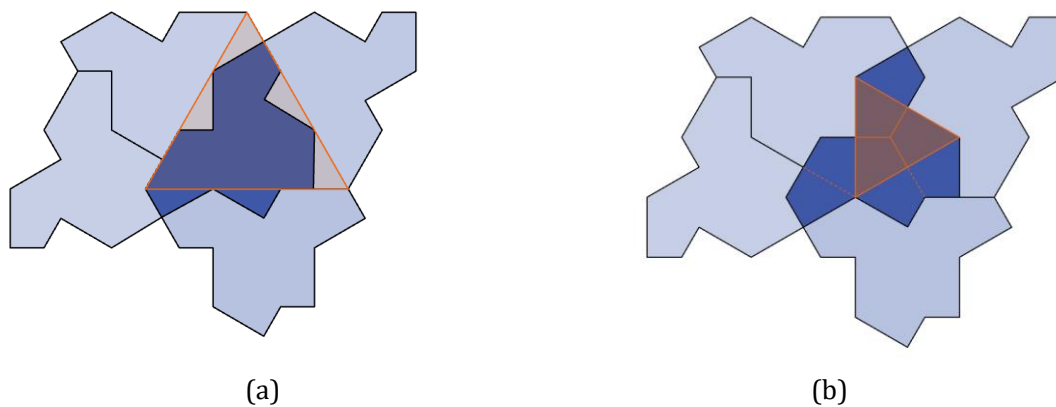


Figura 6. Representação da peça contrastando diferentes formas de percepção

Enquanto os dois primeiros ciclos estavam mais associados a uma concepção da peça por diferença e transferência de regiões a partir de um triângulo¹¹, os dois últimos ciclos tiveram as construções concebidas por adição de peças simétricas (idênticas aos terços do triângulo original). Na Figura 6 (a), é possível observar que a parte saliente da peça destacada, em relação ao triângulo laranja, é congruente com as partes em falta em relação ao mesmo triângulo. Já na Figura 6 (b), ao triângulo de referência original são adicionadas peças obtidas por reflexões dos terços deste triângulo.

Essa possibilidade de estratégias revela como a experiência promoveu a transição entre abordagens mais analíticas e mais sintéticas do raciocínio geométrico, característica essencial no ensino integrado às artes e à tecnologia.

Para isso, a manipulação física do material foi fundamental para estabelecer critérios geométricos na construção digital. É visível também que as estratégias adotadas têm impacto na elaboração da construção no que diz respeito ao uso da ferramenta (desenvolvimento tecnológico) podendo decorrer através de mais, ou menos, etapas de construção. É importante ressaltar também que ambas as construções diferem das

apresentadas por Santos Neto et al. (2023), uma vez que estas não se valeram de um triângulo equilátero como base. Na primeira versão apresentada pelos autores, o mesmo quadrilátero que serve como base na Figura 6 (b) é construído, mas a partir da poligonal que o define e não como um terço do triângulo equilátero. Essa comparação reforça o potencial criativo do projeto ao explorar caminhos construtivos alternativos, destacando como a tarefa aberta promoveu soluções originais e o desenvolvimento de autonomia pelas estudantes, além de reforçar o princípio de simplificação da Gestalt e o exercício de repensar sobre as práticas pedagógicas adotadas, como preconizam Batista et al. (2017) e Burow e Scherpp (1985).

Para além da construção geométrica das peças, a construção do vitrail dependia de prever os encaixes (a montagem, propriamente dita) corretamente. Muito embora o ladrilhamento com a mesma peça (utilizando sua frente e seu verso) tenha a propriedade de cobrir o plano infinitamente, o aspeto aperiódico torna a montagem para cobrir uma área pré-definida um exercício com grau considerável de dificuldade. Neste caso particular, as estudantes procuraram uma referência que contivesse quantidade suficiente para poder reproduzir a montagem. No entanto, fizeram-no de forma ordenada, preservando a proporção da janela para garantir a cobertura quando as peças fossem efetivamente cortadas e montadas.

Para esse efeito, foi útil a ferramenta de definir a peça a partir de dois pontos dados, de modo que o exercício era avaliar onde deveriam estar os pontos iniciais para a colocação da peça, conforme o modelo de referência¹². Além disso, considerando uma melhor harmonia na apresentação final, foi sugerido às estudantes que a montagem das peças fosse feita respeitando-se o Teorema das Quatro Cores¹³, facto que já havia sido previsto também no modelo digital. Esse aspeto reforça a conexão entre artes, geometria e tecnologia na experiência relatada, integrando princípios do *design* visual com o rigor matemático e antecipando a síntese apresentada na reflexão final. As imagens da representação digital e da janela final podem ser conferidas na Figura 7.

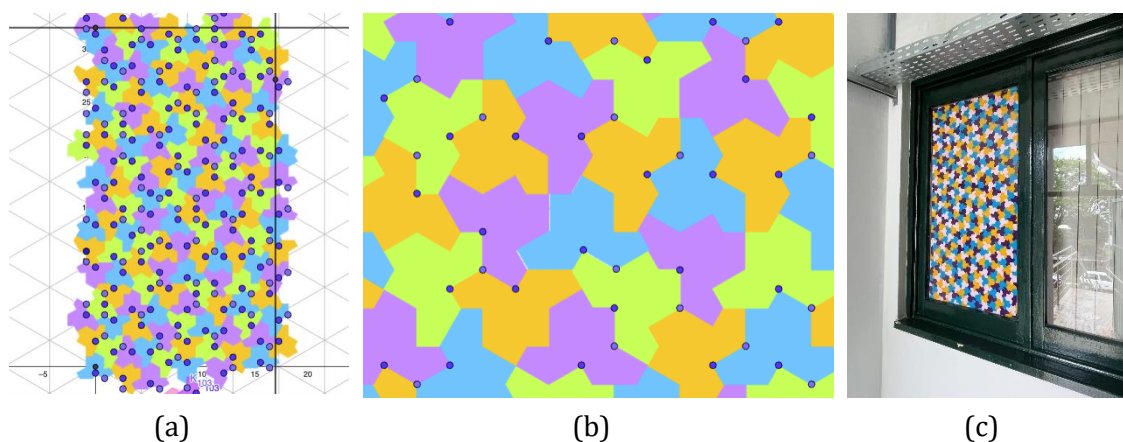


Figura 7. Representação da montagem do mosaico no GeoGebra e na janela

Essa etapa final exemplifica como o projeto promoveu o desenvolvimento da autonomia no planejamento, aliando rigor matemático, sensibilidade estética e competências tecnológicas. A articulação entre manipulação física e construção digital, que permeou todo o processo, foi decisiva para potencializar a aprendizagem ativa e reflexiva das estudantes (Borba et al., 2020), ao favorecer o diálogo entre o raciocínio geométrico, a percepção visual e o uso das tecnologias no ambiente *maker*.

A aplicação do Teorema das Quatro Cores na montagem final do vitral demonstra como as estudantes mobilizaram princípios do *design* geométrico e da percepção visual para alcançar um resultado estético harmônico e matematicamente estruturado, integrando artes, geometria e tecnologia no produto final. Esse percurso, caracterizado pela exploração de diferentes estratégias e soluções para a construção do vitral, concretiza na prática o conceito de tarefa aberta (Sullivan, 2018) que fundamentou a proposta, ao permitir múltiplos caminhos de resolução e promover o desenvolvimento da prática sTeAM, além de exemplificar como os princípios gestaltistas operaram transversalmente ao longo da experiência, na medida em que as estudantes organizaram visualmente as estruturas para gerar significado e coerência ao produto final.

A costura crítica entre a Gestalt e o estudo de ladrilhamento reside na exploração da percepção das formas e relações estruturais durante a criação artística e matemática. O uso combinado de recursos físicos e digitais (como GeoGebra e cortadora a laser) potencializa a construção de significados, ao mesmo tempo que exige do estudante um olhar atento às propriedades visuais e estruturais do objeto matemático em questão. Essa abordagem reforça a aprendizagem ativa, a descoberta de padrões e a reorganização de estruturas — elementos centrais tanto na Gestalt quanto na prática do ladrilhamento artístico. Esse elo entre percepção visual, construção geométrica e *design* tecnológico se mostrou essencial no desenvolvimento das competências trabalhadas durante a tarefa, consolidando a integração entre artes, matemática e tecnologia de forma articulada.

A escolha de explorar um padrão de ladrilhamento irregular aperiódico para a criação do vitral conecta-se diretamente com os princípios da Gestalt no ensino da Geometria. O vitral, ao ser concebido com base num polígono de 13 lados que se encaixa numa pavimentação sem sobreposições, materializa os princípios perceptivos de organização visual, como unificação, por exemplo ao identificar os lados de mesmo comprimento para encaixe entre peças, segregação e simplificação (Batista et al., 2017; Lefrançois, 2008). A construção do padrão pelas estudantes envolveu a reorganização mental das formas para identificar relações espaciais e criar um arranjo visualmente harmônico — processo no qual o *insight*, conceito central da Gestalt, desempenha papel essencial. Essa aproximação entre geometria e artes, mediada pelos princípios da percepção, não apenas enriquece o trabalho criativo, mas potencializa a aprendizagem matemática, ao favorecer a compreensão relacional de estruturas geométricas no plano. Esse processo evidencia como a prática

formativa proposta transcendeu a simples execução técnica, tornando-se experiência de criação conjunta, característica das práticas STEAM integradas à Cultura *Maker*.

Na experiência relatada, o uso de tecnologias digitais (como o GeoGebra e o software para o corte a laser) e não digitais (como régua, caneta e máquina para corte a laser) permitiu que as estudantes transitassem entre diferentes formas de representação e construção do conhecimento geométrico. Essa integração reforça a perspectiva da cognição distribuída (Noss & Hoyles, 1996), em que sujeito, ferramenta e conhecimento constituem um sistema inseparável no processo de aprendizagem. A interação entre recursos digitais e materiais físicos ampliou as possibilidades de exploração do padrão geométrico e promoveu um raciocínio matemático visual, dinâmico e interativo (Borba et al., 2020; Healy & Sinclair, 2007). Ao atuar nesse ambiente, as estudantes desenvolveram competências interdisciplinares de uma educação integral e contextualizada, e a experiência reafirma o potencial transformador de propostas que integram artes, matemática e tecnologia na formação docente, criando pontes entre teoria e prática, favorecendo o desenvolvimento de um olhar crítico e criativo sobre o ensino e a aprendizagem.

Considerações finais

A análise dos dados foi conduzida com base numa abordagem qualitativa, articulando os registos de construção geométrica desenvolvidos no GeoGebra pelas estudantes com princípios da Gestalt. Os quatro ciclos de construção desenvolvidos ao longo da experiência foram interpretados à luz dos conceitos de simetria, simplificação (*Prägnanz*), unificação, segregação e *insight*, conforme discutido na fundamentação teórica. Essa análise permitiu evidenciar o papel da percepção visual e da reorganização cognitiva no desenvolvimento das construções geométricas mediadas pela tecnologia.

A *simetria* emergiu como um elemento central nos ciclos mais avançados da construção (terceiro e quarto), ainda que tenha aparecido de forma processual no ciclo 2, como simetria de pontos. No terceiro ciclo, as estudantes passaram a empregar reflexões sucessivas de um triângulo equilátero sobre seus próprios lados, o que resultou numa estrutura mais estável e regular. Esse procedimento evoluiu no quarto ciclo para uma estratégia ainda mais refinada, utilizando as terças partes do triângulo original como unidades básicas de simetria. Essa reorganização promoveu não apenas maior economia de etapas, como também uma percepção mais nítida das regularidades geométricas da peça.

A evolução do segundo para o quarto ciclo revela também um movimento de *simplificação* crescente das construções. Enquanto nas primeiras tentativas o foco estava em questões operacionais da ferramenta GeoGebra, os ciclos posteriores mostram um refinamento da lógica construtiva, com redução de etapas e maior clareza na definição dos objetos geométricos envolvidos. A percepção de que o perímetro da peça se baseava em apenas três medidas distintas é um exemplo da aplicação do princípio da *Prägnanz*, que

afirma que o sistema perceptivo tende a organizar os estímulos da forma mais simples e coerente possível. Essa *simplificação* não é apenas visual, mas também cognitiva: ao lidar com menos variáveis e mais regularidade, as estudantes conseguiram aprofundar a sua compreensão da estrutura da peça, o que resultou em um controle maior sobre a forma durante a manipulação dos pontos livres. O resultado obtido por diferentes processos de compreensão (e construção) é condizente com o proposto por Kus e Newcombe (2025).

A construção do vitral final exigiu das estudantes a capacidade de organizar as peças de modo coeso, respeitando proporções e procurando cobertura adequada da janela. A escolha por respeitar o Teorema das Quatro Cores, além de aprimorar a harmonia estética, também reforçou o princípio da *unificação* — a tendência de agrupar elementos visuais que pertencem a um mesmo conjunto. A construção foi, nesse estágio, compreendida não apenas como uma soma de peças, mas como uma estrutura global coesa. A *unificação* favoreceu, portanto, uma aprendizagem menos fragmentada, permitindo às estudantes compreenderem o vitral como um sistema e não apenas como a justaposição de partes isoladas.

O segundo ciclo revelou dificuldades relacionadas com a deformação das figuras quando os pontos livres eram manipulados. A partir do terceiro ciclo, o uso de malhas triangulares, bissetrizes e cores distintas permitiu às estudantes discriminarem melhor os diferentes segmentos e elementos da construção, favorecendo a segregação perceptiva — ou seja, a capacidade de distinguir partes relevantes dentro de um todo. Essa clareza na delimitação dos elementos é fundamental para a compreensão geométrica e reitera a necessidade do olhar humano por fatores de equilíbrio e harmonia visual, como apontado por Gomes Filho (2009).

A transição entre o segundo e o terceiro ciclo pode ser compreendida como um momento de *insight*, conforme destacado por Lefrançois (2008). A partir da manipulação física das peças, as estudantes reorganizaram mentalmente as relações geométricas envolvidas, identificando simetrias e padrões anteriormente não percebidos. Essa reorganização não apenas tornou as construções mais consistentes, como também revelou uma mudança qualitativa na forma como o problema era compreendido.

Como perspectiva final deste trabalho, as peças criadas têm sido reproduzidas em acrílico, e com diferentes cores, na máquina de corte a laser e compartilhadas em eventos e feiras de divulgação matemática, onde costumam ter boa aceitação e envolvimento de crianças, adolescentes e adultos, como ilustrado na Figura 8.



Figura 8. Compartilhamento de peças “Einstein” em feiras e eventos

Quando expostas, as peças costumam ser acompanhadas de uma breve orientação para “convidar” quem interage com elas a cobrir distintos tamanhos de papel (sendo o maior deles em tamanho A4) para que procurem cumprir com o desafio, que é uma tarefa aberta, já que apresenta diferentes caminhos de solução. A exploração livre do material faz também com que participantes percebam novos padrões de montagem, reconhecendo, por vezes, formas familiares e com certa harmonia.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, ao Programa Institucional de Internacionalização – PRINT /CAPES, ao Instituto Federal do Rio Grande do Sul - IFRS (Brasil), à Joint Excellence in Science and Humanities - JESH (Áustria) e ao MCIN/AEI/ 10.13039/501100011033 (Espanha), através do financiamento de Projeto PID2021-122326OB-I00, pelo apoio à realização deste trabalho.

Notas

¹No sentido de promover situações ou problemas que permitam mais de uma (re)solução e incentive estudantes a fazer mais do que apenas lembrar factos conhecidos (Sullivan, 2018).

²Esse conceito será apresentado neste texto mais adiante. Tecnicamente, se o grupo de simetria de um mosaico tem pelo menos duas translações não paralelas, então, o mosaico é chamado de periódico. Um mosaico que não é periódico é dito aperiódico.

³Note que, neste caso, há ênfase no M, de matemática.

⁴Usamos as letras T, A e M em maiúsculas para reforçar que as atividades que desenvolvemos se concentram em Tecnologia, Artes e Matemática. Para o uso geral do conceito de STEAM, mantemos todas as letras em maiúsculas.

⁵Como curiosidade, segundo Stewart (2012, p.10), a simetria não se tornou uma ideia dominante pelo caminho expectável: a geometria. O belo e indispensável conceito de simetria que os matemáticos e físicos usam hoje chegou pela álgebra.

⁶Do alemão, uma única pedra.

⁷Do inglês, chapéu, por sua semelhança com a forma.

⁸Primeiro autor deste artigo.

⁹Alguns exemplares foram disponibilizados pelo professor-pesquisador que as orientava. Ele tinha ganho essas peças numa feira *maker* em que participou.

¹⁰Um passo a passo desta construção desenvolvido pelas estudantes pode ser acompanhado em <https://www.geogebra.org/m/pb7vyspc>.

¹¹Observe que o triângulo laranja em destaque na Figura 6 (a) não é exatamente o mesmo com o qual a construção foi iniciada (Figura 3 (a)) no 2º ciclo. No entanto, a partir do triângulo identificado na Figura 3 (a), no 2º ciclo de construção, e a reta paralela ao seu lado esquerdo, obtém-se o triângulo aqui referido.

¹² Vale observar que, de facto, foram feitos dois modelos de peça, já que uma mesma peça física pode encaixar com sua frente ou com seu verso.

¹³ O Teorema das Quatro Cores garante que quatro cores são suficientes para colorir as regiões de qualquer mapa, de modo que duas regiões adjacentes não tenham a mesma cor. Por adjacentes, considera-se duas regiões com uma fronteira comum (não apenas um vértice). Além disso, para a validade do Teorema, uma condição importante é que se trate apenas de mapas com regiões diretamente conectadas.

Referências

- Amaral, C. A. N., Mariano, J. C. F., & Wrobel, J. S. (2014). Oficina de pavimentação com triângulos equiláteros. *Anais do Encontro Internacional de Ensino de Matemática*, 2(1), 1-12.
- André, M. E. D. A. (2005). *Etnografia da prática escolar*. Papirus.
- Arnal-Palacián, M. (2021). Mathematical flexibility of degree of primary education students in solving an area problem: Pick's theorem. *Mathematics Teaching Research Journal*, 12(4), 21-35.
- Barros, F. C. (2016). *Pavimentações do Plano: Propostas lúdicas de aula. Trabalhando com Ângulos Internos, Simetrias, Isometrias, Obras de Artes e Mediatrixes* [Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática Pura e Aplicada]. Repositório do IMPA. https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/TCC_Felipe_de_Carvalho_Barros.pdf.
- Batista, L. S., Souza, M. D. O., Nobrega, M. R. A., & Silva, M. F. (2017). Atividades matemáticas à luz da teoria da Gestalt. *Anais Conedu* (pp. 1-9). CEMEP/UEPB.
- Berry, R. Q., & Larson, M. R. (2019). The need to catalyze change in high school mathematics. *Phi Delta Kappan*, 100(6), 39-44. <https://doi.org/10.1177/0031721719834027>
- Blanco, T. F., González-Roel, V., Diego-Mantecón, J. M., & Ortiz-Laso, Z. (2021). Análisis de la conexión arte-matemáticas en los libros de texto de Educación Primaria. *Educación matemática*, 33(3), 67-93. <https://doi.org/10.24844/EM3303.03>
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Borba, M. C., Silva, R. R. S., & Gadanidis, G. (2020). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática: Sala de aula e internet em movimento*. Autêntica Editora.
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization*. Springer.
- Burow, O-A., & Scherpp, K. (1985). *GestaltPedagogia: Um Caminho para a Escola e a Educação*. Summus.
- Carniel, M., Lieban, D. E., & Deconti, G. S. (2023). Um vitral como perspectiva STEAM combinando arte, matemática e tecnologia. In *MTC- Mostra Técnico -Científica 2023- Campus Bento Gonçalves* (p. 1). IFRS.
- Chen, S. Y., & Lin, S. W. A. (2019). Cross-cultural study of mathematical achievement: From the perspectives of one's motivation and problem-solving style. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1149-1167. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-10011-6>
- Diego-Mantecón, J. M., Blanco, T. F., Búa, J. B., & Sequeiros, P. G. (2019). Is the relationship between art and mathematics addressed thoroughly in Spanish secondary school textbooks? *Journal of Mathematics and the Arts*, 13(1-2), 25-47. <https://doi.org/10.1080/17513472.2018.1552068>
- Diego-Mantecón, J. M., Ortiz-Laso, Z., & Blanco, T. F. (2022). Implementing STEM projects through the EDP to learn mathematics: the importance of teachers' specialization. In P.

- R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Eds.), *Mathematics education in the age of artificial intelligence* (pp. 399-415). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86909-0_17
- Doorman, M., Bos, R., de Haan, D., Jonker, V., Mol, A., & Wijers, M. (2019). Making and implementing a mathematics day challenge as a makerspace for teams of students. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 149-165. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09995-y>
- English, L. D. (2020). Facilitating STEM Integration Through Design. In J. Anderson & Y. Li (Eds.), *Integrated Approaches to STEM Education: An International Perspective* (pp. 45-66). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-52229-2_4
- Gomes Filho, J. (2009). *Gestalt do objeto: sistema de leitura visual da forma*. Escrituras.
- Gómez-Gálvez, P., Vicente-Munuera, P., Tagua, A., Forja, C., Castro, A. M., Letrán, M., ... & Escudero, L. M. (2018). Scutoids are a geometrical solution to three dimensional packing of epithelia. *Nature Communications*, 9(1), 2960. <https://doi.org/10.1038/s41467-018-05376-1>
- Harron, J. R., Jin, Y., Hillen, A., Mason, L., & Siegel, L. (2022). Maker math: Exploring mathematics through digitally fabricated tools with K-12 in-service teachers. *Mathematics*, 10(17), 3069. <https://doi.org/10.3390/math10173069>
- Healy, L., & Sinclair, N. (2007). If this is our mathematics, what are our stories?. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(1), 3-21. <https://doi.org/10.1007/s10758-006-9109-4>
- Hsu, P. S., Lee, E. M., Ginting, S., Smith, T. J., & Kraft, C. (2019). A case study exploring non-dominant youths' attitudes toward science through making and scientific argumentation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 185-207. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09997-w>
- Kurti, R. S., Kurti, D. L., & Fleming, L. (2014). The philosophy of educational makerspaces part 1 of making an educational makerspace. *Teacher Librarian*, 41(5), 8-11. https://newblankets.org/worth_a_look/philosophy_of_makerspace.pdf
- Kus, M., & Newcombe, N. S. (2025). Facilitation of students' disembedding in an online visual arts and mathematics education program. *International Journal of STEM Education*, 12(8), 1-29. <https://doi.org/10.1186/s40594-024-00524-0>
- Lefrançois, G. R. (2008). *Teorias da aprendizagem*. Cengage Learning.
- Lévy, P. (1997). *As tecnologias da inteligência*. Editora 34.
- Namukasa, I. K., Gecu-Parmaksiz, Z., Hughes, J., & Scucuglia, R. (2023). Technology maker practices in mathematics learning in STEM contexts: A case in Brazil and two cases in Canada. *ZDM - Mathematics Education*, 55(7), 1331-1350. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01534-y>
- Neto, A., Loss, C., Silva, M., Maria, S., & Dal Col, A. (2023). Tesselaciones: Ladrillos de Penrose e sua construção com o GeoGebra. *Professor de Matemática Online (PMO)*, 11(6), 81-96. <https://doi.org/10.21711/2319023x2023/pmo1106>
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Kluwer Academic Publishers.
- Ortiz-Laso, Z. (2023). *El enfoque integrado STEAM y su impacto en la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria: un estudio experimental* [Tese de doutoramento, Universidad de Cantabria]. Repositorio Abierto de la Universidad de Cantabria. <https://hdl.handle.net/10902/30200>
- Ortiz-Laso, Z., Diego-Mantecón, J. M., Lavicza, Z., & Blanco, T. F. (2023). Teacher growth in exploiting mathematics competencies through STEAM projects. *ZDM - Mathematics Education*, 55(7), 1283-1297. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01528-w>

- Paganelli, A., Cribbs, J. D., Huang, X. S., Pereira, N., Huss, J., & Chandler, W. (2016). The makerspace experience and teacher professional development. *Professional Development in Education*, 43(2), 232-235. <https://doi.org/10.1080/19415257.2016.1166448>
- Santos Neto, A., Barbosa, S. M., & Dal Col, A. (2023). Fundamentos para a Construção no GeoGebra de Tesselacões Aperiódicas usando um Único Polígono. *arXiv*, 1, 1-13. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.14753>
- Smith, D., Myers, J. S., Kaplan, C. S., & Goodman-Strauss, C. (2024). An aperiodic monotile. *Combinatorial Theory*, 4(1), 1-91. <https://doi.org/10.5070/C64163843>
- Stake, R. E. (2010). *Qualitative research: Studying how things work*. The Guilford Press.
- Stewart, I. (2012). *Uma história da Simetria na Matemática*. Zahar.
- Stohlmann, M. (2018). A vision for future work to focus on the “M” in integrated STEM. *School Science and Mathematics*, 118(7), 310-319. <https://doi.org/10.1111/ssm.12301>
- Sullivan, P. (2018). *Challenging mathematical tasks: Unlocking the potential of all students*. Oxford University Press.
- Yin, Y., Hadad, R., Tang, X., & Lin, Q. (2020). Improving and assessing computational thinking in maker activities: The integration with physics and engineering learning. *Journal of Science Education and Technology*, 29, 189–214. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09995-y>
- Zulatto, R. B. A. (2002). *Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas*. [Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista]. Repositório da UNESP. <http://hdl.handle.net/11449/91012>